

基于几何代数的电磁矢量传感器阵列抗强干扰 参数估计算法

王 通¹, 刘尚合^{1,2}, 陈东伟¹, 金梦哲¹, 方庆园^{1*}

(1. 石家庄铁道大学河北省电磁环境效应与信息处理重点实验室, 河北石家庄 050043;
2. 陆军工程大学石家庄校区电磁环境效应国家重点实验室, 河北石家庄 050050)

摘 要: 随着无人机蜂群在民用领域的广泛应用, 掌握其所在位置空间角度、信号极化等关键状态参数, 对其有效监管至关重要, 利用电磁矢量传感器阵列进行波达方向与极化联合估计可获取无人机的空域角度与极化参数。然而在复杂电磁环境中非合作无人机蜂群中的多无人机目标同时探测场景下, 尤其环境中存在功率较强的干扰信号时, 传统基于电磁矢量传感器阵列的参数估计算法对功率较弱的真实目标信号的性能下降。因此本文提出一种基于三维几何代数(Geometric algebra of Euclidean 3-space, G3)模型的不变噪声子空间空域与极化域参数联合估计算法。首先基于 G3 模型下的 MUSIC 算法的期望谱研究强弱信号共存对基于 G3 的传统子空间算法参数估计性能的影响, 然后理论证明了在 G3 模型下接收信号阵列协方差矩阵具有噪声子空间不变性。本文算法基于 G3 的噪声子空间不变性进行空域-极化域联合参数估计, 利用入射信号功率提升时噪声空间特征值保持不变这一特性, 提高了算法对功率较弱的真实目标信号的波达方向与极化联合参数估计性能。通过理论推导虚拟信源极化参数变化对基于 G3 的阵列协方差矩阵噪声子空间不变性的影响, 证明了算法无需 4 维谱峰搜索, 仅通过 2 维谱峰搜索即可实现空域与极化域参数联合估计, 提高了算法的计算效率。仿真结果表明, 随着强干扰信号功率的提升, 传统算法无法分辨功率较弱的人射信号。而本文所提出的算法在不同信噪比、强弱功率比和噪声相关性条件下, 对弱信号的性能均优于传统算法, 相较于传统算法, 本文算法对弱信号可测向的信噪比门限可降低 3 dB 以上, 空域与极化域参数联合估计精度可提高 88.7%, 且与传统基于不变噪声子空间类算法相比, 计算量可减小 97.11% 以上。本文所提出算法可用于复杂环境中尤其存在强功率干扰时, 对非合作无人机蜂群中的多无人机同时获取其所在位置空间角度与其发射信号的极化参数, 在基于无人机平台的移动无线通信抗干扰等场景中亦有潜在应用价值。

关键词: 信号参数估计; 抗强干扰; 电磁矢量传感器; 几何代数; 不变噪声子空间; 无人机蜂群

基金项目: 国家自然科学基金(No.61801309); 国家重点实验室开放课题(No.JCKYS2022DC07)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2025)10-3529-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20250490

Joint DOA and Polarization Estimation of Unequal Power Sources for Electromagnetic Vector-Sensor Array Based on Geometric Algebra

WANG Tong¹, LIU Shang-he^{1,2}, CHEN Dong-wei¹, JIN Meng-zhe¹, FANG Qing-yuan^{1*}

(1. Hebei Key Laboratory for Electromagnetic Environmental Effects and Information Processing, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang, Hebei 050043, China; 2. National Key Laboratory on Electromagnetic Environment Effects, Army Engineering University of PLA, Shijiazhuang, Hebei 050050, China)

Abstract: With the widespread application of drone swarms in civilian fields, it is crucial for drones effective regulation to obtain some key state parameters of drone swarms such as spatial angles and signal polarization which are acquired by utilizing joint direction of arrival (DOA) and polarization estimation based on electromagnetic vector sensor arrays (EMVA). However, in simultaneous detection of non-cooperative multi unmanned aerial vehicles (UAVs) of drone swarms in a complex electromagnetic environment, the joint DOA and polarization estimation performance of traditional methods on real UAVs signal sources with weak power usually deteriorates when interference signal with high power impinge on an EMVA.

Therefore, a joint DOA and polarization estimation method with invariant property of noise subspace (IPNS) based on geometric algebra of Euclidean 3-space (G3) model is proposed. Firstly, the impact of the coexistence of strong and weak signals on the performance of parameter estimation of traditional subspace methods based on G3 is studied by using expected spectrum of multiple signal classification method based on geometric algebra of Euclidean 3-space framework (G3-MUSIC). Then the invariant property of G3 noise subspace of array covariance matrix is theoretically proved. The performance of joint DOA and polarization estimation on real targets with weak power is improved by utilizing the characteristic of the method that the eigenvalues of G3 noise subspace remain unchanged when the incident signal power is increased. Simultaneously, by theoretically deriving the impact of changes in virtual source polarization parameters on the invariance of the noise subspace of the array covariance matrix based on G3, it is proved that 4-dimensional spectral peak search is not required by the proposed method which realizes joint DOA and polarization estimation only by 2-dimensional spectral peak search. It is verified by simulation that the weak signals cannot be distinguished by the traditional methods as the power of strong interference signals increases. At the same time, simulation verified that when high power signals impinge on an EMVA, the proposed method outperforms the traditional methods in terms of different signal-to-noise ratios, power ratios between strong and weak signals, and noise correlations. Compared with the traditional methods based on invariant noise subspace, the signal to noise ratio threshold of direction finding of the weak source was reduced by more than 3 dB, the accuracy of joint DOA and polarization estimation was enhanced by 88.7%, and the calculation amount was reduced by more than 97.11%. The proposed method can be used for obtaining locations of multiple UAVs and polarization parameters of signals emitted by multiple UAVs in non-cooperative drone swarms in complex electromagnetic environments, especially in circumstance of interference with high power, and has potential application value in scenarios such as anti-interference for mobile wireless communication based on UAVs platforms.

Key words: parameter estimation of sources; resisting intensive interference; electromagnetic vector sensor; geometric algebra; invariant property of noise subspace; drone swarms

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.61801309); Opening Foundation of National Key Laboratory (No.JCKYS2022DC07)

1 引言

随着低空经济的快速崛起,无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)在民用领域得到广泛应用,其中无人机的角度信息是保障无人机在环境监测、空中交通等领域安全运行的重要信息,对 UAV 进行波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是获得 UAV 角度信息的主要方式之一^[1]. 由于在复杂电磁环境下,非合作无人机蜂群中的无人机距离接收天线阵列距离各不相同,且不同无人机其所发射信号功率各不相同,因此接收天线阵列所接收的无人机射频信号功率不等^[2]. 当存在功率较强的干扰信号时,传统参数估计算法对功率较弱的真实目标信号的性能估计性能下降,逐渐引起学者关注.

对 UAV 信号进行 DOA 估计通常利用标量阵列接收 UAV 信号. 文献[3]基于标量阵列接收信号模型,为降低 UAV 测向算法计算量,提出一种基于旋转不变子空间性质的快速幂迭代多项式求根算法. 文献[4]基于深度神经网络(Deep Neural Network, DNN)对 UAV 信号进行分类与测向,并利用质心优化方法改进 DNN. 然而标量阵列的阵元仅接收电磁波一维信息,对邻近 UAV 的分辨力较为有限. 近年来,基于电磁矢量传感器阵列的 UAV 测向方法受到关注^[5,6]. 与标量传感器不同,电磁矢量传感器可接收所有 6 个电磁场分量信息,对电磁

波 DOA 和极化状态均敏感. 电磁矢量传感器阵列与标量阵列相比具有较高的分辨力^[7],但阵列接收信号模型复杂程度显著提高,因此压缩感知^[8,9]或高阶代数方法^[10-14]近年来广泛用于电磁矢量传感器阵列信号处理. 文献[8]提出一种同步整合网络对阵列接收信号进行降维并利用旋转不变算法(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)对信源进行联合参数估计. 文献[9]为避免基于极化敏感阵列的压缩感知类 DOA 估计算法的网格失配问题,针对正交偶极子天线阵列提出一种无网格 DOA 估计算法,仿真实验结果表明所提算法相较于 l_1 -svd 算法有更好的估计性能. 文献[10]针对非圆信号提出一种基于多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)的联合谱估计算法. 算法首先利用四元数模型降维求解 DOA,然后将 DOA 代入原谱估计函数求闭式解获得极化参数,具有较低的计算量. 文献[11]提出一种电磁矢量传感器的 G3(Geometric algebra of Euclidean 3-space)模型. 基于对称多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)阵列的 G3 模型. 文献[12]针对非圆信号提出一种基于 MUSIC 的降秩算法,与传统 MIMO 阵列长矢量模型相比,算法具有较低的计算量和存储空间需求. 文献[13]基于共形电磁矢量传感器阵列提出一种基于 MUSIC 的 DOA 估计算法. 算法利用 G3 代数

建模共形阵,与传统利用欧拉旋转矩阵建模共形阵相比计算量较小.然而在实际复杂电磁环境中,天线阵列所接收到的非合作无人机蜂群中不同 UAV 的信号功率通常强弱不一,对 UAV 进行 DOA 估计的算法性能急剧下降.当空间中存在功率不等的多个信源时,以 MUSIC 算法为代表的子空间类算法对弱信号参数估计的克拉美-罗界(Cramér-Rao Bounds, CRB)有所恶化^[14].这导致在强干扰下,算法对弱信号参数估计精度下降,低信噪比下甚至无法估计弱信号^[15].因此针对电磁矢量传感器阵列的抗强干扰空域与极化域参数联合估计算法还需进一步开展研究.

