

具有模型不确定性的冗余机器人 数据驱动模型预测控制

唐进福¹, 金龙^{1,2*}

(1. 兰州大学信息科学与工程学院, 甘肃兰州 730000; 2. 兰州理工大学自动化与电气工程学院, 甘肃兰州 730050)

摘要: 针对具有运动学模型不确定性以及关节角度、速度和加速度等多重物理约束的冗余机器人轨迹跟踪问题, 本文提出一种数据驱动模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)方法。现有速度级或加速度级控制方法通常依赖精确解析模型, 并将不同层级的约束保守地转换到同一决策层, 容易引入额外参数并压缩机器人实际可行域。为此, 本文基于冗余机器人的速度级运动学关系构建滚动预测模型, 在MPC优化问题中直接施加关节位置、速度和加速度边界, 使各类约束按照其原始物理含义参与求解。针对制造装配误差、机械磨损和末端工具变化造成的雅可比矩阵未知或时变问题, 设计完全由实时关节速度与末端速度数据驱动的雅可比矩阵在线学习律, 并通过有界随机激励增强输入数据的方向丰富性, 使估计矩阵在缺少精确几何参数和离线标定模型时仍能持续更新。进一步地, 将MPC方案转化为带线性不等式约束的二次规划(Quadratic Programming, QP)问题, 根据Karush-Kuhn-Tucker最优性条件构造神经动力学(Neural Dynamics, ND)求解器, 以连续状态演化在线获得最优控制信号。该求解器主要由向量运算构成, 并可利用上一采样时刻的系统状态作为当前求解初值, 适合参数连续变化的滚动优化过程。理论分析给出了雅可比矩阵学习误差的收敛性, 并基于李雅普诺夫方法证明ND求解器误差系统的全局渐近稳定性和指数收敛特性。本文在7自由度Franka Emika Panda机器人上开展仿真、同条件对比和实机绘图实验。结果表明: 在初始雅可比矩阵设为零的情况下, 所提方法仍能使估计误差快速趋近于零, 机器人稳定跟踪期望轨迹, 关节角度、速度与加速度始终满足各自的物理边界; 与现有数据驱动学习方法相比, 该方法能够更有效地抑制关节速度抖振并提高轨迹跟踪精度。以1 kHz频率执行的实机实验进一步验证了所提方法在未知结构参数条件下的实时性和工程可行性。

关键词: 模型预测控制(MPC); 冗余机器人; 数据驱动; 神经动力学(ND); 雅可比矩阵; 轨迹跟踪

基金项目: 国家自然科学基金(No.62476115)

中图分类号: TP399

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(XXXX)XX-0001-10

电子学报URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20260604

Data-Driven Predictive Control of Redundant Robots Under Model Uncertainty

TANG Jinfu¹, JIN Long^{1,2*}

(1. School of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu 730000, China;

2. School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: To address the trajectory-tracking problem of redundant robots subject to kinematic model uncertainty and multiple physical constraints on joint angles, velocities, and accelerations, this paper proposes a data-driven model predictive control (MPC) method. Existing velocity-level or acceleration-level control methods generally rely on accurate analytical models and conservatively convert constraints at different levels to a single decision level, which can introduce additional parameters and reduce the actual feasible region of the robot. To overcome these limitations, a receding-horizon prediction model is constructed based on the velocity-level kinematic relationship of the redundant robot. The bounds on joint positions, velocities, and accelerations are directly imposed in the MPC optimization problem, allowing each type of constraint to participate in the optimization according to its original physical meaning. To handle an unknown or time-varying Jacobian matrix caused by manufacturing and assembly errors, mechanical wear, and changes in end tools, an online Jacobian learning law fully driven by real-time joint-velocity and end-effector-velocity data is designed. Bounded random excitation is introduced to enhance the directional richness of the input data, enabling the estimated Jacobian matrix to be continuously updated without accurate geometric parameters or an offline calibration model. Furthermore, the MPC formulation is transformed into a quadratic programming (QP) problem with linear inequality constraints. Based on the Karush-Kuhn-Tucker

optimality conditions, a neural dynamics (ND) solver is constructed to obtain the optimal control signal online through continuous state evolution. The solver mainly consists of vector operations and can use the state at the previous sampling instant as the initial state of the current solution, making it suitable for receding-horizon optimization with continuously varying parameters. Theoretical analysis establishes the convergence of the Jacobian learning error. The global asymptotic stability and exponential convergence of the error system of the ND solver are also proved using the Lyapunov method. Simulations, comparative simulations under identical conditions, and real-robot drawing experiments are conducted on a seven-degree-of-freedom Franka Emika Panda robot. The results show that, even when the initial Jacobian estimate is set to zero, the proposed method can rapidly drive the estimation error toward zero, enable the robot to stably track the desired trajectory, and keep the joint angles, velocities, and accelerations within their respective physical bounds throughout the task. Compared with an existing data-driven learning method, the proposed method more effectively suppresses joint-velocity chattering and improves trajectory-tracking accuracy. The real-robot experiment performed at a frequency of 1 kHz further verifies the real-time performance and engineering feasibility of the proposed method under unknown structural parameters.

Keywords: model predictive control (MPC); redundant robot; data-driven; neural dynamics (ND); Jacobian matrix; trajectory tracking

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62476115)

0 引言

近年来,随着现代智能制造对自动化装备要求的日益增长,冗余机器人凭借其卓越的运动灵活性,在学术界与工业界引起了极大的研究热忱^[1-2]。相较于传统的非冗余机械系统,冗余机器人具备多于执行末端任务所需的最少自由度,使其能够在保证末端执行器精确执行轨迹跟踪任务的前提下,利用零空间重构内部关节运动,从而同时实现多种次级性能指标的优化,如远离运动学奇异位形^[3]、满足物理关节极限^[4],以及优化系统的整体能量消耗^[5]。因此,冗余机器人在许多领域展现出了传统机器人无法比拟的应用潜能。林桂潮等人^[6]针对7自由度冗余采摘机器人,提出了一种结合高斯牛顿算法与外点罚函数法的逆运动学求解策略,通过显式构造约束项,有效避免了机器人的关节超限,并显著提升了避障作业的成功率与实时性。面向微重力环境下的高灵活性在轨作业需求。梅浩等人^[7]设计了一种基于绳索驱动连续型仿生冗余双臂系统,并通过旋量理论与雅可比降维处理,有效实现了耦合约束下的高效逆运动学求解与空间轨迹跟踪。针对物理人机交互中传统柔顺控制易引发安全隐患的问题,Choi等人^[8]提出了一种面向冗余机器人的多任务能量感知阻抗控制策略,有效保证了复杂外力干扰下多任务执行的无源性与安全性。

现有的诸多冗余机器人控制策略高度依赖于对系统精确解析模型的全面掌握。然而,在实际的非结构化作业场景中,由于制造公差或标定环节引入的偏差,这些物理参数通常难以绝对精准地获取,从而引发系统模型的不确定性问题^[9-10]。此外,随着机器人技术向更多样化的领域深刻渗透,人们对低成本甚至手工制造机器人的需求与日俱增。这类硬件的加工装配精度通常较为受限,导致其实际物理结构与理想

