

基于能量选择可调 Q 因子小波变换和改进 SVD 的动态心电图混合噪声抑制方法研究

杨欣卢^{1,2}, 王文波^{1,2*}, 邢远秀¹, 邓 钊¹

(1. 武汉科技大学数学与系统科学学院, 湖北武汉 430081; 2. 冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室, 湖北武汉 430081)

摘要: 动态心电图 (ElectroCardioGram, ECG) 在临床监测与可穿戴健康评估中具有重要应用价值, 但其信号幅值低、非平稳性强, 在实际采集过程中易同时受到基线漂移 (Baseline Wander, BW)、肌电伪迹 (Muscle Artifact, MA)、电极运动 (Electrode Motion, EM) 及环境噪声 (如高斯白噪声 (White Gaussian Noise, WGN)) 等多源干扰的叠加污染, 导致关键波形特征 (P 波、QRS 波群与 T 波) 失真, 严重制约可穿戴设备自动分析与临床判读的可靠性. 此外, 现有 ECG 去噪方法多针对单一噪声类型或理想工况设计, 在多源混合噪声及低信噪比条件下, 仍面临噪声抑制不足与形态保真难以兼顾的问题. 针对上述挑战, 本文提出一种联合能量选择可调 Q 因子小波变换和改进奇异值分解的二次降噪方法 (Energy-Selected Tunable Q-factor Wavelet Transform with Improved Singular Value Decomposition, ES-TQWT-ISVD). 该方法首先利用 TQWT 的多分辨率分析能力, 将含噪 ECG 信号分解为多个具有不同振荡特性的子带分量. 在此基础上, 依据混合噪声在时频域中的能量分布差异, 构建子带能量占比与累计能量判据, 自适应筛选信号主导子带, 实现对噪声成分的初步抑制. 随后, 将筛选后的子带信号构造 Hankel 矩阵, 并引入一种基于奇异值子集标准差突变检测的自适应阶策略, 以确定最优重构阶数, 从而在无需经验阈值的条件下进一步削弱残余噪声并保持波形细节. 基于 MIT-BIH 心律失常数据库与 MIT-BIH 噪声应力测试数据库构建的四种单一噪声 (WGN、BW、MA、EM) 及四种混合噪声 (BW+MA、BW+EM、EM+MA、BW+MA+EM) 实验, 对所提方法在不同噪声强度和噪声组合条件下的去噪性能进行了系统评估. 实验结果表明, 在 -5 dB 的强噪声环境下, 所提方法仍可实现 12.46 dB 的信噪比提升, 同时保持较低的均方根误差 (0.057) 和较高的余弦相似度 (91.07%), 在噪声抑制效果与心电图波形保持性方面均优于传统 TQWT、自适应噪声完全集合经验模态分解 (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise, CEEMDAN) 方法, 并在多源混合噪声场景下表现出良好的综合性能. 研究表明, 该方法无需训练样本, 计算复杂度适中, 在特征波定位任务中表现出较高的检测一致性, 适用于复杂动态环境下 ECG 信号的高质量去噪与临床前端处理.

关键词: 可调 Q 因子小波变换; 心电图信号降噪; 奇异值分解; 混合噪声抑制; 特征波定位

基金项目: 国家自然科学基金 (No.12501435)

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2025)12-4640-16

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20250893

Hybrid Noise Reduction in Dynamic Electrocardiograms via Tunable Q-Factor Wavelet Transform with Energy Selection of Subband and Improved Singular Value Decomposition

YANG Xin-lu^{1,2}, WANG Wen-bo^{1,2*}, XING Yuan-xiu¹, DENG Zhao¹

(1. College of Mathematics and System Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China;

2. Hubei Province Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process, Wuhan, Hubei 430081, China)

Abstract: Dynamic electrocardiograms (ECGs) play an important role in clinical monitoring and wearable health assessment. However, due to their low amplitude and strong nonstationarity, ECG signals are highly susceptible to contamination by multiple sources of interference during acquisition, including baseline wander (BW), muscle artifacts (MA), electrode motion (EM), and environmental noise such as white Gaussian noise (WGN). The superposition of these disturbances leads to distortion of critical waveform components (P wave, QRS complex, and T wave), severely limiting the reliability of

automatic analysis and clinical interpretation in wearable devices. Moreover, most existing ECG denoising methods are designed for single noise types or ideal operating conditions, and they often fail to simultaneously achieve effective noise suppression and waveform fidelity under multi-source mixed-noise and low signal-to-noise ratio (SNR) conditions. To address these challenges, a two-stage denoising method that combines an energy-selected tunable Q-factor wavelet transform with improved singular value decomposition (ES-TQWT-ISVD) is proposed. First, the multiresolution analysis capability of TQWT is employed to decompose noisy ECG signals into multiple subband components with different oscillatory characteristics. Based on the energy distribution differences of mixed noise in the time-frequency domain, criteria based on subband energy ratios and cumulative energy are constructed to adaptively select signal-dominant subbands, thereby achieving preliminary noise suppression. Subsequently, the selected subband signals are used to construct a Hankel matrix, and an adaptive order-determination strategy based on abrupt changes in the standard deviation of singular value subsets is introduced to identify the optimal reconstruction order. In this way, residual noise is further attenuated without relying on empirical thresholds, while preserving fine waveform details. Experiments were conducted on four types of single noise (WGN, BW, MA, and EM) and four types of mixed noise (BW+MA, BW+EM, EM+MA, and BW+MA+EM), constructed using the MIT-BIH Arrhythmia Database and the MIT-BIH Noise Stress Test Database, to systematically evaluate the denoising performance of the proposed method under different noise intensities and combinations. The experimental results demonstrate that, even under severe noise conditions at -5 dB, the proposed method achieves an SNR improvement of 12.46 dB, while maintaining a low root mean square error (0.057) and a high cosine similarity (91.07%). Compared with conventional TQWT and complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise (CEEMDAN) based methods, the proposed approach exhibits superior noise suppression capability and waveform preservation performance, and shows robust overall performance in multi-source mixed-noise scenarios. The results further indicate that the proposed method does not require training samples, has moderate computational complexity, and exhibits high detection consistency in feature wave localization tasks, making it suitable for high-quality ECG denoising and clinical front-end processing in complex dynamic environments.

Key words: tunable Q-factor wavelet transform; electrocardiograms signal denoising; singular value decomposition; mixed noise suppression; feature wave localization

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.12501435)

1 引言

心电图 (ElectroCardioGram, ECG) 是诊断心血管疾病的重要工具,但其幅值较低,在采集过程中极易受到多源噪声干扰,尤其是在可穿戴动态监测场景下更为显著. 常见噪声主要包括:(1)环境噪声,例如高斯白噪声 (White Gaussian Noise, WGN),通常来源于环境电磁干扰或信号传输通道不稳定;(2)基线漂移 (Baseline Wander, BW),通常由移动、呼吸或电极接触不稳定引起,其特征表现为低频成分,频率范围为 $0.05\sim 0.7$ Hz^[1];(3)肌肉伪影 (Muscle Artifact, MA),源于眼球运动、肌肉收缩、心跳等生理过程,其频谱与 QRS 波频谱部分重叠^[2];(4)电极运动 (Electrode Motion, EM),表现为突发性的大幅波形畸变,多由电极位移或接触不良导致. 这些噪声会严重掩盖 P 波、QRS 波群与 T 波等关键波形特征,从而削弱临床判读的准确性. 为此,开发一种能够有效抑制复杂噪声的同时保持波形细节和临床可读性的去噪算法具有重要意义.

现有 ECG 信号去噪研究可分为两类:传统信号处理方法与数据驱动方法. 传统信号处理方法主要基于线性滤波与时频分解思想,通过在时域或变换域中构

建滤波器以抑制噪声并提取有效信号. 线性滤波方法 (如有限脉冲响应滤波器^[3]、无限脉冲响应滤波器^[4])通常针对特定频段的噪声设计滤波器参数,能够在带宽明确、噪声特征单一的条件下取得较好效果. 然而,ECG 信号的频谱通常与噪声存在交叠,当噪声频带与 QRS 主频区域重合时,线性滤波会不可避免地削弱信号幅值,导致波形失真. 为提高线性滤波在时变环境下的适应性,研究者提出了自适应滤波方法,如 Wiener 滤波、Kalman 滤波和最小均方滤波^[5,6]. 该类方法通过实时调整滤波参数,可随信号变化动态更新权值,对非平稳噪声和动态干扰具有一定抑制能力. 然而,其实现依赖参考噪声样本或统计特性估计,而这在临床及可穿戴监测场景中往往难以获得. 随后,时频分析方法逐渐成为研究重点. 典型代表包括短时傅里叶变换 (Short-Time Fourier Transform, STFT)^[7]、小波变换 (Wavelet Transform, WT)^[8] 以及经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD)^[9]. 其中,STFT 通过固定窗函数实现局部频谱分析,能够反映信号的时变频率特性,但难以兼顾低频和低频信号. WT 通过多尺度分解实现信号的高低频成分分离,较好地平衡了时域与频域分辨率,能够针对不同频段独立处理噪声,但其性能高度依赖

于基函数与阈值的选择,且固定分解尺度难以自适应不同信号形态.为进一步提升自适应性,EMD基于信号自身特征完成分量分解,能有效提取非平稳信号的低频(如P波、T波)与高频(如QRS波群)成分.但对噪声敏感,易出现模态混叠问题,在剔除噪声模态函数时可能造成特征波削弱与形态畸变^[10].总体而言,传统方法在特定噪声条件下具有算法简单、参数可解释、计算复杂度低等优点,但由于依赖静态模型或经验阈值,难以同时兼顾多源噪声抑制与波形保真.特别是在频谱交叠或噪声非平稳的复杂环境下(如高斯白噪声与肌电伪迹混合场景),去噪性能与鲁棒性均受到显著限制.

