

基于稀疏贝叶斯学习的快速 DOA 估计算法

郑 阳¹, 司伟建¹, 刘睿智^{1*}, 曲明超², 薛雅琳¹

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001; 2. 鹏城实验室, 广东深圳 518108)

摘 要: 针对波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计中稀疏贝叶斯学习类算法实时性差的问题, 本文提出一种基于稀疏贝叶斯学习的快速 DOA 估计算法。该算法首先采用一种噪声方差预估计方法, 在贝叶斯学习迭代前对噪声方差进行独立预估计, 从而有效减少贝叶斯学习迭代中未知参数的数量, 加快稀疏贝叶斯学习的收敛速度; 其次, 将空域滤波器和观测协方差矩阵重构结合, 通过构造与待估计信号方向匹配的空域滤波器, 抑制非目标方向上的能量干扰。同时, 针对真实入射信号能量在完备空间网格点上呈现的簇状分布特性, 对观测协方差矩阵进行局部重构, 提取与目标方向相关联的一簇网格点所对应的协方差信息, 减弱信号能量在相邻网格间的泄漏对完备空间功率谱值的影响, 从而提高 DOA 估计精度; 最后, 为了解决信号频率捷变等问题, 所提算法不依赖阵列平移不变性, 能够适配非均匀阵列结构, 实现对多频段信号进行 DOA 估计, 增强了算法在不同阵列配置和频率条件下的适用性。计算机仿真实验表明, 在低信噪比和少快拍数下, 所提算法在保证高精度估计的同时, 运行时间较对比算法降低了约 37.27%, 并适用于 0.8~6 GHz 多频段范围内的窄带信号。最后在微波暗室中用无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)图传信号和标准信号源进行了实测实验, 进一步验证了所提算法对无人机图传信号和标准信号源信号等混合信号具有快速收敛和稳定的 DOA 估计性能。

关键词: DOA 估计; 稀疏贝叶斯学习; 实时性; 噪声方差估计; 空域滤波器; 非均匀阵列

基金项目: 国家自然科学基金(No.U24B6013)

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(XXXX)XX-0001-13

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20260642

Fast DOA Estimation Algorithm Based on Sparse Bayesian Learning

ZHENG Yang¹, SI Weijian¹, LIU Ruizhi^{1*}, QU Mingchao², XUE Yalin¹

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China;

2. Peng Cheng Laboratory, Shenzhen, Guangdong 518108, China)

Abstract: To address the poor real-time performance of sparse Bayesian learning-based algorithms in direction of arrival (DOA) estimation, this paper proposes a fast DOA estimation algorithm based on sparse Bayesian learning. First, the proposed algorithm adopts a noise variance pre-estimation method to independently estimate the noise variance prior to the Bayesian learning iterations, thereby effectively reducing the number of unknown parameters in the Bayesian learning iterations and accelerating the convergence of sparse Bayesian learning. Second, the proposed algorithm combines spatial filtering with reconstruction of the observation covariance matrix. By constructing a spatial filter matched to the directions of the signals to be estimated, energy interference from non-target directions is suppressed. Meanwhile, in view of the cluster distribution characteristics of the true incident signal energy over the complete spatial grid, a local reconstruction of the observation covariance matrix is performed to extract the covariance information corresponding to a cluster of grid points associated with the target directions, thereby mitigating the influence of signal energy leakage between adjacent grid points on the complete spatial power spectrum and improving the DOA estimation accuracy. Finally, to tackle issues such as frequency agility of signals, the proposed algorithm does not rely on array translational invariance, is applicable to non-uniform arrays and enables DOA estimation for multi-band signals, thereby enhancing its applicability under different array configurations and frequency conditions. Computer simulation results show that under low signal-to-noise ratios and a small number of snapshots, the proposed algorithm ensures high estimation accuracy while reducing the runtime by 37.27% compared with benchmark algorithms, and is applicable to narrowband signals within the multi-band range of 0.8 GHz to 6 GHz. In addition, experiments were conducted in a microwave anechoic chamber using unmanned aerial vehicle (UAV) video transmission signals and standard signal sources, further verifying that the proposed algorithm achieves fast convergence and stable DOA estimation performance for mixed signals comprising UAV video transmission signals and standard signal

sources.