的参考模型之间存在显著的客观差异。尽管传统的离线参数标定或系统辨识方法能够在一定程度上获取相对准确的初始模型,但此类方法不仅涉及耗时且烦琐的离线程序,还严格依赖于系统属性在整个运行周期内保持不变的静态假设^[11]。当机器人在执行任务过程中遭遇环境诱导的动态物理形变、长期的机械磨损、末端负载的频繁突变,或采用上述低精度硬件时,频繁进行离线重标定不仅代价高昂,在实际的连续作业中还难以实现^[12]。因此,打破对系统精确先验模型的依赖,深入探索针对具有高度模型不确定性的冗余机器人的控制方案显得尤为迫切。与基于精确模型的方法不同,数据驱动控制直接利用系统运行时的实时输入输出数据流在线重构系统的动态行为。通过数据驱动的方式在线学习并实时更新雅可比矩阵,不仅能够根本性地绕过烦琐的物理标定,还能隐式地补偿各类未建模动态^[13]。

除模型不确定性外,在执行任务时,为避免冗余机器人自身结构的机械损伤或与环境发生灾难性碰撞,控制方案必须严格兼顾关节角度、速度以及加速度等多重硬性物理约束。传统的最小速度范数或最小加速度范数等底层规划方法在处理这些跨层级约束时存在显著的理论缺陷。它们通常依赖于人工设计的保守安全裕度,将关节位置或速度约束强制映射到统一的加速度层级进行求解^[14]。这种跨层级的约束转换不可避免地引入了额外的调节参数,并会导致系统物理可行域被严重压缩,极大地限制了冗余机器人的运动学潜能^[15]。相比之下,模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)作为一种擅长处理多输入多输出受限系统最优控制的范式,通过预测系统未来输出并在滚动时间窗内求解带约束的优化问题,展现出了显著的优势,进而在机器人控制领域

获得了广泛应用^[16-18]。面向空间机器人复杂的多阶段在轨操作任务,柳子然等人^[19]提出了一种改进的鲁棒切换模型预测控制框架,通过引入不变集松弛策略与动态权重修正机制,有效克服了状态扰动对任务切换过程的不利影响。张凡^[20]提出了一种基于MPC的冗余机器人位姿协同规划框架,实现了对多级关节物理极限的原生处理与鲁棒控制。Schäfer等人^[21]构建了一种基于循环神经网络的非线性MPC框架,通过在滚动优化中有效融合系统的隐式动态预测,成功实现了复杂柔顺结构的高精度轨迹跟踪。

为了突破上述高度依赖精确先验模型与跨层级约束转换导致可行域收缩的双重瓶颈,本文提出了一种融合数据驱动雅可比矩阵学习律与神经动力学(Neural Dynamics, ND)求解器的模型预测控制轨迹跟踪算法。该算法不仅综合考虑了冗余机器人关节角度、速度和加速度的多层约束,以充分发挥系统的动态性能,还能在系统物理结构完全未知或发生动态演化的条件下实现高精度的位姿跟踪。此外,本文设计并部署了高效的ND求解器以获取最优控制信号。作为循环神经网络的变种,ND求解器凭借其并行计算架构与在线实时寻优能力,为整个闭环控制算法在冗余机器人底层的稳定、高效执行提供支撑^[22-23]。常规二次规划(Quadratic Programming, QP)求解器,如内点法^[24]和有效集法^[25],在离线优化和通用数值求解中具有较高可靠性,但通常需要在每个采样时刻重复执行矩阵分解、迭代搜索或有效约束集更新。对于冗余机器人实时控制问题,MPC优化问题需要在每个采样周期内在线更新并快速求解,因此求解器的实时性和可连续在线演化能力尤为重要。相比之下,ND求解器将QP问题的求解转化为动态系统的演化过程,通过神经状态的演化逐步逼近最优解。其计算过程主要由向量运算组成,结构规整,便于并行计算和在线实现。同时,在相邻采样时刻之间,MPC问题的参数通常连续变化,ND求解器可以利用上一时刻的状态作为当前求解初值,从而适应滚动优化中的时变问题。

1 数据驱动模型预测控制算法

本节首先构建了冗余机器人的MPC方案,其次提出了数据驱动的机器人雅可比矩阵学习律,最后设计ND求解器以求解上述方案。数据驱动主要指控制器不依赖机器人精确解析运动学模型或解析雅可比矩阵,而是基于冗余机器人的速度级运动学关系,利用实时采集的关节速度与末端速度数据在线估计雅可比矩阵,并将其用于MPC预测模型构建。

1.1 模型预测控制方案

考虑一个在 m 维任务空间中执行任务的 n 自由度冗余机器人。其正向运动学描述了从关节空间到笛卡尔任务空间末端位姿的非线性映射关系,可表示为

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m$ 为末端执行器的位置与姿态向量, $\mathbf{f}(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 为由机器人机械结构决定的连续可微非线性运动学映射函数, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ 为关节角度向量。对于冗余机器人,其关节空间的维度严格大于任务空间的维度。对于给定的末端位姿 $\mathbf{p}$,其所对应的关节角度 $\mathbf{q}$ 通常不唯一。这一特性允许机器人在保证末端执行器精准完成主跟踪任务的同时,利用其零空间执行次级优化任务,如避障和优化关节能耗等。对上式两端关于时间求导,可得速度级运动学模型

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

其中, $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ 和 $\dot{\mathbf{p}} \in \mathbb{R}^m$ 分别为关节速度向量与末端速度向量, $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{f}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为机器人的雅可比矩阵。对关节角度进行离散化,关节速度 $\dot{\mathbf{q}}(k)$ 的计算式为

$$\dot{\mathbf{q}}(k) = \frac{\mathbf{q}(k+1) - \mathbf{q}(k)}{\sigma} \quad (3)$$

其中, k 为当前的离散时间步索引, σ 为系统的采样间隔。进一步地,采用向后欧拉可得

$$\ddot{\mathbf{q}}(k) \approx \frac{\dot{\mathbf{q}}(k) - \dot{\mathbf{q}}(k-1)}{\sigma} = \frac{\Delta \dot{\mathbf{q}}(k)}{\sigma} \quad (4)$$

其中, $\ddot{\mathbf{q}}(k)$ 为关节加速度向量, $\Delta \dot{\mathbf{q}}(k)$ 为关节速度增量。结合上述离散化关系,未来第 j 步的关节位置预测方程可推导为求和形式

$$\mathbf{q}(k+j) = \mathbf{q}(k) + \sum_{i=0}^{j-1} \sigma(j-i) \Delta \dot{\mathbf{q}}(k+i) + \sigma j \dot{\mathbf{q}}(k-1) \quad (5)$$

其中, $j=1,2,\dots,N_c,\dots,N_p$ 为预测步数索引; N_c 和 N_p 分别为控制时域和预测时域,且满足 $0 < N_c \leq N_p$ 。根据预测控制的常规设定,当超出控制时域时,假定关节速度增量为零向量,即 $\Delta \dot{\mathbf{q}}(k+i)$ 。对式(2)在当前工作点 $\mathbf{q}(k)$ 处进行一阶泰勒展开,将其线性化可得