随着计算能力的提升和数据规模的扩大,数据驱动方法逐渐成为研究热点.与传统方法依赖信号先验知识不同,数据驱动模型(如Transformer^[11,12]、生成对抗网络(Generative Adversarial Network, GAN)^[13]、长短期记忆网络(Long Short-Term Memory, LSTM)^[13]、得分基扩散模型(Deep Score-Based Diffusion Model, DeScoD)^[14]、去噪自编码器(Denoising AutoEncoder, DAE),卷积神经网络(Convolutional Neural Network, CNN)^[15]等)通过学习噪声与信号的非线性映射关系,实现端到端的自适应去噪.早期研究多采用浅层自编码器(AutoEncoder, AE)及DAE进行信号重构,能够在低信噪比场景下有效恢复信号.但浅层结构的特征提取能力有限,难以捕捉ECG信号中复杂的时频关联特征.随后,CNN、LSTM与循环神经网络(Recurrent Neural Network, RNN)被引入,用以建模局部与时序特征,在噪声抑制与波形保持方面取得明显进展,但其固定的卷积核尺度对跨尺度时变噪声的适应性不足.此后,GAN通过引入对抗学习机制进一步提升了波形重建的真实性,但其训练过程不稳定,对参数敏感,且存在模式坍塌问题.而基于注意力机制的Transformer模型则能够在全局范围内自适应捕获多尺度依赖关系,在多源混合噪声环境中表现突出,但其计算复杂度高、对标注数据依赖强、可解释性有限.尽管深度学习方法显著提升了去噪性能,但许多前沿模型需要大量计算资源,这限制了其在资源受限场景(如移动医疗应用)中的实用性^[16].

可调 Q 因子小波变换(Tunable Q -factor Wavelet Transform, TQWT)基于非正交滤波器组实现多分辨率分析,无需预先设定固定小波基函数,适用于不同振荡特性的非平稳信号^[17,18].在ECG去噪中,TQWT通过设定品质因子 Q ,生成一组具有不同中心频率和带宽的滤波器,实现信号的多分辨率分解.较低尺度的子带反映信号的平滑或低频特征,而较高尺度的子带包含更多高频细节与噪声成分.该分解过程能够将低频BW与高频MA噪声有效分离至不同子带,为后续噪声抑制和

分离提供条件.然而,在混合噪声条件下,部分噪声能量仍可能泄露至信号子带,因此,如何有效地对子带进行自适应选择与筛分成为决定TQWT去噪性能的关键因素.传统方法通常采用统一阈值处理所有子带,但这一单一策略难以兼顾噪声抑制与波形保真,为此,有必要结合能量分布特征进行自适应筛选^[19].通过基于能量分布特征对子带进行选择保留与抑制,可在抑制噪声的同时保持ECG关键波形的完整性.尽管如此,单阶段的TQWT子带筛选在强噪声、频谱交叠及复杂噪声条件下仍可能留下多频特征噪声,从而影响最终信号质量.为进一步提升降噪性能,有必要引入二次降噪环节以进一步削弱残余噪声.奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)作为一种成熟的子空间分离方法,能够基于信号与噪声在奇异值谱上的能量差异实现精细化分离,但其性能高度依赖于分解阶数的设定,传统基于经验阈值或固定比例的定阶方法难以适应不同噪声强度与类型的变化.

基于此,本文提出一种新型基于能量选择可调 Q 因子小波变换与改进奇异值分解的ECG混合噪声二次降噪方法(Energy-Selected TQWT and Improved SVD, ES-TQWT-ISVD).本文的主要贡献如下.

(1)提出能量驱动的子带筛选策略.利用TQWT对含噪ECG信号进行多尺度子带分解,并结合子带能量占比与累计能量阈值,自适应地区分信号子带与噪声子带,从而实现更精确地初步降噪.

(2)设计基于标准差突变的奇异值自适应定阶机制.将初步降噪后的信号构造为Hankel矩阵,并通过奇异值子集标准差的突变点自动确定最优分解阶数,有效克服传统SVD依赖经验阈值的局限.

(3)构建两阶段降噪框架以兼顾噪声抑制与波形保真.在TQWT子带筛选与ISVD自适应定阶的基础上,建立二次降噪框架,在抑制残余噪声的同时保持ECG关键波形特征.同时,设计了多类单一与混合噪声场景下、不同噪声水平的系统实验用于验证.

2 ES-TQWT方法介绍

2.1 TQWT分解理论

TQWT是一种基于小波基振荡特性改进的时频分析方法,其核心思想是在多分辨率框架下引入可调参数以匹配信号的频率特性.TQWT主要包含3个可调参数:品质因子 Q 、冗余系数 r 和分解层数 J .其中,品质因子 Q 由信号中心频率 f 与带宽 B 的比值定义:

$$Q = f/B \quad (1)$$

当 Q 较大时,对应的小波基函数具有更强的振荡特性,有利于解析窄带振荡信号.冗余系数 r 由小波系数总数与信号长度的比值确定,可用于描述相邻带通

滤波器之间的频谱重叠程度,通常取 $r=2$. 分解层数 J 表示滤波器组的分级数量,TQWT的分解与重构均由 J 层滤波器及 $J+1$ 个子带组成. 通过联合调节 Q 、 r 与 J ,可获得最适合目标信号频谱特性的小波基. 其参数关系为

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \frac{2}{(Q+1)r} \\ \beta = \frac{2}{Q+1} \end{cases} \quad (2)$$

TQWT基于可逆过采样滤波器组实现信号的分解与重构,其结构如图1所示,其中LPS(Low-Pass Scaling)和HPS(High-Pass Scaling)分别对应低通与高通的缩放操作,参数 α 与 β 分别为低通缩放因子与高通缩放因子.

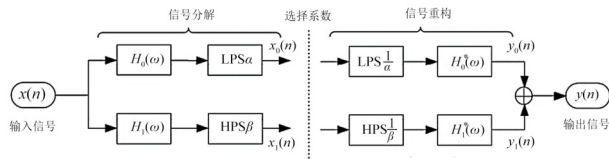


图1 TQWT分析与综合滤波器组框图

在分解过程中,TQWT采用两通道滤波器组迭代处理信号的低通分量,将输入信号逐层分解为 $J+1$ 个窄带子信号(图2). 为保证完美重构,TQWT的低通和高通滤波器频率响应 $H_0(\omega)$ 、 $H_1(\omega)$ 须满足:

$$H_0^2(\omega) + H_1^2(\omega) = 1 \quad (3)$$

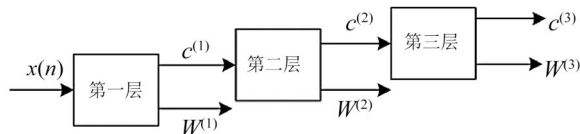


图2 三层TQWT分解过程($J=3$)

两通道滤波器的频率响应分别定义为

$$H_0(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq (1-\beta)\pi \\ \theta\left(\frac{\omega + (\beta-1)\pi}{\alpha + \beta - 1}\right), & (1-\beta)\pi \leq |\omega| \leq \alpha\pi \\ 0, & \alpha\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (4)$$

$$H_1(\omega) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq (1-\beta)\pi \\ \theta\left(\frac{\alpha\pi - \omega}{\alpha + \beta - 1}\right), & (1-\beta)\pi \leq |\omega| \leq \alpha\pi \\ 1, & \alpha\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (5)$$

其中,缩放参数 α 与 β 的取值满足 $0 < \beta \leq 1, 0 < \alpha < 1, \alpha + \beta > 1$,函数 $\theta(\omega)$ 定义为

$$\theta(\omega) = 1/2(1 + \cos\omega)\sqrt{2 - \cos\omega}, \quad |\omega| \leq \pi \quad (6)$$

考虑到滤波器带宽限制,TQWT的最大分解层数 J_{\max} 可按下式计算:

$$J_{\max} = \left\lfloor \frac{\lg(\beta N/8)}{\lg(1/\alpha)} \right\rfloor \quad (7)$$

其中, N 为信号长度; $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整运算.

2.2 TQWT 频带能量比

在本研究中,TQWT被用于含噪ECG信号的多子带分解,为后续基于能量特征的噪声抑制奠定基础. 含噪信号可表示为

$$y(k) = x(k) + n(k) \quad (8)$$

其中, $x(k)$ 为原始ECG信号; $n(k)$ 为叠加的复杂噪声. 给定 Q 与 r 后,可由式(7)计算分解层数 J ,并将 $y(k)$ 分解为 $J+1$ 个子带信号. 不同子带对应不同的频率范围,其能量分布亦具有差异性.

在TQWT分解域中,有用信号的能量通常呈现集中分布特性,即主要聚集在少数几个子带的少量系数上;而噪声的能量则呈分散分布,通常近似均匀地分布于各频带系数中^[19]. 图3展示了含噪ECG信号的TQWT分解结果. 从图3(a)可以看到,在WGN干扰下,信号能量主要集中于低频子带(子带5~9),而高频子带能量占比较低. 相比之下,图3(b)在BW条件下,信号成分在中低频子带(子带1~7)能量占主导,体现出TQWT对主频能量的有效保留特性. 因此,根据信号与噪声的小波系数分布差异,有用信号的系数幅值通常显著大于噪声系数. 当含噪ECG信号经过TQWT分解后,混合噪声成分的能量往往集中于幅值较小、分布较均匀的高频或低频子带,而有用信号则主要集中于幅值较大的低频或中频子带. 基于上述能量分布差异,子带筛选旨在通过识别并保留高能量信号子带、抑制低能量噪声子带,实现对有用成分的自适应增强与噪声成分的有效抑制. 具体而言,通过设置子带能量阈值,当子带能量低于该阈值时,将其系数置零以抑制噪声;当能量高于阈值时,则予以保留以保持波形细节. 该过程能够有效增强降噪的针对性与鲁棒性,同时保证信号关键波形特征的完整性. 随后,对保留系数进行逆TQWT变换即可获得初步降噪信号.

为避免人工经验设定带来的主观性,本文从信号与噪声能量占比的角度出发,采用频带能量百分比对阈值进行自适应优化. 设TQWT分解后的第 j 个子带系数为 $w^j(k)$ (其中 $j=1,2,\dots,J+1;k=1,2,\dots,N$). 则其能量定义为

$$E^j = \sum_{k=1}^N |w^j(k)|^2 \quad (9)$$

信号的总能量可表示为

$$E = \sum_{j=1}^{J+1} E^j \quad (10)$$

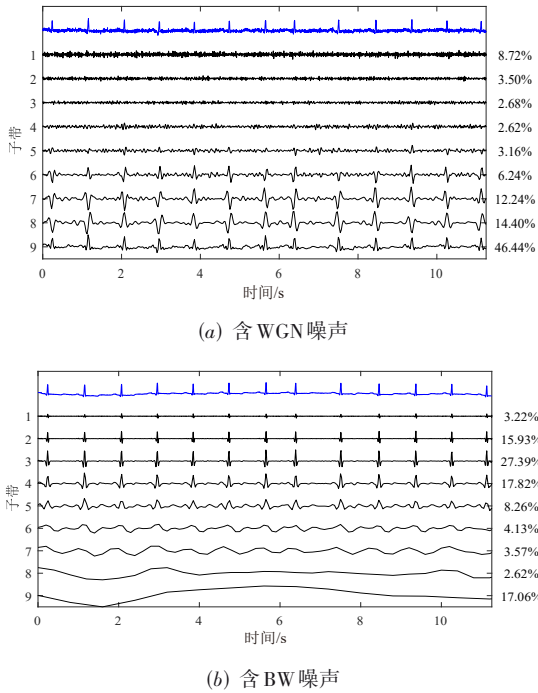


图3 含噪 ECG 信号 TQWT 分解结果

据此,第 j 个子带的能量百分比可定义为

$$P^j = \frac{E^j}{E} \quad (11)$$

将 P^j 按降序排列得到 $[\tilde{P}^1, \tilde{P}^2, \dots, \tilde{P}^j, \tilde{P}^{j+1}, \dots, \tilde{P}^K]$. 进一步计算累计能量比:

$$CP^j = \sum_{m=1}^j \tilde{P}^m \quad (12)$$

当 CP^j 首次超过设定的累计能量比阈值 λ 时,认为前 j 个子带为有效信号子带,其余子带则视为噪声主导.

