

事件触发通信下的分布式非线性估计

牛梦飞^{1,2*}, 朱炳旭^{1,2}, 蒋依流³, 鞠爽⁴

(1. 河南理工大学电气工程与自动化学院, 河南焦作 454003; 2. 河南省智能装备直驱技术与控制国际联合实验室, 河南焦作 454003; 3. 东南大学数学学院, 江苏南京 211189; 4. 石家庄铁道大学电气与电子工程学院, 河北石家庄 050043)

摘要: 在基于无线传感网络的分布式估计架构中, 传统周期性时间触发机制存在通信频次高、冗余数据交互量大等固有缺陷, 极易导致网络通信资源过度消耗, 继而影响分布式估计性能。鉴于此, 本文提出一种随机事件触发通信机制, 研究基于无线传感网络的事件触发分布式非线性估计方法。考虑实际传感观测系统普遍存在显著的强非线性特征, 传统线性估计方法无法适配非线性系统状态演化规律, 难以保证估计性能。为此, 本文依托无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filtering, UKF)框架, 利用无迹变换技术精准近似系统非线性状态传递过程, 设计适配非线性观测模型的UKF型局部估计器有效改善局部估计性能。为有效降低邻居节点间持续高频信息交互带来的高昂通信成本, 首先结合局部状态估计偏差特征, 构建局部估计依赖的随机事件触发通信策略, 并基于贝叶斯估计理论设计具备递推形式的事件触发局部估计器。其次, 进一步利用协方差交叉融合技术, 对交互的事件触发局部估计进行实时融合, 设计得到事件触发分布式估计器, 以确保节点在局部估计信息不完全交互的情况下分布式估计的一致性。再次, 在网络全局可观意义下分析事件触发分布式估计器的收敛性, 给出确保分布式估计方差有界的充分条件。最后, 以机动目标跟踪场景进行仿真实验, 验证所提算法在保障估计精度的同时能够显著降低网络通信负载。

关键词: 随机事件触发通信; 无迹卡尔曼滤波(UKF); 协方差交叉融合; 非线性估计; 无线传感网络

基金项目: 国家自然科学基金(No.62503155, No.62303332); 河南省科技攻关(No.252102210024); 河南省高校基本科研业务费专项资金(No.NSFRF2502040); 河北省自然科学基金(No.F2024210006)

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(XXXX)XX-0001-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20260347

Distributed Nonlinear Estimation Under Event-Triggered Communication

NIU Mengfei^{1,2*}, ZHU Bingxu^{1,2}, JIANG Yiliu³, JU Shuang⁴

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454003, China;

2. Henan International Joint Laboratory of Direct Drive and Control of Intelligent Equipment, Jiaozuo, Henan 454003, China;

3. School of Mathematics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 211189, China;

4. School of Electrical and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang, Hebei 050043, China)

Abstract: In the distributed estimation framework based on wireless sensor networks, the conventional periodic time-triggered mechanism suffers from inherent drawbacks such as high communication frequency and massive redundant data exchange, which easily leads to excessive consumption of network communication resources and further degrades the performance of distributed estimation. To address this issue, this paper proposes a stochastic event-triggered communication mechanism and investigates the event-triggered distributed nonlinear estimation method for wireless sensor networks. This paper focuses on the event-triggered distributed nonlinear filtering over wireless sensor networks by introducing a stochastic event-triggered communication scheme. Given the pronounced nonlinear characteristics of the system's observation model, traditional linear estimation methods fail to match the state evolution rules of nonlinear systems and cannot guarantee satisfactory estimation performance. Thus, within the framework of unscented kalman filtering (UKF), this paper adopts the unscented transformation to accurately approximate the nonlinear state propagation process, and develops a UKF-based local estimator tailored for nonlinear observation models to effectively improve local estimation performance. To reduce excessive estimation interactions caused by continuous and frequent information interaction among neighboring nodes, a local estimation-based stochastic event-triggered communication strategy is constructed according to the characteristics of local state estimation errors. Meanwhile, a recursive event-triggered local estimator is designed based on Bayesian estimation theory. By further employing the covariance intersection fusion technique, event-triggered local estimates are fused in real time to derive an event-triggered distributed estimator, which guarantees the consistency of distributed estimation under incom-

plete information exchange among neighboring nodes. Furthermore, the convergence of the proposed event-triggered distributed estimator is analyzed under the global observability of the network, and a sufficient condition is established to ensure the boundedness of the distributed covariance. Finally, simulation experiments are conducted using a typical maneuvering target tracking scenario to verify that the proposed algorithm can significantly reduce the network communication load while ensuring estimation accuracy.

Keywords: stochastic event-triggered communication; unscented Kalman filtering (UKF); covariance intersection fusion; nonlinear estimation; wireless sensor networks

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62503155, No.62303332); Science and Technology Research Project of Henan Province (No.252102210024); Fundamental Research Funds for the Universities of Henan Province (No.NSFRF2502040); Natural Science Foundation of Hebei Province (No.F2024210006)

0 引言

信息与通信技术的迅猛发展推动着依赖无线网络的分布式估计方法日趋成熟,在跨域无人系统、智能电网等重要应用领域引发了广泛关注^[1-3]。作为系统运行监测中最有效的策略之一,分布式状态估计通过无线传感器网络内部节点间的协同交互,能够从受扰的观测数据中准确提取系统的实时状态信息^[4-5]。根据实际应用场景的不同需求,现有分布式估计算法主要分为基于一致性的分布式估计^[6]和基于扩散策略的分布式估计^[7]。值得指出的是,基于一致性的分布式估计算法能够在短时间内实现全局系统状态的一致收敛^[8-9]。

根据一致性迭代过程中数据交互类型的不同,基于一致性的分布式状态估计方法可分为信息一致性^[10]和量测一致性^[11]。值得注意的是,基于信息一致性的方法通过直接融合相邻节点的局部先验信息,能够在任意一致性步长条件下确保估计误差的有界性。相比之下,基于量测一致性的估计误差有界性依赖采样周期内所选取的一致性步长^[12]。需要指出的是,上述两种共识策略均采用双时间尺度机制,即一个时间尺度用于本地卡尔曼滤波过程,一个时间尺度用于完成估计值的一致性迭代^[13]。为克服此局限,文献[14]提出了一种基于扩散策略的分布式估计方法,该方法利用邻域局部估计的凸组合代替多步一致性迭代。相较于一致性策略,扩散策略在执行效率、收敛速度与估计精度方面更具优势^[15]。

在无线网络环境中,分布式状态估计的实现依赖于传感器节点之间频繁的通信交互,这促使研究者深入探讨受限通信带宽对系统估计性能的影响^[16-18]。值得注意的是,借助分布式估计器与事件触发通信机制相融合的协同设计方法,可在保障估计性能的同时,显著降低无线网络中的通信传输成本^[19-20]。根据触发条件设计方式的不同,现有事件触发机制可分为三类:确定性触发、动态触发和随机触发。确定性触发机制依赖于预设的固定触发阈值^[21],通常适用于

系统模型完全已知的可靠系统,却难以适应动态环境或系统状态的时变特性^[22-23]。动态触发机制通过设计自适应触发阈值^[24],从而灵活地适应环境变化并缓解通信压力^[25-26]。值得强调的是,上述事件触发机制通常会破坏原始系统的高斯特性,继而影响分布式估计器的最优性。鉴于此,文献[27]通过引入随机事件触发机制,设计了确保估计方差最小的分布式最优估计器。文献[28]进一步提出由持续时间和累积残差共同驱动的随机事件触发估计器。受此启发,文献[29]将其拓展至多传感器系统,设计了高斯混合事件触发融合估计器。与上述线性高斯系统研究不同,文献[30]针对具有非线性运动的无人艇系统,探讨了基于无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filtering, UKF)的随机事件触发参数估计问题。在此基础上,文献[31]采用相同的无迹变换技术,提出一种非线性观测下的随机事件触发序贯融合估计方法,通过序贯融合机制实时处理量测输出,显著提升了算法的执行效率。