本文针对非合作多无人机同时探测场景下,当存在功率较强的干扰信号时传统参数估计算法对功率较弱的真实目标信号参数估计性能下降问题,首先基于电磁矢量传感器阵列的 G3 阵列接收信号模型,理论推导了在 G3 模型下接收信号阵列协方差矩阵具有噪声子空间不变性,并证明了算法利用 G3 噪声子空间不变性无需常规 4 维谱峰搜索,通过 2 维谱峰搜索即可实现信源空域与极化域参数联合估计.最后通过仿真验证本文算法的有效性.仿真结果表明本文算法对强干扰下,在不同的信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)、强弱功率比、噪声相关性条件下,对弱信号空域与极化域参数的估计均具有较高的估计成功概率和估计精度.

2 阵列接收信号模型

假设位于均匀无耗无色散介质中的电磁矢量传感器阵列接收到位于远场的窄带无人机信号 s_0 ,如图 1 所示.设 s_0 空-极化域参数集合为 $\Theta_s = \{\theta_s, \varphi_s, \gamma_s, \eta_s\}$,其中 $\theta_s, \varphi_s, \gamma_s$ 和 η_s 分别为 s_0 的俯仰角、方位角、极化角和极化相位差.则某个矢量传感器阵元所接收信号的 G3 模型 $F_v \in G_3$ 表示为

$$F_v = \begin{bmatrix} F \\ F^\dagger \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$F = \sum_{i=1}^3 E_i(\Theta_s) e_i + e_{123} H_i(\Theta_s) e_i$$

其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示多矢量共轭转置; G_3 表示三维几何代数空间; e_i 为一级矢量量子空间的正交基; e_{123} 为 tri-vector; E_i

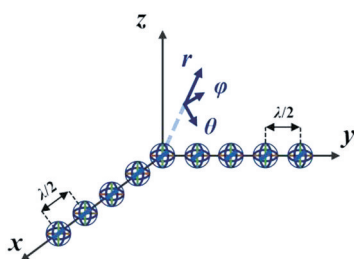


图 1 电磁矢量传感器阵列示意图

表示矢量传感器第 i 个电场分量的信号; H_i 表示矢量传感器第 i 个磁场分量的信号.使用极化相位描述子^[16]表示极化参数,则 F_v 表示为

$$F_v = \begin{bmatrix} v(\Theta_s) p(\Theta_s) \\ \tilde{v}(\Theta_s) \tilde{p}(\Theta_s) \end{bmatrix} S_0 \quad (2)$$

式中,

$$\begin{aligned} v(\Theta_s) &= v_1(\Theta_s) + e_{123} v_2(\Theta_s) \\ \tilde{v}(\Theta_s) &= v_1(\Theta_s) - e_{123} v_2(\Theta_s) \\ p(\Theta_s) &= p_1(\Theta_s) - e_{123} p_2(\Theta_s) \\ \tilde{p}(\Theta_s) &= p_1(\Theta_s) + e_{123} p_2(\Theta_s) \end{aligned} \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} v_1(\Theta_s) &= \cos \theta_s \cos \varphi_s e_1 + \cos \theta_s \sin \varphi_s e_2 - \sin \theta_s e_3 \\ v_2(\Theta_s) &= -\sin \varphi_s e_1 + \cos \varphi_s e_2 \\ p_1(\Theta_s) &= \cos \gamma_s \\ p_2(\Theta_s) &= \sin \gamma_s e^{e_{123} \eta_s} \end{aligned} \quad (4)$$

设该矢量传感器阵元与参考点的波程差为 q ,则该矢量传感器阵元的接收信号 x_v 可表示为

$$x_v = \begin{bmatrix} q(\Theta_s) v(\Theta_s) p(\Theta_s) \\ q(\Theta_s) \tilde{v}(\Theta_s) \tilde{p}(\Theta_s) \end{bmatrix} S_0 \quad (5)$$

$$q(\Theta_s) = e^{e_{123} \frac{2\pi}{\lambda} [\sin \theta_s \cos \varphi_s \sin \theta_s \sin \varphi_s \cos \theta_s] m^\top}$$

式中, m 为该阵元位置与参考点位置所连矢量; λ 为信号波长.设阵元数为 M ,信源数为 K ,信号 s_j 的参数集合为 $\Theta_j, j=1, 2, \dots, K$,则阵列接收信号 X_v 可表示为

$$X_v = \begin{bmatrix} X_E + e_{123} X_H \\ X_E - e_{123} X_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} QVP \\ Q\tilde{V}\tilde{P} \end{bmatrix} S + \begin{bmatrix} N \\ N^\dagger \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, X_E 为阵列接收信号电场矢量, X_H 为阵列接收信号磁场矢量,且有

$$\begin{aligned} Q &= [\hat{q}(\theta_1) \quad \hat{q}(\theta_2) \quad \dots \quad \hat{q}(\theta_K)] \\ S &= [s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_K]^\top \\ \hat{q}(\theta_j) &= [q_1(\theta_j) \quad q_2(\theta_j) \quad \dots \quad q_m(\theta_j)]^\top \\ V &= \text{diag}([v(\theta_1) \quad v(\theta_2) \quad \dots \quad v(\theta_K)]) \\ \tilde{V} &= \text{diag}([\tilde{v}(\theta_1) \quad \tilde{v}(\theta_2) \quad \dots \quad \tilde{v}(\theta_K)]) \\ P &= \text{diag}([p(\theta_1) \quad p(\theta_2) \quad \dots \quad p(\theta_K)]) \\ \tilde{P} &= \text{diag}([\tilde{p}(\theta_1) \quad \tilde{p}(\theta_2) \quad \dots \quad \tilde{p}(\theta_K)]) \\ N &= N_E + e_{123} N_H = \sum_{i=1}^3 N_{E_i} e_i + e_{123} N_{H_i} e_i \end{aligned} \quad (7)$$

式中, q_i 为第 i 个阵元与参考点的波程差; N_{E_i} 和 N_{H_i} 为第 i 个电场和磁场分量的噪声在基 e_i 上的分量.

3 算法原理

针对无人机信号的已有入射信号参数估计算法通常假设入射信号的功率相同,但在实际非合作无人机蜂群多无人机同时探测场景中,由于无人机距离接收天线阵列距离各不相同,且不同无人机其所发射信号功率各不相同,因此接收天线阵列所接收的无人机射频信号功率不等,尤其当存在功率较强的干扰信号时,传统算法(如G3-MUSIC算法)对强弱入射信号共存条件下的真实无人机的弱目标信号参数估计性能下降,导致无法探测远距离下的真实无人机信号.本节提出基于G3噪声子空间不变性的参数联合估计算法.噪声子空间不变性是指在天线阵列所接收的真实信源基础上构造一个虚拟信源(其中虚拟信源与真实信源相互独立),当虚拟信源的方位角、俯仰角、极化角和极化相位差与某一真实信源相同时,阵列接收信号协方差矩阵的噪声子空间不变.本节将首先研究强弱信号共存对传统算法性能的影响,然后证明基于G3的阵列协方差矩阵具有噪声子空间不变性,继而基于此噪声子空间不变性论证强干扰下不同功率入射信号参数联合估计算法原理.