2.3 自适应累计能量比阈值

在基于 TQWT 的能量占比频带选择过程中,如何实现信号与噪声的有效分离,累计能量比阈值 λ 的设定至关重要. 若阈值取值过小,可能遗漏包含有效信息的频带;而取值过大,则会导致重构信号中保留大量噪声. 为提升参数设定的适应性与鲁棒性,本文引入一种基于噪声方差与信号能量比例的自适应阈值确定方法.

依据 Donoho 提出的噪声方差估计算法,含噪信号经小波分解后,其噪声标准差可表示为

$$\sigma_n = \frac{\text{median}(|w^1(k)|)}{0.6745}, \quad 1 \leq k \leq N \quad (13)$$

式中, $w^1(k)$ 表示第一层高频小波系数. 由式(9)可得,含噪信号的能量均值为

$$\varepsilon_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^2(k) \quad (14)$$

噪声能量方差 σ_n^2 与信号能量均值 ε_y^2 之比可近似反映噪声在含噪信号中所占的能量比例,据此可自适应地确定累积能量比阈值 λ :

$$\lambda = 1 - \frac{\sigma_n^2}{\varepsilon_y^2} \quad (15)$$

当前 j_0 个子带的累积能量比满足以下条件时:

$$CP^{j_0} = \sum_{m=1}^{j_0} \tilde{P}^m \geq \lambda \quad (16)$$

即可认为所选子带已覆盖全部信号成分,余下的子带 $[\tilde{P}^{j_0+1}, \tilde{P}^{j_0+2}, \dots, \tilde{P}^{j_0+1}]$ 则判定为噪声子带.

3 基于奇异值分解的二次降噪

在完成信号子带 $[\tilde{P}^1, \tilde{P}^2, \dots, \tilde{P}^{k_0}]$ 与噪声子带 $[\tilde{P}^{k_0+1}, \tilde{P}^{k_0+2}, \dots, \tilde{P}^K]$ 的分离后,可直接利用信号子带 $[\tilde{P}^1, \tilde{P}^2, \dots, \tilde{P}^{k_0}]$ 进行 TQWT 逆变换,得到初步去噪后的 ECG 信号. 然而,由于信号子带中仍可能残留一定量的噪声分量,而噪声子带中亦可能包含部分细节信号信息,直接利用信号子带重构往往会在一定程度上削弱整体的降噪效果. 为进一步保留信号细节并最大限度地抑制残余噪声,本文在初步降噪的基础上,引入改进的 SVD 方法,对信号子带和噪声子带进行二次降噪处理.

3.1 SVD 降噪理论

设 TQWT 分解得到的某一子带信号为 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]$, 根据相空间重构理论,可将 \mathbf{w} 构造 Hankel 矩阵:

$$\mathbf{H}_{p \times q} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_q \\ w_2 & w_3 & \dots & w_{q+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_p & w_{p+1} & \dots & w_N \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, N 为子带信号长度,满足 $N = p + q - 1$ 且 $p \geq q, q = \lfloor N/3 \rfloor$. 对 \mathbf{H} 进行 SVD 分解,有

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (18)$$

其中, \mathbf{U} 与 \mathbf{V}^T 分别为 $p \times p$ 与 $q \times q$ 的正交矩阵; $\mathbf{\Sigma}$ 为 $p \times q$ 的对角矩阵,其主对角线元素为奇异值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, k)$:

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k), \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k \geq 0, \quad k = \min(p, q) \quad (19)$$

根据奇异值分解理论与矩阵最优逼近定理^[20],在含噪信号的奇异值序列中,前 r 个较大的奇异值主要反映真实信号成分,而后 $k-r$ 个较小奇异值主要对应噪声成分. 通常在某一奇异值处会出现突变,可将该突变点作为信号与噪声的分界阈值:保留前 r 个奇异值,并将其余 $k-r$ 个奇异值置零. 此时, Hankel 矩阵可表示为

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Sigma}_{k-r} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T \quad (20)$$

将 $\mathbf{\Sigma}_{k-r}$ 部分置零,得到估计矩阵:

$$\hat{H} = U \begin{bmatrix} \Sigma_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} V^T \quad (21)$$

矩阵 \hat{H} 为秩 r 的最优逼近矩阵, 其中噪声成分已被显著压缩. 将 \hat{H} 的反对角线元素相加取平均, 即可恢复降噪后的信号^[20]. 因此, SVD 降噪的关键在于精确确定 Hankel 矩阵的有效秩 r , 以实现信号空间与噪声空间的准确划分.

3.2 自适应奇异值子集划分与阶数确定

SVD 降噪的核心思想是根据奇异值大小关系进行分组, 并通过识别奇异值分布中的突变点来确定 Hankel 矩阵的有效秩. 现有的有效秩确定方法包括奇异值相对变化率法^[20]、奇异值百分比法^[21]、奇异值差分谱法^[22]以及截断奇异值分解法^[23]等, 但这些方法各有不足. 百分比法对阈值高度敏感, 跨数据集或不同导联时难以统一; 差分/二阶差分法与相对变化率法虽无需预设固定阈值, 但通常依赖平滑与启停准则, 易受噪声尾部缓变和多重局部峰影响, 在低信噪比条件下易误判或出现无明显拐点的情况; 截断 SVD 则依赖先验信息或计算代价较高的模型选择, 泛化性有限. 尤其在 ECG 信号的 Hankel 嵌入下, 采样长度与嵌入参数的变化会显著改变奇异值谱形态, 使得上述方法在跨记录或跨导联时稳定性不足.

为降低对主观超参数的依赖并增强鲁棒性, 本文提出一种基于奇异值子集标准差突变的自适应定阶方法. 通过检测奇异值子集从“平缓、稳定”到“快速增长”的首个离散突变点, 自动定位奇异值的最优分界点, 无需能量阈值与平滑超参, 具有较强的适应性和实用价值. 其主要步骤如下.

(1) 将全部 k 个奇异值按从小到大的顺序重新排列, 即排序后的奇异值为

$$\begin{bmatrix} Ar_1, Ar_2, \dots, Ar_{k-1}, Ar_k \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$Ar_1 \leq Ar_2 \leq \dots \leq Ar_{k-1} \leq Ar_k$$

其中, $Ar_i = \log(\lambda_i + \varepsilon)$, $\varepsilon \approx 10^{-12}$ 表示升序排列后第 i 个奇异值; $k = \min(p, q)$ 为奇异值总数. 该对数尺度变换在不改变奇异值排序的前提下压缩其动态范围, 抑制大奇异值的主导效应, 增强弱信号分量的相对权重, 从而在低信噪比条件下提高定阶的稳定性与鲁棒性.

(2) 依次构造奇异值子集 S_i , 每个子集由第 1 至第 i 个奇异值组成, 即

$$S_i = [Ar_1, Ar_2, \dots, Ar_i], \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (23)$$

(3) 计算每个奇异值子集 S_i 的标准差:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{i} \sum_{s=1}^i (Ar_s - \overline{Ar}_i)^2}, \quad Ar_s \in S_i, i = 1, 2, \dots, k \quad (24)$$

其中, \overline{Ar}_i 为子集 S_i 的均值.

(4) 计算每个子集标准差 σ_i 下界 Δ_i , 保留一位

小数:

$$\Delta(i) = \lfloor \sigma_i \rfloor \quad (25)$$

(5) 自适应搜索奇异值子集的突变点. 当 $\Delta(i_0) > 0$ 且 $\Delta(i_0 - 1) = 0$ 首次出现时, 记 i_0 奇异值子集的突变位置.

(6) 将排序前对应的奇异值更新为

$$r'_i = \begin{cases} \omega_i r_i, & i \geq i_0 \\ 0, & i < i_0 \end{cases} \quad (26)$$

其中, $\omega_i = (1 + \exp(-\gamma(i - i_0)))^{-1}$, $\gamma \in [0.8, 2]$. 在信号与噪声子空间之间引入平滑过渡, 可避免传统硬阈值造成的阶跃不连续问题, 从而实现奇异值的柔性筛选, 提升信号重构的连续性与稳定性. 利用更新后的奇异值 $\{r'_i\}_{i=1,2,\dots,k}$ 重构 Hankel 矩阵并进行反对角线平均, 即可得到降噪后的信号.

3.3 ES-TQWT-ISVD 方法流程

被噪声污染的 ECG 信号首先经过 TQWT 分解, 根据子带能量占比确定并区分噪声子带与信号子带 (见 1.3 节). 对噪声子带, 采用 2.2 节提出的改进 SVD 方法进行降噪处理; 对信号子带, 直接保留其系数. 随后, 将保留的信号子带与降噪后的噪声子带一并输入 TQWT 逆变换, 得到初步降噪的 ECG 信号. 为了进一步消除残余噪声并提升信号平滑性, 对初步去噪后的信号再次采用改进 SVD 分解进行二次降噪. 基于 ES-TQWT-ISVD 的联合去噪流程如图 4 所示, 具体步骤如下.

(1) TQWT 分解与排序. 对含噪 ECG 信号进行 TQWT 分解, 得到各子带对应的小波系数 $\{\tilde{w}^j\}_{j=1,2,\dots,J}$. 按能量百分比大小对各子带排序, 记排序后的结果为 $\{\tilde{w}^j\}_{j=1,2,\dots,J}$.

(2) 子带筛选. 利用式 (16) 计算累计能量比阈值 λ , 并结合式 (17) 确定信号子带 $[\tilde{w}^1, \tilde{w}^2, \dots, \tilde{w}^{j_0}]$ 和噪声子带 $[\tilde{w}^{j_0+1}, \tilde{w}^{j_0+2}, \dots, \tilde{w}^J]$.