需要强调的是,尽管现有研究围绕随机事件触发估计器设计已取得了丰硕的研究成果,但其触发条件多基于量测残差构建。然而,在基于信息一致性的分布式估计架构中,节点间需要频繁交互的核心信息为局部估计量,而非原始量测数据。因此,传统基于量测残差的触发设计难以准确反映节点间估计信息的传输需求,亦无法有效抑制冗余通信。为此,本文针对通信受限下的分布式非线性状态估计问题,提出依赖局部估计变化裕度的随机事件触发机制,并基于贝叶斯估计理论及协方差融合策略提出事件触发分布式估计架构。该框架使事件触发机制与信息一致性交互架构更加契合,从而在保障估计性能的同时,显著降低节点间的信息传输开销。具体而言,本文的主要贡献总结如下:

(1)与文献[27-31]中基于量测或残差的触发机制不同,本文提出了一种依赖于局部估计变化裕度的随机事件触发机制,适用于依赖局部估计交互的分布式估计架构。

(2)与文献[27-29]的设计方法不同,本文在贝叶斯估计架构下,采用无迹变换技术实现了UKF型局部估计器与随机事件触发机制的协同一体化设计,旨在有效应对系统强非线性特性。

符号说明:本文记 $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ 表示随机向量 \mathbf{x} 服从标准高斯分布,其均值为 $\boldsymbol{\mu}$ 、方差为 $\boldsymbol{\Sigma}$;记 \mathbb{R}^n 和 $\mathbb{R}^{m \times n}$ 分别为 n 维实欧几里得空间和 $m \times n$ 维实矩阵。对于任意对称矩阵 $\mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{P} > 0$ 表示 \mathbf{P} 为正定矩阵;对于对称矩阵 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 ,若 $\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2$ 为正定矩阵,则记 $\mathbf{P}_1 > \mathbf{P}_2$ 。 \mathbf{I} 表示适当维度的单位矩阵。矩阵 \mathbf{P} 的迹、转置与逆分别记为 $\text{tr}(\mathbf{P})$ 、 \mathbf{P}^T 和 \mathbf{P}^{-1} 。随机事件的概率记为 $\text{Pr}(\cdot)$ 。 $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$ 表示本地局部估计集, $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$ 表示事件触发局部估计集, $(\hat{\mathbf{x}}_k^i, \hat{\mathbf{P}}_k^i)$ 表示事件触发分布式估计集。

1 问题描述

1.1 系统模型

考虑线性时不变高斯系统:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 代表系统状态; $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为已知的系统矩阵; $\boldsymbol{\omega}_k \in \mathbb{R}^n$ 表示方差为 $\mathbf{Q}_k > 0$ 的高斯干扰。本文考虑由 N 个传感节点构成无线传感网络实时观测状态 \mathbf{x}_k ,每个观测模型满足:

$$\mathbf{y}_k^i = h_i(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k^i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中, $\mathbf{y}_k^i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 表示传感节点 i 的观测输出; $h_i(\mathbf{x}_k)$ 表示非线性观测方程; $\mathbf{v}_k^i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 表示方差为 $\mathbf{R}_k^i > 0$ 的彼此独立高斯干扰序列。在本文后续工作中,假定初值满足 $\mathbf{x}_0 \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{P}}_0)$,且与干扰序列彼此独立。

1.2 通信拓扑

考虑 N 个局部观测节点实时观测系统状态,节点间的通信交互关系由有向拓扑 $G = (V, E, \mathbf{D})$ 刻画,其中 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 代表局部观测节点集;边集 E 中任意一条边 (i, j) , $i, j \in V$ 表明节点 i 可以接收到节点 j 传输的信息。 $\mathbf{D} = [d_{ij}]_{N \times N}$ 代表权重邻接矩阵,其元素 $d_{ij} > 0$ 表明 $(i, j) \in E$ 。考虑节点 i 的内邻居 $N_i = \{j; (i, j) \in E\} = \{i_1, i_2, \dots, i_{\varepsilon_i}\}$,其内邻居个数 $|N_i| = \varepsilon_i$ 。注意到本文考虑自环情况,即 $i \in N_i$,且对于所有网络节点 $j \in N_i$,总存在 $\sum_{j \in N_i} d_{ij} = 1$ 。

2 时间触发分布式非线性估计

2.1 UKF型局部估计器

UKF凭借其在估计精度、数值稳定性和计算效率之间的优异平衡特性,已成为非线性状态估计领域广泛采用的核心方法。具体地,节点 $j \in N_i$ 利用自身的

观测数据,基于UKF算法计算局部估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$,其过程总结如下:

(1)Sigma点预测,基于分布式估计集 $(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j, \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^j)$ 计算 $2n+1$ 个Sigma点 $\boldsymbol{\chi}_{k-1}^{j,r}$, $r = 0, 1, \dots, 2n$;

(2)状态预测,基于Sigma点 $\boldsymbol{\chi}_{k-1}^{j,r}$ 、系统矩阵 \mathbf{A} 计算状态预测集 $(\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j)$;

(3)Sigma点更新,基于状态预测集 $(\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j)$ 计算更新Sigma点 $\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{j,r}$;

(4)量测更新,基于更新的Sigma点 $\boldsymbol{y}_{k|k-1}^{j,r}$ 、观测方程 $h_j(\mathbf{x}_k)$ 计算量测预测集 $(\hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{yy,k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{xy,k|k-1}^j)$;

(5)状态估计,计算局部估计

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{q}}_k^j = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j + \mathbf{K}_k^j (\mathbf{y}_k^j - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^j) \\ \hat{\mathbf{M}}_k^j = \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j - \mathbf{K}_k^j \hat{\mathbf{M}}_{yy,k|k-1}^j (\mathbf{K}_k^j)^T \\ \mathbf{K}_k^j = \hat{\mathbf{M}}_{xy,k|k-1}^j (\hat{\mathbf{M}}_{yy,k|k-1}^j)^{-1} \end{cases} \quad (3)$$

为了便于分析,定义上述UKF算法运算过程为

$$\begin{aligned} &(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j, \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{yy,k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{xy,k|k-1}^j) \\ &= \text{UT}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j, \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^j, \mathbf{A}, h_j(\mathbf{x}_k), \mathbf{Q}, \mathbf{R}_k^j) \end{aligned} \quad (4)$$

其中,UT表示无迹变换(Unscented Transformation, UT)技术,本文将基于UT的局部预测与量测更新过程作统一符号UT表示。

2.2 分布式估计器

在实际物理系统中,由于单个传感设备的观测范围有限,难以实现对系统全局状态的全面监测。一种有效的解决方案是通过无线网络将多个传感节点互联,构建无线传感网络,从而实现对系统状态的协同观测。具体而言,基于协方差交叉(Covariance Intersection, CI)融合技术,各节点在每个时刻融合自身及其邻居节点传输的局部估计 $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$, $j \in N_i$,计算分布式估计

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_k^i = \hat{\mathbf{P}}_k^i \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_k^j)^{-1} \hat{\mathbf{q}}_k^j \\ (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} = \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_k^j)^{-1} \end{cases} \quad (5)$$

需要指出的是,由于局部估计信息需要频繁交互,式(5)的分布式估计算法在大规模传感网络中存在计算复杂度高、实时性不足的局限。为提升算法执行效率,本文引入事件触发通信机制构建事件触发分布式非线性估计器,以减少无线网络中非必要的局部估计交互。