3.1 强弱信号共存对传统算法性能的影响

由于MUSIC算法是经典的子空间方法且具有空间谱的理论表达式,因此本小节通过基于G3的MUSIC算法(G3-MUSIC)的期望谱研究强弱信号共存对传统基于G3子空间正交性算法的性能影响.设采样阵列接收信号的协方差矩阵 \hat{D} 及其复表示 $\psi(\hat{D})$ 为

$$\hat{D} = \hat{X}_v \hat{X}_v^\dagger / L = \mathbf{E}_{2M} \psi(\hat{D}) \mathbf{E}_{2M}^\dagger \quad (8)$$

式中, L 为采样快拍数; \hat{X}_v 为采样阵列接收信号; $\mathbf{E}_{2x} = [1 + \mathbf{e}_3 \quad \mathbf{e}_{31} - \mathbf{e}_1] \otimes \mathbf{I}_x$, x 为正整数,“ \otimes ”为Kronecker积; $\psi(\cdot)$ 表示G3矩阵的复表示矩阵.对 \hat{D} 及其复表示 $\psi(\hat{D})$ 进行右特征值分解:

$$\begin{aligned} \hat{D} &= \hat{U}_s \hat{\Sigma}_s \hat{U}_s^\dagger + \hat{U}_N \hat{\Sigma}_N \hat{U}_N^\dagger \\ \psi(\hat{D}) &= \hat{U}_{\psi S} \hat{\Sigma}_{\psi S} \hat{U}_{\psi S}^\dagger + \hat{U}_{\psi N} \hat{\Sigma}_{\psi N} \hat{U}_{\psi N}^\dagger \end{aligned} \quad (9)$$

式中, \hat{U}_s 、 $\hat{U}_{\psi S}$ 为属于信号的特征向量, \hat{U}_N 、 $\hat{U}_{\psi N}$ 为属于噪声的特征向量.由G3-MUSIC算法空间谱函数定义可得基于 \hat{D} 的G3-MUSIC零谱 $\hat{H}(\theta_\omega)$ 为

$$\begin{aligned} \hat{H}(\theta_\omega) &= \left\| \hat{U}_N^\dagger \alpha(\theta_\omega) \right\|_2^2 = \left\langle \alpha^\dagger(\theta_\omega) \hat{U}_N \hat{U}_N^\dagger \alpha(\theta_\omega) \right\rangle_0 \\ \alpha(\theta_\omega) &= \begin{bmatrix} \hat{q}(\theta_\omega) \mathbf{v}(\theta_\omega) \mathbf{p}(\theta_\omega) \\ \hat{q}(\theta_\omega) \tilde{\mathbf{v}}(\theta_\omega) \tilde{\mathbf{p}}(\theta_\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\|\cdot\|_2$ 表示求G3向量的模, $\langle \cdot \rangle_0$ 表示取多矢量的标量(0-blade)分量, $\alpha(\theta_\omega)$ 为搜索矢量, $\theta_\omega = \{\theta_\omega, \varphi_\omega, \gamma_\omega, \eta_\omega\}$ 为搜索矢量参数.式(10)经变换可得:

$$\begin{aligned} \hat{H}(\theta_\omega) &= \left\langle \alpha_p^\dagger \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \alpha_p \right\rangle_0 \\ &= \left\langle \alpha_p^\dagger \left(\left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_0 + \left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_3 \right) \alpha_p \right\rangle_0 \\ \hat{h}_A^\dagger &= \alpha_A^\dagger \hat{U}_N \\ \alpha_p^\dagger &= \left[\mathbf{p}^\dagger(\theta_\omega) \quad \tilde{\mathbf{p}}^\dagger(\theta_\omega) \right] \\ \alpha_A^\dagger &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}^\dagger(\theta_\omega) \hat{q}^\dagger(\theta_\omega) \\ \tilde{\mathbf{v}}^\dagger(\theta_\omega) \tilde{\hat{q}}^\dagger(\theta_\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\langle \cdot \rangle_3$ 表示取多矢量的 \mathbf{e}_{123} (3-blade)分量.对 \hat{h}_A^\dagger 进行变换:

$$\begin{aligned} \hat{h}_A^\dagger &= \alpha_A^\dagger \hat{U}_N = \mathbf{E}_4 \psi(\alpha_A^\dagger) \mathbf{E}_{4M}^\dagger \hat{U}_N \\ &= \mathbf{E}_4 \psi(\alpha_A^\dagger) \mathbf{E}_{4M}^\dagger \mathbf{E}_{4M} \hat{U}_{\psi N} \\ &= \mathbf{E}_4 \mathbf{E}_4^\dagger \mathbf{E}_4 \psi^\dagger(\alpha_A) \hat{U}_{\psi N} = \mathbf{E}_4 \psi^\dagger(\alpha_A) \hat{U}_{\psi N} \end{aligned} \quad (12)$$

令 $\hat{h}_\psi^\dagger = \psi^\dagger(\alpha_A) \hat{U}_{\psi N}$.由于 $\text{span}[\psi(\alpha_A)] \perp \text{span}(\mathbf{U}_{\psi N})$,并且 \hat{h}_ψ^\dagger 的元素仅包含标量和 \mathbf{e}_{123} 分量,因此利用文献[17]的结论可得 $\hat{h}_\psi^\dagger \hat{h}_\psi$ 的数学期望的一个 $o(N^{-1})$ 近似:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\hat{h}_\psi^\dagger \hat{h}_\psi) &\approx \mathbf{h}_\psi^\dagger \mathbf{h}_\psi - \psi^\dagger(\alpha_A) \mathbf{H}_Y \psi(\alpha_A) \\ \mathbf{H}_Y &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{4M} \frac{\lambda_i \lambda_j}{L(\lambda_i - \lambda_j)^2} (\mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_j^\dagger - \mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^\dagger) \end{aligned} \quad (13)$$

式中, \mathbf{Y} 为 $\psi(D)$ 的特征向量, $\mathbf{U}_{\psi N}$ 是 $\psi(D)$ 属于噪声的特征向量, $\mathbf{h}_\psi^\dagger = \psi^\dagger(\alpha_A) \mathbf{U}_{\psi N}$, $D = \mathbf{E}(\mathbf{X}_v \mathbf{X}_v^\dagger)$.注意到 $\alpha_p^\dagger \alpha_p = 2$,因此可得G3-MUSIC零谱数学期望的极小值为

$$\begin{aligned} \min_{\theta_\omega} \mathbf{E}[\hat{H}(\theta_\omega)] &\approx \min_{\theta_\omega} \left\langle \alpha_p^\dagger \mathbf{E} \left(\left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_0 + \left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_3 \right) \alpha_p \right\rangle_0 \\ &= \lambda_{\min} \left[\mathbf{E} \left(\left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_0 + \left\langle \hat{h}_A^\dagger \hat{h}_A \right\rangle_3 \right) \right] \\ &= \lambda_{\min} \left[\left\langle \mathbf{E}_4 \mathbf{E}(\hat{h}_\psi^\dagger \hat{h}_\psi) \mathbf{E}_4^\dagger \right\rangle_0 + \left\langle \mathbf{E}_4 \mathbf{E}(\hat{h}_\psi^\dagger \hat{h}_\psi) \mathbf{E}_4^\dagger \right\rangle_3 \right] \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)可得G3-MUSIC算法的期望谱 P_E :

$$P_E(\theta_\omega) = \frac{1}{\min_{\theta_\omega} \mathbf{E}[\hat{H}(\theta_\omega)]} \quad (15)$$

下面通过计算机仿真研究强干扰入射下G3-MUSIC算法的期望谱.设 $K=2$ 个独立信号入射到阵元数 $M=9$ 的矢量L阵,如图1所示.其中弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 参数: $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (40^\circ, 50^\circ, 54^\circ, 32^\circ)$,强信号俯仰角 θ_2 、方位角 φ_2 、极化角 γ_2 和极化相位差 η_2 参数: $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (50^\circ, 40^\circ, 23^\circ, 45^\circ)$,弱信号的信噪比为0 dB,采样快拍数 $L=300$.强弱信号等功率时的期望谱如图2所示,强弱功率比(Strong-to-Weak Ratio, SWR)为10时的期望谱如图3所示.从图2、图3可知当信号等功率时期望谱中有2个极

大值,因此从期望谱中可分辨两个信号;但当 SWR=10 时,期望谱中有 1 个极大值,因此仅能从期望谱中分辨强信号,弱信号无法估计.可见在强干扰下,G3-MUSIC 算法对弱信号参数的估计性能下降.