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}(k+j)) = \mathbf{f}(\mathbf{q}(k)) + \mathbf{J}(\mathbf{q}(k))[\mathbf{q}(k+j) - \mathbf{q}(k)] \quad (6)$$

其中,一阶线性化仅用于构建当前采样时刻的局部预测模型,而非在整个任务过程中保持不变。在滚动优化过程中,预测模型会根据最新关节状态和在线学习得到的雅可比矩阵在每个采样时刻重新构建。同时,MPC仅执行当前优化序列中的第一步控制量,其余预测控制量将在下一采样时刻重新计算。因此,一阶局部线性化误差不会长期累积,能够满足轨迹跟踪任务中的预测需求。

为了构建预测控制的紧凑矩阵形式,定义全1列向量 $\mathbf{1}_s = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^s$ 。本文将预测时域内的增量控制输入、关节状态以及任务空间序列定义为矩阵形式 $\Delta \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N_c \times n}$ 、 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{N_p \times n}$ 和 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{N_p \times m}$ 。结合式(5)和式(6),全局预测方程可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{U} = \mathbf{1}_{N_c} \dot{\mathbf{q}}(k-1)^T + \mathbf{L} \Delta \mathbf{U} \\ \mathbf{Q} = \mathbf{1}_{N_p} \mathbf{q}(k)^T + \Psi \Delta \mathbf{U} + \Gamma \dot{\mathbf{q}}(k-1)^T \\ \mathbf{P} = \mathbf{1}_{N_p} \mathbf{p}(k)^T + \Psi \Delta \mathbf{U} \mathbf{J}^T + \Gamma \dot{\mathbf{q}}(k-1)^T \mathbf{J}^T \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{q}(k))$, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N_c \times N_c}$ 为所有非零元素均为1的下三角常数矩阵; $\Gamma = [\sigma, 2\sigma, \dots, N_p \sigma]^T \in \mathbb{R}^{N_p}$; 预测系数矩阵 $\Psi \in \mathbb{R}^{N_p \times N_c}$ 定义为

$$\Psi = \sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_p & N_p - 1 & \dots & N_p - N_c + 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

为了实现冗余机器人对期望末端轨迹的高精度跟踪,同时保证系统在迭代过程中的关节运动平稳性,并严格满足机器人自身的物理极限限制,本文设计了MPC方案的形式为

$$\begin{aligned} \min \Delta \mathbf{U} \left\| \text{vec}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_r) \right\|_{\mathbf{W}_1}^2 + \left\| \text{vec}(\mathbf{U}) \right\|_{\mathbf{W}_2}^2 + \left\| \text{vec}(\Delta \mathbf{U}) \right\|_{\mathbf{W}_3}^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{Q}_{\min} \leq \mathbf{Q} \leq \mathbf{Q}_{\max} \\ \mathbf{U}_{\min} \leq \mathbf{U} \leq \mathbf{U}_{\max} \\ \mathbf{A}_{\min} \leq \frac{\Delta \mathbf{U}}{\sigma} \leq \mathbf{A}_{\max} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\text{vec}(\cdot)$ 为列向量化算子, $\mathbf{P}_r$ 为期望参考位姿序列, $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{R}^{N_p m \times N_p m}$ 、 $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{R}^{N_c n \times N_c n}$ 和 $\mathbf{W}_3 \in \mathbb{R}^{N_c n \times N_c n}$ 分别为惩罚末端轨迹跟踪误差、关节速度能量以及控制速度增量的正定对角权重矩阵。一般而言,增大 $\mathbf{W}_1$ 有助于提高轨迹跟踪精度,但可能导致更大的关节运动或控制输入;增大 $\mathbf{W}_2$ 可降低关节速度幅值并提高运动平稳性,但可能引入一定的跟踪滞后;增大 $\mathbf{W}_3$ 可增强控制输入的平滑性并抑制加速度突变,但过大的 $\mathbf{W}_3$ 会降低控制响应速度。在约束条件中, $\mathbf{Q}_{\min}$ 和 $\mathbf{Q}_{\max}$ 分别代表预测时域内的关节位置下限与上限矩阵; $\mathbf{U}_{\min}$ 和 $\mathbf{U}_{\max}$ 代表关节速度的下限与上限矩阵; $\mathbf{A}_{\min}$ 和 $\mathbf{A}_{\max}$ 则代表关节加速度下限与上限矩阵。传统方法通常需要先借助安全裕度和调节参数,将关节角度、速度约束转换为加速度层边界;当关节角度或速度接近其边界时,转换后的加速度可行区间会被相应收紧,导致实际可用可行域小于原始物理可行域^[15]。相比之下,所提的MPC方案则直接利用预测模型描述不同层级状态之间的演化关系,并分别施加对应的原始边界约束,因此避免了跨层级保守转换引起的额外可行域损失。

1.2 数据驱动的雅可比矩阵学习律

在实际工业应用中,机器人的制造装配误差、结构参数的测量容差以及末端工具的频繁更换,均会导致其实际运动学模型与名义理论模型之间存在固有的静态偏差。此外,长期高频运行导致的关节传动机构磨损,甚至复杂工作环境引起的物理热变形,均会使实际的运动学映射规律发生难以预测的动态偏移。在这种情况下,如果机器人雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 存在未知的时变不确定性,传统严重依赖精确几何模型的控制方法将难以保证末端的轨迹跟踪精度,甚至可能导致控制系统的失稳。

为了克服这一挑战,本文引入一种完全由数据驱动的雅可比矩阵在线估计策略。首先,利用当前估计的雅可比矩阵 $\hat{\mathbf{J}}$,可计算出估计的末端速度 $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}$ 。据此,定义末端速度的估计误差为 $\mathbf{e}_p = \dot{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{p}}$ 。为了驱动估计速度渐近逼近真实速度,引入误差指数演化方程 $\dot{\mathbf{e}}_p = -\tau \mathbf{e}_p$ (其中 $\tau > 0$ 为正的收敛增益)。结合运动学方程,可推导出雅可比矩阵的连续更新律为

$$\dot{\hat{\mathbf{J}}} = \left(\dot{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{J}} \ddot{\mathbf{q}} + \tau (\dot{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}) \right) \dot{\mathbf{q}}^\dagger \quad (10)$$