3 事件触发分布式非线性估计

3.1 事件触发通信机制

正如前文所述,采用CI融合技术的分布式一致性滤波算法需依赖邻居节点之间频繁传输局部估计

值,这不可避免地会带来较高的通信开销。在现有研究中,通常引入基于残差的事件触发通信机制来设计事件触发估计器,从而在保证估计性能的同时,将通信成本控制合理范围内。然而,由于网络中节点交互的信息为局部估计量,现有基于残差的触发机制难以直接适用。鉴于此,本文提出基于局部估计的事件触发通信机制。

具体地,引入二值变量 $\gamma_k^j, j \in N_i$, 当且仅当 $\gamma_k^j = 1$ 时, 节点 j 向邻居节点 i 发送自身本地局部估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$, 其中 γ_k^j 满足:

$$\gamma_k^j = \begin{cases} 1, & \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k^j)^T \mathbf{Z}_j(\mathbf{z}_k^j)\right) < \zeta_k^j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中, ζ_k^j 为区间 $[0, 1]$ 上服从均匀分布的随机变量; $\mathbf{z}_k^j = \hat{\mathbf{q}}_k^j - \mathbf{A}^{k-\tau_k} \hat{\mathbf{q}}_{\tau_k}^j$, 其中 $\tau_k = \max\{t: \gamma_t^j = 1, t < k\}$ 表示距 k 时刻最近的一次触发时刻, \mathbf{z}_k^j 用来衡量当前局部估计 $\hat{\mathbf{q}}_k^j$ 与最近传输局部估计 $\hat{\mathbf{q}}_{\tau_k}^j$ 预测值之间的差异程度; 正定触发矩阵 \mathbf{Z}_j 用于平衡通信率与估计性能。假定所有传感节点均可接收到邻居节点传输的二值变量 γ_k^j 及局部估计初值集 $(\hat{\mathbf{q}}_0^j, \hat{\mathbf{M}}_0^j)$ 。为了便于后文分析, 定义节点 i 可以接收到的邻居节点 $j \in N_i$ 在事件触发通信机制下发送的信息集为

$$\mathbf{I}_k^j = \{\gamma_k^{i_1}, \gamma_k^{i_2}, \dots, \gamma_k^{i_j}, \gamma_k^{i_1} \hat{\mathbf{q}}_k^{i_1}, \gamma_k^{i_2} \hat{\mathbf{q}}_k^{i_2}, \dots, \gamma_k^{i_j} \hat{\mathbf{q}}_k^{i_j}\} \quad (7)$$

3.2 事件触发局部估计器设计

本节利用序贯融合策略, 基于事件触发通信机制(6)设计事件触发局部估计器。

定理 1 考虑节点 $j \in N_i$ 采用事件触发通信机制(6)向邻居节点 i 交互局部估计。对于初值满足 $\mathbf{x}_0 | \hat{\mathbf{I}}_0^j \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{P}}_0)$, 在给定的信息集 $\hat{\mathbf{I}}_k^j, j \in \{i_1, i_2, \dots, i_{e_i}\}$ 下, 状态 \mathbf{x}_k 服从均值为 $\hat{\mathbf{q}}_k^j$ 、方差为 $\hat{\mathbf{M}}_k^j$ 的高斯分布, 其中:

$$\hat{\mathbf{q}}_k^j = \gamma_k^j \hat{\mathbf{q}}_k^j + (1 - \gamma_k^j) \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j = \hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j (\hat{\mathbf{M}}_{yy, k|k-1}^j)^{-1} (\hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j)^T \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_k^j = \gamma_k^j \hat{\mathbf{M}}_k^j + (1 - \gamma_k^j) \left[\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j - \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j (\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j + \mathbf{Z}_j^{-1})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j \right] \quad (10)$$

其中, $\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{yy, k|k-1}^j$ 是基于 $k-1$ 刻事件触发估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_{k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k-1}^j)$ 执行 UKF 算法得到, 即

$$\begin{aligned} & \left(\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{yy, k|k-1}^j \right) \\ & = \text{UT} \left(\hat{\mathbf{q}}_{k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k-1}^j, \mathbf{A}, h_j(\mathbf{x}_k) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

证明 采用数学归纳法进行分析。首先, 假定给定信息集 \mathbf{I}_{k-1}^j , 状态 \mathbf{x}_{k-1} 服从均值为 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j$, 协方差

$\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^j$ 的高斯分布。现在讨论 $\mathbf{x}_k | \mathbf{I}_k^j$ 的分布, 由于引入的事件触发机制, 讨论分为如下两种情况:

当 $\gamma_k^j = 0$ 时, 传感节点 i 无法接收到邻居节点 j 发送的局部估计 $(\hat{\mathbf{q}}_k^j, \hat{\mathbf{M}}_k^j)$ 。由于事件触发机制(6)仅与 \mathbf{z}_k^j 相关, 因此给定 \mathbf{z}_k^j 时, γ_k^j 与 $(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_{k-1}^j)$ 条件独立。进一步基于贝叶斯定理可知:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_k^j) &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_{k-1}^j, \gamma_k^j = 0) \\ &= \frac{\Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j, \mathbf{I}_{k-1}^j) f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_{k-1}^j)}{\Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{I}_{k-1}^j)} \\ &= \frac{\Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{z}_k^j) f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_{k-1}^j)}{\Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{I}_{k-1}^j)} \end{aligned} \quad (12)$$

现在考虑给定信息集 \mathbf{I}_{k-1}^j 下, 状态 $(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j)$ 的联合概率分布。根据 $\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{I}_{k-1}^j \sim \mathcal{N}(\hat{\mathbf{q}}_{k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k-1}^j)$ 可得

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_{k-1}^j) = \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\eta}_k^j \left(\sqrt{\det(\boldsymbol{\Psi}_k^j)} (2\pi)^{2n} \right)^{-1}\right) \quad (13)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}_k^j = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix}^T (\boldsymbol{\Psi}_k^j)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{\Psi}_k^j = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j & \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j \\ \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j & \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j \end{bmatrix}$ 。

考虑非线性观测模型影响, 状态 \mathbf{x}_k 与 \mathbf{z}_k^j 之间不再呈现简单的线性关系, 导致其互协方差矩阵 $\hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j$ 难以直接求解。为此, 本文采用无迹变化技术(11)分别计算 $\hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^j, \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j, \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^j$, 进而根据等式(9)确定 $\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^j$ 。

根据事件触发条件可知

$$\begin{aligned} \Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{z}_k^j) &= \Pr\left(\exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k^j)^T \mathbf{Z}_j(\mathbf{z}_k^j)\right) \geq \zeta_k^j | \mathbf{z}_k^j\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k^j)^T \mathbf{Z}_j(\mathbf{z}_k^j)\right) \end{aligned} \quad (14)$$

将等式(13)和(14)带入等式(12)可得

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^j | \mathbf{I}_k^j) = \alpha_k^j \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\beta}_k^j\right) \quad (15)$$

其中, $\alpha_k^j = \frac{1}{\Pr(\gamma_k^j = 0 | \mathbf{I}_{k-1}^j) \sqrt{\det(\boldsymbol{\Psi}_k^j)} (2\pi)^{2n}}$; $\boldsymbol{\beta}_k^j = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix}^T (\boldsymbol{\Psi}_k^j)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix} + (\mathbf{z}_k^j)^T \mathbf{Z}_j(\mathbf{z}_k^j)$ 。

由于节点 i 无法接收到 $(\mathbf{z}_k^j)^T \mathbf{Z}_j(\mathbf{z}_k^j)$, 基于文献[32]中引理 1, 运用配方法计算可得:

$$\boldsymbol{\beta}_k^j = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_k^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{xx, k}^j & \boldsymbol{\Theta}_{xy, k}^j \\ \boldsymbol{\Theta}_{xy, k}^j & \boldsymbol{\Theta}_{yy, k}^j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_k^j \\ \mathbf{z}_k^j \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中, $\hat{\mathbf{q}}_k^j = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^j$, 且