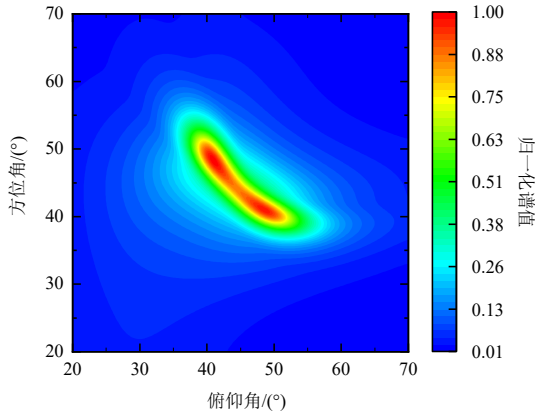


图2 SWR=1时算法的期望谱

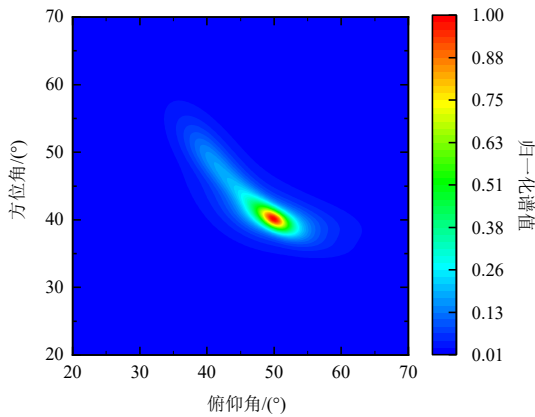


图3 SWR=10时算法的期望谱

3.2 基于G3的噪声子空间不变性与参数估计

本节主要通过利用G3协方差矩阵的正定性推导出G3噪声子空间不变性.设信源与噪声为相互独立的平稳过程.由于:

$$\begin{aligned} E(NN) &= E(N_E N_E - N_H N_H) + e_{123} E(N_E N_H + N_H N_E) \\ &= E(N_E \cdot N_E - N_H \cdot N_H) + e_{123} E(N_E \wedge N_H + N_H \wedge N_E) \\ &= 0 = E(N^\dagger N^\dagger) \end{aligned} \quad (16)$$

式中,“·”为内积;“^”为外积.因此阵列接收信号协方差矩阵D可表示为

$$\begin{aligned} D &= \widehat{A} R_S \widehat{A}^\dagger + 6\sigma^2 I_{2M} \\ \widehat{A} &= \begin{bmatrix} A \\ \tilde{A} \end{bmatrix} = \tilde{Q} \begin{bmatrix} VP \\ \tilde{V}\tilde{P} \end{bmatrix}, \tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & \\ & Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

式中, σ^2 为噪声功率.对D进行右特征值分解:

$$D = U_S \Sigma_S U_S^\dagger + U_N \Sigma_N U_N^\dagger \quad (18)$$

设导向矢量之间线性无关并引入功率为 ξ 的独立虚拟信源.当虚拟信源方位角、俯仰角、极化角和极化相位差与第j个真实信源相同时,虚拟信源导向矢量 \widehat{A}_ξ 可由 \widehat{A} 线性表示:

$$\widehat{A}_\xi = \widehat{A} L = \begin{bmatrix} A_j \\ \tilde{A}_j \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中,L为第j个元素为1其余元素为0的列向量, A_j 为第j个真实信源导向矢量.因此,引入虚拟信源后的G3协方差矩阵D'为

$$\begin{aligned} D' &= \widehat{A} R_S \widehat{A}^\dagger + \xi \widehat{A}_\xi \widehat{A}_\xi^\dagger + 6\sigma^2 I_{2M} \\ &= \widehat{A} (R_S + \xi LL^\dagger) \widehat{A}^\dagger + 6\sigma^2 I_{2M} \end{aligned} \quad (20)$$

式中,LL[†]为第j个对角元素为1其余元素为0的方阵,即对D引入虚拟信源后第j个真实信源的功率提高 ξ .由于:

$$\begin{aligned} \text{rank} \left[\widehat{A} (R_S + \xi LL^\dagger) \widehat{A}^\dagger \right] &= \text{rank} \left[\psi \left(\widehat{A} R_S \widehat{A}^\dagger + \xi \widehat{A} LL^\dagger \widehat{A}^\dagger \right) \right] / 2 \\ &= \text{rank} \left[\psi (R_S + \xi LL^\dagger) \right] / 2 \end{aligned} \quad (21)$$

则对于任意非零复矢量y:

$$\begin{aligned} y^\dagger \psi (R_S + \xi LL^\dagger) y &= y^\dagger \psi (R_S) y + \xi [y^\dagger \psi (L)] [\psi^\dagger (L) y] > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

因此:

$$\text{rank} \left[\psi (R_S + \xi LL^\dagger) \right] / 2 = \text{rank} \left[\psi (R_S) \right] / 2 = K \quad (23)$$

从而D'的G3信号子空间秩不变,即D'的G3噪声子空间的秩不变.因此D'的右特征值分解可以表示为

$$D' = U'_S \Sigma'_S U'^\dagger_S + U'_N \Sigma'_N U'^\dagger_N \quad (24)$$

且有 $U'_N = U_N$.若虚拟信源空域和极化域参数不与任何真实信源相同, \widehat{A} 与 \widehat{A}_ξ 可组成极大线性无关组,此时G3噪声子空间的秩将减少1,即 $\text{span}(U'_N) \neq \text{span}(U_N)$.

本文算法进行空域和极化域参数联合估计分为2步,首先通过2维搜索估计信源DOA,然后根据信源DOA通过K次2维搜索获得所有信源的极化参数.下面将证明本文所提出算法通过2维搜索即可估计DOA.由于:

$$\xi \widehat{A}_\xi \widehat{A}_\xi^\dagger = \xi \begin{bmatrix} A_j A_j^\dagger & A_j \tilde{A}_j^\dagger \\ \tilde{A}_j A_j^\dagger & \tilde{A}_j \tilde{A}_j^\dagger \end{bmatrix} \quad (25)$$

由几何积对标量和tri-vector的交换律可得:

$$A_j \tilde{A}_j^\dagger = \widehat{q}_j v_j p_j \tilde{p}_j^\dagger \tilde{v}_j^\dagger = \widehat{q}_j p_j \tilde{p}_j^\dagger (v_j \tilde{v}_j^\dagger) \widehat{q}_j^\dagger \quad (26)$$

式中,对于任意j:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_j \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger &= \mathbf{v}(\Theta_j) \tilde{\mathbf{v}}^\dagger(\Theta_j) = (\mathbf{v}_1 + \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_2)(\mathbf{v}_1 + \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_2) \\ &= \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2 + \mathbf{e}_{123}(\mathbf{v}_1 \wedge \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_2 \wedge \mathbf{v}_1) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

此外:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^\dagger &= \hat{\mathbf{q}}_j \mathbf{v}_j \mathbf{p}_j \mathbf{p}_j^\dagger \mathbf{v}_j^\dagger \hat{\mathbf{q}}_j^\dagger = \hat{\mathbf{q}}_j \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^\dagger \hat{\mathbf{q}}_j^\dagger (\mathbf{p}_j \mathbf{p}_j^\dagger) \\ \tilde{\mathbf{A}}_j \tilde{\mathbf{A}}_j^\dagger &= \hat{\mathbf{q}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j \tilde{\mathbf{p}}_j \tilde{\mathbf{p}}_j^\dagger \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger \hat{\mathbf{q}}_j^\dagger = \hat{\mathbf{q}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j \mathbf{v}_j^\dagger \hat{\mathbf{q}}_j^\dagger (\tilde{\mathbf{p}}_j \tilde{\mathbf{p}}_j^\dagger) \end{aligned} \quad (28)$$

式中, $\mathbf{p}_j, \tilde{\mathbf{p}}_j$ 对任意 j 是仅由标量和 tri-vector 组成的多矢量, 因此 $\hat{\mathbf{A}}_\xi$ 可表示为

$$\hat{\mathbf{A}}_\xi = \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} \mathbf{v}_j \sqrt{|\mathbf{p}_j|} \\ \tilde{\mathbf{v}}_j \sqrt{|\tilde{\mathbf{p}}_j|} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{Q}}_j = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}_j \\ \hat{\mathbf{q}}_j \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中, $|\cdot|$ 表示多矢量的模. $\hat{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \hat{\mathbf{A}}^\dagger$ 可写成:

$$\hat{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \hat{\mathbf{A}}^\dagger = \sum_{i=1}^K \rho_i \hat{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{A}}_i^\dagger \quad (30)$$

仿照式(25)~(29)可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \hat{\mathbf{A}}^\dagger &= \sum_{i=1}^K \rho_i \hat{\mathbf{Q}}_i \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^\dagger \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger \\ \tilde{\mathbf{v}}_i \tilde{\mathbf{v}}_i^\dagger \tilde{\mathbf{p}}_i \tilde{\mathbf{p}}_i^\dagger \end{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_i^\dagger \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \\ & \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix}^\dagger \end{aligned} \quad (31)$$

因此 $\hat{\mathbf{A}}_\xi$ 可表示为

$$\hat{\mathbf{A}}_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{L}} \quad (32)$$

式中, $\hat{\mathbf{L}}$ 为第 j 和 $M+j$ 个元素为 1 其余为 0 的列向量. 设 $\hat{\mathbf{A}}_\xi$ 空域参数不变但极化参数变为 \mathbf{p}'_j 的导向矢量为 $\tilde{\mathbf{A}}_\xi$, 则有