其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示矩阵的广义逆操作。然而,由于冗余机器人的运动学映射 $\dot{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}$ 本质上是一个具有无穷多解的欠定系统,仅依赖学习律(10)并不足以确保估计矩阵 $\hat{\mathbf{J}}$ 严格收敛至真实的雅可比矩阵,其仅能保证乘积项 $\hat{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}$ 逼近实际的末端速度。尽管如此,当系统面临多样的关节速度 $\dot{\mathbf{q}}$ 与末端速度 $\dot{\mathbf{p}}$ 数据组合时,唯有真实的雅可比矩阵才能使该映射方程在全局范围内始终成立。因此,通过在采集的关节速度数据中人为引入适当的随机激励,可以打破欠定系统的限制,驱动估计矩阵 $\hat{\mathbf{J}}$ 收敛至真实值。最终,构建的数据驱动雅可比矩阵离散更新律为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{J}}(k) = \left(\dot{\mathbf{p}}(k) - \hat{\mathbf{J}}(k) \ddot{\mathbf{q}}(k) + \tau (\dot{\mathbf{p}}(k) - \hat{\mathbf{J}}(k) \dot{\mathbf{q}}(k)) \right) \dot{\mathbf{q}}(k)^\dagger \\ \hat{\mathbf{J}}(k+1) = \hat{\mathbf{J}}(k) + \sigma \hat{\mathbf{J}}(k) \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(k) = \dot{\mathbf{q}}(k) + \xi(k)$ 为注入噪声后的关节速度向量,且满足其第 z 个分量 $|\xi_z| < \bar{\xi}$, ξ 为一组服从独立同分布、均值为零且方差为 δ^2 的随机噪声向量,其每个元素的绝对值严格被上界 $\bar{\xi}$ 所限制。当 $\bar{\xi}$ 或 δ^2 过小时,随机激励不足,输入数据缺乏足够的方向多样性,可能导致雅可比矩阵估计收敛变慢或存在较大误差,进而降低驱动MPC的预测精度和末端轨迹跟踪性能。当 $\bar{\xi}$ 或 δ^2 过大时,虽然数据激励增强,但会引入较大的关节速度和加速度波动,影响机器人运动平稳性,并可能导致末端轨迹跟踪误差增大。

1.3 ND求解器

省略模型预测控制方案中与优化变量无关的常数项(即列向量化的控制速度增量 $\Delta \mathbf{v} = \text{vec}(\Delta \mathbf{U})$), 可将方案(9)转化为标准的QP问题

$$\min \Delta \mathbf{v} \frac{1}{2} \Delta \mathbf{v}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g}^T \Delta \mathbf{v}, \text{ s.t. } \mathbf{A} \Delta \mathbf{v} - \mathbf{b} \leq \mathbf{0} \quad (12)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{H} = 2 \left[(\hat{\mathbf{J}} \otimes \Psi)^T \mathbf{W}_1 (\hat{\mathbf{J}} \otimes \Psi) + (\mathbf{I} \otimes \mathbf{L})^T \mathbf{W}_2 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{L}) + \mathbf{W}_3 \right]$, 梯度向量 $\mathbf{g} = 2 (\hat{\mathbf{J}} \otimes \Psi)^T \mathbf{W}_1 (\text{vec}(\mathbf{X}_0) - \text{vec}(\mathbf{X}_r)) + 2 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{L})^T \mathbf{W}_2 \text{vec}(\mathbf{V}_0)$, $\otimes$ 表示克罗内克积, $\mathbf{X}_0$ 与 $\mathbf{V}_0$ 分别为无控制增量输入时的基准末端位姿与基准关节速度预测序列, $\mathbf{X}_r$ 为期望参考序列; $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{b}$ 为结合系统物理极限构建的全局不等式约束矩阵与边界向量。

为了高效求解问题(12), 引入拉格朗日乘子 $\lambda \geq 0$, 并利用非线性互补问题函数^[26] $\phi_\kappa(i, j) = \kappa \left(i + j - \sqrt{i^2 + j^2} \right) + (1 - \kappa) i_+ j_+$, 将原QP问题的Karush-Kuhn-Tucker(KKT)最优性条件转化为纯等式求根问题

$$\mathbf{G}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

其中, 联合状态变量 $\boldsymbol{\varphi} = [\Delta \mathbf{v}^T, \lambda^T]^T$, 常数矩阵 $\mathbf{G} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{A}^T; -\kappa \mathbf{A} \quad \kappa \mathbf{I}]$, 非线性项 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\varphi}) = [\mathbf{g}^T | (\kappa \mathbf{b} + \boldsymbol{\eta})^T]^T$. $\boldsymbol{\eta} = -\kappa \boldsymbol{\varpi} + (1 - \kappa) \lambda_+ \odot (\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v})$ 且 $\boldsymbol{\varpi} = \sqrt{\lambda \odot \lambda + (\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v}) \odot (\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v})}$, 式中 $\odot$ 为向量的逐元素相乘算子。

随后, 本文设计了一个ND求解器来处理式(13)。定义系统误差函数 $\mathbf{e} = \mathbf{G}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\varphi})$, 并为其设计指数衰减的动态演化律 $\dot{\mathbf{e}} = -\rho \mathbf{e} (\rho > 0)$ 。结合链式求导法则 $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\boldsymbol{\varphi}}$, 求解方程的ND模型可构建为

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\rho (\mathbf{G}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\varphi})) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{S}(\boldsymbol{\varphi}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{A}^T \\ \kappa \mathbf{D}_1 \mathbf{A} - (1 - \kappa) \mathbf{D}_2 \mathbf{A} & \kappa \mathbf{D}_3 + (1 - \kappa) \mathbf{D}_4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D}_1 = \text{diag}((\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v}) \oslash \boldsymbol{\varpi})$, $\mathbf{D}_2 = \text{diag}(\lambda_+ \odot \partial(\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v})_+)$, $\mathbf{D}_3 = \text{diag}(\lambda \odot \boldsymbol{\varpi})$, $\mathbf{D}_4 = \text{diag}(\partial \lambda_+ \odot (\mathbf{b} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{v})_+)$, $\text{diag}(\cdot)$ 表示对角化算子, $\oslash$ 表示逐元素除法。

综上所述, 在每个离散时间步内, MPC方案(9)通过ND求解器(14)进行在线求解, 生成的最优控制动作下发至机器人执行。随后, 传感器实时采集系统运行产生的最新状态数据, 并利用学习律(11)在线更新数据驱动雅可比矩阵 $\hat{\mathbf{J}}$, 更新后的矩阵将继续应用于下一时刻的MPC优化方案中, 从而形成完整的数据驱动闭环控制架构。

2 理论分析

本节将分别对所提出的数据驱动雅可比矩阵在线学习律的收敛性, 以及用于求解MPC方案的ND求解器的全局稳定性进行严格的理论分析。具体而言, 理论分析将分为两部分: 首先, 通过构建李雅普诺夫函数, 证明学习律(11)能够确保雅可比矩阵估计误差的渐近收敛; 然后, 进一步论证所设计的ND求解器在处理带有物理约束的QP问题时, 系统状态能够全局渐近收敛至理论最优解 $\boldsymbol{\varphi}^*$ 。

定理1 在数据驱动雅可比矩阵学习律(11)的更新下, 估计雅可比矩阵 $\hat{\mathbf{J}}(k)$ 与真实雅可比矩阵 $\mathbf{J}(k)$ 之间的误差Frobenius范数 $\|\mathbf{e}_J(k)\|_F$, 其中定义误差矩阵 $\mathbf{e}_J(k) = \mathbf{J}(k) - \hat{\mathbf{J}}(k)$, 当收敛增益与采样时间满足 $0 < \tau\sigma < 2$ 时, 渐近趋于 $\mathcal{O}(\sigma^2)$ 。

