

闪烁噪声统计特性未知情况下的鲁棒广义标签多伯努利滤波器

侯利明¹, 连峰¹, 谭顺成^{2,3}, 徐从安³

(1. 西安交通大学自动化科学与工程学院综合自动化研究所, 陕西西安 710049; 2. 南京电子技术研究所, 江苏南京 210039;
3. 海军航空大学信息融合研究所, 山东烟台 264001)

摘要: 为了解决闪烁噪声统计特性未知情况下的多目标跟踪问题, 提出一种鲁棒广义标签多伯努利(Generalized Labeled Multi-Bernoulli, GLMB)滤波器. 该滤波器采用均值未知且时变的多维 Student's t 分布对统计特性未知的闪烁噪声进行建模. 它放宽了闪烁噪声均值为零的限制性假设, 可以自适应地处理闪烁噪声均值未知且时变条件下的多目标跟踪问题. 本文在 GLMB 滤波框架下, 利用变分贝叶斯方法对增广状态中的参数进行变分迭代, 并通过最小化 Kullback-Leibler 散度得到边缘似然函数的近似解. 仿真结果表明, 在闪烁噪声统计特性未知的情况下, 所提滤波器能有效地对多目标进行跟踪.

关键词: 随机有限集; 多目标跟踪; 闪烁噪声; 统计特性未知; 变分贝叶斯推断; 广义标签多伯努利滤波器

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2021) 07-1346-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20200960

Robust Generalized Labeled Multi-Bernoulli Filter for Multi-Target Tracking with Unknown Statistical Characteristics of Glint Noise

HOU Li-ming¹, LIAN Feng¹, TAN Shun-cheng^{2,3}, XU Cong-an³

(1. Institute of Integrated Automation, School of Automation Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China;

2. Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing, Jiangsu 210039, China;

3. Institute of Information Fusion, Naval Aviation University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: A robust generalized labeled multi-Bernoulli (GLMB) filter is presented to perform multi-target tracking (MTT) with unknown statistical characteristics of glint noise. The glint noise with unknown statistical characteristics is modeled as a multivariate Student's t distribution with unknown and time-varying mean. The proposed filter relaxes the restrictive assumption that the mean of glint noise is zero, and can effectively deal with the problem of MTT under the condition that the mean of glint noise is unknown and time-varying. The variational Bayesian approximation is applied in the GLMB filtering framework with the augmented state. The approximate solution of the marginal likelihood function can be obtained by minimizing the Kullback-Leibler divergence. The simulation results demonstrate that the proposed filter can effectively track multi-target when the statistics of glint noise is unknown.

Key words: random finite set; multi-target tracking; glint noise; unknown statistical characteristics; variational Bayesian inference; generalized labeled multi-Bernoulli filter

1 引言

多目标跟踪(Multi-Target Tracking, MTT)技术是从含有杂波的传感器量测信息中实时地估计目标个数、状态、运动航迹和属性的滤波过程^[1]. 目前主要有基于

数据关联的方法,如联合概率数据关联(Joint Probability Data Association, JPDA)^[2]、多假设跟踪(Multiple Hypothesis Tracking, MHT)^[3]等和基于随机有限集(Random Finite Set, RFS)^[4]或标签RFS^[5,6]的方法,如概率假

收稿日期:2020-08-31;修回日期:2021-03-03;责任编辑:覃怀银

基金项目:国家自然科学基金(No. 61671462, No. 61473217);国家公派留学基金(No. 201906280272);陕西省自然科学基金基础研究计划(No. 2020JQ-073)

设密度 (Probability Hypothesis Density, PHD) 滤波器^[7,8]、势概率假设密度 (Cardinality PHD, CPHD) 滤波器^[9,10]、多目标多伯努利 (Multitarget Multi-Bernoulli, MeMBer) 滤波器^[4,11]和广义标签多伯努利 (Generalized Labeled Multi-Bernoulli, GLMB) 滤波器^[5,6].

为了便于 GLMB 滤波器的工程应用,Vo 等提出了基于 Gibbs 采样的联合预测与更新 GLMB 滤波器^[12]. 由于该滤波器将预测步和更新步进行合并,在每次迭代过程中只需执行一次截断操作,尤其是通过引入时间复杂度更低的 Gibbs 采样算法,相比于采用 Murty's 算法^[5],其计算复杂度至少降低两个数量级. 联合预测与更新的 GLMB 滤波器已经被应用于机动目标跟踪^[13],未知背景下的多目标跟踪^[14],衍生目标跟踪^[15]等场景.

对于 MTT 问题,通常假设量测噪声为高斯白噪声. 然而,就雷达系统而言,由于目标不同部位的散射强度和相位的随机变化,造成回波相位波前面的畸变,从而产生具有厚尾特征的非平稳非高斯噪声,即闪烁噪声^[16]. 在文献[17, 18]中,闪烁噪声被描述为小方差高斯分布和大方差高斯分布的混合. 在文献[16]中,闪烁噪声被建模为高斯分布和 Laplacian 分布的混合. 在文献[19]中,Student's t 分布被用来对闪烁噪声进行建模. 由于 Student's t 分布的厚尾特征更适合对实际应用中的量测噪声进行描述,因此,在文献[20, 21]中提出了许多基于 Student's t 分布的鲁棒滤波器. 为得到目标航迹,文献[22]基于 Student's t 分布和变分贝叶斯 (Variational Bayesian, VB) 方法,提出了闪烁噪声下的标签多伯努利滤波器.

然而,实际工程应用中的传感器偏置和零点漂移误差会导致量测噪声出现均值非零且时变的现象,使得噪声零均值假设的滤波器的估计精度随之下降. 在文献[23]和[24]中,非零均值闪烁噪声被表示为一组非零均值高斯分布的加权混合. 对于具有未知且时变量测偏置的闪烁噪声,Huang 等利用 Student's t-逆 Wishart 分布对该噪声进行建模,并提出了可对量测偏置进行自适应估计的鲁棒 Kalman 滤波器^[25]. 然而,在文献[25]中噪声分布的自由度参数被设定为固定值,然而噪声的自由度参数并非已知且固定不变的. 此外,高斯-Gamma 分布被选择作为均值和精度均未知的高斯分布的共轭先验,但对于均值和精度均未知的多维高斯分布并不适合. 据作者所知,目前尚缺少对闪烁噪声统计特性未知情况下有关 MTT 问题的研究.