Keywords: direction of arrival; sparse bayesian learning; real-time; noise variance estimation; spatial filter; non-uniform array

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.U24B6013)

0 引言

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计主要是通过阵列信号处理技术来获取空间中电磁波的方位角信息,被广泛应用在无人机侦察^[1]、雷达^[2]、无线通信^[3]和智慧城市^[4]等领域。在DOA估计技术发展过程中,随着信号统计信息的引入,出现了以多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法^[5]和旋转不变子空间(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法^[6]为代表的子空间类算法。然而这类算法虽然突破了“瑞利限”,实现了高分辨估计,但是在低信噪比和少快拍数等情况下性能急剧下降^[7],难以适应愈加复杂的信号环境^[8]。

近年来随着稀疏重构类算法的发展^[9-11],尤其是稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)类算法逐渐克服了子空间类算法的缺陷,在低信噪比、少快拍数情况下依旧能够实现准确的DOA估计^[12]。其中,文献[13]提出了相关向量机(Relevance Vector Machine, RVM)算法,该算法首先在预定义的空间网格上使用稀疏诱导的RVM获得粗略的信号位置,然后通过一维搜索实现精细的方向估计。虽然该方法相较于文献[9]降低了整体结构和收敛误差,提高了DOA估计精度,但是网格划分和迭代收敛速度限制了计算效率的提高。文献[14]提出了求根稀疏贝叶斯学习(Root Sparse Bayesian Learning, Root-SBL)算法,该算法通过对粗网格有关多项式求根来更新网格点。虽然相较于文献[13]显著降低了网格点划分带来的计算复杂度,但是迭代收敛速度依旧限制计算效率的提升。文献[15]提出了网格插值-多快拍稀疏贝叶斯学习(Grid Interpolation-Multiple snapshot Sparse Bayesian Learning, GI-MSBL)算法,该算法首先利用不动点迭代算法快速收敛特性预估计信号空间谱功率来提高计算效率,然后通过推导拉普拉斯先验分布下的边缘似然函数关于角度的最大化公式来提高DOA估计精度。但是在低信噪比下,初始值准确性下降会导致不动点迭代收敛性降低,以及边缘似然函数不确定性的增加会导致该算法更适用于高信噪比下的DOA估计。文献[16]提出了用于稀疏非负最小二乘的交替方向乘子(ADMM for Spares NNLS, ASNNLS)算法,通过矩阵向量化以及递归计算大规模矩阵的逆,有效降低了算法的计算复杂度。但该算法采用最小

二乘法通过最小化误差平方和来拟合得到DOA估计结果,而没有考虑信号的先验信息,导致DOA估计精度难以得到保障。文献[17]提出了基于加权Sinc插值的离网稀疏贝叶斯学习(Off-Grid Sparse Bayesian Learning based on Weighted Sinc Interpolation, OGWSISBL),通过加权Sinc插值更新格点来消除网格点误差。虽然该算法提高了DOA估计精度,但依旧依赖于网格点的划分,未降低SBL迭代过程中基向量的运算。文献[18]将剪枝自适应稀疏贝叶斯学习(Adaptive Bow SBL-Prune, ABSBL-Prune)和高斯广义近似消息传递(Gaussian Generalized Approximate Message Passing, GGAMP)结合提出了GGAMP-ABSL-Prune。该方法通过设置门限对迭代过程中的基向量进行筛选,以及近似计算后验概率密度来提高算法的收敛速度。但在低信噪比下基向量的筛选难以得到保障,以及概率密度的近似会进一步带来DOA估计的误差。文献[19]提出了线性稀疏贝叶斯学习Gohberg-Semencul(GS)型分解(Gohberg-Semencul factorization of Linear Sparse Bayesian Learning, GS-LSBL)方法,该算法通过保持协方差矩阵为Toeplitz结构的同时减少输入数据的维数,以及利用GS型分解避免了大规模协方差矩阵的求逆。但该方法只考虑了对高维数矩阵降低计算量,没有加速SBL迭代过程的收敛速度。此外,由于上述SBL类DOA算法的提出大多是针对单一信号频率,基于信号半波长的均匀线性阵列,难以适应不同频率信号环境。尤其是无人机信号在不同信道环境通过跳频技术抗干扰或辅助通信过程中频率快速变化^[20-22],这对DOA算法实时性以及多频段的兼容性提出要求。

综上所述,稀疏贝叶斯学习类DOA估计算法依然存在以下主要问题:一方面,在稀疏贝叶斯学习迭代过程中将噪声方差和空间谱参数联合估计,这造成求解欠定问题的鲁棒性下降、迭代次数增加,导致实时性变差;另一方面,稀疏贝叶斯模型不能充分反映信号功率在空域中的真实分布^[13],造成DOA估计误差变大。此外,多数基于SBL的算法模型建立在均匀阵列假设上,无法有效适应多频段信号的测向需求,难以适应频率捷变等信号场景。针对上述问题,本文提出了一种基于SBL的快速DOA估计算法,简称为快速收敛稀疏贝叶斯(Fast Convergent Sparse Bayesian Learning, FCSBL)算法。所提算法首先采用一种噪声方差预估计方法,降低迭代过程未知参量个数,以解

决算法实时性较差问题;然后将空域滤波器和重构观测协方差矩阵结合,以提高算法估计精度。并且在建立阵列接收信号模型和空域滤波器过程中采用任意阵列形式,因此所提算法能够适用于非均匀阵列,满足多频段信号的测向需求。仿真与微波暗室实验结果表明,在低信噪比与少快拍条件下,所提算法在保证较高DOA估计精度的同时,显著提升了运行效率。