(3) 噪声子带降噪. 对噪声子带 $[\tilde{w}^{j_0+1}, \tilde{w}^{j_0+2}, \dots, \tilde{w}^J]$ 应用改进 SVD (见 3.2 节) 进行降噪, 处理结果记为 $[\tilde{w}_d^{j_0+1}, \tilde{w}_d^{j_0+2}, \dots, \tilde{w}_d^J]$.

(4) 信号重构. 将信号子带 $[\tilde{w}^1, \tilde{w}^2, \dots, \tilde{w}^{j_0}]$ 与处理后噪声子带 $[\tilde{w}_d^{j_0+1}, \tilde{w}_d^{j_0+2}, \dots, \tilde{w}_d^J]$ 一同输入 TQWT 逆变换, 得到初步降噪信号.

(5) 整体二次降噪. 对初步降噪信号在时域中再次采用 ISVD 方法进行整体降噪处理, 以去除残余噪声并增强平滑性, 得到最终去噪信号.

4 实验和分析

4.1 实验数据

本研究采用一个公开的心电数据库和一个噪声数据库作为实验数据源^[24,25]. 实验的主要数据来自 MIT-BIH

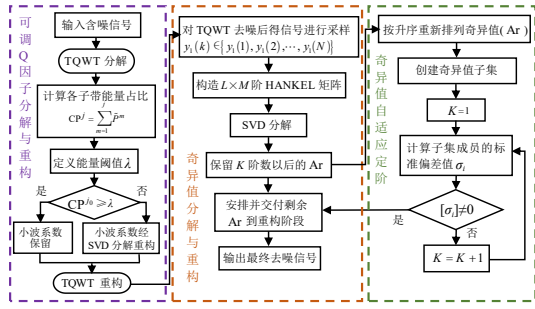


图4 ES-TQWT-ISVD算法流程图

心律失常数据库(MIT-BIH Arrhythmia Database, MITDB) (<https://physionet.org/content/mitdb/1.0.0/>), 该数据库包含双导联动态心电图记录(主要为MLII导联), 采样频率360 Hz, 每条记录时长约30 min, 涵盖多种类型的心律失常样本. 实验所用噪声信号来自MIT-BIH噪声应力测试数据库(MIT-BIH Noise Stress Test Database, NSTDB) (<https://physionet.org/content/nstdb/1.0.0/>), 其中包含3类典型噪声(BW、MA、EM), 均来源于动态心电图记录的真实噪声片段.

为构造复杂噪声环境并真实模拟临床采集场景, 本研究设计了多种噪声叠加方案. 首先, 在真实噪声方面, 将NSTDB中的3类噪声(BW、MA、EM)按照不同组合叠加至原始ECG信号, 实验涵盖7种典型情形: 3种单一噪声(BW、MA、EM)与4种混合噪声(EM+BW、MA+BW、MA+EM、MA+EM+BW). 混合噪声按幅值比例1:1(两类)或1:1:1(三类)叠加生成. 其次, 在环境噪声方面, 额外引入WGN, 以模拟常见的背景电气干扰. 在噪声叠加前, 所有原始ECG信号均进行直流分量去除和幅值归一化, 以消除基线偏置. 直流偏移常由电极接触电位差等因素引入, 虽无临床诊断价值, 却会导致信号功率失真、指标评价偏差.

4.2 评价指标

为定量评估所提方法的降噪性能, 本文选取了以下5个常用客观评价指标: 均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)、百分比均方根差(Percentage Root mean square Difference, PRD)、降噪前信噪比(SNR_{in})、降噪后信噪比(SNR_{out})、信噪比提升量(SNR_{imp})以及余弦相似度(Cosine Similarity, Cos). 其数学定义如下:

$$\text{RMSE}(x, \hat{x}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (27)$$

$$\text{PRD}(x, \hat{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}} \times 100 \quad (28)$$

$$\text{SNR}_{\text{in}}(x, \tilde{x}_i) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N (\tilde{x}_i - x_i)^2} \quad (29)$$

$$\text{SNR}_{\text{out}}(x, \hat{x}) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2} \quad (30)$$

$$\text{SNR}_{\text{imp}} = \text{SNR}_{\text{out}} - \text{SNR}_{\text{in}} \quad (31)$$

$$\text{Cos}(x, \hat{x}) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \hat{x}_i}{\|x\| \|\hat{x}\|} \quad (32)$$

其中, x, \tilde{x}, \hat{x} 分别表示原始无噪ECG信号、含噪ECG信号与降噪后ECG信号; N 为信号采样点数. RMSE用于衡量降噪后信号与原始无噪信号之间的整体误差, 数值越小表示重构效果越好. PRD反映降噪信号相对于原始信号的失真程度, 取值越低表示信号保真度越高. SNR_{in}与SNR_{out}分别表示降噪前与降噪后的信噪比, 通过两者的差值得到SNR_{imp}, 用于评估降噪带来的信噪比提升, 数值越大说明降噪效果越显著. Cos衡量降噪信号与原始信号的相似性, 取值范围为[0, 1], 越接近1表示波形相似度越高.

为量化去噪信号与原始信号在特征波定位上的一致性, 本研究采用敏感性(Se)和阳性预测值(P_+)指标进行综合评估^[26], 即

$$\text{Se} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} \times 100\% \quad (33)$$

$$P_+ = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}} \times 100\% \quad (34)$$

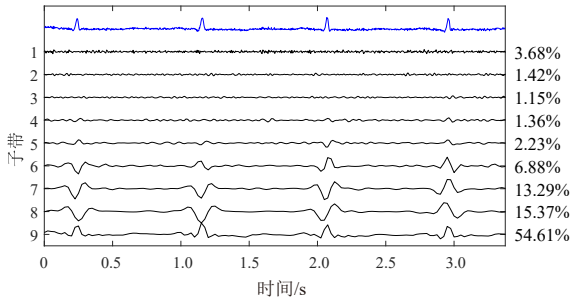
其中, TP、FP、FN分别表示真阳性、假阳性与假阴性数量; Se指标反映算法对真实特征波的检出能力, 值越高说明算法漏检率越低; P_+ 指标用于衡量检测结果的可靠性, 值越高说明误检率越低.

4.3 MITDB数据库上的去噪性能分析

4.3.1 环境噪声的去噪效果

本节选取MITDB记录100中一段长3 s(1 080点, 360 Hz)的ECG片段作为测试对象, 并叠加10 dB的WGN, 构造单一环境噪声场景, 用于验证所提频带能量分解与奇异值子集定阶策略的有效性. 设定TQWT参数 $Q=3, r=2, J=8$, 得到9个子带. 分解结果如图5所示, 各子带能量分布见图6. 结果表明, 高频噪声主要集中于前若干高频子带(1~3), 而ECG主形态(尤其QRS波群)则集中在低频/中低频子带(5~9), 体现了良好的时频分离能力. 能量统计进一步显示, 6~9带累计占比最高, 可视为信号主导子带; 1~5带能量较低, 可判定为噪声主导子带. 在定阶方面, 对含噪ECG构造Hankel

矩阵($q = 360$),并依据式(22)~式(26)对奇异值进行标准化与子集标准差分析.图7(a)的奇异值谱在[210,240]范围内出现分界,图7(b)的子集标准差曲线清晰地给出突变点,最终确定最优分界索引 $i = 232$.



注: $Q = 3.00, r = 2.00, Levels = 8$.

图5 TQWT分解示意图

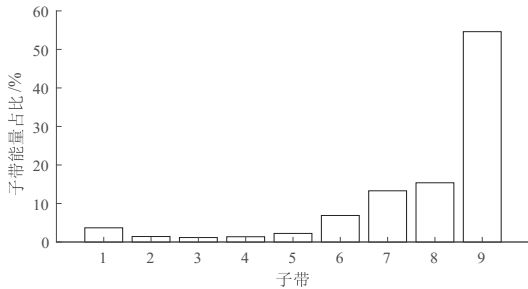
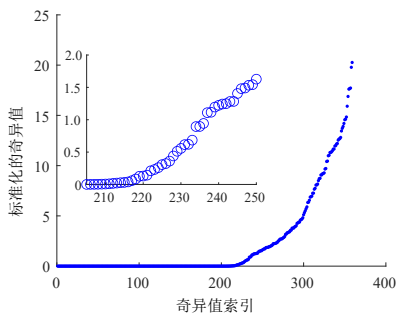
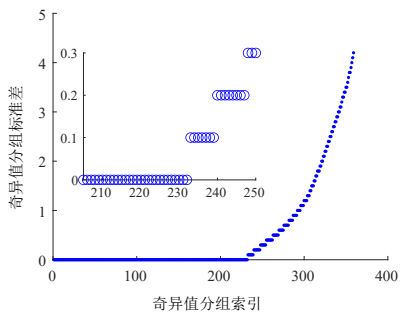


图6 频带能量百分比示意图



(a) 奇异值结果



(b) 奇异值分组结果

图7 ISVD定阶示意图

在 $-5, 0, 5, 10, 15, 20$ dB这6个 SNR_{in} 条件下重复50次实验并取平均结果,如表1所示.结果显示,随着 SNR_{in} 提升, SNR_{imp} 增益逐渐减缓, RMSE和PRD持续下降, Cos稳定上升至0.997 9.

表1 混入WGN去噪指标对照表

SNR_{in}/dB	SNR_{imp}/dB	RMSE	PRD/%	Cos
-5	8.680	0.089	64.026	0.811 8
0	7.621	0.059	42.036	0.916 4
5	6.520	0.036	26.375	0.966 3
10	5.647	0.024	17.058	0.985 5
15	4.696	0.014	10.021	0.995 0
20	3.783	0.009	6.086	0.997 9

4.3.2 七种复杂噪声的去噪效果

为进一步评估所提方法在复杂干扰环境下的适用性,本节在MITDB数据库中选取正常记录编号100的信号片段(采样率360 Hz,时长10 s,共3 600点)作为测试对象,设定TQWT参数 $Q = 1, r = 2, J = 8$,叠加7类典型噪声(含3种单一噪声与4种混合噪声),并在 $-5, 0, 5, 10, 15, 20$ dB这6个 SNR_{in} 水平下进行测试.