证明 考虑末端速度的估计误差为 $\mathbf{e}_p(k) = \dot{\mathbf{p}}(k) - \hat{\mathbf{J}}(k) \dot{\mathbf{q}}(k)$, 学习律(11)可重写为 $\hat{\mathbf{J}}(k+1) \dot{\mathbf{q}}(k) = \hat{\mathbf{J}}(k) \dot{\mathbf{q}}(k)$

$$+ \sigma (\ddot{\mathbf{p}}(k) - \dot{\hat{\mathbf{J}}}(k) \dot{\mathbf{q}}(k) + \tau \mathbf{e}_p(k)) \quad (15)$$

利用欧拉离散化公式 $\ddot{\mathbf{p}}(k) = (\dot{\mathbf{p}}(k) - \dot{\mathbf{p}}(k-1))/\sigma + \mathcal{O}(\sigma)$ 以及 $\dot{\hat{\mathbf{J}}}(k) = (\hat{\mathbf{J}}(k) - \hat{\mathbf{J}}(k-1))/\sigma + \mathcal{O}(\sigma)$, 式(15)可转化为 $\hat{\mathbf{J}}(k+1) \dot{\mathbf{q}}(k) = \dot{\mathbf{p}}(k) - \dot{\mathbf{p}}(k-1) + \hat{\mathbf{J}}(k) \dot{\mathbf{q}}(k-1) + \tau \mathbf{e}_p(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)$, 其中 $\mathcal{O}(\sigma^2)$ 表示由渐近小于 σ^2 的高阶小量元素组成的向量。考虑到 $\dot{\mathbf{q}}(k) = \dot{\mathbf{q}}(k+1) - \sigma \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)$, $\dot{\mathbf{q}}(k-1) = \dot{\mathbf{q}}(k) - \sigma \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)$, 以及 $\sigma \dot{\mathbf{p}}(k) = \dot{\mathbf{p}}(k) - \dot{\mathbf{p}}(k-1) + \mathcal{O}(\sigma^2) = \dot{\mathbf{p}}(k+1) - \dot{\mathbf{p}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)$, 代入可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}(k+1) (\dot{\mathbf{q}}(k+1) - \sigma \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)) - \dot{\mathbf{p}}(k+1) + \dot{\mathbf{p}}(k) \\ = \hat{\mathbf{J}}(k) (\dot{\mathbf{q}}(k) - \sigma \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)) + \tau \mathbf{e}_p(k) + \mathcal{O}(\sigma^2) \end{aligned} \quad (16)$$

将其化简合并, 可得误差的演化关系 $(1 - \tau\sigma) \mathbf{e}_p(k) - \mathbf{e}_p(k+1) = \sigma (\hat{\mathbf{J}}(k+1) - \hat{\mathbf{J}}(k)) \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)$

$$= \sigma (\sigma \dot{\hat{\mathbf{J}}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2)) \ddot{\mathbf{q}}(k) + \mathcal{O}(\sigma^2) = \mathcal{O}(\sigma^2) \quad (17)$$

对于误差向量 $\mathbf{e}_p$ 的第 z 个标量子系统, 有

$$\begin{aligned} e_p^z(k+1) &= (1 - \tau\sigma) e_p^z(k) + \mathcal{O}(\sigma^2) \\ &= (1 - \tau\sigma)^2 e_p^z(k-1) + \mathcal{O}(\sigma^2) \\ &\vdots \\ &= (1 - \tau\sigma)^{k+1} e_p^z(0) + \mathcal{O}(\sigma^2) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $o(\sigma^2)$ 为渐进小于 σ^2 的高阶无穷小标量。在初始误差 $e_p^z(0) = 0$ 的情况下, 显然有 $e_p^z(k+1) = o(\sigma^2)$ 。当初始误差 $e_p^z(0) \neq 0$ 时, 只要参数满足 $0 < \tau\sigma < 2$, 即有 $\lim_{k \rightarrow \infty} (1 - \tau\sigma)^{k+1} = 0$, 从而保证了 $\lim_{k \rightarrow \infty} e_p^z(k+1) = o(\sigma^2)$ 成立。因此, 可以推导得出整个误差向量的欧几里得范数满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_p(k)\|_2 = o(\sigma^2)$ 。进一步, 将 $e_p(k) = e_J(k)(\dot{q}(k) + \xi)$ 代入式(18)。考虑到人为注入的噪声 ξ 满足独立同分布特性, 即数学期望 $\mathbb{E}(\xi) = 0$ 且协方差矩阵 $\mathbb{E}(\xi\xi^T) = \delta^2 I$ 。对 $\|e_p(k)\|_2^2$ 取数学期望, 利用 $\mathbb{E}(\xi) = 0$ 消去交叉项, 可得 $\mathbb{E}(\|e_J(k)\dot{q}(k)\|_2^2) + \delta^2 \mathbb{E}(\|e_J(k)\|_F^2) = o(\sigma^2)$ 。由于等式左侧两项均为非负的二次型结构, 等式成立的必要条件是两项必须同时趋近于界限值。因此, 可直接推断出, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 必然有估计误差的范数 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_J(k)\|_F = o(\sigma^2)$ 成立。证毕。

定理 2 由 ND 求解器(14)计算得到的实际状态解 ϕ , 将全局渐近收敛至等式方程(13)的理论最优解 ϕ^* 。

证明 针对所设计的误差演化公式 $\dot{e} = -\rho e$, 构造如下李雅普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} e^T e \quad (19)$$

显然, 该函数是全局正定的, 当且仅当 $e = 0$ 处为 0, 对于任意非零向量均满足 $V > 0$ 。对其关于时间求导, 并代入误差演化设计公式, 可得

$$\dot{V} = \dot{e}^T e = -\rho e^T e = -2\rho V \quad (20)$$

鉴于收敛增益参数 $\rho > 0$, 上述导数方程表明 $\dot{V} \leq 0$ 全局成立, 且当且仅当 $e = 0$ 时等号成立。求解该一阶常微分方程可得 $V(t) = V(0)\exp(-2\rho t)$ 。根据李雅普诺夫稳定性理论, 这不仅证明了 $e^* = 0$ 是该误差动态系统的全局渐近稳定平衡点, 还表明系统误差 $e(t)$ 将以指数级的速率衰减至零。值得注意的是, 该平衡点 $e^* = 0$ 恰好对应于满足条件 $G\phi + F(\phi) = 0$ 的状态。由此可以得出结论, 由 ND 求解器(14)计算得到的实际解 ϕ , 最终必定收敛于方程(13)的理论最优解 ϕ^* 。证毕。

3 仿真与实验

本节基于 7 自由度冗余机器人 Franka Emika Panda 开展了轨迹跟踪任务的仿真与物理实验, 以验证所提数据驱动 MPC 算法的有效性。在后续的仿真与实验中, 本文所涉及的主要参数设置如下: 初始关节角度 $q = [0; -0.79; 0; -2.35; 0; 1.57; 0.79]$ rad, $W_1 =$

$10^5 I$, $W_2 = 0.01 I$, $W_3 = 0.01 I$, $N_c = 5$, $N_p = 5$, $\kappa = 0.95$, $\rho = 10\,000$, $\tau = 100$, 采样时间 $\sigma = 0.001$ s, 任务执行时间 $T = 20$ s。初始估计雅可比矩阵 $\hat{J}(0)$ 中每个元素均设置为 0 以模拟机器人结构信息完全未知的情景。