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_\xi \tilde{\mathbf{A}}_\xi^\dagger &= \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^\dagger |\mathbf{p}'_j| \\ \tilde{\mathbf{v}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger |\tilde{\mathbf{p}}'_j| \end{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_j^\dagger \\ &= \hat{\mathbf{Q}}_j \text{diag} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^\dagger |\mathbf{p}'_j| \\ \tilde{\mathbf{v}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger |\tilde{\mathbf{p}}'_j| \end{bmatrix} \frac{|\mathbf{p}'_j|}{|\mathbf{p}_j|}, \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger |\tilde{\mathbf{p}}'_j| \\ \tilde{\mathbf{v}}_j \tilde{\mathbf{v}}_j^\dagger |\tilde{\mathbf{p}}_j| \end{bmatrix} \frac{|\tilde{\mathbf{p}}'_j|}{|\tilde{\mathbf{p}}_j|} \right) \hat{\mathbf{Q}}_j^\dagger \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \mathbf{C} \hat{\mathbf{L}} \hat{\mathbf{L}}^\dagger \mathbf{C}^\dagger \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix}^\dagger \end{aligned} \quad (33)$$

式中, \mathbf{C} 为对角阵, 其中第 j 个对角元素为 $\left(\frac{|\mathbf{p}'_j|}{|\mathbf{p}_j|} \right)^{1/2}$, 第 $M+j$ 个对角元素为 $\left(\frac{|\tilde{\mathbf{p}}'_j|}{|\tilde{\mathbf{p}}_j|} \right)^{1/2}$, 其余对角元素为 1. 仿照

式(20)~(23)可得 $\hat{\mathbf{A}}_\xi$ 极化参数值的改变不影响 G3 噪声子空间不变性, 因此通过 2 维搜索本算法即可估计信源 DOA.

最后推导算法极化参数估计原理, 对阵列接收信号 \mathbf{X}_v 进行变换得到 \mathbf{X}'_v :

$$\mathbf{X}'_v = \begin{bmatrix} -r \mathbf{X}_E \mathbf{r}^{-1} + \mathbf{e}_{123} \mathbf{X}_H \\ -r \mathbf{X}_E \mathbf{r}^{-1} - \mathbf{e}_{123} \mathbf{X}_H \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中, \mathbf{r} 为向量, 且有 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r} = 1$. 式(34)的变换表示将电场矢量沿法向为 \mathbf{r} 的平面进行镜像. 此时虚拟信源导向矢量可写成:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}'_\xi &= \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} -r \mathbf{v}_E \mathbf{r}^{-1} \mathbf{p}_v + \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_H \mathbf{p}_v \\ -r \mathbf{v}_E \mathbf{r}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_v - \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_H \tilde{\mathbf{p}}_v \end{bmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_E + \mathbf{r}_v) \mathbf{p}_v + \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_H \mathbf{p}_v \\ (\mathbf{v}_E + \mathbf{r}_v) \tilde{\mathbf{p}}_v - \mathbf{e}_{123} \mathbf{v}_H \tilde{\mathbf{p}}_v \end{bmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{Q}}_j \left(\begin{bmatrix} \mathbf{v} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{v}} \tilde{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_v \mathbf{p}_v \\ \mathbf{r}_v \tilde{\mathbf{p}}_v \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

式中, $\mathbf{v}_E = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2]$, $\mathbf{v}_H = [\mathbf{v}_2 \ -\mathbf{v}_1]$, $\mathbf{r}_v = -r \mathbf{v}_E \mathbf{r}^{-1} - \mathbf{v}_E$, $\mathbf{p}_v = [\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2]^\text{T}$. 变换后阵列协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{D}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & \\ & \tilde{\mathbf{A}}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{R}_s \\ \mathbf{R}_s & \mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r \\ \tilde{\mathbf{A}}_r \end{bmatrix}^\dagger + 6\sigma^2 \mathbf{I}_{2M} \quad (36)$$

设改变极化参数后的 $\hat{\mathbf{A}}'_\xi$ 为 $\hat{\mathbf{A}}''_\xi$. 将式(36)与式(31)比较可知, 若 $\hat{\mathbf{A}}'_\xi$ 极化参数变化不影响基于 G3 的噪声子空间不变性, 则存在常数 κ 使得 $\hat{\mathbf{A}}'_\xi = \kappa \hat{\mathbf{A}}''_\xi$. 然而从式(35)中 $\hat{\mathbf{A}}'_\xi$ 的表达式可见对于一般的 \mathbf{r} , κ 不存在. 于是 $\hat{\mathbf{A}}'_\xi$ 极化参数变化后 G3 噪声子空间秩减少 1, 即基于 G3 的噪声子空间不变性与虚拟信源极化参数取值有关. 此时依据已获得的信源 DOA 估计结果, 基于式(34)中所示的 \mathbf{r} 与 \mathbf{X}'_v , 并利用基于 G3 的噪声子空间不变性通过 2 维搜索估计可进一步获取信源极化参数.

从式(6)、式(34)可见 \mathbf{X}_v 与 \mathbf{X}'_v 均存在较多重复项, 为在实际应用中减少计算量, 对 \mathbf{X}_v 与 \mathbf{X}'_v 进行行初等行变换:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{vB} &= \mathbf{B} \mathbf{X}_v \\ \mathbf{X}'_{vB} &= \mathbf{B} \mathbf{X}'_v \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\mathbf{e}_{123} & \mathbf{e}_{123} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (37)$$

此时阵列接收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{vB} &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_E \\ \mathbf{X}_H \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^3 \begin{bmatrix} \mathbf{E}_i \\ \mathbf{H}_i \end{bmatrix} \mathbf{e}_i \\ \mathbf{X}'_{vB} &= \begin{bmatrix} -r \mathbf{X}_E \mathbf{r}^{-1} \\ \mathbf{X}_H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

虚拟信源导向矢量则表示为

$$\mathbf{B} \hat{\mathbf{A}}_\xi = \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} \mathbf{v}_E \\ \mathbf{v}_H \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} \hat{\mathbf{A}}'_\xi = \hat{\mathbf{Q}}_j \begin{bmatrix} -r \mathbf{v}_E \mathbf{r}^{-1} \\ \mathbf{v}_H \end{bmatrix} \quad (39)$$

对比式(6)和式(38)可见, 进行初等变换后去除了 G3 阵列接收信号的重复项, 因此计算量得以减小. 因此本文将基于式(38)所示的阵列接收信号形式

和式(39)所示的虚拟信源导向矢量形式进行空域和极化域参数联合估计.

3.3 算法流程

算法总体思路为首先估计信源 DOA, 然后依次估计各信源的极化参数. 在获得 G3 阵列接收信号 X_{vB} 后, 计算 G3 阵列接收信号的协方差矩阵 D , 然后引入虚拟信源并进行右特征值分解, 利用 G3 噪声子空间不变性遍历扫描空域估计 K 个信源的 DOA. 在获得 G3 阵列接收信号 X_{vB} 的同时, 选取法向量 r , 对 G3 阵列接收信号电场矢量 X_E 沿法向为 r 的平面进行镜像变换. 计算镜像变换后的协方差矩阵 D_r , 然后引入虚拟信源并进行右特征值分解, 结合遍历扫描空域所得 K 个信源的 DOA, 利用 G3 噪声子空间不变性遍历扫描极化域依次估计 K 个信源的极化参数.

本文所提算法详细步骤如算法 1 所示, 算法流程图如图 4 所示.