记录100的具体实验结果如表2所示.图8直观给出了各类噪声类型的去噪效果,其整体变化趋势具有一致性,随着 SNR_{in} 提升, SNR_{imp} 增益递减, RMSE与PRD下降, Cos上升.在单一噪声条件下,方法对BW抑制效果最优:在 $SNR_{in} = -5$ dB时, SNR_{imp} 达17.784 dB, Cos为0.973 4,体现了较强的形态保真性. EM和MA条件下的性能相对较弱, RMSE与PRD偏高, Cos较低.在双噪声组合中, BW+MA表现最佳: $SNR_{in} = -5$ dB时, SNR_{imp} 为15.598 dB, RMSE降至0.039, Cos达0.957 1,体现了较好的综合性能. 而EM+MA组合结果最差, PRD与RMSE显著高于其他组合,说明该组合对信号的干扰更严重. 在三种噪声混合(BW+EM+MA)场景下,降噪效果依然稳健: $SNR_{in} = -5$ dB时, SNR_{imp} 为12.464 dB, Cos为0.910 7,表明在多源干扰下仍能有效抑噪并保持关键心电图特征.

图9展示了 $SNR_{in} = 0$ dB时,添加各类噪声去噪后的波形图.从图9可以看出,含噪ECG波形在加入复杂噪声后均出现了明显畸变,而采用本文方法处理后, QRS波群与P波、T波等主要特征得以较好恢复.相比原始含噪信号,去噪信号的基线波动得到有效抑制,高频伪迹和局部畸变显著减弱,整体形态与原始ECG更加接近,验证了所提方法在多类噪声场景下均具有较强的适用性.

图10给出了同一噪声水平下,编号100-122的4项指标的对比(横轴1~7依次对应BW、EM、MA、BW+EM、BW+MA、EM+MA、BW+EM+MA).可以看到, BW、BW+MA、BW+EM、BW+EM+MA场景下去噪效果更好;而

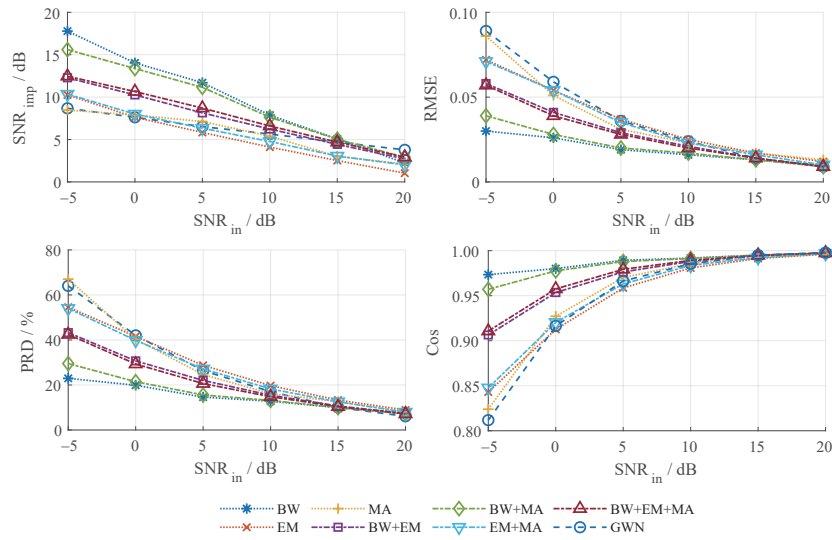


图8 各类噪声类型的去噪指标对比

表2 混入复杂噪声去噪指标对照表

噪声类型	指标	SNR _{in} /dB					
		-5	0	5	10	15	20
BW	SNR _{imp} ↑	17.784 0	14.034 0	11.702 0	7.876 0	5.064 0	2.244 0
	RMSE ↓	0.030 0	0.026 0	0.019 0	0.016 0	0.013 0	0.010 0
	PRD ↓	22.951 0	19.876 0	14.618 0	12.770 0	9.927 0	7.723 0
	Cos ↑	0.973 4	0.980 1	0.989 3	0.991 8	0.995 1	0.997 0
EM	SNR _{imp} ↑	10.262 0	7.626 0	5.829 0	4.106 0	2.519 0	1.033 0
	RMSE ↓	0.072 0	0.054 0	0.037 0	0.025 0	0.017 0	0.012 0
	PRD ↓	54.566 0	41.561 0	28.744 0	19.710 0	13.306 0	8.879 0
	Cos ↑	0.843 0	0.912 6	0.958 6	0.980 8	0.991 3	0.996 1
MA	SNR _{imp} ↑	8.474 0	7.900 0	7.124 0	5.393 0	3.021 0	2.108 0
	RMSE ↓	0.086 0	0.051 0	0.031 0	0.023 0	0.017 0	0.013 0
	PRD ↓	67.031 0	40.271 0	24.626 0	16.202 0	12.559 0	8.294 0
	Cos ↑	0.823 9	0.927 1	0.970 2	0.985 7	0.992 1	0.996 6
BW+EM	SNR _{imp} ↑	12.280 0	10.259 0	8.143 0	6.233 0	4.429 0	2.716 0
	RMSE ↓	0.058 0	0.041 0	0.029 0	0.021 0	0.014 0	0.009 0
	PRD ↓	43.252 0	30.693 0	22.021 0	15.447 0	10.679 0	7.314 0
	Cos ↑	0.906 4	0.953 5	0.976 4	0.988 1	0.994 3	0.997 3
BW+MA	SNR _{imp} ↑	15.598 0	13.369 0	11.153 0	7.628 0	5.039 0	2.917 0
	RMSE ↓	0.039 0	0.028 0	0.020 0	0.017 0	0.013 0	0.009 0
	PRD ↓	29.520 0	21.456 0	15.573 0	13.140 0	9.955 0	7.148 0
	Cos ↑	0.957 1	0.977 6	0.987 9	0.991 3	0.995 1	0.997 4
EM+MA	SNR _{imp} ↑	10.352 0	7.998 0	6.333 0	4.768 0	3.047 0	2.007 0
	RMSE ↓	0.071 0	0.054 0	0.035 0	0.023 0	0.016 0	0.010 0
	PRD ↓	54.002 0	39.818 0	27.123 0	18.264 0	12.521 0	7.937 0
	Cos ↑	0.847 6	0.920 3	0.963 1	0.983 6	0.992 3	0.996 9
BW+EM+MA	SNR _{imp} ↑	12.464 0	10.656 0	8.706 0	6.595 0	4.689 0	2.911 0
	RMSE ↓	0.057 0	0.039 0	0.028 0	0.020 0	0.014 0	0.009 0
	PRD ↓	42.434 0	29.322 0	20.640 0	14.800 0	10.365 0	7.153 0
	Cos ↑	0.910 7	0.957 5	0.979 3	0.989 2	0.994 7	0.997 4

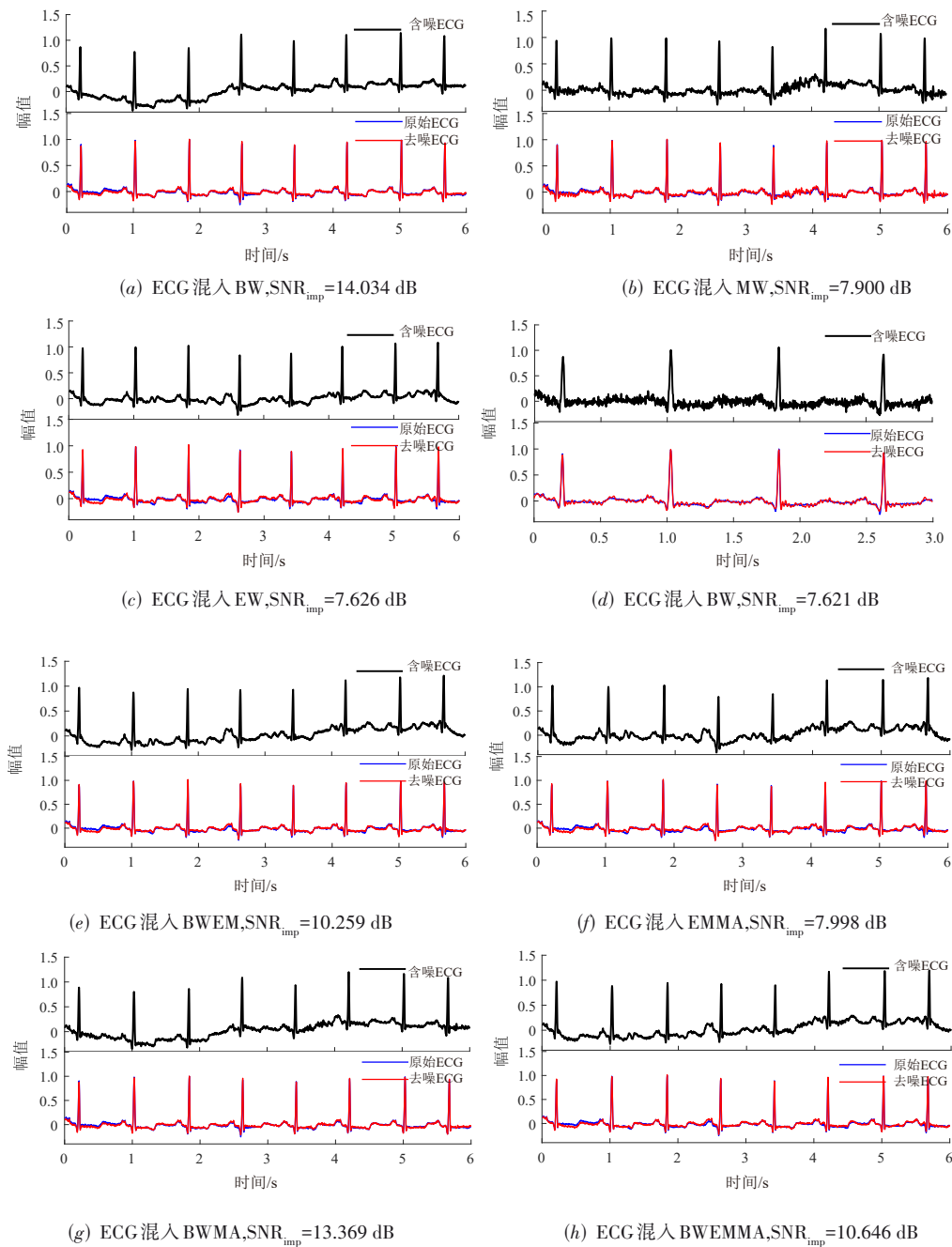
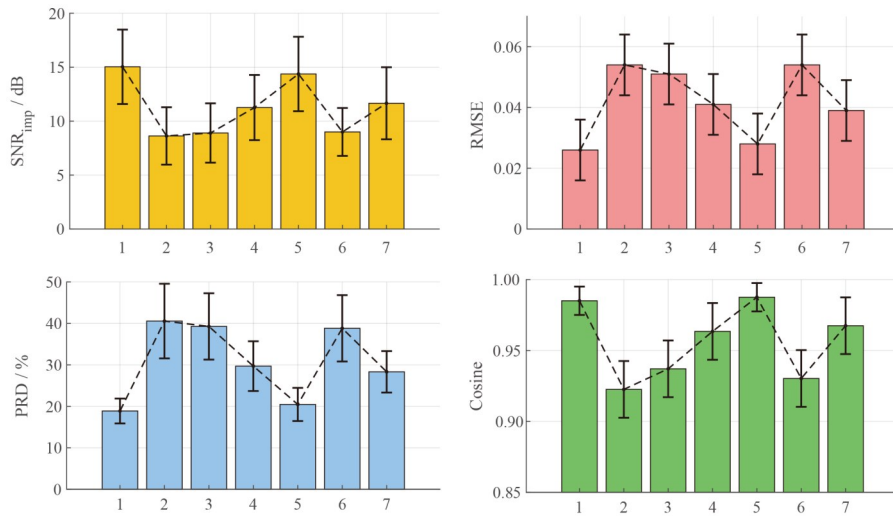