3.1 仿真分析

图 1 描绘了所提数据驱动 MPC 算法的仿真结果。任务执行期间的冗余机器人空间运动轨迹如图 1(a) 所示, 这表明机器人能够稳定地跟踪期望的空间路径。图 1(b) 进一步展示了轨迹跟踪误差的时间响应过程, 可以看出, 三轴方向上的位置误差均被严格限制在 10^{-5} m 的数量级内, 实现了高精度的轨迹跟踪。在整个任务执行过程中, 7 个关节的角度、速度及其加速度的变化情况分别如图 1(c)~图 1(e) 所示。显然, 所有关节的运动状态均保持平稳, 并严格满足其自身的物理极限约束。图 1(f) 展示了机器人运动期间估计雅可比矩阵与真实矩阵之间的误差 e_J 。可以明显观察到, 在算法的驱动下, 估计的雅可比矩阵能够迅速收敛至真实值, 误差迅速趋近于零并保持稳定。综上所述, 上述仿真结果充分证明了所提出的数据驱动 MPC 算法在冗余机器人系统上具备卓越的控制精度与学习能力。

3.2 对比分析

为了验证本文所提算法的优越性, 图 2 给出了作为对比的采用文献[13]中学习方法 MPC 算法仿真结果。两组仿真中采用相同的机器人模型、期望轨迹、初始关节角度、关节物理约束、MPC 权重矩阵、预测/控制时域、采样时间以及 ND 求解器配置。此外, 两种方法采用相同的雅可比矩阵初始估计方式, 即初始矩阵中每个元素均设置为 0。由图 2(a) 的空间运动轨迹可知, 尽管该对比方法也能驱使机器人跟随目标路径, 但图 2(b) 的轨迹跟踪误差曲线暴露了其控制精度的不足。与所提方法相比, 该方法的位置误差波动幅度急剧增加, 其误差峰值达到了 200×10^{-5} 的量级, 并且在初始启动阶段以及运动中段出现了剧烈的突变与震荡。图 2(c)~图 2(e) 分别记录了对比控制下的关节角度、速度和加速度的演化过程。虽然关节角度基本保持在可行域内, 但图 2(d) 显示, 系统在运行过程中各个关节速度均出现明显的高频抖振现象。在在线学习与参数估计方面, 进一步观察图 2(f) 中的雅可比矩阵估计误差可知, 文献[13]中的学习机制未能实现误差的有效收敛, 各元素的估计误差持续维持在较高水平且无法趋近于零。综上分析, 对比图 1 的仿真结果可以明显得出结论: 相较于文献[13]中的现有方法, 本文所提出的数据驱动模型预测控制算法在抑制系统抖振、提升轨迹跟踪精度以及确保未

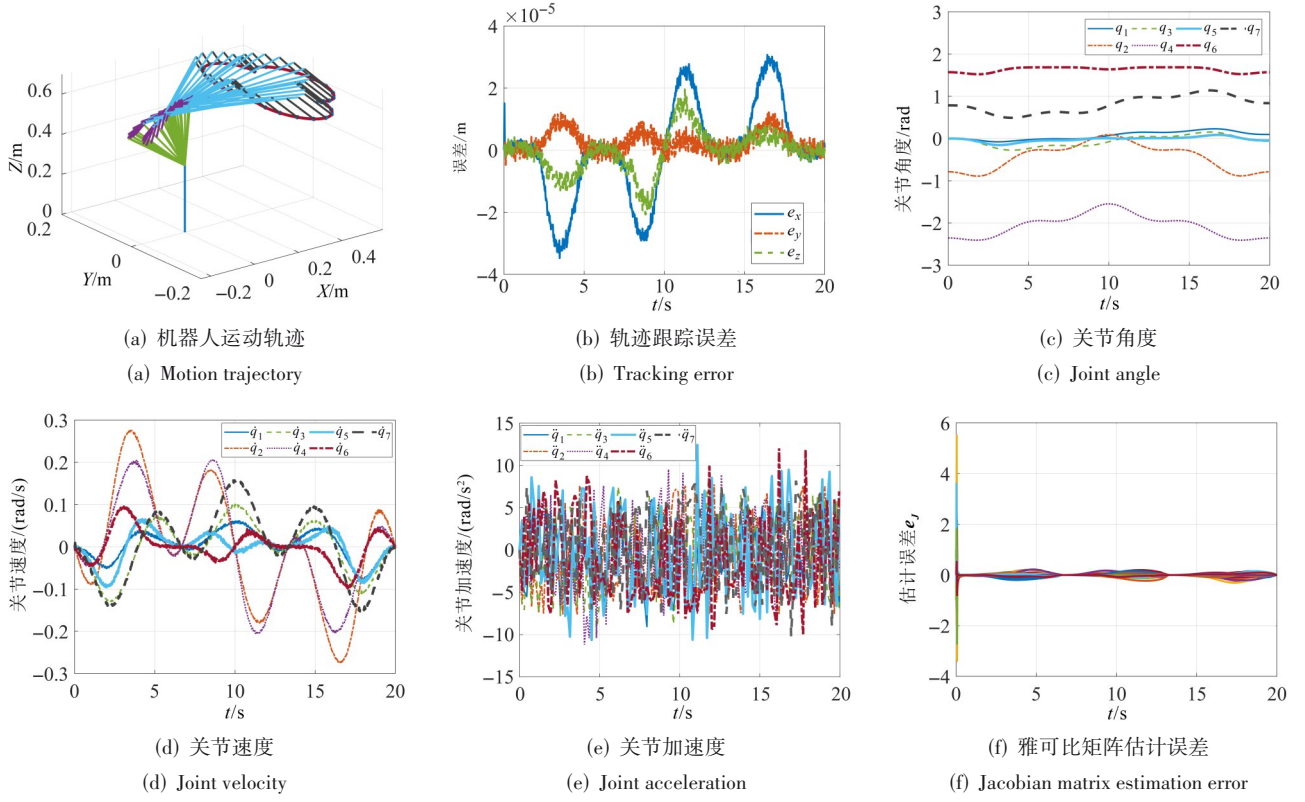


图1 基于所提数据驱动MPC算法的冗余机器人仿真结果

Figure 1 Simulation results of the redundant robot using the proposed data-driven MPC algorithm