本文通过将闪烁噪声建模为均值未知且时变的多维 Student's t 分布,在广义贝叶斯滤波框架下构造基于分层贝叶斯结构的状态空间模型,并假定增广状态的联合分布服从高斯-高斯-逆 Wishart-Gamma-Gamma

(NNIWGG)混合分布. 在更新步中,利用 VB 方法对增广状态进行解耦处理,从而对增广状态中的各参数进行在线学习. 最后,通过仿真实验验证了所提 NNIWGG-GLMB 滤波器的鲁棒性和有效性.

2 背景知识

2.1 系统描述

考虑如下的线性状态空间模型

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 为状态矢量, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^m$ 为量测矢量, $\mathbf{F}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{H}_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 分别为状态转移矩阵和量测矩阵. $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^n$ 表示高斯白噪声,其均值为 $E[\mathbf{w}_k] = \mathbf{0}$,协方差矩阵为 $E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kl}$,其中, δ_{kl} 是 Kronecker- δ 函数. $\boldsymbol{\varepsilon}_k \in \mathbb{R}^m$ 表示统计特性未知情况下的闪烁噪声,且 $\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 之间相互独立.

因闪烁噪声的统计特性未知,本文采用均值未知且时变的多维 Student's t 分布对 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 建模:

$$p(\boldsymbol{\varepsilon}_k) = \text{St}(\boldsymbol{\varepsilon}_k; \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k) \quad (3)$$

其中, $\text{St}(\cdot; \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k)$ 为 Student's t 分布的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF),其均值为 $\boldsymbol{\mu}_k$ 、尺度矩阵为 \mathbf{R}_k ,自由度参数为 v_k . 在本文中, $\boldsymbol{\mu}_k$ 是未知且时变的, \mathbf{R}_k 和 v_k 均未知.

2.2 分层贝叶斯模型

为推导式(1)和式(2)后验 PDF 的闭式解,需要对似然函数 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k)$ 和 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 进行建模. 根据式(2)和式(3)可得到如下的似然函数:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \text{St}(\mathbf{z}_k; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k) \quad (4)$$

由于 $\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k$ 和 v_k 均未知,故采用 VB 方法对上述参数进行估计. 为保证后验 PDF 与先验 PDF 的形式相同,故选取高斯-逆 Wishart 分布^[26]作为 $\boldsymbol{\mu}_k$ 和 \mathbf{R}_k 的先验分布,即

$$p(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \mathbf{N}(\boldsymbol{\mu}_k; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}, \boldsymbol{\beta}_{k|k-1} \mathbf{R}_k) \text{IW}(\mathbf{R}_k; t_{k|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1}) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{N}(\cdot; \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Sigma})$ 为均值为 $\boldsymbol{\eta}$ 、协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的高斯分布, $\text{IW}(\cdot; t, \mathbf{T})$ 为自由度参数为 t ,逆尺度矩阵为 \mathbf{T} 的逆 Wishart 分布. 类似地,选择 Gamma 分布作为自由度参数 v_k 的先验分布:

$$p(v_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \text{G}(v_k; a_{k|k-1}, b_{k|k-1}) \quad (6)$$

其中, $\text{G}(\cdot; a, b)$ 表示 Gamma 分布, a 为形状参数, b 为比率参数. 状态的一步预测 PDF $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可用高斯分布表示:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \mathbf{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (7)$$

其中, $\mathbf{m}_{k|k-1}$ 为预测均值, $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 为预测协方差矩阵,由时间更新步可得,

$$\mathbf{m}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1|k-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (9)$$

为推导 $p(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 和 $p(v_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$, 通过遗忘因子 $\rho \in (0, 1]$ 来描述 $\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k$ 和 v_k 的动态不确定性. 在保证期望不变和方差增加 ρ^{-1} 倍的原则下, 各参数的动态模型可分别表示为

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1} = \boldsymbol{\eta}_{k-1|k-1}, \boldsymbol{\beta}_{k|k-1} = \boldsymbol{\beta}_{k-1|k-1} / \rho \quad (10)$$

$$t_{k|k-1} = \rho t_{k-1|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1} = \rho \mathbf{T}_{k-1|k-1} \quad (11)$$

$$a_{k|k-1} = \rho a_{k-1|k-1}, b_{k|k-1} = \rho b_{k-1|k-1} \quad (12)$$

基于均值未知且时变的多维 Student's t 分布的新状态空间模型由式(4)~(7)组成. 然而, 考虑到 Student's t 分布并不是严格封闭的, 无法得到状态后验 PDF 的闭合解. 为此, 通过引入辅助变量 λ_k , 式(4)中的 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ 可写为如下的分层高斯模型^[26],

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k) = \mathbf{N}(\mathbf{z}_k; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k / \lambda_k) \quad (13)$$

$$p(\lambda_k | v_k) = \mathbf{G}(\lambda_k; v_k/2, v_k/2) \quad (14)$$

因此, 闪烁噪声统计特性未知情况下的状态估计即可转换为上述分层高斯模型的状态估计, 其包含式(5)~(7)、式(13)和式(14). 由式(14)可知, λ_k 可完全由 v_k 决定.

2.3 变分贝叶斯方法

为估计 \mathbf{x}_k , 需要对联合后验 PDF $p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k, v_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 进行推导. 根据贝叶斯准则, 可表示为:

$$p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \boldsymbol{\zeta}_k) p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})} \quad (15)$$

其中, $\boldsymbol{\zeta}_k \triangleq \{\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k, v_k\}$ 表示增广状态, $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k | \boldsymbol{\zeta}_k) p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\boldsymbol{\zeta}_k$ 为归一化系数.