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Theta}_{xx,k}^{ij} = \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} (\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} + \mathbf{Z}_j^{-1})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} \\ \boldsymbol{\Theta}_{xy,k}^{ij} = \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} (\mathbf{I} + \mathbf{Z}_j \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij})^{-1} \\ \boldsymbol{\Theta}_{yy,k}^{ij} = \left[(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij})^{-1} + \mathbf{Z}_j \right]^{-1} \end{cases} \quad (17)$$

根据触发条件,总存在

$$\begin{aligned} \Pr(\gamma_k^i = 0 | \mathbf{I}_{k-1}^{ij}) &= \int_{\mathbf{R}^n} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k^i)^\top \mathbf{z}_k^i\right) \cdot p(\mathbf{z}_k^i | \mathbf{I}_{k-1}^{ij}) d_{\mathbf{z}_k^i} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\det(\mathbf{I} + \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} \mathbf{Z}_j)}} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)表明

$$\begin{cases} \alpha_k^{ij} = \frac{1}{\Pr(\gamma_k^i = 0 | \mathbf{I}_{k-1}^{ij}) \sqrt{\det(\boldsymbol{\Psi}_k^{ij})} (2\pi)^{2n}} = \frac{1}{(2\pi)^n \sqrt{\det(\boldsymbol{\Theta}_k)}} \\ \boldsymbol{\Theta}_k^{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{xx,k}^{ij} & \boldsymbol{\Theta}_{xy,k}^{ij} \\ \boldsymbol{\Theta}_{xy,k}^{ij} & \boldsymbol{\Theta}_{yy,k}^{ij} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (19)$$

综上,在给定信息集 \mathbf{I}_{k-1}^{ij} 下,状态 $(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^i)$ 得联合概率分布可重新表述为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^i | \mathbf{I}_k^{ij}) &= \frac{1}{(2\pi)^n \sqrt{\det(\boldsymbol{\Theta}_k)}} \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_k^{ij} \\ \mathbf{z}_k^i \end{bmatrix}^\top \left[\boldsymbol{\Theta}_k^{ij} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{q}}_k^{ij} \\ \mathbf{z}_k^i \end{bmatrix}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

由此可知,当 $\gamma_k^i = 0$ 时, $(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k^i)$ 在 \mathbf{I}_k^{ij} 条件下服从联合高斯分布,即 \mathbf{x}_k 在给定 \mathbf{I}_k^{ij} 的条件下服从均值为 $\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^{ij}$, 协方差为 $\boldsymbol{\Theta}_{xx,k}^{ij}$ 的高斯分布,即存在

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{q}}_k^{ij} = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}^{ij} \\ \hat{\mathbf{M}}_k^{ij} = \boldsymbol{\Theta}_{xx,k}^{ij} = \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} (\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} + \mathbf{Z}_j^{-1})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} \end{cases} \quad (21)$$

当 $\gamma_k^i = 1$ 时,传感节点 i 可以接收到邻居节点 j 发送的局部估计 $(\hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij})$ 。根据 UKF 算法执行原理可知

$$\hat{\mathbf{q}}_k^{ij} = \hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij} = \hat{\mathbf{M}}_k^{ij} \quad (22)$$

综上可知,给定信息集 $\mathbf{I}_k^{ij}, \mathbf{x}_k$ 的条件概率密度函数服从高斯分布,即存在

$$\mathbf{x}_k | \mathbf{I}_k^{ij} \sim \mathcal{N}\left(\left(1 - \gamma_k^i\right) \hat{\mathbf{q}}_k^{ij} + \gamma_k^i \hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \left(1 - \gamma_k^i\right) \hat{\mathbf{M}}_k^{ij} + \gamma_k^i \hat{\mathbf{M}}_k^{ij}\right) \quad (23)$$

证毕。

3.3 事件触发分布式估计器设计

尽管事件触发局部估计器降低了通信开销,但单节点观测的局限性及在复杂网络中产生的未知互相关性,制约了系统的估计精度与鲁棒性。为此,本节引入 CI 融合技术,进一步设计事件触发分布式估计器,严格保证融合结果的一致性。具体地,节点 i 接

收到邻居节点基于事件触发通信机制(6)传输的事件,并触发局部估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij})$ 后,采用 CI 融合技术计算事件触发分布式估计集 $(\hat{\mathbf{x}}_k^i, \hat{\mathbf{P}}_k^i)$:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_k^i = \hat{\mathbf{P}}_k^i \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_k^{ij})^{-1} \hat{\mathbf{q}}_k^{ij} \\ (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} = \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_k^{ij})^{-1} \end{cases} \quad (24)$$

完整的事件触发分布式估计算法执行过程总结如算法 1 所示。

算法 1 事件触发分布式估计算法

输入:系统矩阵 \mathbf{A} ,量测数据 y_k^i ,噪声方差 $\mathbf{Q}_k, \mathbf{R}_k^i$,状态初值集 $(\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{P}}_0)$

输出:分布式估计集 $(\hat{\mathbf{x}}_k^i, \hat{\mathbf{P}}_k^i)$

1 初始化: $\hat{\mathbf{q}}_0^i = \bar{\mathbf{x}}_0, \hat{\mathbf{M}}_0^i = \bar{\mathbf{P}}_0, j \in N_i$;

2 For $k = 1 : \infty$:

3 局部估计:节点 j 基于等式(4)执行 UKF 算法计算局部估计集

$(\hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij})$;

4 事件触发估计:节点 j 基于事件触发机制(6)计算 γ_k^i :

IF $\gamma_k^i = 0$ THEN

基于式(21)计算事件触发局部估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij})$;

ELSE

基于式(22)计算事件触发局部估计集 $(\hat{\mathbf{q}}_k^{ij}, \hat{\mathbf{M}}_k^{ij})$;

END

5 分布式估计:节点 i 基于 CI 融合技术,利用式(24)计算事件触发分布式估计集 $(\hat{\mathbf{x}}_k^i, \hat{\mathbf{P}}_k^i)$;

6 END

4 估计方差有界性分析

本节主要讨论事件触发分布式估计方差的有界性。为了便于分析,首先利用文献[15]中的统计线性化方法获取伪量测模型

$$\mathbf{y}_k^i = \boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

其中, $\mathbf{H}_k^i = (\hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^{ii})^\top (\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ii})^{-1}$, $\hat{\mathbf{M}}_{xy, k|k-1}^{ii}$ 及 $\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ii}$ 由标准 UKF 算法(4)计算得到;对角矩阵 $\boldsymbol{\beta}_k^i = \text{diag}\{\beta_{1,k}^i, \beta_{2,k}^i, \dots, \beta_{m_j,k}^i\}$ 用于抵消近似误差^[15]。结合伪量测模型,并基于卡尔曼滤波器的信息形式可得局部估计方差 $\hat{\mathbf{M}}_k^{ii}$ 及互协方差 $\boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij}$ 的等价表达:

$$(\hat{\mathbf{M}}_k^{ii})^{-1} = (\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ii})^{-1} + (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top (\mathbf{R}_k^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{k|k-1}^{ij} &= \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top [(\boldsymbol{\beta}_k^j \mathbf{H}_k^j)^\top \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{jj} (\boldsymbol{\beta}_k^j \mathbf{H}_k^j) \\ &\quad + \mathbf{R}_k^j]^{-1} \boldsymbol{\beta}_k^j \mathbf{H}_k^j \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ii} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^i \mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}_{k-1}$; $\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{M}}_{k-1}^{ij} \mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}_{k-1}$ 。

为了便于分析下文,给出如下定义^[33]:

定义 $\mathbf{H}_s = [(\boldsymbol{\beta}_s^1 \mathbf{H}_s^1)^\top, (\boldsymbol{\beta}_s^2 \mathbf{H}_s^2)^\top, \dots, (\boldsymbol{\beta}_s^N \mathbf{H}_s^N)^\top]^\top$, N 为网络传感节点总个数。若存在正实数 κ, τ_1 及 τ_2 , 使得改进的格拉姆矩阵满足约束为

$$\tau_1 \mathbf{I}_n \leq \sum_{s=k}^{k+\kappa} (\mathbf{A}^s)^\top \mathbf{H}_s^\top \mathbf{H}_s \mathbf{A}^s < \tau_2 \mathbf{I}_n \quad (28)$$

则称无线传感网络全局一致可观。

定理 2 给定系统参数及噪声方差满足: $\alpha_1 \mathbf{I} \leq \mathbf{A}\mathbf{A}^\top \leq \alpha_2 \mathbf{I}$, $q_1 \mathbf{I} \leq \mathbf{Q}_k \leq q_2 \mathbf{I}$, $r_1 \mathbf{I} \leq \mathbf{R}_k^i \leq r_2 \mathbf{I}$, 其中 $i \in V$, α_1 、 α_2 、 q_1 、 q_2 、 r_1 、 r_2 为正实数。考虑无线传感网络 G 强连通且全局一致可观, 若存在正实数 z 使得触发矩阵满足 $z\mathbf{I} \leq \mathbf{Z}_j$, $j \in N_i$, 则必存在正实数 p 使得 $\hat{\mathbf{P}}_k^i \leq p\mathbf{I}_n$ 对所有 $i \in V$ 均成立。

证明 根据式(24)可知, 事件触发分布式估计方差具有等价形式

$$(\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} = d_{ii} (\hat{\mathbf{M}}_k^{ii})^{-1} + \sum_{j \in N_i/i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_k^{ij})^{-1} \quad (29)$$

注意到 $\gamma_k^i = 1$, 恒有 $\hat{\mathbf{M}}_k^{ii} = \hat{\mathbf{M}}_k^{ij}$; 针对 $\gamma_k^i = 0$, 由矩阵逆引理可知, 事件触发局部估计方差 $\hat{\mathbf{M}}_k^{ij}$ 满足

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}_k^{ij} &= \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \Sigma_{k|k-1}^{ij} (\Sigma_{k|k-1}^{ij} + \mathbf{Z}_j^{-1})^{-1} \Sigma_{k|k-1}^{ij} \\ &\leq \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \Sigma_{k|k-1}^{ij} + \mathbf{Z}_j^{-1} \end{aligned} \quad (30)$$

结合式(17), 总存在

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \Sigma_{k|k-1}^{ij} &= \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top [(\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top \\ &\quad \times \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i) + \mathbf{R}_k^i]^{-1} \boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} \end{aligned} \quad (31)$$

定义矩阵函数

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}) &= \mathbf{X} - \mathbf{X} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top \\ &\quad [(\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top \mathbf{X} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i) + \mathbf{R}_k^i]^{-1} \boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i \mathbf{X} \end{aligned} \quad (32)$$

则存在

$$\hat{\mathbf{M}}_k^{ij} \leq \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} - \Sigma_{k|k-1}^{ij} + \mathbf{Z}_j^{-1} = g(\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij}) + \mathbf{Z}_j^{-1} \quad (33)$$

注意到函数 $g(\mathbf{X})$ 代表标准卡尔曼滤波器中估计方差的更新形式, 基于该形式的单调性、有界增益性及触发矩阵的一致下有界性可知, 总存在一个正实数 $\mu > 1$ 使得

$$\hat{\mathbf{M}}_k^{ij} \leq \mu \hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij} \quad (34)$$

即存在

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} &\geq \frac{1}{\mu} \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij})^{-1} \\ &= \frac{1}{\mu} \sum_{j \in N_i} d_{ij} [(\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij})^{-1} + (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top (\mathbf{R}_k^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)] \end{aligned} \quad (35)$$

基于文献[34]中的不等式(7)可知, 存在 $0 < \rho < 1$ 使得 $(\hat{\mathbf{M}}_{k|k-1}^{ij})^{-1} \geq \rho \mathbf{A}^{-\top} \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^i \mathbf{A}^{-1}$, 该不等式表明

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} &\geq \frac{\rho}{\mu} \mathbf{A}^{-\top} \left[\sum_{j \in N_i} d_{ij} (\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^i)^{-1} \right] \mathbf{A}^{-1} \\ &\quad + \frac{1}{\mu} \sum_{j \in N_i} d_{ij} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i)^\top (\mathbf{R}_k^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_k^i \mathbf{H}_k^i) \end{aligned} \quad (36)$$

重复迭代式(36) ζ 次可得:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} &\geq \frac{\rho^\zeta}{\mu^\zeta} (\mathbf{A}^\zeta)^{-\top} \left[\sum_{j \in N_i} d_{ij}^\zeta (\hat{\mathbf{P}}_{k-\zeta}^i)^{-1} \right] \mathbf{A}^{-\zeta} \\ &\quad + \sum_{s=0}^{\zeta-1} \frac{\rho^s}{\mu^{s+1}} (\mathbf{A}^{-s})^\top \\ &\quad \cdot \sum_{j \in N_i} d_{ij}^{s+1} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i)^\top (\mathbf{R}_{k-s}^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i) \mathbf{A}^{-s} \end{aligned} \quad (37)$$

其中, d_{ij}^ζ 为矩阵 \mathbf{D}^ζ 中元素, \mathbf{D}^ζ 表示邻接矩阵的 ζ 次方。注意到当无线传感网络 G 强连通且迭代步长 $\zeta > D(G) + n$ 时 [其中 $D(G)$ 为拓扑图 G 直径, n 为系统状态维数], 矩阵 \mathbf{D}^ζ 中所有元素均为正^[12]。因此, 由方差矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_{k-\zeta}^i$ 的正定性可得:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} &\geq \sum_{s=0}^{\zeta-1} \frac{\rho^s}{\mu^{s+1}} (\mathbf{A}^{-s})^\top \sum_{j \in N_i} d_{ij}^{s+1} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i)^\top (\mathbf{R}_{k-s}^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i) \mathbf{A}^{-s} \\ &\geq \bar{\mu} (\bar{\mathbf{A}})^\top \sum_{s=0}^{\zeta-1} (\mathbf{A}^s)^\top \sum_{j \in N_i} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i)^\top (\mathbf{R}_{k-s}^i)^{-1} (\boldsymbol{\beta}_{k-s}^i \mathbf{H}_{k-s}^i) \mathbf{A}^s \bar{\mathbf{A}} \end{aligned} \quad (38)$$

其中, $\bar{\mu} = (\rho^{s-1}/\mu^s) d_{\min}$, $d_{\min} = \min d_{ij}^{s+1}$, $s \in [0, \zeta-1]$; $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^{\zeta-1}$ 。

基于网络全局一致可观性条件式(28)可得 $(\hat{\mathbf{P}}_k^i)^{-1} \geq \tau_1 \bar{\mu} \alpha / r_2$, 其中 α 满足 $(\bar{\mathbf{A}})^\top \bar{\mathbf{A}} \geq \alpha \mathbf{I}_n$, 即

$$\hat{\mathbf{P}}_k^i \leq \frac{r_2}{\tau_1 \bar{\mu} \alpha} \mathbf{I}_n = p \mathbf{I}_n \quad (39)$$

5 仿真结果与分析

5.1 仿真模型及参数

本节以一个机动目标的轨迹追踪例子来验证所设计的事件触发分布式估计算法的有效性。考虑目标在二维平面内做匀速直线运动, 其运动方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \tau_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (40)$$