1 信号稀疏模型和贝叶斯学习原理

1.1 信号稀疏模型

如图1所示,当 K 个远场窄带且相互独立的信号从 $\theta=[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]$ 方向入射到阵元数为 M 的线性阵列上,假设噪声为服从 $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 的加性高斯白噪声,且不同时刻不同阵元接收的噪声相互独立。若快拍数为 L ,则阵列接收信号模型为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_L)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 为阵列接收矩阵; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为信号的阵列流形矩阵; $\mathbf{a}(\theta_k) = [e^{j\varphi_{k,1}}, e^{j\varphi_{k,2}}, \dots, e^{j\varphi_{k,M}}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为 θ_k 方向信号阵列流形向量; $\varphi_{k,m} = 2\pi f d_m \sin(\theta_k)/c$ 为第 k 个信号到达第 m 个阵元与第一个阵元的相位差,其中 f 为信号频率, d_m 为第 m 个阵元与第一个阵元的间距, c 为信号传播速度; $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(t_1), \mathbf{s}(t_2), \dots, \mathbf{s}(t_L)] \in \mathbb{C}^{K \times L}$ 为信号矢量矩阵,其中 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 为 t 时刻阵列信号向量; $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_L)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 为噪声矩阵。

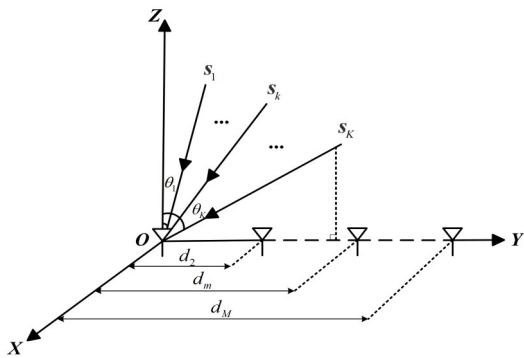


图1 线性阵列接收信号示意图

Figure 1 Schematic diagram of linear array receiving signal

由于阵列接收信号模型具有空域稀疏性,因此将信号空域入射范围均匀划分成网格点数为 P 的完备角度集 $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P] \in \mathbb{R}^{P \times 1}$,并且 $K < M \ll P$ 保证其稀疏性。故式(1)的空域超完备形式^[23]如下:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\Theta) \bar{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A}(\Theta) \in \mathbb{C}^{M \times P}$ 表示以完备角度集 Θ 中各元素构

成的阵列流形矩阵; $\bar{\mathbf{S}} \in \mathbb{C}^{P \times L}$ 表示信号矢量矩阵从 θ 到 Θ 的补零形式。因此对入射信号进行DOA估计的问题可以转换为从 $\mathbf{A}(\Theta)$ 中挑选 K 个基函数来优化对应信号幅度,实现 $\mathbf{A}(\Theta) \bar{\mathbf{S}}$ 与 $\mathbf{X}$ 之间的最佳拟合问题。

1.2 贝叶斯学习估计

假定完备角度集 Θ 的对应补零信号服从均值为零、方差为 Γ 的高斯分布, $\Gamma = \text{diag}(\gamma)$, $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_P]$, γ 表示完备角度集 Θ 对应空间功率谱,并且信号之间相互独立, $\text{diag}(\cdot)$ 表示对角矩阵运算。因此,根据高斯白噪声的分布假设可以得到式(2)关于信号幅度的条件概率密度函数为

$$p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) = |\pi \sigma^2 \mathbf{I}_M|^{-L} \exp \left\{ -\sigma^{-2} \|\mathbf{X} - \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{S}}\|_F^2 \right\} \quad (3)$$

其中, $p(\cdot)$ 表示概率密度函数, $|\cdot|$ 为求模运算, $\exp\{\cdot\}$ 为自然指数函数, $\mathbf{I}_M$ 为 M 维的单位矩阵, $\|\cdot\|_F$ 为矩阵的Frobenius范数, $\bar{\mathbf{A}}$ 为 $\mathbf{A}(\Theta)$ 简化形式。根据贝叶斯概率理论, $\bar{\mathbf{S}}$ 关于 $\mathbf{X}$ 的后验概率密度函数为

$$\begin{aligned} p(\bar{\mathbf{S}} | \mathbf{X}; \gamma, \sigma^2) &= \frac{p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) p(\bar{\mathbf{S}} | \gamma)}{\int p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) p(\bar{\mathbf{S}} | \gamma) d\bar{\mathbf{S}}} \\ &= |\pi \Sigma_{\bar{\mathbf{S}}}|^{-L} \exp \left\{ -\text{tr} \left[\left(\bar{\mathbf{S}} - \Psi_{\bar{\mathbf{S}}} \right)^H \Sigma_{\bar{\mathbf{S}}}^{-1} \left(\bar{\mathbf{S}} - \Psi_{\bar{\mathbf{S}}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $(\cdot)^H$ 为矩阵共轭转置, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵求迹, $\Psi_{\bar{\mathbf{S}}} \in \mathbb{C}^{P \times L}$, $\Sigma_{\bar{\mathbf{S}}} \in \mathbb{C}^{P \times P}$ 。并且有

$$\Psi_{\bar{\mathbf{S}}} = \Gamma \bar{\mathbf{A}}^H (\sigma^2 \mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}} \Gamma \bar{\mathbf{A}}^H)^{-1} \mathbf{X} \quad (5)$$