假设 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 中的各变量相互独立, 由贝叶斯准则可知:

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) &\propto p(\mathbf{z}_k | \boldsymbol{\zeta}_k) p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \\ &= p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \\ &\quad \cdot p(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) p(\lambda_k | v_k) p(v_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

将式(5)~(7)、式(13)、式(14)代入式(16)可得

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) &\propto \mathbf{N}(\mathbf{z}_k; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k / \lambda_k) \mathbf{N}(\mathbf{x}_k | \mathbf{m}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \\ &\quad \cdot \mathbf{N}(\boldsymbol{\mu}_k; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}, \boldsymbol{\beta}_{k|k-1} \mathbf{R}_k) \mathbf{IW}(\mathbf{R}_k; t_{k|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1}) \\ &\quad \cdot \mathbf{G}(\lambda_k; v_k/2, v_k/2) \mathbf{G}(v_k; a_{k|k-1}, b_{k|k-1}) p(\mathbf{z}_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (17)$$

由于 \mathbf{x}_k, λ_k 和各未知变量 $\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k$ 相互耦合, 无法对 $p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 进行解析处理. 根据平均场理论, 将 $p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 自由分解为:

$$p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \propto q(\mathbf{x}_k) q(\boldsymbol{\mu}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\lambda_k) q(v_k) \quad (18)$$

其中, $q(\mathbf{x}_k), q(\boldsymbol{\mu}_k), q(\mathbf{R}_k), q(\lambda_k), q(v_k)$ 分别为 $\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k$ 和 v_k 的近似后验 PDF.

由式(15)可知, 由于计算 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 涉及多重积

分, 难以得到 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 的解析式. 通过 VB 原理, 对数边缘似然函数 $\log p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可表示为

$$\begin{aligned} \log p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) &= \mathbf{L}(q(\mathbf{x}_k) q(\boldsymbol{\mu}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\lambda_k) q(v_k)) \\ &\quad + \text{KL}(q(\mathbf{x}_k) q(\boldsymbol{\mu}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\lambda_k) q(v_k) \| p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k})) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $\text{KL}(\cdot)$ 表示 $q(\mathbf{x}_k) q(\boldsymbol{\mu}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\lambda_k) q(v_k)$ 与 $p(\boldsymbol{\zeta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 之间的 Kullback-Leibler 散度, 由式(19)可知, 最小化 KL 散度即相当于求取 $\log p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 的下界.

根据 VB 方法, 可通过最小化 KL 散度求解 $q(\mathbf{x}_k), q(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k), q(\lambda_k)$ 和 $q(v_k)$:

$$\log q(\mathbf{x}_k) = \mathbf{E}_{\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k, v_k} [\log p(\boldsymbol{\zeta}_k, \mathbf{z}_{1:k})] + C_{\mathbf{x}_k} \quad (20)$$

$$\log q(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k) = \mathbf{E}_{\mathbf{x}_k, \lambda_k, v_k} [\log p(\boldsymbol{\zeta}_k, \mathbf{z}_{1:k})] + C_{\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k} \quad (21)$$

$$\log q(\lambda_k) = \mathbf{E}_{\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, v_k} [\log p(\boldsymbol{\zeta}_k, \mathbf{z}_{1:k})] + C_{\lambda_k} \quad (22)$$

$$\log q(v_k) = \mathbf{E}_{\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k} [\log p(\boldsymbol{\zeta}_k, \mathbf{z}_{1:k})] + C_{v_k} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{E}_{\boldsymbol{\omega}}[\cdot]$ 表示关于变量 $\boldsymbol{\omega}$ 的期望, $C_{\mathbf{x}_k}, C_{\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k}, C_{\lambda_k}$ 和 C_{v_k} 分别表示与 $\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k$ 和 $\mathbf{R}_k, \lambda_k, v_k$ 无关的常量. 因 $q(\mathbf{x}_k), q(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k), q(\lambda_k)$ 和 $q(v_k)$ 相互耦合, 需采用固定点迭代求解式(20)~(23). 由于该过程属于凸优化问题, 因此可以保证迭代的收敛性^[27].

3 闪烁噪声统计特性未知情况下的 VB-GLMB 滤波器

为同时估计目标状态和 Student's t 分布中的各参数, 须将它们表示为混合状态空间上的增广状态, 对应的联合 PDF 则可表示为 NNIWGG 模型. 并通过 VB 方法对其进行近似化处理. 进一步地, 将 GLMB 滤波器中的单目标空间 PDF 表示为 NNIWGG 模型, 且通过最小化 KL 散度将 VB 下界作为边缘似然函数的近似解, 本文将记作 NNIWGG-GLMB 滤波器.

3.1 NNIWGG 模型

对由动力学状态和 Student's t 分布各参数组成的增广状态进行联合估计, 需要构造如下所示的混合状态空间:

$$\boldsymbol{\zeta}_k \triangleq (\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k, v_k) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+(24)$$

其中, $\boldsymbol{\zeta}_k$ 为待估计参数 $\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k, \lambda_k$ 和 v_k 的集合, \mathbb{R}^n 是 n 维实向量空间, \mathbb{R}^m 表示 m 维实向量空间, \mathbb{R}_+^m 为 $m \times m$ 的正定矩阵空间, \mathbb{R}^+ 是正实数空间. 由 2.1 节和 2.2 节可知, 单目标后验 PDF 可建模为该空间上的 NNIWGG 模型, 即

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\zeta}_k) &= p(\mathbf{x}_k) p(\boldsymbol{\mu}_k | \mathbf{R}_k) p(\mathbf{R}_k) p(\lambda_k | v_k) p(v_k) \\ &= \mathbf{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}, \mathbf{P}) \mathbf{N}(\boldsymbol{\mu}_k; \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\beta} \mathbf{R}_k) \\ &\quad \cdot \mathbf{IW}(\mathbf{R}_k; t, \mathbf{T}) \mathbf{G}(\lambda_k; v_k/2, v_k/2) \mathbf{G}(v_k; a, b) \\ &\triangleq \text{NNIWGG}(\boldsymbol{\zeta}_k; \boldsymbol{\phi}) \end{aligned} \quad (25)$$

式中, $\boldsymbol{\phi} = (\mathbf{m}, \mathbf{P}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\beta}, t, \mathbf{T}, a, b)$ 为 NNIWGG 模型的变分参数阵列.