其中, $\mathbf{x}_k = [p_{x,k}, v_{x,k}, p_{y,k}, v_{y,k}]^\top$ 分别表示 X 轴和 Y 轴上目标运动的位移与速度; 系统采样周期 $\tau_k = 0.1$; 目标运动中的干扰噪声建模 $\boldsymbol{\omega}_k$ 建模为均值为 0、方差 $\mathbf{Q}_k = \text{diag}\{0.1, 0.01, 0.1, 0.01\}$ 的高斯噪声。

为了实时获取机动目标运动轨迹, 由四个传感器构成的传感网络实时监测目标运动过程。具体地, 传感观测模型为

$$\mathbf{y}_k^i = \sqrt{(p_{x,k} - \bar{p}_x^i)^2 + (p_{y,k} - \bar{p}_y^i)^2} + \mathbf{v}_k^i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (41)$$

其中, $(\bar{p}_x^i, \bar{p}_y^i)$ 代表第 i 个传感节点位置坐标, 且满足

$S_1: (\bar{p}_x^1, \bar{p}_y^1) = (0.6 \text{ m}, 1 \text{ m})$, $S_2: (\bar{p}_x^2, \bar{p}_y^2) = (0 \text{ m}, 0.8 \text{ m})$, $S_3: (\bar{p}_x^3, \bar{p}_y^3) = (0.7 \text{ m}, 0.2 \text{ m})$, $S_4: (\bar{p}_x^4, \bar{p}_y^4) = (1.4 \text{ m}, 0.8 \text{ m})$, 传感器观测噪声方差满足: 传感器 1~4 的观测噪声方差分别为 1、2、2.5、1.5。在下述仿真过程中, 选取状态初值 $\bar{x}_0 = [5, 3, 5, 3]^T$ 、初始方差 $\bar{P}_0 = \text{diag}\{1, 0.1, 1, 0.1\}$, 权重邻接矩阵元素 $d_{ij} = 1/\varepsilon_i$, 其中 ε_i 代表节点 i 的邻居节点个数。事件触发矩阵 $Z_i = \text{diag}\{60, 60, 60, 60\}$, 各传感节点的邻居节点集为: $N_1 = \{S_1, S_2, S_4\}$, $N_2 = \{S_1, S_2\}$, $N_3 = \{S_2, S_3\}$, $N_4 = \{S_1, S_3, S_4\}$ 。

5.2 评价指标

为直观呈现仿真结果, 本文选取目标位置均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 与平均均方根误差 (Average Root Mean Square Error, ARMSE) 作为精度评价指标, 用以量化对比算法估计性能。精度评价指标的定义为

$$\begin{cases} \text{RMSE}_{p,k}^{i,1} = \sqrt{(p_{x,k} - \hat{p}_{x,k}^{i,1})^2 + (p_{y,k} - \hat{p}_{y,k}^{i,1})^2} \\ \text{RMSE}_{p,k} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \sqrt{(p_{x,k} - \hat{p}_{x,k}^{i,1})^2 + (p_{y,k} - \hat{p}_{y,k}^{i,1})^2} \\ \text{ARMSE}_p = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \sqrt{\frac{1}{TK} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K (p_{x,k} - \hat{p}_{x,k}^{i,t})^2 + (p_{y,k} - \hat{p}_{y,k}^{i,t})^2} \end{cases} \quad (42)$$

其中, $(\hat{p}_{x,k}^{i,t}, \hat{p}_{y,k}^{i,t})$ 代表执行 t 次蒙特卡罗训练后, 节点 i 在时刻 k 滤波器估计的位置向量; K 代表总通信次数, 即采样次数; T 代表蒙特卡罗训练次数。

进一步, 本文选取每个节点的平均通信率作为衡量网络通信负载的指标, 其中通信率通过事件触发次数占总通信次数的百分比来表征。具体地, 定义网络节点 j 通信率 γ_j 、网络节点 i 局部 (邻居) 平均通信率 γ_i 以及全局网络平均通信率 λ 为

$$\begin{cases} \gamma_j = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \gamma_k^j \\ \gamma_i = \frac{1}{|N_i| - 1} \sum_{j \in N_i/i} \gamma_j \\ \lambda = \frac{1}{NTK} \sum_{j=1}^4 \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \gamma_k^j \end{cases} \quad (43)$$

5.3 仿真结果与分析

通过执行所设计事件触发分布式估计算法, 首先绘制了各传感节点的轨迹追踪图及对应的估计误差图, 如图 1 和图 2 所示, 且每个节点的局部平均通信率由表 1 给出。仿真结果表明: 所设计的算法 1 在较低通信频率下维持了良好的估计性能。为直观表明触发矩阵 Z_i 对网络通信率的影响, 图 3 绘制了不同触发矩阵下各节点的通信率, 其中触发矩阵 $Z_j =$

$\text{diag}\{m, m, m, m\}$ 。可以看出, 较大的触发矩阵对应更高的网络通信率, 从而有助于提升分布式估计性能。

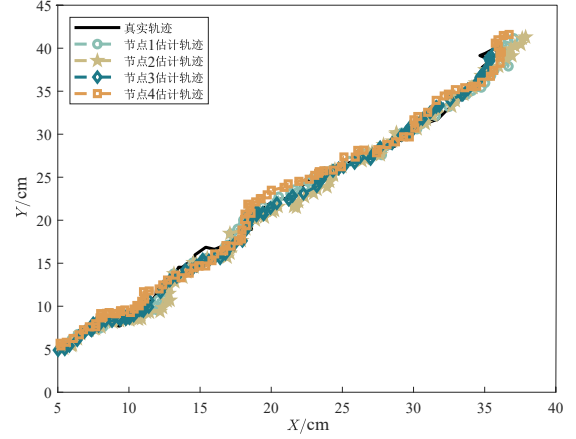


图 1 节点轨迹追踪

Figure 1 Trajectory tracking of all nodes

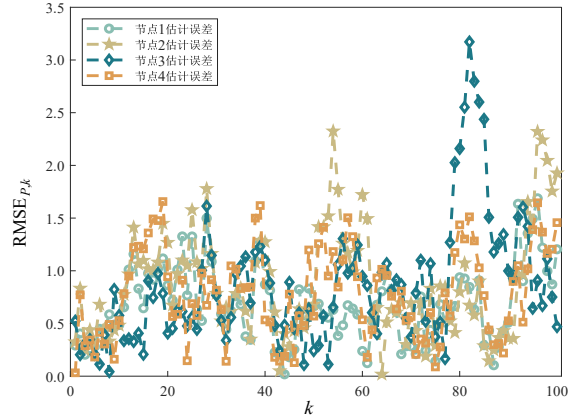


图 2 节点位置估计误差

Figure 2 Position estimation error of all nodes

表 1 网络节点局部平均通信率

Table 1 Local average communication rate of all nodes

节点 S_i	通信率 $\gamma_i/\%$
S_1	70
S_2	71
S_3	72
S_4	71

为验证本文所设计事件通信机制的优越性, 通过 200 次蒙特卡罗仿真实验, 在相同通信率下与基于随机通信协议的分布式估计算法^[16]进行比较, 其中随机通信过程采用一组服从伯努利分布的二值变量建模。由仿真比较结果图 4 和图 5 可知, 所设计的事件触发估计算法在相同的通信率下能够实现更优的估计性能。

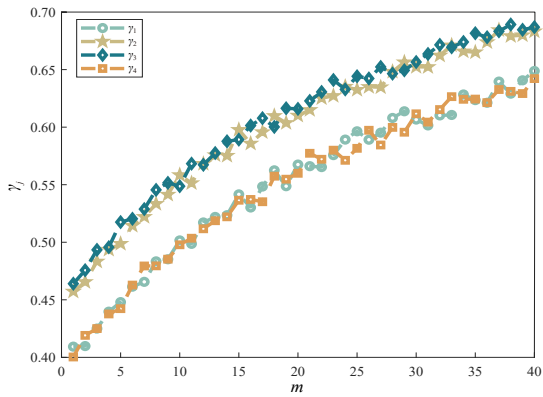


图3 事件触发矩阵 Z_j 与节点通信率 γ_j 关系

Figure 3 Relationship between event-triggering matrix Z_j and node communication rate γ_j