算法 1 基于几何代数的电磁矢量传感器阵列抗强干扰参数估计

- 输入: 快拍数为 L 的阵列接收信号 X_v
 输出: 信源的 DOA 和极化参数估计 $\hat{\theta}_i, \hat{\varphi}_i, \hat{\gamma}_i, \hat{\eta}_i$
1. 依据式(37)所示构造阵列接收信号 X_{vB}
 2. 计算阵列协方差矩阵 D
 3. 对 D 进行右特征值分解并将特征值 $\hat{\lambda}$ 从大到小排序
 4. 设虚拟信源功率^[18]: $\xi = \text{tr}[\psi(D)]/M$. 对 D 引入虚拟信源 $B \hat{A}_\xi D' = D + \xi B \hat{A}_\xi \hat{A}_\xi^\dagger B^\dagger$
 5. 对 D' 进行右特征值分解并将特征值 $\bar{\lambda}$ 从大到小排序
 6. 设空间谱函数: $\Xi_{\text{DOA}}(\theta_i, \varphi_k) = 1 / \sum_{j=2K+1}^{4M} |\hat{\lambda}_j - \bar{\lambda}_j|$, 通过谱峰搜索极大值获得信源 DOA
 7. 令 $r = -\sqrt{2}/2e_1 + \sqrt{2}/2e_2$, 依据式(37)所示构造阵列接收信号 X'_{vB}
 8. 计算 X'_{vB} 的阵列协方差矩阵 D_r
 9. 对 D_r 进行右特征值分解并将特征值 $\hat{\lambda}'$ 从大到小排序
 10. 对 D_r 引入虚拟信源 $B \hat{A}'_\xi$ 并代入第(6)步所得信源 DOA: $D'_r = D'_r + \xi B \hat{A}'_\xi \hat{A}'_\xi{}^\dagger B'^\dagger$
 11. 对 D'_r 进行右特征值分解并将特征值 $\bar{\lambda}'$ 从大到小排序
 12. 设极化谱函数: $\Xi_{\text{POL}}(\gamma_i, \eta_k) = 1 / \sum_{j=2K+1}^{4M} |\hat{\lambda}'_j - \bar{\lambda}'_j|$, 通过谱峰搜索极大值获得信源极化参数

4 算法性能仿真分析

本节通过计算机仿真验证强干扰下算法对弱信号参数估计的可行性和性能, 同时对本文算法的计算量进行分析和运行时间测试, 以验证算法在计算复杂度上的优势.

4.1 算法性能分析

首先对算法的估计均方根误差计算方式、估计成功的判定准则和算法精度提高的计算方式进行定义. 设空间谱谱峰个数为 b , 若 $b=K$, 且谱峰处的极化谱存在极大值, 同时弱信号 DOA 估计值 $(\hat{\theta}_1, \hat{\varphi}_1)$ 满足:

$$\begin{aligned} \theta_1 - \Delta_\theta \leq \hat{\theta}_1 \leq \theta_1 + \Delta_\theta, \quad \Delta_\theta &= |\theta_1 - \theta_2|/2 \\ \varphi_1 - \Delta_\varphi \leq \hat{\varphi}_1 \leq \varphi_1 + \Delta_\varphi, \quad \Delta_\varphi &= |\varphi_1 - \varphi_2|/2 \end{aligned} \quad (40)$$

则判定估计成功. 在估计成功的前提下, 第 i 个信源空域和极化域参数估计均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 定义为

$$\text{RMSE}_i = \sqrt{\left[(\theta_i - \hat{\theta}_i)^2 + (\varphi_i - \hat{\varphi}_i)^2 + (\gamma_i - \hat{\gamma}_i)^2 + (\eta_i - \hat{\eta}_i)^2 \right]} / L \quad (41)$$

在估计成功的前提下, 针对第 i 个信源算法 A 相对于算法 B 的空域与极化域参数联合估计精度提高百分比定义为

$$\delta_B = \frac{\text{RMSE}_{B,i} - \text{RMSE}_{A,i}}{\text{RMSE}_{B,i}} \quad (42)$$

实验 1: 考察算法对强干扰下弱信号的估计可行性. 设 $K=2$ 个强弱独立信号入射到阵元数 $M=9$ 的矢量 L 阵, 示意图如图 1 所示. 弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 参数: $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (35^\circ, 55^\circ, 54^\circ, 32^\circ)$, 强干扰俯仰角 θ_2 、方位角 φ_2 、极化角 γ_2 和极化相位差 η_2 参数: $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (55^\circ, 35^\circ, 23^\circ, 45^\circ)$, 强弱功率比为 30; 采样快拍数 $L=1000$; Monte-Carlo 实验次数为 200. 噪声相关系数为 0.2. 弱信号 SNR = -3 dB.

基于瑞利熵解耦的 MUSIC 算法^[19] (R-MUSIC) 空间谱如图 5 所示, 本文算法空间谱和极化谱如图 6、图 7 所示.

从图 5 中可见 R-MUSIC 空间谱仅有 1 个属于强信号的谱峰, 无法成功估计弱信号, 但从图 6、图 7 中可以看出本文算法空间谱和极化谱具有属于强信号和弱信号的谱峰, 可成功估计 2 个非等功率信源的 DOA 和极

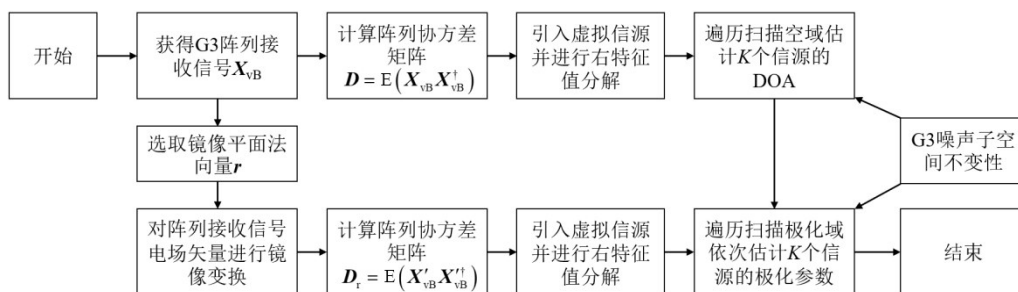


图 4 算法流程图

化参数.

实验2:考察在强干扰下,算法对弱信号的估计精度和成功概率随弱信号信噪比的变化. 设弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 参数: $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (35^\circ, 55^\circ, 54^\circ, 32^\circ)$, 强干扰俯仰角 θ_2 、方位角 φ_2 、极化角 γ_2 和极化相位差 η_2 参数: $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (55^\circ, 35^\circ, 23^\circ, 45^\circ)$, SWR为30; 采样快拍数 $L=1\ 000$; Monte-Carlo实验次数为200.

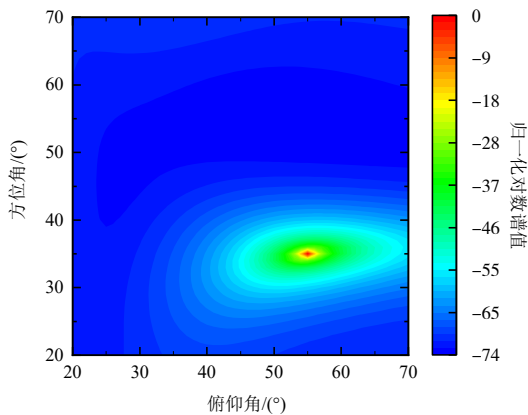


图5 基于瑞利熵解耦的MUSIC算法空间谱

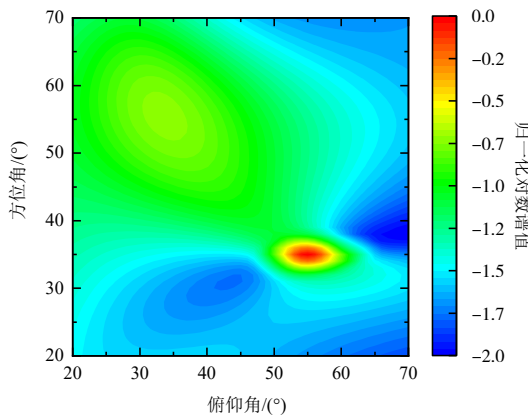


图6 本文算法空间谱

本文算法200次 Monte-Carlo 实验的 DOA 和极化参数估计结果如图8、图9所示. 从图8、图9中可见随着弱信号信噪比的提高, 算法 DOA 和极化参数估计结果离散程度降低.

R-MUSIC、基于G3的传播算子算法(G3-PM)、G3-MUSIC和本文算法的参数估计均方根误差和估计成功概率如图10、图11所示, 本文算法相对于R-MUSIC、G3-PM、G3-MUSIC的弱信号空域与极化域参数联合估计精度提高百分比统计如表1所示. 从图10中可知本文算法的参数估计均方根误差均低于R-MUSIC、

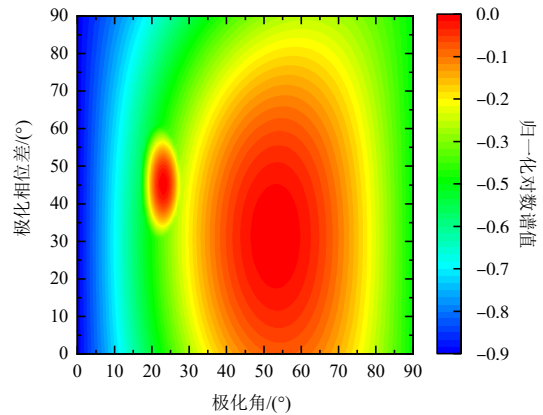


图7 本文算法极化谱

G3-PM 和 G3-MUSIC. 在强干扰入射下, 本文算法对弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 四个参数的估计 RMSE 随着 SNR 的降低而提高, 在 SNR=-6.8 dB 时取得最大值 5.28° . 从表1可见与G3-MUSIC算法对比, 空域与极化域参数联合估计精度可提高88.7%. 从图11中可知在强干扰入射下, 本文算法估计成功概率高于R-MUSIC、G3-PM 和 G3-MUSIC, 在 SNR ≥ -6.8 dB 时即可成功估计弱信号, 而R-MUSIC、G3-PM、G3-MUSIC 分别需在 SNR ≥ -2.5 dB、SNR ≥ 1.2 dB、SNR ≥ -3.5 dB 情况下成功估计弱信号, 因此本文算法对弱信号可测向的信噪比门限可低于3 dB以上. 可见本文算法适用于强干扰下弱信号的估计.