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{S}}} = \Gamma - \Gamma \bar{\mathbf{A}}^H (\sigma^2 \mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}} \Gamma \bar{\mathbf{A}}^H)^{-1} \bar{\mathbf{A}} \Gamma \quad (6)$$

通过极大化式(4)便可根据式(5)重构出信号幅度。但在 γ 取值能够较好准确地反映入射信号的真实空域能量分布时,重构结果才更为准确。因此可以通过观测数据对 γ 进行优化从而提高重构精度。

根据SBL理论, $\mathbf{X}$ 关于 γ 的似然函数为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X} | \gamma; \sigma^2) &= \int p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) p(\bar{\mathbf{S}} | \gamma) d\bar{\mathbf{S}} \\ &= |\pi \Sigma_{\mathbf{X}}|^{-L} \exp \left\{ -\text{tr} \left[\mathbf{X}^H \Sigma_{\mathbf{X}}^{-1} \mathbf{X} \right] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\Sigma_{\mathbf{X}} = \sigma^2 \mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}} \Gamma \bar{\mathbf{A}}^H$ 。将上式似然函数取对数并且不考虑常数项,得到关于优化 γ 的目标函数为

$$\ell(\gamma, \sigma^2) = \ln |\Sigma_{\mathbf{X}}| + \text{tr}(\Sigma_{\mathbf{X}}^{-1} \mathbf{R}) \quad (8)$$

在实际应用中通过计算阵列采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{X} \mathbf{X}^H / L$ 来代替协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 。

因此,结合噪声方差估计值 $\hat{\sigma}^2$,再通过 $\partial \ell(\hat{\gamma}, \hat{\sigma}_k^2) / \partial \hat{\gamma} = 0$,便可以得到入射信号在完备角度集 Θ 上重构的空间谱估计结果 $\hat{\gamma}$:

$$\hat{\gamma}_p = \left\| \left(\Psi_{\bar{\mathbf{S}}} \right)_p \right\|_2^2 / L + \left(\Sigma_{\bar{\mathbf{S}}} \right)_{p,p} \quad (9)$$

其中, $\partial(\cdot)/\partial(\cdot)$ 表示求偏导; $\|\cdot\|_2$ 表示向量的 2-范数; $(\cdot)_p$ 表示向量或矩阵的第 p 行; $(\cdot)_{p,p}$ 表示矩阵的第 p 行, 第 p 列元素。

2 所提算法原理

2.1 噪声方差预估计

在稀疏贝叶斯学习类 DOA 估计算法中, 通常是将 σ^2 与 γ 进行联合估计。然而, 这将导致求解欠定问题的鲁棒性降低, 即对于信息不足以唯一确定解的问题, 增加未知参数的数量可能会导致解的不稳定性增加, 导致解的收敛更慢。针对这一问题, 本文通过在迭代过程前对 $\hat{\sigma}^2$ 进行预估计, 减少了迭代过程中未知参量的个数, 从而使得算法在空间谱求解迭代过程中更快收敛, 提高了算法整体的计算效率。对信号协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 求逆得:

$$\mathbf{R}^{-1} = (\sigma^2 \mathbf{I}_M + \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H)^{-1} = \left(\sigma^2 \mathbf{I}_M + \sum_{m=1}^K \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \right)^{-1} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{U} (\mathbf{I}_M - \mathbf{A}_s) \mathbf{U}^H$$

$$\mathbf{A}_s = \text{diag} \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \sigma^2}, \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + \sigma^2}, \dots, \frac{\lambda_K}{\lambda_K + \sigma^2}, \overbrace{0, 0, \dots, 0}^{M-K} \right\} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$; λ_m 和 $\mathbf{u}_m$ 分别表示 $\mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H$ 这一项的第 m 个特征值和与之对应的特征向量, 其中 $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$ 。令 $\mathbf{A} = \mathbf{I}_M - \mathbf{A}_s$, 且当 $n \rightarrow \infty$ 时有

$$\mathbf{A}^n = \text{diag} \left\{ \left(\frac{\sigma^2}{\lambda_1 + \sigma^2} \right)^n, \left(\frac{\sigma^2}{\lambda_2 + \sigma^2} \right)^n, \dots, \left(\frac{\sigma^2}{\lambda_K + \sigma^2} \right)^n, \overbrace{1, 1, \dots, 1}^{M-K} \right\}$$

$$\approx \text{diag} \left\{ \overbrace{0, 0, \dots, 0}^K, \overbrace{1, 1, \dots, 1}^{M-K} \right\} \quad (12)$$