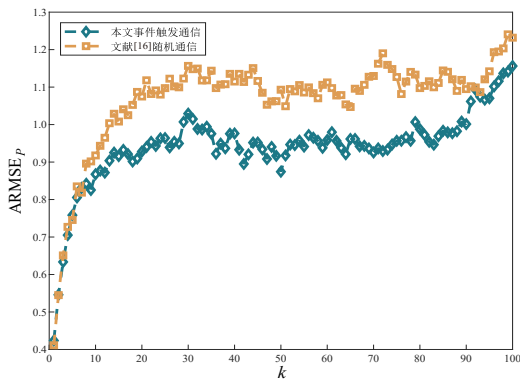


图4 随机事件触发与随机通信下的估计误差比较($\lambda=0.2$)

Figure 4 Comparison of estimation errors under stochastic event-triggered schemes and stochastic communication ($\lambda=0.2$)

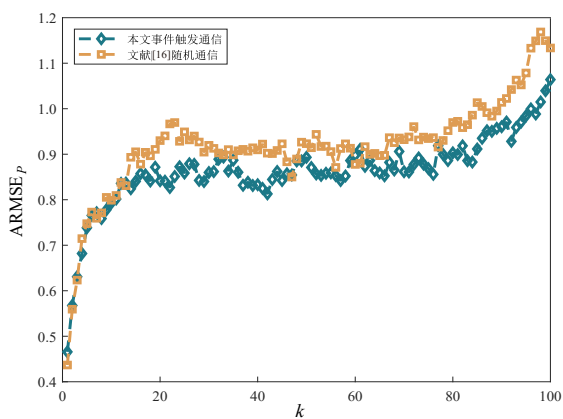


图5 随机事件触发与随机通信下的估计误差比较($\lambda=0.66$)

Figure 5 Comparison of estimation errors under stochastic event-triggered schemes and stochastic communication ($\lambda=0.66$)

进一步,在相同通信率下与基于确定性触发机制^[22]及动态触发机制^[24]的分布式估计算法进行比较,比较结果如图6~图9所示。仿真结果表明:本文

设计的基于随机触发的分布式估计算法在较低通信率下维持更优的估计性能。

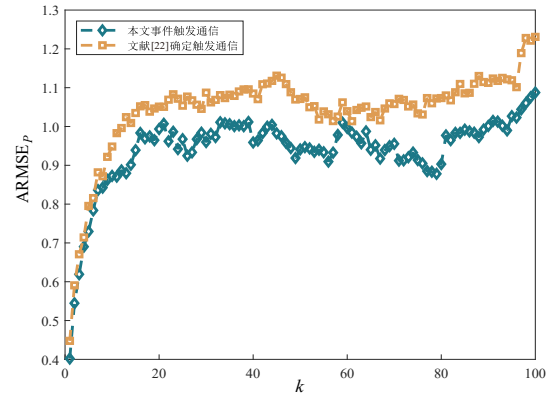


图6 随机事件触发与确定性事件触发下的估计误差比较($\lambda=0.17$)

Figure 6 Comparison of estimation errors under stochastic and deterministic event-triggered schemes ($\lambda=0.17$)

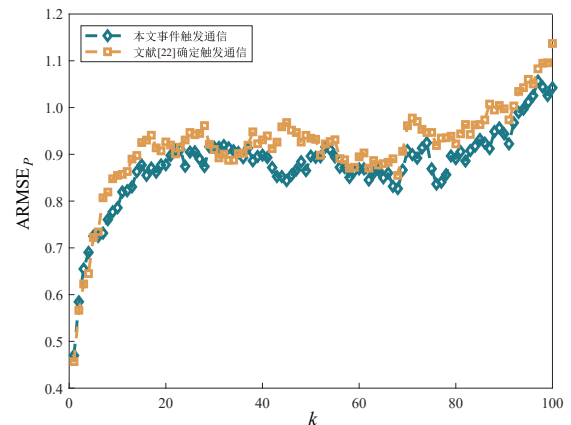


图7 随机事件触发与确定性事件触发下的估计误差比较($\lambda=0.66$)

Figure 7 Comparison of estimation errors under stochastic and deterministic event-triggered schemes ($\lambda=0.66$)

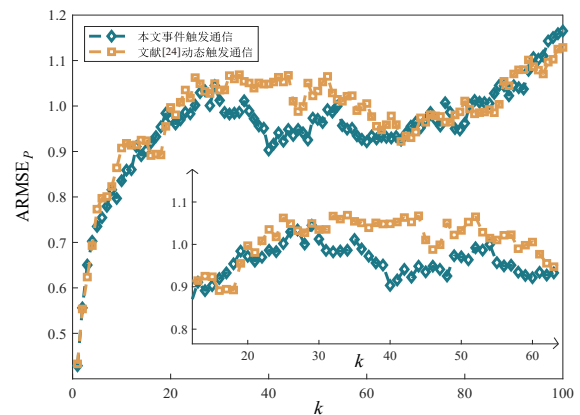


图8 随机事件触发与动态事件触发下的估计误差比较($\lambda=0.18$)

Figure 8 Comparison of estimation errors under stochastic and dynamic event-triggered schemes ($\lambda=0.18$)

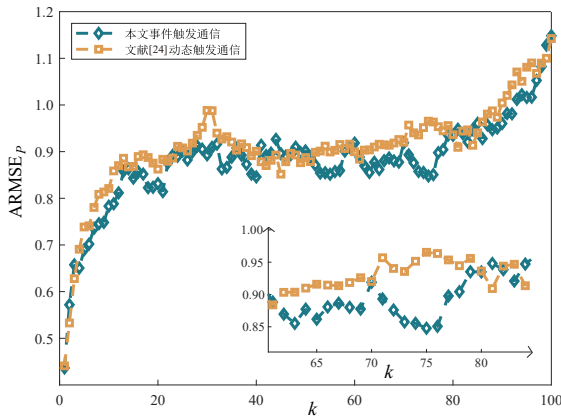


图9 随机事件触发与动态事件触发下的估计误差比较($\lambda=0.79$)

Figure 9 Comparison of estimation errors under stochastic and dynamic event-triggered schemes ($\lambda=0.79$)

6 结论

针对一类具备强非线性特征的多传感器观测系统,本文设计了一种低通信成本的事件触发分布式非线性估计器。基于无迹变换技术,构建了基于UKF架构的局部估计器,有效克服了强非线性观测带来的设计挑战。在此基础上,引入局部估计依赖的随机事件触发通信机制,设计了对应的事件触发局部估计器。借助协方差交叉融合方法,各节点实时融合来自邻居节点的事件触发局部估计,从而得到事件触发分布式估计器。进一步给出了网络全局可观意义下维持估计方差有界的触发矩阵下界。仿真结果表明:所设计的事件触发分布式估计算法在显著降低节点平均通信率的同时,仍能维持良好的估计性能。未来拟研究抵御恶意网络攻击的事件触发分布式弹性估计问题,推动事件触发估计与攻击检测、隔离的一体化协同设计。

参考文献

- [1] 薛福帅, 薛斌强. 欺骗攻击下的不确定多智能体系统分布式估计[J]. 电光与控制, 2025, 32(8): 1-6.
Xue Fushuai, Xue Binqiang. Distributed estimation of uncertain multi-agent systems under deception attacks[J]. Electronics Optics & Control, 2025, 32(8): 1-6. (in Chinese)
- [2] 江碧涛, 温广辉, 周佳玲, 等. 智能无人集群系统跨域协同技术研究现状与展望[J]. 中国工程科学, 2024, 26(1): 117-126.
Jiang Bitao, Wen Guanghui, Zhou Jialing, et al. Cross-domain cooperative technology of intelligent unmanned swarm systems: Current status and prospects[J]. Strategic Study of CAE, 2024, 26(1): 117-126. (in Chinese)
- [3] 彭锐晖, 郭玮, 钱海宁, 等. 多传感器组网的航空目标三

维定位算法[J]. 电子学报, 2024, 52(12): 4059-4073.