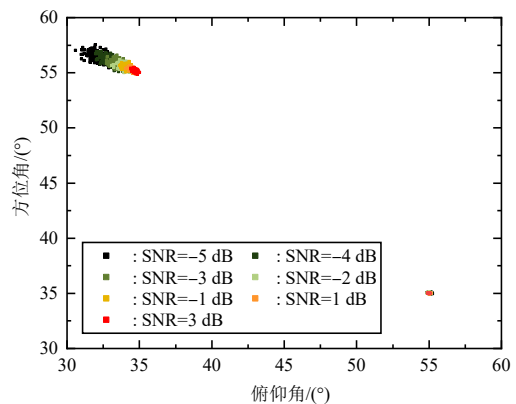


图8 本文算法 DOA 估计 Monte-Carlo 实验结果

实验3:考察在强干扰下算法对弱信号的估计精度随SWR的变化. 设弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 参数: $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (35^\circ, 55^\circ, 54^\circ, 32^\circ)$, 强干扰俯仰角 θ_2 、方位角 φ_2 、极化角 γ_2 和极化相位差 η_2 参数: $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (55^\circ, 35^\circ, 23^\circ, 45^\circ)$, 采样快拍数 $L=1\ 000$; Monte-Carlo实验次数为200.

G3-MUSIC 和本文算法弱信号参数估计均方根误

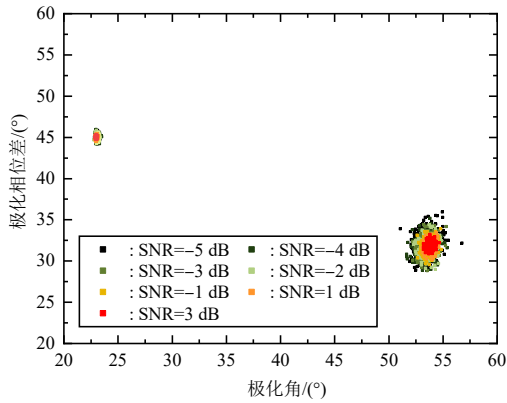


图9 本文算法极化参数估计 Monte-Carlo 实验结果

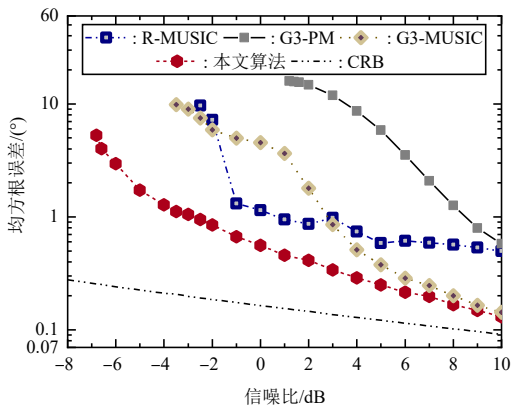


图10 不同SNR 参数估计均方根误差对比

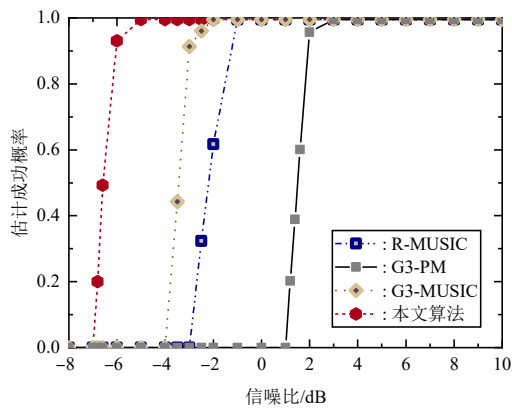


图11 不同SNR 估计成功概率对比

差和估计成功概率在弱信号信噪比-3.5、-3和-2 dB 三种情况下随SWR的变化如图12、图13所示。

从图12、图13中可知随着强干扰功率的提高,G3-MUSIC对弱信号RMSE提高,估计成功概率逐渐下降,但本文算法对弱信号RMSE和估计成功概率变化较小.可见本文算法对弱信号估计精度在不同强干扰功率下具有较好的鲁棒性。

实验4:考察在强干扰下,算法对弱信号估计精度

表1 本文算法与对比算法的精度提高统计

信噪比/dB	$\delta_{R-MUSIC}/\%$	$\delta_{G3-MUSIC}/\%$	$\delta_{G3-PM}/\%$
-3.5	—	88.7	—
-3	—	88.3	—
-2	88.2	85.7	—
-1	49.2	86.7	—
0	51.3	87.7	—
1	51.8	87.4	—
2	52.4	77.1	97.2
3	65.2	60.1	97.1
4	61.0	43.6	96.7
5	57.2	33.6	95.7
6	65.0	25.1	93.9
7	66.4	20.0	90.5
8	70.5	16.4	86.8
9	72.3	9.9	81.3
10	73.8	9.9	77.5

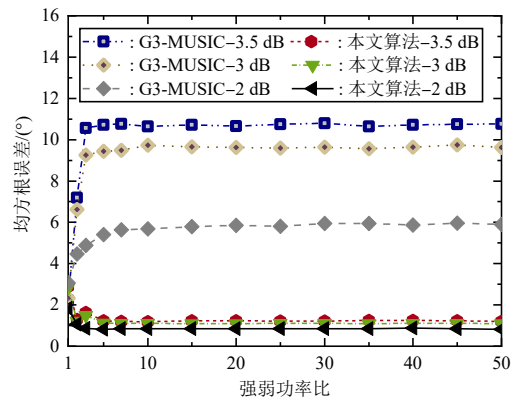


图12 不同SWR 参数估计均方根误差对比

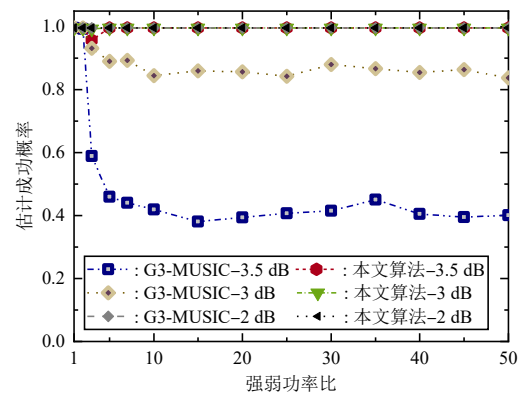


图13 不同SWR 估计成功概率对比

和估计成功概率随噪声相关度的变化. 设弱信号俯仰角 θ_1 、方位角 φ_1 、极化角 γ_1 和极化相位差 η_1 参数: $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (35^\circ, 55^\circ, 54^\circ, 32^\circ)$, 强干扰俯仰角 θ_2 、方位

角 φ_2 、极化角 γ_2 和极化相位差 η_2 参数: $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (55^\circ, 35^\circ, 23^\circ, 45^\circ)$, SWR 为 30. 采样快拍数 $L=1\ 000$; Monte-Carlo 实验次数为 200. 弱信号 SNR=3 dB.

R-MUSIC、G3-PM、G3-MUSIC 和本文算法的弱信号参数估计均方根误差和估计成功概率如图 14、图 15 所示. 从图 14、图 15 中可知随着噪声相关系数的提高, 四种算法的估计均方根误差逐渐提高, 但本文算法估计均方根误差均低于 R-MUSIC、G3-PM 和 G3-MUSIC, 且估计成功概率高于三种对比算法.