图9 不同噪声类型的去噪性能比较

EM、EM+MA 场景相对较难, RMSE 和 PRD 较高, Cos 略低. 这一本质上由噪声频谱特性决定, 图 11 为噪声经过连续小波变换(CWT)后的时频图. 由图 11 可知, BW 主要集中在低频段, 易与心电主体在时频上分离; MA、EM 的能量与 QRS 等成分在中高频段存在明显重叠, 因此更易与信号子带混杂, 任何方法在抑制它们时都更容易牺牲波形细节. 即便如此, 所提方法在多噪声混合条件下仍能显著提升 SNR_{imp} 并维持较高 Cos.

4.3.3 参数敏感性分析

为了验证 TQWT 分解参数在不同设定下对去噪性能的影响规律, 本文进一步进行了参数敏感性分析. TQWT 的核心参数包括品质因子 Q 、冗余系数 r 与分解层数 J , 它们共同决定滤波器组的时频分辨率与分解精度. 为评估不同参数组合对去噪性能的影响, 本文在固定信噪比的条件下, 分别改变 Q 、 r 和 J 的取值范围, 计算 SNR_{imp} 与 Cos 两项指标.



注: 1: BW, 2: EM, 3: MA, 4: BW+EM, 5: BW+MA, 6: EM+MA, 7: BW+EM+MA.

图 10 同一噪声水平下各噪声类型的去噪指标比较

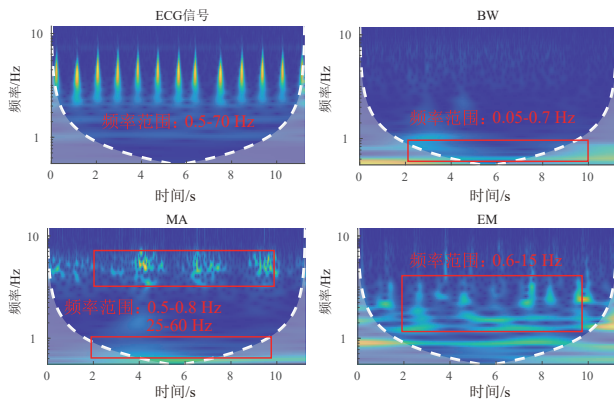
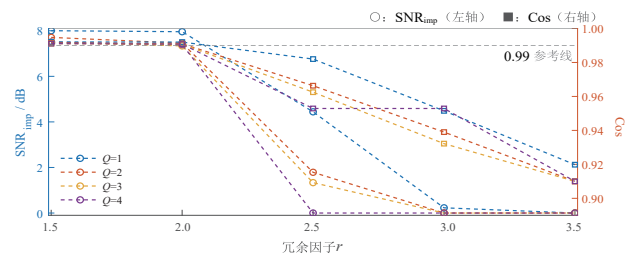


图 11 ECG 信号、BW、MA、EM 时间-频率图

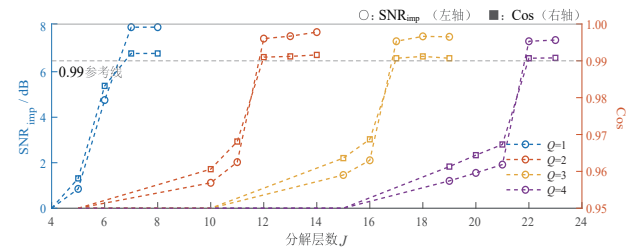
从图 12(a) 可以看到, 当 $r=2$ 时, SNR_{imp} 基本保持在 8 dB 以上, Cos 基本保持在 0.99 以上, 表现出良好的稳定性与鲁棒性; 当 $r>2.5$ 时, 两项指标均明显下降, 表明过高的冗余会使子带带宽过窄, 能量在邻近子带间分散, 从而削弱信号成分的集中性与重构精度. 同时, 在同一冗余因子下, 较小的 Q 值在本数据与噪声条件下获得了更好的降噪表现, 这与 ECG 场景中混合宽带噪声占比较高的经验相一致. 从图 12(b) 可以看到, 当 J 较小时 (如 $J<6$), 分解层数不足, 低频噪声能量未能充分分离, 导致 SNR_{imp} 较低, Cos 也未达到 0.99 的稳定水平. 随着 J 增大, 滤波器组分辨率逐渐提高, 信号主导子带能量更加集中, SNR_{imp} 快速上升并在接近于 J_{max} 时趋于饱和, Cos 接近参考线 0.99.

4.3.4 与相关文献结果的比较

为进一步验证所提 ES-TQWT-ISVD 方法的有效性, 选取 MITDB 数据库, 对不同类型噪声下的降噪性能进行了系统对比. 对比方法包括 TQWT 法^[19]、样本熵-完



(a) 品质因子 Q 和冗余系数 r 对去噪性能指标的影响



(b) 品质因子 Q 和分解层数 J 对去噪性能指标的影响

图 12 不同参数组合对去噪性能指标的影响

全集合经验模态分解与自适应噪声 (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise, CEEMDAN) 法^[9] 以及文献 [27~30] 中的多种深度学习模型. 表 3 汇总了各类方法在 WGN、BW、BW+MA 与 BW+MA+EM 噪声条件下的性能指标对比. 在单噪声 (WGN、BW) 条件下, 本文方法的 SNR_{imp} 与 Cos 值均显著高于 TQWT 与 CEEMDAN, 且 RMSE 与 PRD 保持最低, 说明其在低频与宽带噪声中均具备优良的抑制效果. 在混合噪声 (BW+MA) 场景中, 传统算法性能明显下降, 而本文方法仍保持较高的形态相似度 ($Cos = 0.98$), PRD 较其他方法降低约 20% 以上, 验证了其在复杂干

扰下的稳健性. 进一步地, 多源混合噪声(BW+MA+EM)条件下, 本文方法与多种深度学习模型(CDAE-LSTM、ACDAE、CBAM-DAE、DP-IDEA)进行了比较. 结果表明, 部分深度模型在局部指标(如PRD、Cos)上略优, 但本文方法在综合性能、运算效率与波形保持性方面表现更为均衡. 在保证高信号保真度的同时, 所提方法无需训练样本与模型参数优化, 计算开销更小, 能够满足快速、有效的ECG降噪需求.

图13展示了在 $\text{SNR}_{\text{in}} = -5 \text{ dB}$ 时, TQWT、CEEMDAN与本文方法对BW+MA+EM噪声的去噪效果. 由图13标注的区域1和2可见, CEEMDAN方法虽能一定程度抑

制噪声, 但在QRS峰值处出现波形畸变, 拐点处也存在细节丢失. TQWT方法在保持整体波形方面优于CEEMDAN, 但在细节处仍有轻微偏移, 且部分残余噪声未能完全去除. 相比之下, 本文方法在峰值和拐点区域均能更好地保持原始ECG波形, 同时有效削弱背景噪声, 局部放大图进一步验证了其在波形保真度上的优势. 根据表3和图13可知本文方法在各噪声条件下均优于上述传统方法, 本文方法能有效恢复心电信号中的基准漂移、R波峰等高频特征, 而传统方法也能恢复原有波形, 但在部分片段上仍存在比较明显的偏差.

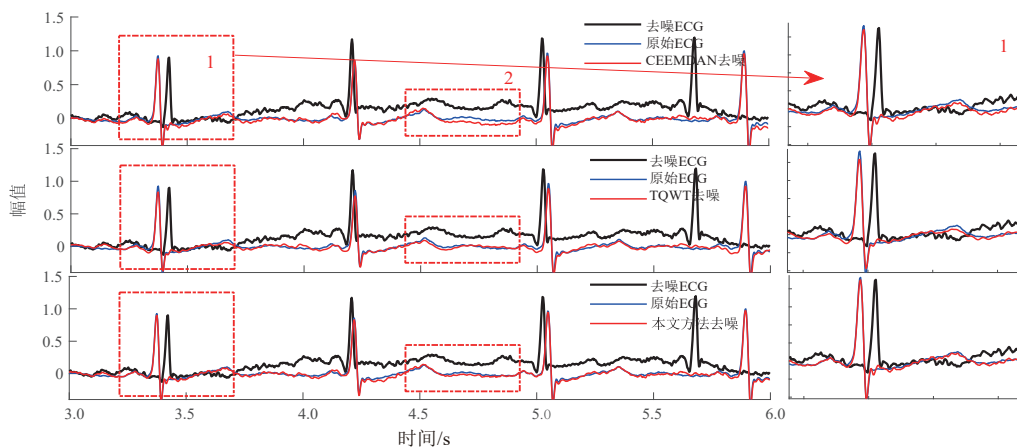


图13 不同方法的去噪性能比较(记录220)

4.4 特征波定位验证分析

对于ECG去噪方法而言, 保持去噪后关键波形(P、QRS、T波)与原始信号的特征保持一致性至关重要. 这些特征波包含了丰富的生理与病理信息, 对临床诊断和可穿戴动态监测均具有重要意义. 若去噪过程中导致波形形态或时序特征发生改变, 可能会造成误判或遗漏关键诊断线索, 从而影响医生或监测设备对健康状态的准确评估. 前述章节已验证所提方法在复杂噪声环境下的去噪优势, 并基于评价指标评估了去噪后ECG与原始ECG在整体波形上的相似性. 然而, 仍需从波形细节层面进一步验证去噪算法是否改变了原始信号的关键特征. 为此, 本节将比较去噪信号与原始信号在特征波形定位(P、QRS、T波)上的准确性, 以更全面地评估本文所提模型的有效性与其结构保真性.