- Peng Ruihui, Guo Wei, Qian Haining, et al. Multi-sensor network-based three-dimensional positioning algorithm for airborne targets[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(12): 4059-4073. (in Chinese)
- [4] 徐晨辉, 何德峰, 杜海平. 未知外部输入传感器网络异步触发分布式滚动时域估计[J]. 自动化学报, 2025, 51(7): 1642-1650.
Xu Chenhui, He Defeng, Du Haiping. Asynchronous triggered distributed moving horizon estimation for sensor networks with unknown external inputs[J]. Acta Automatica Sinica, 2025, 51(7): 1642-1650. (in Chinese)
- [5] Wen Guanghui, Wang Linan, Zhao Dan, et al. Attitude estimation for rigid aircraft with time-varying gyro bias: A finite-time complementary filtering approach[J]. Guidance, Navigation and Control, 2025, 5(4): 445-458.
- [6] Lyu Xiaoxu, Wen Guanghui, Shi Ling, et al. Performance analysis of distributed filtering under misspecified noise covariances[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2025, 70(10): 6735-6750.
- [7] Matveev A S, Almodarresi M, Ortega R, et al. Diffusion-based distributed parameter estimation through directed graphs with switching topology: Application of dynamic regressor extension and mixing[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(8): 4256-4263.
- [8] Zhang Weifeng, Tang Huaibin. Discrete-time stochastic consensus: A Kalman-filter-based two-time-scale protocol[J]. Systems & Control Letters, 2023, 174: 105487.
- [9] Battistelli G, Chisci L. Kullback-Leibler average, consensus on probability densities, and distributed state estimation with guaranteed stability[J]. Automatica, 2014, 50(3): 707-718.
- [10] Battistelli G, Chisci L, Mugnai G, et al. Consensus-based linear and nonlinear filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(5): 1410-1415.
- [11] Das S, Moura J M F. Consensus+Innovations distributed Kalman filter with optimized gains[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(2): 467-481.
- [12] Zheng Litao, Battistelli G, Chisci L, et al. Distributed state estimation for heterogeneous sensor networks[J]. Automatica, 2024, 169: 111839.
- [13] Tu Shengyuan, Sayed A H. Diffusion strategies outperform consensus strategies for distributed estimation over adaptive networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12): 6217-6234.
- [14] Cattivelli F S, Sayed A H. Diffusion strategies for distrib-

- uted Kalman filtering and smoothing[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2069-2084.
- [15] Chen Hao, Wang Jianan, Wang Chunyan, et al. Distributed diffusion unscented Kalman filtering based on covariance intersection with intermittent measurements[J]. *Automatica*, 2021, 132: 109769.
- [16] Zhou Han, Sun Shuli. Distributed extended Kalman consensus filtering for multi-sensor networked nonlinear systems under stochastic communication protocol[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2025, 73: 3629-3640.
- [17] 吴忠强, 程洪强. 网络攻击下考虑状态受限的微电网安全运行与控制[J]. *电子学报*, 2024, 52(9): 3240-3250.
Wu Zhongqiang, Cheng Hongqiang. Safe operation and control of microgrid considering state constraints under network attacks[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(9): 3240-3250. (in Chinese)
- [18] Lei Xuqiang, Wen Guanghui, Zhao Dan, et al. Resilient distributed static state estimation for sensor networks against location-varying cyberattacks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2026, 71(3): 2069-2076.
- [19] Wu Junfeng, Jia Qingshan, Johansson K H, et al. Event-based sensor data scheduling: Trade-off between communication rate and estimation quality[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 1041-1046.
- [20] You Keyou, Xie Lihua. Kalman filtering with scheduled measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(6): 1520-1530.
- [21] Runyan Lyu, Cai Yunze, Yao Lixiu. An event-triggered hybrid consensus filter for distributed extended object tracking[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2025, 32: 2070-2074.
- [22] Ma Jinping, Ma Zhoujian, Li Yinya, et al. Event-triggered distributed cubature Kalman filtering algorithm with stealthy attacks over sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2025, 11: 124-135.
- [23] Liang Yuan, Li Yinya, Chen Ye, et al. Event-triggered diffusion nonlinear estimation for sensor networks with unknown cross-correlations[J]. *Systems & Control Letters*, 2023, 175: 105506.
- [24] Yan Jiaqi, Mo Yilin, Ishii H. A framework for distributed estimation with limited information and event-based communications[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, 69(6): 3544-3559.
- [25] Liu Can, Wang Hui. Event-triggered consensus robust filter with noise outliers for distributed sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2026, 62: 170-184.
- [26] Shen Kai, Zhang Chengxi, Dong Peng, et al. Consensus-based labeled multi-Bernoulli filter with adaptive event-triggered communication[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(7): 2705-2709.
- [27] Qian Jiachen, Duan Peihu, Duan Zhisheng. Fully distributed filtering with a stochastic event-triggered mechanism[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2022, 9(2): 753-762.
- [28] Deng Yahan, Yang Nachuan, Li Yuzhe. Stochastic event-triggered estimation with smart sensors over packet-dropping links[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2025, 12(2): 1756-1768.
- [29] Zhong Yuxing, Huang Lingying, Mo Yilin, et al. Event-triggered multi-sensor scheduling for remote state estimation over packet-dropping networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72: 5036-5047.
- [30] Shen Han, Wen Guanghui, Lv Yuezu, et al. A stochastic event-triggered robust unscented Kalman filter-based USV parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(9): 11272-11282.
- [31] Niu Mengfei, Wen Guanghui, Shen Han, et al. Stochastic event-triggered sequential fusion filtering for USV cooperative localization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(6): 8369-8379.
- [32] Han Duo, Mo Yilin, Wu Junfeng, et al. Stochastic event-triggered sensor schedule for remote state estimation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(10): 2661-2675.
- [33] Niu Mengfei, Wen Guanghui, Zheng Weixing, et al. Event-triggered distributed hierarchical secure estimation under DoS attacks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2026, 71(2): 902-914.
- [34] Liu Qinyuan, Wang Zidong, He Xiao, et al. On Kalman-consensus filtering with random link failures over sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(8): 2701-2708.

作者简介



牛梦飞 男,1992年6月出生于河南省焦作市。2024年博士毕业于东南大学,获工学博士学位。现为河南理工大学电气工程与自动化学院讲师,硕士生导师。主要研究方向为群体系统分析、多传感系统滤波与融合等方面的研究工作,发表含IEEE TAC、Automatica长文在内的学术论文10余篇。

E-mail: mengfeiN@hpu.edu.cn



朱炳旭 男,2003年10月出生于河南省周口市。现为河南理工大学硕士研究生。主要研究方向为多数据融合,分布式安全估计。

E-mail: bingxuZ_2025@163.com



蒋依流 女,1994年8月出生于四川省资阳市。现为东南大学数学学院博士研究生。主要研究方向为多智能体系统、多智能体强化学习和分布式控制与决策。

E-mail: yiliujiang@seu.edu.cn



鞠爽 女,1992年4月出生于黑龙江省伊春市。2023年1月毕业于北京化工大学,获工学博士学位。现为石家庄铁道大学电气与电子工程学院讲师。主要研究方向为多智能体系统、多传感器融合感知、协同控制理论与应用等。

E-mail: jushuang@stdu.edu.cn