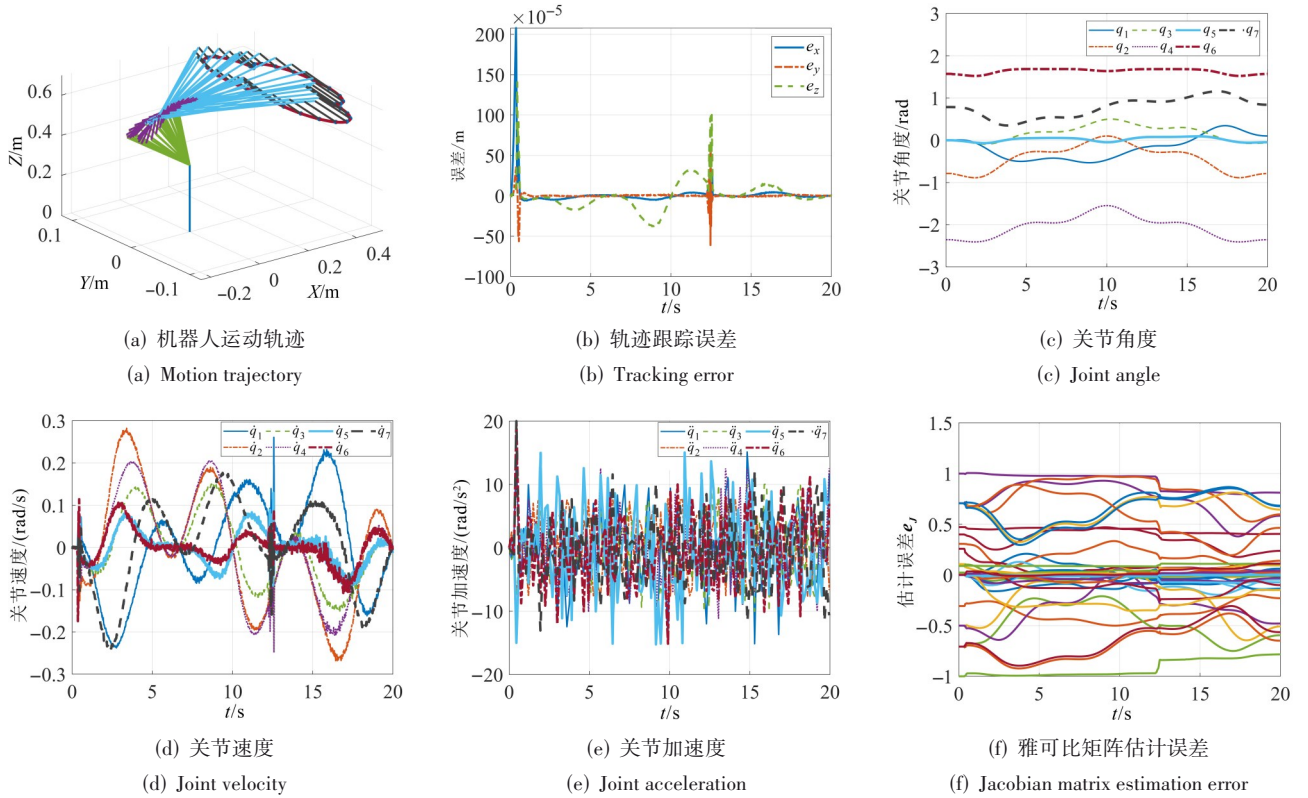


图2 采用文献[13]中学习方法的MPC算法仿真结果

Figure 2 Simulation results of the MPC algorithm using the learning method in Reference [13]

知参数高精度在线收敛方面,均表现出了显著的优势。

为了更直观地突出本文所提控制方案的综合优越性,表1详细对比了本文方法与现有主流冗余机器人轨迹跟踪方案的核心特性。如表1所示,本文方案以及文献[13]、文献[15]和文献[16]均考虑了冗余机器人的多层物理约束。然而,在具体处理这些硬性约束时,仅有本文方案与文献[16]采用了基于MPC的架构。正如前文所述,MPC的引入使得系统能够原生且显式地处理边界条件,从而有效避免了因使用传统约束转换技巧而导致的可行域收缩问题。相比之下,文献[13]和文献[15]尽管考虑了多层约束,但由于缺乏MPC的优化机制,不可避免地造成了决策变量可行域的损失;而文献[27]和文献[28]虽未损失可行域,但这仅由于其未能在方案中涵盖多重物理约束。此外,从应对系统未知动态的角度来看,仅有本文方案与文献[13]具备在线结构学习的能力。尽管文献[16]在约束处理与可行域保留上表现优异,但其高度依赖于系统精确的先验运动学模型,一旦应用场景中出现机械磨损或非结构化扰动,其控制性能将显著下降。综上所述,本文提出的控制方案能够在统一的框架内,兼顾基于数据驱动的结构学习与基于MPC的多层约束无损处理,展现出了最全面、最卓越的控制性能。

3.3 实验验证

为了进一步验证所提MPC算法在现实世界中的

表1 方案对比

Table 1 Comparison of representative methods for redundant robots

方案	基于MPC	考虑多层约束	保留可行域	结构学习
本文	是	是	是	是
文献[13]	否	是	否	是
文献[15]	否	是	否	否
文献[16]	是	是	是	否
文献[27]	否	否	是	否
文献[28]	否	否	是	否

有效性与可行性,本文在末端夹持马克笔的Franka Emika Panda 7自由度冗余机器人上进行了物理绘图实验。在此实验中,要求机器人在自身结构参数未知的条件下,于水平桌面的画纸上绘制连续轨迹。为确保高质量的绘制效果,该冗余机器人不仅需要精确跟踪规划好的二维平面轨迹,还必须在整个运动过程中严格维持末端执行器始终垂直于工作平面的位姿约束。在底层控制架构中,控制系统以1 kHz的频率通过用户数据报协议将计算得出的关节速度指令下发至机器人控制器。随后,系统调用内部的关节阻抗控制接口,将该速度指令转换为相应的关节力矩,并最终作用于机器人本体。图3展示了实验执行过程的连续快照序列。如图所示,在所提控制方案的驱动下,机器人平稳、连贯且精准地完成了图案的绘制任务。该实验结果直观地表明,所提方法能够出色地完成冗余机器人的轨迹跟踪与结构学习,充分验证了其在实际作业场景下的工程实用性。



图3 Franka Emika Panda 机器人实机实验结果快照

Figure 3 Snapshots of the real-robot experimental results on the Franka Emika Panda robot

4 结论

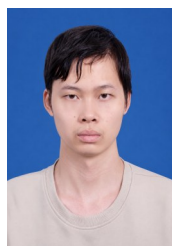
本文提出了一种针对具有模型不确定性的冗余机器人的新型数据驱动MPC算法。所提出的MPC方案能够同时处理跨越不同关节层级的物理约束,从而充分利用机器人的可行域,有效避免了传统跨层级约束转换导致的可行域收缩问题。为了应对高度的模型不确定性,本文提出了一种数据驱动的雅可比矩阵学习律,能够在无需机器人精确参数或先验解析模型的情况下,实现在线重构与估计系统的动态行为。随后,设计了ND求解器以高效求解上述MPC方案。仿真对比与实机实验充分验证了所提数据驱动MPC算法在不确定模型下进行轨迹跟踪的有效性与优越性。在未来工作中,将进一步考虑动力学不确定性、关节摩擦、柔性形变以及执行器延迟等因素对数据驱动预测控制性能的影响,并结合动力学补偿、摩擦观测和延迟预测等机制,进一步提升所提方法在复杂非理想条件下的轨迹跟踪精度与工程适用性。