针对去噪后的ECG信号($\text{SNR}_{\text{in}} = 0 \text{ dB}$, 噪声类型为BW+EM+MA), 本节采用基于能量包络的快速QRS检测算法^[31]. 该方法首先对去噪后信号进行平方和滑动平均处理, 以获得随时间变化的能量包络; 随后, 通过阈值判定在包络曲线上快速定位R波峰值. QRS复合波的典型持续时间约为60~120 ms^[32]. 据此, 在R波前后设置局部时间窗(约 $\pm 60 \text{ ms}$), 并基于信号的瞬时

极值特征识别波群边界. 进一步基于R波邻域的时序关系识别P波与T波, 即在R波前约120~200 ms的时间窗内搜索局部最大点确定P波峰值, 在R波后约200~400 ms的时间窗内搜索主峰确定T波位置^[33]. 图14展示了记录100去噪信号的能量包络与检测结果. 可以看出, 在 $\text{SNR}_{\text{in}} = 5 \text{ dB}$ 的复杂噪声干扰情况下, 去噪后能量包络的峰值与QRS波群位置高度对应, 检测点仍能稳定分布于各R峰位置, R波的检测结果与实际标注基本一致, 时间、幅值偏移较小.

为进一步验证所提方法在波群检测中的定量性能, 选择MITDB中正常记录(100、101、103、117和122)以及有室性心律失常的记录(106、109、214、和223)来验证. 设置 $\text{SNR}_{\text{in}} = 0 \text{ dB}$, 噪声类型为BW+EM+MA. 表4给出了未去噪信号与本文方法在相同噪声条件下的检测结果对比. 由表4可见, 未去噪信号在强噪声干扰下易出现伪峰与漏检现象, 导致检测精度下降. 相比之下, 采用ES-TQWT-ISVD去噪后再进行QRS、P、T波检测, 其检测精度显著提高.

4.5 算法复杂度与运行时间分析

为了评估所提ES-TQWT-ISVD方法的计算效率, 本节从理论复杂度与实际运行时间两方面进行分析. 算

表3 与文献去噪模型的性能对比

WGN单一噪声					
方法	SNR _{in}	SNR _{imp}	RMSE	PRD	Cos
TQWT	-5	8.81±2.22	0.11±0.04	54.39±12.77	0.86±0.04
	5	7.15±1.63	0.05±0.02	23.78±4.44	0.95±0.02
SE-CEEMDAN	-5	9.80±2.44	0.17±0.06	61.02±13.28	0.86±0.04
	5	6.39±1.48	0.08±0.04	26.44±4.76	0.94±0.03
本文方法	-5	12.40±3.74	0.08±0.03	42.026±11.34	0.91±0.04
	5	8.52±1.94	0.03±0.02	21.17±3.41	0.97±0.01
BW单一噪声					
方法	SNR _{in}	SNR _{imp}	RMSE	PRD	Cos
TQWT	-5	15.98±2.59	0.04±0.02	33.72±9.42	0.93±0.03
	5	9.34±1.23	0.03±0.01	23.57±7.34	0.97±0.02
CEEMDAN	-5	15.70±2.58	0.06±0.02	35.74±9.77	0.94±0.03
	5	10.38±1.02	0.03±0.01	21.01±6.22	0.97±0.02
本文方法	-5	17.74±3.43	0.04±0.02	22.95±5.45	0.96±0.02
	5	11.70±2.87	0.02±0.01	12.77±2.89	0.99±0.01
BW+MA混合噪声					
方法	SNR _{in}	SNR _{imp}	RMSE	PRD	Cos
TQWT	-5	13.09±2.54	0.05±0.02	34.37±8.84	0.91±0.03
	5	9.54±1.59	0.02±0.01	19.82±4.71	0.97±0.02
CEEMDAN	-5	13.77±2.28	0.05±0.02	36.40±9.24	0.93±0.03
	5	10.53±1.94	0.02±0.01	17.27±3.88	0.97±0.02
本文方法	-5	15.59±2.01	0.04±0.03	29.52±6.58	0.95±0.02
	5	11.15±1.51	0.02±0.01	15.57±3.66	0.98±0.01
BW+MA+EM混合噪声					
方法	SNR _{in}	SNR _{imp}	RMSE	PRD	Cos
TQWT	-5	10.08±2.68	0.08±0.03	46.05±11.30	0.87±0.03
	5	6.96±1.42	0.04±0.02	23.98±6.47	0.96±0.02
CEEMDAN	-5	9.95±2.77	0.08±0.04	55.49±12.36	0.85±0.03
	5	7.73±1.43	0.04±0.02	22.07±6.11	0.96±0.02
CDAE-LSTM ^[27]	-5	6.54±4.00	0.12±0.05	37.24±15.72	0.94±0.04
	5	1.25±3.93	0.08±0.04	27.42±12.40	0.97±0.02
ACDAE ^[28]	-5	5.32±4.09	0.13±0.05	42.73±18.03	0.93±0.05
	5	1.63±3.51	0.08±0.04	27.42±14.02	0.96±0.03
CBAM-DAE ^[29]	-5	6.37±3.85	0.12±0.05	37.83±15.15	0.94±0.02
	5	1.17±3.60	0.08±0.03	27.49±11.44	0.96±0.03
DP-IDEA ^[30]	-5	8.30±4.69	0.10±0.05	31.87±16.94	0.96±0.02
	5	12.46±2.84	0.05±0.02	42.43±9.25	0.91±0.02
本文方法	-5	8.71±1.40	0.02±0.01	20.64±5.98	0.98±0.01

法整体可分为两个主要阶段。

(1) TQWT阶段: TQWT采用基于FFT的两通道滤波器组分解. 对于长度为 N 的输入信号, 分解层数为 J , 冗余度为 r , 其时间复杂度可表示为 $O(rM\log_2 N)^{[34]}$. 由于本文在能量筛选过程中仅保留部分显著子带系数, 因此实际计算量通常低于该理论上界.

(2) ISVD阶段: ISVD主要涉及Hankel矩阵的奇异

值分解与重构. 传统SVD的计算复杂度为 $O(n^3)$, 其中 n 为矩阵维度. 本文引入了自适应定阶策略, 而将单段复杂度有效降低至 $O(mn^2)$, 其中 m 为信号分段数.

综上, 两阶段的主要计算过程可近似表示为 $O(rM\log_2 N + mn^2)$, 其中第一项对应时频分解开销, 第二项对应矩阵分解开销. 由于 $m \ll N$ 且 $n \ll N$, 算法整体复杂度随信号长度近似线性增长, 具备良好的可扩展

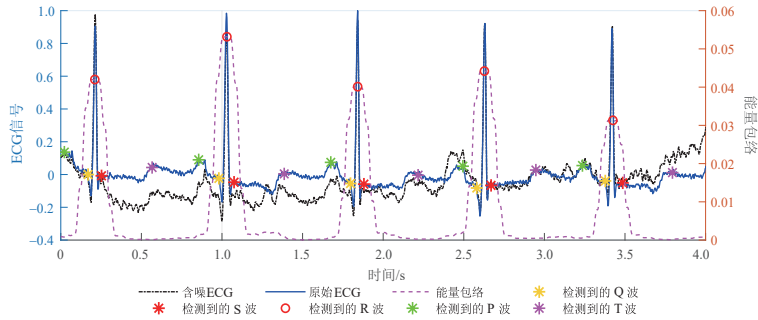


图 14 P、QRS、T波波群检测结果

表 4 QRS、P、T波波群检测结果比较

单位: %

低约 76.8 %、90.8 %和 93.6 %.

方法	指标	QRS波	P波	T波
去噪前	Se	91.52	84.38	84.72
	P ₊	89.46	85.91	86.23
本文方法	Se	99.84	98.15	98.36
	P ₊	99.86	99.01	99.17

5 结论

本文针对 ECG 信号在复杂噪声条件下的去噪问题,提出了一种基于能量选择的可调 Q 因子小波变换 (TQWT) 与改进奇异值分解 (ISVD) 相结合的二次降噪方法 (ES-TQWT-ISVD), 结论如下.

(1) 本文所提的噪声能量占比的自适应判别准则,能够在无需预先假设噪声分布模型的情况下,有效区分混沌信号的噪声子带和信号子带,在复杂噪声环境中展现出更强的普适性与适应性.

(2) 本文针对噪声与信号在子带间的交织特性,在降噪框架中引入改进的 SVD 与二次 ISVD 协同策略.前者用于抑制噪声子带中的残余信号泄露,保留关键细节成分;后者则在子带重构后进一步消除低频噪声干扰.该双层降噪机制显著增强了 ECG 信号的细节保真度与整体信噪比,验证了所提方法的鲁棒性与有效性.

(3) 在 MITDB 与 NSTDB 的混合噪声条件下 (BW、MA、EM 及其组合),所提方法在不同输入信噪比下的 SNR、PRD 及 Cos 等指标均优于传统 CEEMDAN、TQWT 方法,表现出较好的稳健性,在兼顾降噪性能与形态保真性方面具有显著优势.在与深度学习方法对比上也具有一定优势,可为可穿戴及临床 ECG 信号的高质量获取提供简单快捷有效的技术支持.

本文方法在以下两个方面仍需要深入研究.首先,在 TQWT 中参数选取以及重构子带数目的选取对分解结果至关重要,本文方法中没有给出参数和重构子带数目的自适应选择算法,需要根据经验进行调整.其次,混合噪声在 TQWT 子带中的分布规律尚没有被明确建立,如果能结合噪声系数的分布模型则降噪效果可得到进一步的提高.在后续研究中,计划对 ECG 信号 TQWT 分解最优参数选取和信号噪声子带规律进行更细致的实验和分析.

参考文献

[1] AGRAWAL S, GUPTA A. Fractal and EMD based remov-

性与实时性.

在相同硬件与软件环境下 (Intel Core i7-12700H CPU、16 GB RAM、MATLAB R2022b),对 10 s ECG 信号 (采样率 360 Hz、样本点数 3 600、SNR_{in} = 0 dB、噪声类型为 BW+EM+MA) 进行测试.表 5 给出了所提方法与传统 TQWT、CEEMDAN 算法及典型深度学习模型的运行时间对比结果.