假设单目标的 Markov 转移密度 $f(\zeta_k|\zeta_{k-1})$ 可分解为

$$f(\zeta_k|\zeta_{k-1}) = f(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})f(\boldsymbol{\mu}_k|\boldsymbol{\mu}_{k-1}) \cdot f(\mathbf{R}_k|\mathbf{R}_{k-1})f(\lambda_k|\lambda_{k-1})f(v_k|v_{k-1}) \quad (26)$$

则基于 NNIWGG 模型的预测步可由引理 1 给出.

引理 1 假设 $k-1$ 时刻的单目标先验 PDF 如下所示,

$$p_{k-1}(\zeta_{k-1}) = \text{NNIWGG}(\zeta_k; \boldsymbol{\phi}_{k-1|k-1}) \quad (27)$$

且有如式(26)的近似转移密度,则 k 时刻的预测 PDF 可表示为

$$p_{k|k-1}(\zeta_k|\mathbf{z}_{1:k-1}) = \text{NNIWGG}(\zeta_k; \boldsymbol{\phi}_{k|k-1}) \quad (28)$$

其中, $\boldsymbol{\phi}_{k|k-1} = (\mathbf{m}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}, \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}, \boldsymbol{\beta}_{k|k-1}, t_{k|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1}, a_{k|k-1}, b_{k|k-1}, \boldsymbol{\phi}_{k|k-1})$ 中的各参数可由 2.2 节得出.

由于 $p(\zeta_k|\mathbf{z}_{1:k})$ 不存在解析解,故可通过 VB 方法求其近似解.由 2.3 节可知, $p(\zeta_k|\mathbf{z}_{1:k})$ 和 $p(\mathbf{z}_k|\mathbf{z}_{1:k-1})$ 的近似解 $q(\mathbf{z}_k)$ 由引理 2 给出.

引理 2 k 时刻的联合后验 PDF $p(\zeta_k|\mathbf{z}_{1:k})$ 可表示为如式(18)所示的各近似密度 $q(\mathbf{x}_k), q(\boldsymbol{\mu}_k), q(\mathbf{R}_k), q(\lambda_k), q(v_k)$ 的乘积,将式(17)依次代入式(20)~(23),可得

$$q(\mathbf{x}_k) = \text{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) \quad (29)$$

$$q(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k) = \text{N}(\boldsymbol{\mu}_k; \boldsymbol{\eta}_{k|k}, \boldsymbol{\beta}_{k|k}, \mathbf{R}_k) \text{IW}(\mathbf{R}_k; t_{k|k}, \mathbf{T}_{k|k}) \quad (30)$$

$$q(\lambda_k) = \text{G}(\lambda_k; v_k/2, v_k/2) \quad (31)$$

$$q(v_k) = \text{G}(v_k; a_{k|k}, b_{k|k}) \quad (32)$$

则参数 $\mathbf{m}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}, \boldsymbol{\eta}_{k|k}, \boldsymbol{\beta}_{k|k}, t_{k|k}, \mathbf{T}_{k|k}, a_{k|k}, b_{k|k}$ 可通过如下各式迭代求取

$$\tilde{\mathbf{R}}_k^{(j)} = \frac{\{\text{E}^{(j-1)}[\mathbf{R}_k^{-1}]\}^{-1}}{\text{E}^{(j-1)}[\lambda_k]} \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k^{(j)})^{-1} \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(j)} = \mathbf{m}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{(j)} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1} - \text{E}^{(j-1)}[\boldsymbol{\mu}_k]) \quad (35)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j)} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k}^{(j)} = \boldsymbol{\eta}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k^{(j)} (\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}) \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{k|k}^{(j)} = \frac{\boldsymbol{\beta}_{k|k-1}}{1 + \boldsymbol{\beta}_{k|k-1} \text{E}^{(j-1)}[\lambda_k]} \quad (38)$$

$$\mathbf{W}_k^{(j)} = \left(1 - \frac{1}{1 + \boldsymbol{\beta}_{k|k-1} \text{E}^{(j-1)}[\lambda_k]} \right) \mathbf{I}_m \quad (39)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k}^{(j)} \quad (40)$$

$$t_{k|k}^{(j)} = t_{k|k-1} + 1 \quad (41)$$

$$\mathbf{T}_{k|k}^{(j)} = \mathbf{T}_{k|k-1} + \text{E}^{(j-1)}[\lambda_k] \mathbf{A}_k^{(j-1)} \quad (42)$$

$$\mathbf{A}_k^{(j-1)} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k}^{(j)} \mathbf{H}_k^T + [\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}] [\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}]^T \frac{1}{\boldsymbol{\beta}_{k|k-1} \text{E}^{(j-1)}[\lambda_k] + 1} \quad (43)$$

$$c_{k|k}^{(j)} = \frac{\text{E}^{(j-1)}[v_k] + m}{2} \quad (44)$$

$$d_{k|k}^{(j)} = \frac{\text{E}^{(j-1)}[v_k] + \text{tr}(\mathbf{U}_k^{(j)} \text{E}^{(j)}[\mathbf{R}_k^{-1}])}{2} \quad (45)$$

$$\mathbf{U}_k^{(j)} = (\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k}^{(j)}) (\tilde{\mathbf{z}}_k^{(j)} - \boldsymbol{\eta}_{k|k}^{(j)})^T + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k}^{(j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{P}_{\boldsymbol{\mu}_k}^{(j)} \quad (46)$$

$$\mathbf{P}_{\boldsymbol{\mu}_k}^{(j)} = \boldsymbol{\beta}_{k|k}^{(j)} \mathbf{T}_{k|k}^{(j)} \mathbf{I}_m^{(j)} \quad (47)$$

$$a_{k|k}^{(j)} = a_{k|k-1} + 0.5 \quad (48)$$

$$b_{k|k}^{(j)} = b_{k|k-1} - 0.5 - 0.5 [\psi(c_{k|k}^{(j)}) - \log d_{k|k}^{(j)}] + 0.5 \text{E}^{(j)}[\lambda_k] \quad (49)$$