参考文献

- [1] 丁男, 方玺淇, 郝云涛, 等. 面向移动机器人端边协同推理的混合数据流调度算法研究[J]. 电子学报, 2025, 53(12): 4575-4591.
Ding Nan, Fang Xiqi, Hao Yuntao, et al. Research on hybrid data flow scheduling algorithm for mobile robot edge-end collaborative inference[J]. Acta Electronica Sinica, 2025, 53(12): 4575-4591. (in Chinese)
- [2] 王秋萍, 王彦军, 戴芳. 多策略集成的樽海鞘群算法的机器人路径规划[J]. 电子学报, 2020, 48(11): 2101-2113.
Wang Qiuping, Wang Yanjun, Dai Fang. Multi-strategy ensemble salp swarm algorithm for robot path planning[J]. Acta Electronica Sinica, 2020, 48(11): 2101-2113. (in Chinese)
- [3] Tan J W, Jin L. Manipulability optimization for redundant manipulators using singular value analysis: A convex approach[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2025, 30(6): 6667-6676.
- [4] Zheng B Y, Li C Q, Yan D X, et al. An L_0 -norm-based sparse projection neural network for cooperative motion of dual-arm robots under physical constraints[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2025, 30(6): 7571-7582.
- [5] Zhang M Y, Guo J J, Zhang Z J. A distributed slack barrier recurrent neural network for multiple redundant manipulators collaborative system in obstacles environment[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2025, 55(9): 6299-6311.
- [6] 林桂潮, 曾文勇, 徐垚, 等. 基于罚函数-高斯牛顿法的冗余采摘机器人逆解方法[J]. 农业机械学报, 2025, 56(9): 355-362.
- [7] Lin Guichao, Zeng Wengyong, Xu Yao, et al. Inverse kinematics solution for redundant picking robot based on penalty function and Gauss-Newton method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(9): 355-362. (in Chinese)
- [7] 梅浩, 周青华, 王耀兵, 等. 面向微重力环境地面验证的机器人卫星冗余双臂系统设计[J]. 装备环境工程, 2026, 23(2): 72-83.
Mei Hao, Zhou Qinghua, Wang Yaobing, et al. Design of a redundant dual-arm robotic satellite system for ground verification in microgravity environments[J]. Equipment Environmental Engineering, 2026, 23(2): 72-83. (in Chinese)
- [8] Choi S, Ha S, Kim W. A multi-task energy-aware impedance controller for enhanced safety in physical human-robot interaction[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2025, 10(2): 1345-1352.
- [9] 罗雨, 田文鹏, 李明朝, 等. 孪生数据驱动的立管管内维修焊接机器人虚拟监控系统[J]. 科学技术与工程, 2026, 26(7): 2823-2833.
Luo Yu, Tian Wenpeng, Li Mingchao, et al. Twin data-driven virtual monitoring system for riser in-pipe maintenance welding robots[J]. Science Technology and Engineering, 2026, 26(7): 2823-2833. (in Chinese)
- [10] 张丽萍, 林宇杰, 黄彬, 等. 基于数据驱动的四旋翼无人机轨迹跟踪广义迭代控制方法[J]. 实验室研究与探索, 2026, 45(5): 48-52, 69.
Zhang Liping, Lin Yujie, Huang Bin, et al. Data-driven generalized iterative control for UAV trajectory tracking[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2026, 45(5): 48-52, 69. (in Chinese)
- [11] Omar M, Wang K, Li R F, et al. NL-WCS: A novel data-driven algorithm for extracting the dynamics of serial robots considering non-linear friction[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2025, 22: 12741-12755.
- [12] 刘堃. 面向装配不同末端执行器的冗余机器人结构学习与运动控制[D]. 兰州: 兰州大学, 2025.
Liu Kun. Structure learning and motion control for redundant robots assembled with different end-effectors[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2025. (in Chinese)
- [13] Xie Z T, Liu M, Su Z M, et al. A data-driven obstacle avoidance scheme for redundant robots with unknown structures[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2025, 21(2): 1793-1802.

- [14] Tan N, Zhong Z H, Yu P, et al. A discrete model-free scheme for fault-tolerant tracking control of redundant manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 18(12): 8595-8606.
- [15] Feng Q S, Li Z X, Cai J H, et al. Acceleration-level configuration adjustment scheme for robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021, 17(1): 147-157.
- [16] Yan J K, Liu M. Neural dynamics-based model predictive control for mobile redundant manipulators with improved obstacle avoidance[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72(3): 2769-2778.
- [17] 曹政才, 赵琪, 雷世昌, 等. 面向窑压控制的基于改进 STS 模型的非线性广义预测控制研究[J]. 电子学报, 2017, 45(7): 1576-1583.
Cao Zhengcai, Zhao Qi, Lei Shichang, et al. An improved STS model based nonlinear GPC method orienting with furnace pressure control[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(7): 1576-1583. (in Chinese)
- [18] 郭子跃, 全惠敏, 彭子舜, 等. 一种基于 Si/SiC 级联 H 桥逆变器的高性能模型预测控制方法[J]. 电子学报, 2024, 52(9): 3000-3009.
Guo Ziyue, Quan Huimin, Peng Zishun, et al. A high-performance model predictive control strategy based on Si/SiC cascaded H-bridge inverter[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(9): 3000-3009. (in Chinese)
- [19] 柳子然, 岳程斐, 曹喜滨. 空间机器人多任务鲁棒切换模型预测控制[J]. 中国科学(技术科学), 2025, 55(11): 1942-1953.
Liu Ziran, Yue Chengfei, Cao Xibin. Multi-task robust switching predictive control for space robots[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2025, 55(11): 1942-1953. (in Chinese)
- [20] 张凡. 基于模型预测控制的冗余机器人位置与姿态规划[D]. 兰州: 兰州大学, 2024.
- Zhang Fan. Position and orientation planning of redundant robots with model predictive control[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2024. (in Chinese)
- [21] Schäfke H, Habich T L, Muhmann C, et al. Learning-based nonlinear model predictive control of articulated soft robots using recurrent neural networks[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2024, 9(12): 11609-11616.
- [22] Zeng Z G, Wang J, Liao X X. Global exponential stability of a general class of recurrent neural networks with time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(10): 1353-1358.
- [23] Zeng Z G, Wang J, Liao X X. Stability analysis of delayed cellular neural networks described using cloning templates[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2004, 51(11): 2313-2324.
- [24] Jang J I, Lee C H. Customized interior-point methods solver for embedded real-time convex optimization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2026, 62: 7896-7913.
- [25] Ferreau H J, Kirches C, Potschka A, et al. qpOASES: A parametric active-set algorithm for quadratic programming[J]. Mathematical Programming Computation, 2014, 6(4): 327-363.
- [26] Chen B T, Chen X J, Kanzow C. A penalized Fischer-Burmeister NCP-function[J]. Mathematical Programming, 2000, 88(1): 211-216.
- [27] Kim J, Jie W, Kim H, et al. Modified configuration control with potential field for inverse kinematic solution of redundant manipulator[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(4): 1782-1790.
- [28] Han Y, Cheng G F, Qiu B B. A triple-integral noise-resistant RNN for time-dependent constrained nonlinear optimization applied to manipulator control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72(6): 6124-6133.

作者简介



唐进福 男, 2002 年出生于江西省赣州市。现为兰州大学硕士研究生。主要研究方向为机器人与模型预测控制。
E-mail: tangjf2024@lzu.edu.cn



金龙 男, 1988 年 12 月出生于甘肃省兰州市。现为兰州大学人工智能学院教授。主要研究方向为智能计算与机器人。
Email: jinlong@lzu.edu.cn