表 5 去噪算法平均运行时间对比

方法	阶段	样本数/训练轮次	总时间/s	平均单样本时间/s
LSTM ^[35]	训练	2000	196 × 60	5.88
CNN ^[35]	训练	200	58 × 60	8.40
TQWT	处理	20	5.4	0.27
CEEMDAN(K=50)	处理	20	46.6	2.33
本文方法	处理	20	11.6	0.58

由表 5 可见, TQWT 算法具有较高的计算效率,而 CEEMDAN 算法的运行时间与迭代次数 K 密切相关.当 K = 10 时,平均运行时间为 0.71 s;当 K = 100 时,运行时间显著增长至 4.91 s.对于深度学习方法 (如 LSTM 和 CNN),模型训练通常需要数百至数千个训练轮次 (epochs) 以实现参数收敛.例如,文献 [35] 中 LSTM 模型在 2 000 epochs 条件下的总训练时间约为 196 min,计算开销远高于传统信号分解方法.相比之下,本文提出的 ES-TQWT-ISVD 算法无需训练阶段,仅通过单次分解即可完成信号去噪与重构,平均运行时间仅 0.54 s,在保持高降噪性能的同时显著降低了计算负担,展现出良好的实时性.由于采用二阶段降噪策略,其耗时略高于单一 TQWT 方法,但仍处于可接受范围内.相较 CEEMDAN、LSTM 和 CNN 模型,其平均计算时间分别降

- al of baseline wander and powerline interference from ECG signals[J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2013, 43(11): 1889-1899.
- [2] LEIF SÖRNMO P L. *Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological Applications*[M]. Boston: Elsevier Academic Press, 2005.
- [3] BHOGESHWAR S S, SONI M K, BANSAL D. To verify and compare denoising of ECG signal using various denoising algorithms of IIR and FIR filters[J]. *International Journal of Biomedical Engineering and Technology*, 2014, 16(3): 244.
- [4] APPATHURAI A, CAROL J J, RAJA C, et al. A study on ECG signal characterization and practical implementation of some ECG characterization techniques[J]. *Measurement*, 2019, 147: 106384.
- [5] HESAR H D, HESAR A D. Efficient Bayesian ECG denoising using adaptive covariance estimation and nonlinear Kalman Filtering[J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2024, 120: 109869.
- [6] BODA S, MAHADEVAPPA M, DUTTA P K. A hybrid method for removal of power line interference and baseline wander in ECG signals using EMD and EWT[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, 67: 102466.
- [7] SRAITHI M, JABRANE Y. A denoising performance comparison based on ECG Signal Decomposition and local means filtering[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, 69: 102903.
- [8] MA S, CUI J F, CHEN C L, et al. An effective data enhancement method for classification of ECG arrhythmia[J]. *Measurement*, 2022, 203: 111978.
- [9] 杨磊, 杨帆, 何艳. 采用样本熵自适应噪声完备经验模态分解的脑电信号眼电伪迹去除算法[J]. *西安交通大学学报*, 2020, 54(8): 177-184.
- YANG L, YANG F, HE Y. An electroencephalogram artifacts removal algorithm for electroencephalogram signals based on sample entropy-complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2020, 54(8): 177-184. (in Chinese)
- [10] KABIR M A, SHAHNAZ C. Denoising of ECG signals based on noise reduction algorithms in EMD and wavelet domains[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2012, 7(5): 481-489.
- [11] CHEN G Y, SHI T Y, XIE B X, et al. SwinDAE: Electrocardiogram quality assessment using 1D swin transformer and denoising AutoEncoder[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2023, 27(12): 5779-5790.
- [12] CHEN M, LI Y J, ZHANG L T, et al. Elimination of random mixed noise in ECG using convolutional denoising autoencoder with transformer encoder[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2024, 28(4): 1993-2004.
- [13] HUANG S B, WANG P, LI R S. Noise ECG generation method based on generative adversarial network[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2023, 81: 104444.
- [14] LI H Y, DITZLER G, ROVEDA J, et al. DeScoD-ECG: Deep score-based diffusion model for ECG baseline wander and noise removal[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2024, 28(9): 5081-5091.
- [15] SINGH P, SHARMA A, MAIYA S. Automated atrial fibrillation classification based on denoising stacked auto-encoder and optimized deep network[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 233: 120975.
- [16] LAMBA S, DIWAKAR M. DWTFrTV-DEAL: Denoising and deep ensemble learning for arrhythmia classification using ECG signals[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2026, 112: 108751.
- [17] SELESNICK I W. Wavelet transform with tunable Q-factor[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3560-3575.
- [18] YANG X L, WANG W B. Chaotic signal denoising based on energy selection TQWT and adaptive SVD[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13: 18873.
- [19] 付晓强, 刘纪峰, 崔秀琴, 等. 基于TQWT能量选择算法隧道爆破信号特征提取分析[J]. *铁道科学与工程学报*, 2020, 17(2): 405-412.
- FU X Q, LIU J F, CUI X Q, et al. Extraction and analysis of tunnel blasting signal characteristics based on TQWT energy selection algorithms[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2020, 17(2): 405-412. (in Chinese)
- [20] 刘思议, 张程, 金涛. 基于相邻系数TQWT与改进TLS-ESPRIT算法的电力系统低频振荡模态辨识[J]. *高压技术*, 2019, 45(3): 890-898.
- LIU S Y, ZHANG C, JIN T. Research on modes identification of low-frequency oscillation of power system based on adjacent coefficient TQWT and improved TLS-ESPRIT algorithm[J]. *High Voltage Engineering*, 2019, 45(3): 890-898. (in Chinese)
- [21] 朱锐, 杭晓晨, 姜东, 等. 基于奇异值分解的ERA改进算法及模态定阶[J]. *振动. 测试与诊断*, 2018, 38(1): 115-122.
- ZHU R, HANG X C, JIANG D, et al. Improved eigensystem realization algorithm and mode order determination based on SVD[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2018, 38(1): 115-122. (in Chinese)
- [22] 朱红求, 程菲, 胡浩南, 等. 基于FFT奇异值分解的光谱信号去噪算法[J]. *光谱学与光谱分析*, 2022, 42(1): 277-281.
- ZHU H Q, CHENG F, HU H N, et al. Denoising algorithm of spectral signal based on FFT SVD[J]. *Spectroscopy and*

- Spectral Analysis, 2022, 42(1): 277-281. (in Chinese)
- [23] 戚连刚, 申振恒, 王亚妮, 等. 基于周期截断数据矩阵奇异值分解的干扰抑制技术[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(6): 2143-2150.
 QI L G, SHEN Z H, WANG Y N, et al. Interference suppression technology based on singular value decomposition of periodic truncated data matrix[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(6): 2143-2150. (in Chinese)
- [24] MOODY G B, MARK R G, GOLDBERGER A L. Physi-
 onet: A Web-based resource for the study of physiologic signals[J]. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, 2001, 20(3): 70-75.
- [25] WAGNER P, STRODTHOFF N, BOUSSELJOT R D, et al. PTB-XL, a large publicly available electrocardiography dataset[J]. Scientific Data, 2020, 7: 154.
- [26] 吕建行, 李玉榕, 陈建国, 等. 两步式自适应阈值法滤除心电信号中运动伪迹[J]. 电子学报, 2024, 52(10): 3493-3506.
 LÜ J H, LI Y R, CHEN J G, et al. ECG motion artifact filtering based on two-stage adaptive threshold rules[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(10): 3493-3506. (in Chinese)
- [27] DASAN E, PANNEERSELVAM I. A novel dimensionality reduction approach for ECG signal via convolutional denoising autoencoder with LSTM[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2021, 63: 102225.
- [28] SINGH P, SHARMA A. Attention-based convolutional denoising autoencoder for two-lead ECG denoising and arrhythmia classification[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 4007710.
- [29] CHORNEY W, WANG H F, HE L, et al. Convolutional block attention autoencoder for denoising electrocardiograms[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2023, 86: 105242.
- [30] ZHANG X X, CHEN M, LI Y J, et al. A dual-path interactive denoising autoencoder for removing mixed noise in multi-lead electrocardiogram signals[J]. Computers and Electrical Engineering, 2025, 123: 110177.
- [31] ELGENDI M. Fast QRS detection with an optimized knowledge-based method: Evaluation on 11 standard ECG databases[J]. PLoS One, 2013, 8(9): e73557.
- [32] 罗成思, 张凯旋, Abduljabbar Salem Ba-Mahel, 等. 基于扩散模型的心电信号去噪方法[J]. 电子科技大学学报, 2024, 53(6): 940-951.
 LUO C S, ZHANG K X, BAMAHEL A, et al. Denoising method of ECG based on diffusion model[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2024, 53(6): 940-951. (in Chinese)
- [33] 熊鹏, 刘学朋, 杜海曼, 等. 基于平稳和连续小波变换融合算法的心电信号 P, T 波检测[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(5): 1441-1447.
 XIONG P, LIU X P, DU H M, et al. Detection of ECG signal P and T wave based on stationary and continuous wavelet transform fusion[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(5): 1441-1447. (in Chinese)
- [34] 张俊玲, 董玫, 陈伯孝. 基于可调 Q 因子小波变换的海杂波抑制算法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(2): 343-351.
 ZHANG J L, DONG M, CHEN B X. Sea clutter suppression algorithm based on tunable Q-factor wavelet transform[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(2): 343-351. (in Chinese)
- [35] ARSENE C T C, HANKINS R, YIN H J. Deep learning models for denoising ECG signals[C]//2019 27th European Signal Processing Conference. Piscataway: IEEE, 2019: 8902833.

作者简介



杨欣卢 女, 1999年4月出生于湖北省荆州市. 现为武汉科技大学数学与系统科学学院博士研究生. 主要研究方向为统计分析和信号处理.
 E-mail: yangxinlu99@qq.com



王文波 男, 1978年5月出生于湖北省襄阳市. 现为武汉科技大学数学与系统科学学院教授、博士生导师. 获湖北省自然科学奖、全国发明协会发明创新奖等奖项4项. 在国内外发表学术论文70余篇. 主要研究方向为信号处理与深度学习.
 E-mail: wangwenbo@wust.edu.cn



邢远秀 女, 1980年8月出生于河南省南阳市. 2002年毕业于武汉理工大学计算机科学与技术系. 现为武汉科技大学数学与系统科学学院副教授. 主要研究方向为图像处理与深度学习.
 E-mail: xinyuanxiu@wust.edu.cn



邓钊 男, 1991年10月出生于湖北省武汉市. 现为武汉科技大学数学与系统科学学院副教授. 主要研究方向为最优化理论与方法.
 E-mail: dengzhao@wust.edu.cn