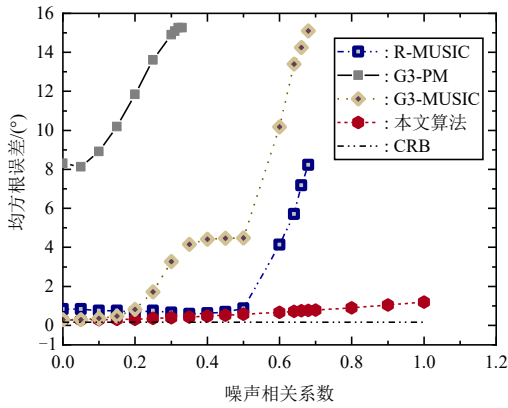


图 14 不同噪声相关系数参数估计均方根误差对比

4.2 算法计算复杂度分析

设快拍数为 L , 每维搜索点数为 n . 在协方差矩阵构造阶段, 由于 \mathbf{X}_{vB} 和 \mathbf{X}'_{vB} 是仅含向量和 bi-vector 的 G3 矩

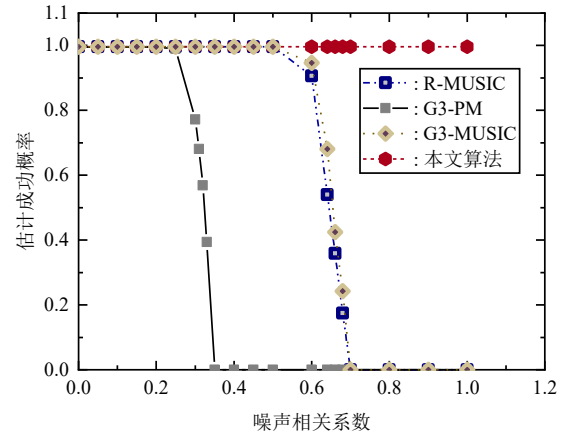


图 15 不同噪声相关系数估计成功概率对比

阵, 因此所需实数存储空间为 $12ML$. 采样协方差矩阵计算 $\mathbf{X}_{vB}\mathbf{X}'_{vB}$ 和 $\mathbf{X}'_{vB}\mathbf{X}_{vB}$ 各自需进行 $144M^2L + 32M^2$ 次实数乘法. 在联合谱估计阶段, 本文算法在空域谱和极化谱的每个参数点需进行特征值分解, 一共需进行 $(K+1)n^2 + 2$ 次特征值分解, 因此本文算法的时间复杂度为 $O(64Kn^2M^3)$. 设 $M=9, L=1\ 000, n=20$. 通过进行 100 次联合谱估计统计得出算法单次联合谱估计计算机平均用时如表 2 所示. 从表 2 可见, 本文算法单次联合谱估计平均用时与文献[16]和文献[18]相比分别减少 97.24% 和 97.11%. 在基于不变噪声子空间性质的算法中, 由于本文算法通过 $K+1$ 次 2 维谱峰搜索即可估计信源空域和极化域参数, 无需如进行 4 维谱峰搜索, 因此计算量较小.

表 2 算法计算量和平均运行时间比较

算法	采样协方差矩阵构造所需实数乘法次数	协方差矩阵构造所需实数存储空间	计算空间谱的时间复杂度	单次联合谱估计平均用时/s
文献[16]	$144M^2L+36M^2$	$12ML$	$O(216n^4M^3)$	18.85
文献[18]	$144M^2L+36M^2$	$12ML$	$O(216n^4M^3)$	18.02
本文算法	$288M^2L+64M^2$	$12ML$	$O(64Kn^2M^3)$	0.52

5 结论

本文提出了一种基于几何代数的电磁矢量传感器抗强干扰信源空域与极化域参数联合估计算法. 利用强弱信号共存时 G3-MUSIC 算法的期望谱证明了强干扰下传统基于 G3 子空间正交性的算法对弱信号参数的估计性能下降. 本文算法利用入射信号功率提升时 G3 噪声子空间特征值保持不变的特性提高了强干扰下弱信号的估计性能. 同时算法可通过 2 维谱峰搜索进行空域和极化域参数联合估计, 无需传统 4 维搜索, 计算量可减小 97.11% 以上. 仿真结果表明在强干扰下, 对不同的信噪比、强弱功率比和噪声相关性, 算法对弱信号均具有较

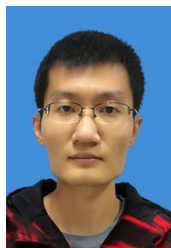
高的估计精度和估计成功概率. 与传统算法相比, 在强干扰下弱信号最低可测向的信噪比门限本文算法可降低 3 dB 以上, 可用于复杂电磁环境非合作无人机蜂群中的多无人机同时探测, 同时在被动雷达导引头抗高功率电磁干扰目标探测、无人机平台移动无线通信抗干扰等场景中具有潜在应用价值.

参考文献

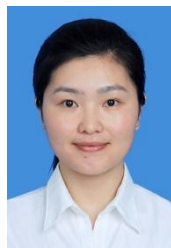
[1] ZHU J Z, FAN K G, HE Q, et al. Two-dimensional real-time direction-finding system for UAV RF signals based on uniform circular array and MUSIC-WAA[J]. Drones,

- 2025, 9(4): 278.
- [2] LU J, YANG J, LIU X H, et al. Robust direction of arrival estimation approach for unmanned aerial vehicles at low signal-to-noise ratios[J]. IET Signal Processing, 2019, 13(4): 456-463.
- [3] CHEN Y W, JIE Q J, ZHANG Y Q, et al. Two rapid power iterative DOA estimators for UAV emitter using massive/ultra-massive receive array[J]. Drones, 2023, 7(6): 361.
- [4] WU L, ZHANG Z D, YANG X, et al. Centroid optimization of DNN classification in DOA estimation for UAV[J]. Sensors, 2023, 23(5): 2513.
- [5] WEN F Q, REN D, ZHANG X X, et al. Fast localizing for anonymous UAVs oriented toward polarized massive MIMO systems[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 10(22): 20094-20106.
- [6] WEN F Q, ZHANG Z, SUN H, et al. 2D-DOA estimation auxiliary localization of anonymous UAV using EMVS-MIMO radar[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(9): 16255-16266.
- [7] QIU S, SHENG W X, MA X F, et al. A maximum likelihood method for joint DOA and polarization estimation based on manifold separation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(4): 2481-2500.
- [8] WEN F Q, GUI G, GACANIN H, et al. Compressive sampling framework for 2D-DOA and polarization estimation in mmWave polarized massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(5): 3071-3083.
- [9] 陈涛, 李敏行, 郭立民, 等. 基于原子范数最小化的极化敏感阵列 DOA 估计[J]. 电子学报, 2023, 51(4): 835-842.
CHEN T, LI M X, GUO L M, et al. DOA estimation of polarization sensitive array based on atomic norm minimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(4): 835-842. (in Chinese)
- [10] WAN L T, LIU K H, LIANG Y C, et al. DOA and polarization estimation for non-circular signals in 3-D millimeter wave polarized massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(5): 3152-3167.
- [11] JIANG J F, ZHANG J Q. Geometric algebra of euclidean 3-space for electromagnetic vector-sensor array processing, part I: Modeling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(12): 3961-3973.
- [12] WANG X Y, LV X L, WANG R. Joint DOA, range and polarization estimation based on geometric algebra for near-field non-circular source with a symmetric MIMO array[J]. Digital Signal Processing, 2023, 136: 103963.
- [13] WU M J, ZHANG X F, HUANG J J, et al. DOA estimation of cylindrical conformal array based on geometric algebra[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2016, 2016(1): 7832475.
- [14] FANG Q Y, JIN M Z, LIU W D, et al. DOA estimation for sources with large power differences[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2021, 2021(1): 8862789.
- [15] 程正东, 罗景青, 樊祥, 等. 信号源功率不一致对 MUSIC 算法分辨性能的影响[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(5): 1088-1091.
CHENG Z D, LUO J Q, FAN X, et al. Effect of power difference of two signal sources on resolving performance of MUSIC algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(5): 1088-1091. (in Chinese)
- [16] HAN Y, FANG Q Y, YAN F G, et al. Joint DOA and polarization estimation for unequal power sources based on reconstructed noise subspace[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(3): 501-513.
- [17] KAVEH M, BARABELL A. The statistical performance of the MUSIC and the minimum-norm algorithms in resolving plane waves in noise[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, 34(2): 331-341.
- [18] FANG Q Y, HAN Y, JIN M, et al. Joint DOA and polarization estimation for unequal power sources[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015, 2015(1): 471374.
- [19] 肖洪坤. 电磁矢量传感器阵列的几何代数模型及其参数估计[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
XIAO H K. Geometric Algebraic Model and Parameter Estimation of Electromagnetic Vector Sensor Array[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2015. (in Chinese)

作者简介



王 通 男, 1996 年出生于河北省沧州市。现为石家庄铁道大学在读博士生。主要研究方向为矢量传感器阵列信号处理。
E-mail: 2202206018@student.stdu.edu.cn



方庆园 女, 1987 年出生于山东省威海市。现为石家庄铁道大学副教授、硕士生导师。主要研究方向为信号与信息处理、天线设计等。
E-mail: fangqingyuan@stdu.edu.cn