当满足下列收敛条件时,则终止迭代

$$\frac{\|\mathbf{m}_{k|k}^{(j)} - \mathbf{m}_{k|k}^{(j-1)}\|_2}{\|\mathbf{m}_{k|k}^{(j)}\|_2} \leq \tau \text{ 或 } j > N_{\max}, j \in 1, 2, \dots, N_{\max} \quad (50)$$

其中, τ 为设定的收敛下界, N_{\max} 为最大迭代次数.当满足式(50)时,各近似后验 PDF 可更新为式(29)~(32).

3.2 联合预测更新的 VB-GLMB 滤波器

标签多目标状态和 Student's t 分布参数可表示为 $\Lambda = \{(\zeta, \ell)_i | i = 1, 2, \dots, M\}$, 其中, M 表示目标状态的个数.多目标量测可建模为 RFS, $Z = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_{|Z|}\}$, 其中, $\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{|Z|}$ 表示单个量测.

命题 1 假设 $k-1$ 时刻的多目标联合后验密度函数有如下的 GLMB 形式,即

$$\pi(\Lambda) = \Delta(\Lambda) \sum_{I, \xi} \omega^{(I, \xi)} \delta_I[\mathcal{L}(\Lambda)] [p^{(\xi)}]^\Lambda \quad (51)$$

则 k 时刻的多目标后验 GLMB 滤波密度可表示为

$$\pi_{Z_+}(\Lambda) \propto \Delta(\Lambda) \sum_{I, \xi, I_+, \theta_+} \omega^{(I, \xi)} \omega_{Z_+}^{(I, \xi, I_+, \theta_+)} \delta_{I_+}[\mathcal{L}(\Lambda)] [p_{Z_+}^{(\xi, \theta_+)}]^\Lambda \quad (52)$$

其中, $I \in F(\Psi), \xi \in \Xi, I_+ \in F(\Psi_+), \theta_+ \in \Theta_+, Z_+$ 表示 k 时刻的量测集合, $P_S(\zeta, \ell)$ 为存活概率, $P_D(\zeta, \ell)$ 为检测概率, $f_+(\zeta_+, \ell_+)$ 表示转移密度, $g(\mathbf{z}_{\theta_+}(\ell_+) | \zeta_+, \ell_+)$ 表示量测似然函数, $\kappa(\mathbf{z}_{\theta_+}(\ell_+))$ 为杂波强度函数, B_+ 为新生目标标签空间且 $I \cap B_+ = \emptyset, r_{B_+}$ 和 $p_{B_+}(\mathbf{x}_+, \ell_+)$ 分别为新生目标出生概率和概率密度.

3.3 滤波参数计算

为得到联合预测更新 VB-GLMB 滤波器的闭合解,给出以下假设:

(1) 假设每个目标有如式(26)所示的 NNIWGG 运动模型,量测模型由式(4)给出;

(2) 假设存活概率和检测概率独立于增广状态和标签,即 $P_S(\zeta, \ell) = P_S, P_D(\zeta, \ell) = P_D$;

(3) 假设新生目标模型不随时间改变,且新生目标强度可表示为 NNIWGG 形式,即

$$p_{B_+}(\zeta, \ell) = \sum_{j=1}^{J_{B_+}(\ell)} w_{B_+}^{(j)}(\ell) \text{NNIWGG}(\zeta; \boldsymbol{\phi}_{B_+}^{(j)}(\ell)) \quad (53)$$

命题 2 假设 $k-1$ 时刻的多目标联合后验密度如式(52)所示,其中,单目标密度 $p^{(\xi)}(\zeta)$ 为如下所示的

NNIWGG 混合形式,即

$$p^{(\xi)}(\zeta) = \sum_{i=1}^{j^{(\xi)}} w^{(\xi,i)} \text{NNIWGG}(\zeta; \boldsymbol{\phi}^{(\xi,i)}) \quad (54)$$

则 k 时刻的单目标预测密度 $\bar{p}_+^{(\xi)}(\zeta_+)$ 可表示如下

$$\begin{aligned} \bar{p}_+^{(\xi)}(\zeta_+) &= 1_{\psi}(\ell_+) \sum_{i=1}^{j^{(\xi)}} w^{(\xi,i)} \text{NNIWGG}(\zeta_+; \boldsymbol{\phi}_{S,+}^{(\xi,i)}) \\ &+ 1_{B_+}(\ell_+) P_{B_+}(\zeta_+) \end{aligned} \quad (55)$$

命题 3 假设 k 时刻预测单目标 PDF $\bar{p}_+^{(\xi)}(\zeta_+)$ 有如下的 NNIWGG 形式,即

$$\bar{p}_+^{(\xi)}(\zeta_+) = \sum_{i=1}^{j_+^{(\xi)}} w_+^{(\xi,i)} \text{NNIWGG}(\zeta_+; \boldsymbol{\phi}_+^{(\xi,i)}) \quad (56)$$