由于 $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$, 所以 $\text{tr}(\mathbf{U} \mathbf{A}^n \mathbf{U}^H) = \text{tr}(\mathbf{A}^n) = M - K$ 。然后通过求 $\mathbf{R}^{-n}$ 求迹可得:

$$\text{tr}(\mathbf{R}^{-n}) = \left(\frac{1}{\sigma^2} \right)^n \text{tr}(\mathbf{U} \mathbf{A}^n \mathbf{U}^H) \approx (M - K) / (\sigma^2)^n \quad (13)$$

因此在实际估计过程中, 通过计算样本协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$, 便可以预估计出噪声方差:

$$\hat{\sigma}^2 \approx \left[\frac{(M - K)}{\text{tr}(\hat{\mathbf{R}}^{-n})} \right]^{1/n} \quad (14)$$

但由于实际估计过程中样本数有限, 导致 n 较大时 $\text{tr}(\hat{\mathbf{R}}^{-n})$ 由 $\hat{\mathbf{R}}$ 的较小特征值主导, 这将导致噪声方差估计值 $\hat{\sigma}^2$ 小于理论值, 因此面对不同场景, 需要选取合适的 n 值。

2.2 空域滤波器设计及观测矩阵重构

当阵列同时接收多个信号, 尤其是空域紧邻信号

时, 会出现信号能量在空域泄漏, 从而导致 DOA 估计结果误差变大。以及在稀疏贝叶斯模型中, 信号功率集中在真实角度对应的空域网格点上, 而实际入射信号的能量分布多集中在与真实入射角度相邻的一簇网格点上。稀疏贝叶斯模型不能准确地描述这一簇网格点能量之间较强的相关性。

针对上述问题, 本文提出一种改进方法: 首先, 通过空域滤波器将来波信号进行分离估计; 其次, 在对空间谱估计过程中, 将观测协方差矩阵进行重构, 提取与目标方向相关联的一簇网格点所对应的协方差矩阵。通过对目标角度进行滤波, 并针对局部网格点簇重构协方差矩阵, 从而有效抑制了信号在空域中的能量泄露, 提升了 DOA 估计的精度。

定义 K 个阵列接收信号对应的空域滤波器分别为 $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_K$, 将信号 $\mathbf{X}_k$ 从阵列接收信号 $\mathbf{X}$ 中分离出 $\mathbf{X}_k = \mathbf{T}_k \mathbf{X} (k = 1, 2, \dots, K)$ 。令接收阵列的第 m 至 $m + K - 1$ 个阵元所组成的子阵对从角度 $\hat{\theta}$ 入射信号的响应矩阵为 $\mathbf{A}_m^K(\hat{\theta}) \in \mathbb{C}^{K \times K}$, 对其求逆则有 $\mathbf{B}_m^K(\hat{\theta}) = [\mathbf{A}_m^K(\hat{\theta})]^{-1}$, 取第 k 行为 $\mathbf{b}_m^k \in \mathbb{C}^{1 \times K}$ 。通过计算可得:

$$\mathbf{b}_m^k \mathbf{A}_m^K(\hat{\theta}) = [\mathbf{0}_{1 \times (k-1)}, 1, \mathbf{0}_{1 \times (K-k+1)}] \quad (15)$$

因此可以利用通过 $\mathbf{b}_m^k$ 与相应角度的阵列响应值乘积, 保留对应角度方向的入射信号, 使其余方向信号置零从而实现空域滤波。所以定义接收阵列的第 m 个阵元对从角度 $\hat{\theta}_k$ 入射信号的响应值为 A_m^k , 故针对从角度 $\hat{\theta}_k$ 入射信号的空域滤波器如下:

$$(\mathbf{T}_k)_m = [\mathbf{0}_{1 \times (m-1)}, \mathbf{b}_m^k A_m^k, \mathbf{0}_{1 \times (M-K+1-m)}] \quad (16)$$

其中, $(\mathbf{T}_k)_m$ 为滤波器 $\mathbf{T}_k \in \mathbb{C}^{(M-K+1) \times M}$ 的第 m 行, 因此通过空域滤波器便可将从角度 $\hat{\theta}_k$ 入射信号从阵列接收信号中分离出:

$$\mathbf{X}_k(t) = \mathbf{T}_k \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}'(\hat{\theta}_k) \mathbf{S}_k(t) + \mathbf{T}_k \mathbf{N}(t) \quad (17)$$

其中:

$$\mathbf{A}'(\hat{\theta}_k) = [\mathbf{I}_{(M-K+1) \times (M-K+1)}, \mathbf{0}_{(M-K+1) \times (K-1)}] \mathbf{A}(\hat{\theta}_k) \quad (18)$$

而且空域滤波器的设计不对阵列做平移不变性的约束, 因此所提算法适用于非均匀阵列。

由于空域滤波器需依赖信号入射角度, 在实现高精度 DOA 估计时本文采用交替迭代优化的方式对 DOA 与滤波器参数进行联合估计。具体来讲, 细估计首次执行时, 以粗估计输出的角度作为空域滤波器的初始角度; 后续迭代中, 使用上一轮迭代更新的角度估计值, 因此在后续迭代过程中由粗估计带来的角度误差会得到逐步修正。同时在空间谱估计过程中, 通过空域滤波器的处理, 将原本需要同时对多个目标联合估计解耦为单独信号的估计问题, 实现了将高维联合欠定问题分解为多个低维子问题, 减少

了解欠定问题解的个数,加快了收敛速度。考虑到滤波后的第 k 个信号与对应噪声依旧服从零均值的高斯分布,第 q 次迭代过程中信号幅度 $\bar{\mathbf{S}}_k^{(q)} = [s_k^{(q)}(t_1), s_k^{(q)}(t_2), \dots, s_k^{(q)}(t_L)]$ 关于 $\mathbf{X}_k^{(q)}$ 的后验概率密度函数为

$$p(\bar{\mathbf{S}}_k^{(q)} | \mathbf{X}_k^{(q)}; \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)}, (\sigma_k^2)^{(q-1)}) = |\pi \Sigma_k^{(q)}|^{-L} \exp \left\{ -\text{tr} \left[(\bar{\mathbf{S}}_k^{(q)} - \Psi_k^{(q)})^H (\Sigma_k^{(q)})^{-1} (\bar{\mathbf{S}}_k^{(q)} - \Psi_k^{(q)}) \right] \right\} \quad (19)$$

其中, $(\cdot)^{(q)}$ 表示第 q 次迭代过程对应值。根据式(5)和式(6), $\Psi_k^{(q)}$ 和 $\Sigma_k^{(q)}$ 具体为

$$\Psi_k^{(q)} = \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} \bar{\mathbf{A}}'^H (\Sigma_{X_k}^{(q)})^{-1} \mathbf{X}_k^{(q)} \quad (20)$$

$$\Sigma_k^{(q)} = \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} - \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} \bar{\mathbf{A}}'^H (\Sigma_{X_k}^{(q)})^{-1} \bar{\mathbf{A}}' \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} \quad (21)$$

$$\Sigma_{X_k}^{(q)} = (\sigma_k^2)^{(q-1)} \mathbf{T}_k^{(q)} (\mathbf{T}_k^{(q)})^H + \bar{\mathbf{A}}' \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} \bar{\mathbf{A}}'^H \quad (22)$$

其中, $\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)}$ 表示信号幅度 $\bar{\mathbf{S}}_k^{(q-1)}$ 的协方差矩阵估计值,且 $\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} = \text{diag}(\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)})$, 则式(8)可以改写为

$$\ell(\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)}, (\sigma_k^2)^{(q-1)}) = \ln |\Sigma_{X_k}^{(q)}| + \text{tr}((\Sigma_{X_k}^{(q)})^{-1} \hat{\mathbf{R}}_k) \quad (23)$$

因此,根据 $\bar{\mathbf{S}}_k^{(q)}$ 的一阶矩 $\Psi_k^{(q)}$ 和二阶矩 $\Sigma_k^{(q)}$,通过式(23)对 $\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)}$ 求偏 $\partial \ell(\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)}, (\sigma_k^2)^{(q-1)}) / \partial \tilde{\mathbf{I}}_k^{(q-1)} = 0$ 可以得到:

$$(\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q)})_{p,p} = \left\| \left(\Psi_k^{(q-1)} \right)_{p,p} \right\|_2^2 / L + \left(\Sigma_k^{(q-1)} \right)_{p,p} \quad (24)$$

入射信号的能量多集中在与 $\hat{\theta}_k$ 相邻的一簇网格点 $(\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$ 区间,其中 $\bar{\theta}_k$ 和 $\underline{\theta}_k$ 分别为 $\hat{\theta}_k$ 在 Θ 中左右相邻的两个样点。令 $\Theta_{-k} = \Theta - (\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$, 即为从 Θ 中去除区间 $(\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$ 后的完备角度集,且 $\bar{\mathbf{A}}'_{-k} = \mathbf{A}'(\Theta_{-k})$ 。则除去第 k 个信号分量以外的阵列接收信号协方差矩阵估计值为 $\Sigma_{-k}^{(q)} = (\sigma_k^2)^{(q-1)} \mathbf{T}_{-k}^{(q)} (\mathbf{T}_{-k}^{(q)})^H + \bar{\mathbf{A}}'_{-k} \tilde{\mathbf{I}}_{-k}^{(q-1)} \bar{\mathbf{A}}'_{-k}{}^H$, 并且有 $\Sigma_{-k}^{(q)} \in \mathbb{C}^{(M-K+1) \times (M-K+1)}$, 其中, $\tilde{\mathbf{I}}_{-k}^{(q)}$ 通过 $\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q)}$ 去除与区间 $(\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$ 在 Θ 中对应的行列元素得到。假设第 k 个信号的功率 η_k , 则式(22)可写为

$$\tilde{\Sigma}_{X_k}^{(q)} = \Sigma_{-k}^{(q)} + \eta_k \mathbf{a}'(\hat{\theta}_k) \mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) \quad (25)$$