对于 $\theta_+(\ell_+) = 0$, 即目标漏检时, 以下各式成立

$$w_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = w_+^{(\xi,i)} (1 - P_D) \quad (57)$$

$$\mathbf{m}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = \mathbf{m}_+^{(\xi,i)}, \mathbf{P}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = \mathbf{P}_+^{(\xi,i)} \quad (58)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = \boldsymbol{\eta}_+^{(\xi,i)}, \boldsymbol{\beta}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = \boldsymbol{\beta}_+^{(\xi,i)} \quad (59)$$

$$t_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = t_+^{(\xi,i)}, \mathbf{T}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = \mathbf{T}_+^{(\xi,i)} \quad (60)$$

$$a_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = a_+^{(\xi,i)}, b_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = b_+^{(\xi,i)} \quad (61)$$

对于 $\theta_+(\ell_+) > 0$, 即目标被检时, 式(62)成立

$$w_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)} = w_+^{(\xi,i)} \frac{q_i^{(\xi)}(\mathbf{z}_{\theta_+}) P_D}{\kappa(\mathbf{z}_{\theta_+})} \quad (62)$$

其中, 边缘似然函数 $q_i^{(\xi)}(\mathbf{z}_{\theta_+})$ 和更新后的 $\mathbf{m}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $\mathbf{P}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $\boldsymbol{\eta}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $\boldsymbol{\beta}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $t_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $\mathbf{T}_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$, $a_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$ 和 $b_{Z_+,i}^{(\xi,\theta_+)}$ 可通过引理 2 得到.

4 仿真实验

本节将所提 NNIWGG-GLMB 滤波器与现有的 NGIWG-GLMB 滤波器^[22]和 GM-GLMB 滤波器^[6]在传感器出现未知且时变量测偏置的情况下进行了比较. 采用 OSPA 距离^[28] ($c = 100, p = 1$) 对三种滤波器的跟踪性能进行评价. 仿真实验运行软件和硬件参数为 Matlab R2017b, Windows 7 64 bit, Intel Core i5-4570 4CPUs 3. 20GHz, RAM 4. 00GB.

4.1 仿真场景

采用文献[24]中的线性多目标运动场景. 每个目标的量测模型是线性的, 即

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (63)$$

闪烁量测噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 按如下方式产生^[26]

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k \sim \begin{cases} \text{N}(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k) & \text{w.p. } 1 - P_g \\ \text{N}(\boldsymbol{\mu}_k, 100\mathbf{R}_k) & \text{w.p. } P_g \end{cases} \quad (64)$$

其中, w.p. 表示以特定概率产生, P_g 为闪烁概率, $\mathbf{R}_k = \text{diag}([10, 10]^T)^2$ 表示标称量测噪声协方差矩阵. 当传

感器存在未知且时变的量测偏置时, 量测噪声在不同时刻的真实均值为

$$\boldsymbol{\mu}_k = \begin{cases} [10 \text{ m}; 10 \text{ m}], & k \in (0, 25\text{s}] \\ [20 \text{ m}; 20 \text{ m}], & k \in (25\text{s}, 50\text{s}] \\ [30 \text{ m}; 30 \text{ m}], & k \in (50\text{s}, 75\text{s}] \\ [10 \text{ m}; 10 \text{ m}], & k \in (75\text{s}, 100\text{s}] \end{cases} \quad (65)$$

当 $\boldsymbol{\mu}_k = [0; 0]$, $k \in (0, 100\text{s}]$ 时, 即为零均值闪烁噪声, 换言之, 零均值闪烁噪声是闪烁噪声的一种特例.

假定杂波被建模为泊松 RFS, 即 $\kappa(\mathbf{z}) = \lambda_c V u(\mathbf{z})$, V 表示监视区域的体积, $u(\cdot)$ 表示监视区域内的均匀概率分布, λ_c 为杂波强度. 此外, 检测概率 P_D 和 λ_c 由不同的仿真实验单独指定, 目标存活概率 $P_S = 0.99$.

假设新生目标模型服从标签多伯努利 RFS, 其相关参数为 $\boldsymbol{\pi}_B = \{r_B^{(i)}, p_B^{(i)}(\zeta)\}_{i=1}^4$, 其中, $r_B^{(i)} = 0.03$, 且单目标 PDF 被建模为 NNIWGG 形式, 即

$$p_B^{(i)}(\zeta) = \text{NNIWGG}(\zeta; \boldsymbol{\phi}_B^{(i)}) \quad (66)$$

其中,

$$\boldsymbol{\phi}_B^{(i)} = (\mathbf{m}_B^{(i)}, \mathbf{P}_B, \boldsymbol{\eta}_B, \boldsymbol{\beta}_B, t_B, \mathbf{T}_B, a_B, b_B),$$

$$\mathbf{m}_B^{(1)} = [0.1, 0, 0.1, 0]^T, \mathbf{m}_B^{(2)} = [400, 0, -600, 0]^T,$$

$$\mathbf{m}_B^{(3)} = [-800, 0, -200, 0]^T, \mathbf{m}_B^{(4)} = [-200, 0, 800, 0]^T,$$

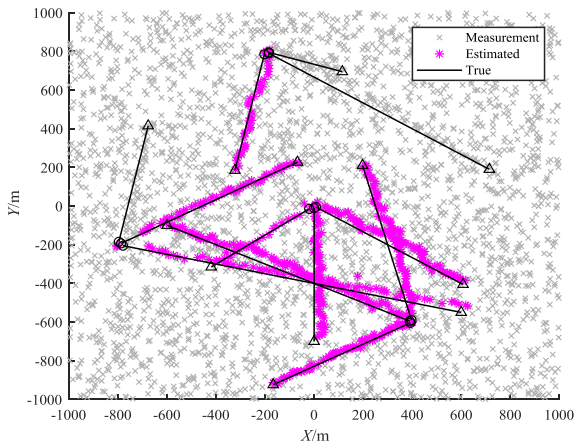
$$\mathbf{P}_B = \text{diag}([10, 10, 10, 10]^T)^2, \boldsymbol{\eta}_B = [0; 0], \boldsymbol{\beta}_B = 1,$$

$$t_B = 5, \mathbf{T}_B = \text{diag}([10, 10]^T)^2, a_B = 5, b_B = 1.$$

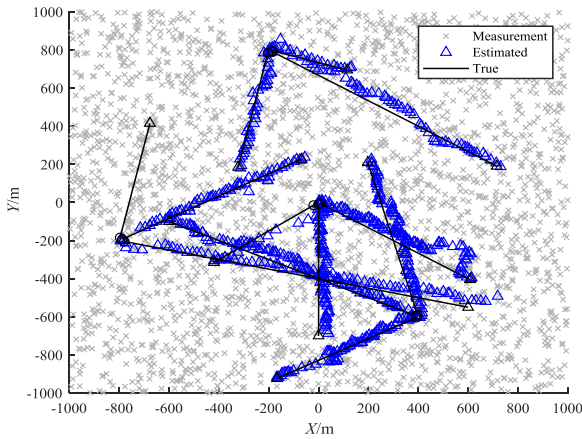
4.2 仿真结果分析

图 1 给出了在 $P_g = 0.10, P_D = 0.95, \lambda_c = 20, \rho = 0.90, N_{\max} = 5$ 时进行单次实验后三种滤波器对目标运动轨迹的估计结果. 从图 1(a) 和图 1(b) 可以看出, 前两种滤波器都出现目标“丢失”现象, 其中, GM-GLMB 滤波器最为严重, 而从图 1(c) 可知, 所提的 NNIWGG-GLMB 滤波器可以正确地对全部目标航迹进行估计. 这是因为 GM-GLMB 滤波器假设量测噪声服从零均值高斯分布, 当受到均值未知且时变的闪烁噪声影响时, 其跟踪性能会严重下降, 而 NGIWG-GLMB 滤波器虽然将量测噪声建模为零均值 Student's t 分布, 但当闪烁噪声均值未知且时变时, 该滤波器的跟踪性能也会受到影响, 而 NNIWGG-GLMB 滤波器用非零均值的 Student's t 分布对量测噪声进行建模, 对均值未知且时变的闪烁噪声表现出了较好的自适应能力, 所以 NNIWGG-GLMB 滤波器具有最好的跟踪性能.

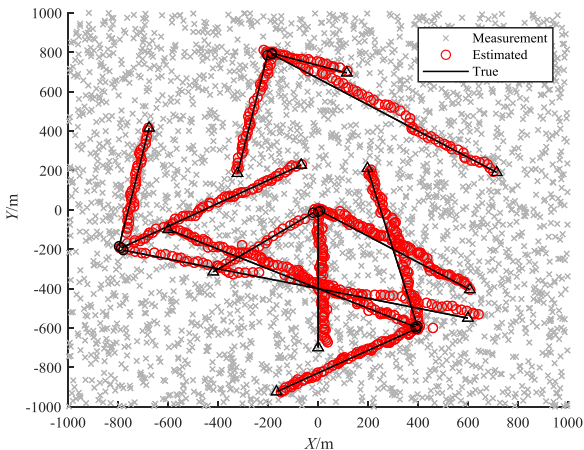
图 2 给出了进行 100 次蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 仿真实验后的势估计对比, 可以看出, 在跟踪起始阶段, 三种滤波器的势估计均值均收敛于真实的目标个数, 但随着目标的出现和消失以及闪烁噪声均值的不断变化, GM-GLMB 滤波器和 NGIWG-GLMB 滤波器均出现不同程度的欠估计, 相比较而言, NGIWG-GLMB 滤



(a) GM-GLMB滤波器的估计轨迹



(b) NGIWG-GLMB滤波器的估计轨迹



(c) NNIWGG-GLMB滤波器的估计轨迹

图1 线性场景下目标真实轨迹和三种滤波器的估计轨迹

滤波器的势估计要好于 GM-GLMB 滤波器, 而 NNIWGG-GLMB 滤波器在整个跟踪过程中均可对目标个数进行正确估计.