因此将重构后的 $\tilde{\Sigma}_{X_k}^{(q)}$ 带入式(23)并对信号功率求偏导,令 $\partial \tilde{\ell} / \partial \eta_k = 0$ 得:

$$\eta_k = \frac{\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} (\hat{\mathbf{R}}_k - \Sigma_{-k}^{(q)}) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} \mathbf{a}'(\hat{\theta}_k)}{(\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} \mathbf{a}'(\hat{\theta}_k))^2} \quad (26)$$

将式(26)代入式(23)并对 $\hat{\theta}_k$ 求偏导,令 $\partial \tilde{\ell} / \partial \hat{\theta}_k = 0$ 得:

$$P(\hat{\theta}_k) = \text{Re} \left[\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} (\mathbf{a}'(\hat{\theta}_k) \mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} \hat{\mathbf{R}}_k - \hat{\mathbf{R}}_k (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} \mathbf{a}'(\hat{\theta}_k) \mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k)) (\Sigma_{-k}^{(q)})^{-1} \mathbf{d}'(\hat{\theta}_k) \right] = 0 \quad (27)$$

其中, $\mathbf{d}'(\hat{\theta}_k) = \partial \mathbf{a}'(\hat{\theta}_k) / \partial \hat{\theta}_k$ 。通过上述重构,便可以得

到第 k 个信号的人射角度估计值:

$$\hat{\theta}_k = \max_{\theta \in (\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)} |P(\hat{\theta}_k)|^{-1} \quad (28)$$

因此将角度信息 $\hat{\theta}_k$ 代入上述空域滤波器后再次进行交替迭代优化,直至满足所设定迭代次数或迭代门限。并且由于细估计区间 $(\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$ 保留了偏向真实方向的信号分量,尽管粗估计误差会对滤波器造成影响,但在随后迭代过程中误差得到逐步修正。

2.3 算法复杂度分析及说明

所提 FCSBL 算法步骤具体如算法 1 所示。

算法 1 FCSBL

输入:阵列接收数据 $\mathbf{X}$, 阵列参数

输出:信号角度估计值 $\hat{\theta}_k$

粗估计:1. 根据式(14)计算 $\hat{\sigma}^2$

2. 设定 Θ 并初始化 $\tilde{\mathbf{I}}_i^{(0)}$ 和 $\Psi_s^{(0)}$

3. 根据式(5)、(6)和(9)计算 Ψ_s, Σ_s 和 $\hat{\gamma}$

4. 若未达到设定迭代次数或迭代门限则重复进行第3步,反之根据 $\hat{\gamma}$ 输出 $\hat{\theta}$ 和 K

细估计:5. 根据 $\hat{\theta}$ 和 K 通过式(16)计算 $\mathbf{T}_k$

6. 根据式(17)计算 $\hat{\mathbf{R}}_k$, 重新计算 $\hat{\sigma}_k^2$

7. 由式(20)、(21)、(24)计算 $\Psi_k^{(q)}, \Sigma_k^{(q)}$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_k^{(q)}$

8. 设定 $(\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k)$ 合适间隔并根据式(28)估计 $\hat{\theta}_k$

9. 若未达到设定迭代次数或迭代门限则重复进行第5~8步,反之输出 $\hat{\theta}_k$

以复数乘法次数作为计算量,从上述步骤中可以看出,所提算法的计算量集中在迭代过程第3、7、8步。噪声方差估计计算量主要为对协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 求逆,和 n 次矩阵幂计算,因此计算量为 $O(nM^3)$;空域滤波器的总计算量为 $O((M-K+1)K^3)$ 。由于 $K \ll M$, 所以二者计算量忽略不计。下面以单次迭代为例:第3步中,计算 Ψ_s 要进行 $MP + M^2P + O(M^3) + MP + M^2P + MPL$ 次复数乘法;除去重复项,计算 Σ_s 要 MP^2 次复数乘法;计算 $\hat{\gamma}$ 要 PL 次复数乘法。在第7步中,由于空域滤波器的影响,阵元数变为 $M' = M - K + 1$, 且每个信号进行单独迭代,其余与第3步一致。在第8步中,计算式(28)要 $(4M' + 8M'^2)P'$ 次复数运算。其中, $O(M^3)$ 为 M^3 同数量级值; P' 为细网格点数。考虑 $K < M \ll P$, 所提算法计算量为 $l_1(2MP + 2M^2P + MP^2 + MPL + PL) + l_2K(2M'P + 2M'^2P + M'P^2 + M'PL + 8M'^2P' + 4M'P')$ 。 l_1 为第一次迭代次数, l_2 为第二次迭代次数,总迭代次数 $l = l_1 + l_2$ 。实验各算法计算量对比如表1所示。