图3给出了线性场景下三种滤波器进行 100 次 MC

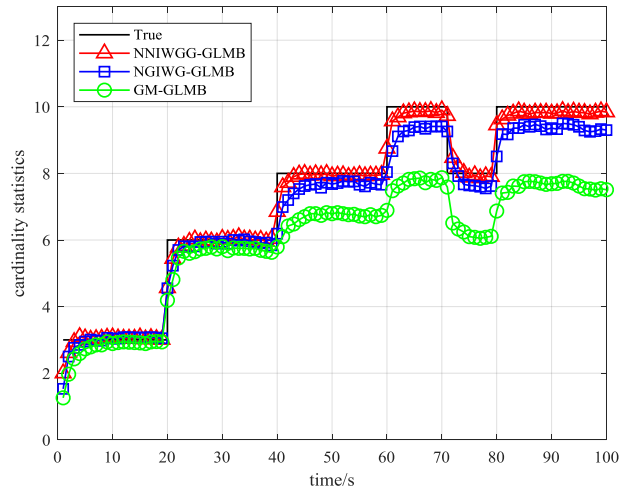


图2 线性场景下 100 次 MC 仿真实验的势估计对比

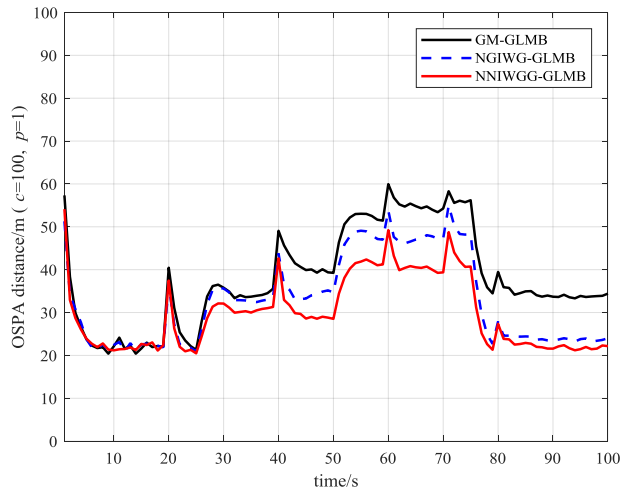


图3 线性场景下三种滤波器的 OSPA 距离对比

仿真实验后的平均 OSPA 距离随时间的变化情况. 从图中可以看出, NNIWGG-GLMB 滤波器具有最小的 OSPA 距离, 且在目标个数发生变化时, 三种滤波器的 OSPA 距离均出现较大峰值. 如图所示, NNIWGG-GLMB 滤波器在第 25s 之后具有最小的 OSPA 距离. 这主要有两方面原因: 首先, 前 25s 内, 真实量测噪声均值为 [10m; 10m], 偏离零均值幅度较小; 再有, NGIWG-GLMB 滤波器和 NNIWGG-GLMB 滤波器都需从给定的参数初值开始对参数进行迭代估计, 在此阶段内, 对应的估计效果可能不太理想. 但是随着量测噪声均值的不断变化, NNIWGG-GLMB 滤波器表现出最好的跟踪性能.

5 结论

本文提出了一种适用于闪烁噪声统计特性未知情况下的多目标 NNIWGG-GLMB 滤波器, 它放宽了闪烁噪声均值为零的限制性假设, 为处理复杂噪声背景下

的 MTT 问题提供了较好的解决方法. 所提滤波器利用均值未知且时变的 Student's *t* 分布来描述量测噪声, 噪声均值和尺度矩阵被建模为高斯-逆 Wishart 分布, 自由度参数和辅助变量均被建模为 Gamma 分布. 通过构建混合状态空间, 将目标状态和 Student's *t* 分布参数表示为该空间上的增广状态, 并通过 VB 方法推导出联合后验 PDF 的近似和边缘似然函数的近似解. 在闪烁噪声均值未知且时变的 MTT 场景中, 对 NNIWGG-GLMB 滤波器与 GM-GLMB 滤波器和 NGIWG-GLMB 滤波器的跟踪性能进行了比较. 仿真结果表明, 所提滤波器具有良好的跟踪精度和鲁棒性.

参考文献

- [1] 刘妹琴, 兰剑. 目标跟踪前沿理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2015. 155 – 156.
- [2] Fortmann T, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2003, 8(3): 173 – 184.
- [3] Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking [J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 5 – 18.
- [4] Mahler R P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion [M]. Norwood, MA: Artech House, 2007. 434 – 454.
- [5] Vo B T, Vo B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(13): 3460 – 3475.
- [6] Vo B N, Vo B T, Phung D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(24): 6554 – 6567.
- [7] Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152 – 1178.
- [8] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091 – 4104.
- [9] Mahler R P S. PHD filters of higher order in target number [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523 – 1543.
- [10] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553 – 3567.
- [11] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 409 – 423.
- [12] Vo B N, Vo B T, Hoang H G. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(8): 1975 – 1987.
- [13] Punchihewa Y, Vo B N, Vo B T. A generalized labeled multi-Bernoulli filter for maneuvering targets [A]. The 19th International Conference on Information Fusion [C]. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 980 – 986.
- [14] Punchihewa Y, Vo B T, Vo B N, et al. Multiple object tracking in unknown backgrounds with labeled random finite sets [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(11): 3040 – 3055.
- [15] Bryant D S, Vo B T, Vo B N, Jones B A. A generalized labeled multi-Bernoulli filter with object spawning [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(23): 6177 – 6189.
- [16] Bilik I, Tabrikian J. Maneuvering target tracking in the presence of glint using the nonlinear Gaussian mixture Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(1): 246 – 262.
- [17] Chang D, Wu W. Feedback median filter for robust preprocessing of glint noise [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(4): 1026 – 1035.
- [18] Wüthrich M, Cifuentes C C, Trimpe S, et al. Robust Gaussian filtering using a pseudo measurement [A]. American Control Conference [C]. Boston, MA, USA: IEEE, 2016. 3606 – 3613.
- [19] Li W L, Jia Y M, Du J P, Zhang J. PHD filter for multi-target tracking with glint noise [J]. Signal Processing, 2014, 94: 48 – 56.
- [20] Xu D J, Shen C, Shen F. A robust particle filtering algorithm with non-Gaussian measurement noise using student-t distribution [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(1): 30 – 34.
- [21] Huang Y L, Zhang Y G, Li N, et al. A robust Gaussian approximate filter for nonlinear systems with heavy tailed measurement noises [A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Shanghai, China: IEEE, 2016. 4209 – 4213.
- [22] Dong P, Jing Z L, Leung H, et al. The labeled multi-Bernoulli filter for multitarget tracking with glint noise [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(5): 2253 – 2268.
- [23] Mukherjee A, Sengupta A. Estimating the probability

density function of a nonstationary non-Gaussian noise [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(4): 1429 – 1435.

- [24] Du H Y, Wang W J, Bai L. Observation noise modeling based particle filter: An efficient algorithm for target tracking in glint noise environment[J]. Neurocomputing, 2015, 158: 155 – 166.
- [25] Huang Y L, Jia G L, Chen B D, et al. A new robust Kalman filter with adaptive estimate of time-varying measurement bias[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020,

27: 700 – 704.

- [26] Bishop C M. Pattern Recognition and Machine Learning [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 2006. 233 – 235.
- [27] Beal M J. Variational algorithms for approximate Bayesian inference[D]. University College London, 2003.
- [28] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447 – 3457.

作者简介



侯利明 男,1987年9月出生,河南延津人,博士研究生.主要研究方向为目标跟踪、信息融合与传感器管理.

E-mail: hliming2017@stu.xjtu.edu.cn



连峰 男,1981年9月出生,陕西宝鸡人,博士,教授,博士生导师.主要研究方向为目标跟踪、信息融合与传感器管理.

E-mail: lianfeng1981@xjtu.edu.cn



谭顺成(通讯作者) 男,1985年12月出生,湖南湘潭人,南京电子技术研究所博士后,海军航空大学讲师.主要研究方向为信息融合、雷达数据处理.

E-mail: tanshuncheng85@sina.com