参考后续仿真实验三具体参数配置,可以看出, FCSBL 计算量为 4.6×10^6 , iRVM 计算量为 2.8×10^7 , Root-SBL 计算量为 4.2×10^7 , GI-MSBL 计算量为 4.8×10^6 ,

表1 各算法计算量对比

Table 1 Comparison of the calculation amount of each algorithm

算法	计算量
FCSBL	$l_1(2MP+2M^2P+MP^2+MPL+PL)+$ $l_2K(2M^2P+2M^2P+M^2P^2+M^2PL+8M^2P'+4M^2P')$
iRVM	$l(2MP+2M^2P+MP^2+MPL+PL)+8KM^2P'$
Root-SBL	$l(M^2P+MP^2+2MPL+M(P-1)L)$
GI-MSBL	$l_1(2MPL+MP+M^2)+7l_2KM(L+M+1)+$ $KP'(2M^2+2M)$
MUSIC	$(M-K)MLP'$

MUSIC 计算量为 4.6×10^5 。可以看出所提算法 FCSBL 在稀疏贝叶斯类对比算法中计算量最低,这是因为所提算法能够快速收敛,迭代次数最小。总的来看,这类算法更加受限于迭代次数的影响,因此通过降低迭代次数可以有效减小算法总体复杂度。

所提算法对于非均匀阵列的适配主要体现在空域滤波器设计和观测协方差矩阵重构部分。相比于传统方法对阵列平移不变性的依赖,所提算法中的空域滤波器可灵活适配非均匀阵列,能够对不同频率的接收信号实现稳定的 DOA 估计。针对非均匀阵列的模糊或栅瓣问题,阵列间距设计原则如下。

根据互余定理,令相邻阵元间距比值为素数对 p_m 和 p_{m+1} ,则相邻阵元间距与相位差模糊数存在如下关系:

$$\frac{d_{m+1}}{d_m} = \frac{\varphi_{k,m+1} + r_{m+1}2\pi}{\varphi_{k,m} + r_m2\pi} = \frac{p_{m+1}}{p_m} \quad (29)$$

其中, r_m 是第 m 个阵元对应相位差模糊数,因此相邻相线的距离 D 为

$$D = 360^\circ / \sqrt{p_{m+1}^2 + p_m^2} \quad (30)$$

对于信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR)、快拍数 L ,两通道相位误差为 $\sigma_{\Delta\varphi} = 1/\sqrt{L \cdot \text{SNR}}$ 。当相邻相线中点距离大于通道相位误差,即选择满足 $D/2 > \sigma_{\Delta\varphi}$ 的阵列间距比值时,能够尽可能消除角度模糊。所以,针对非均匀阵列模糊或栅瓣问题,最佳条件是相位采样空间中每条相线之间的距离应尽可能大^[24]。综上,阵列间距设计首先确定阵列孔径和天线尺寸确定最大和最小间距,再根据信号频率以及解模糊选择合适的 p_m 和 p_{m+1} 。但非均匀阵列可能会带来“孔洞”,即导致空间谱在某些角度上出现虚假峰值或无法形成有效峰值,从而产生估计盲区或模糊。

3 计算机仿真实验

3.1 仿真条件

在算法实现过程中首先进行粗估计获得初步角度信息,再通过空域滤波器以及观测协方差矩阵进行

重构实现高精度估计。在粗估计过程中,不考虑空域滤波器,并且网格间隔设置为 2° ,初始值设定为 $\hat{\mathbf{r}}_l^{(0)} = \|(\Psi_s^{(0)})_l\|_2^2/L$, $\Psi_s^{(0)} = \bar{\mathbf{A}}^H(\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{A}}^H)^{-1}\mathbf{X}$ 。空间谱迭代相对差为 $\|\hat{\mathbf{r}}^{(q+1)} - \hat{\mathbf{r}}^{(q)}\|_2 / \|\hat{\mathbf{r}}^{(q+1)}\|_2 \leq \varepsilon_1$,设置收敛阈值 $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ 。

在高精度估计过程中,经过空域滤波器处理后,噪声方差估计中接收信号协方差矩阵估计值按照滤波后第 k 个信号对应的协方差 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 计算,网格间隔设置为 0.1° ,设置收敛阈值 $\varepsilon_2 = 10^{-4}$,空间谱迭代相对差为 $\|\hat{\mathbf{r}}_1, \hat{\mathbf{r}}_2, \dots, \hat{\mathbf{r}}_K\|^{(q+1)} - \|\hat{\mathbf{r}}_1, \hat{\mathbf{r}}_2, \dots, \hat{\mathbf{r}}_K\|^{(q)}\|_2 / \|\hat{\mathbf{r}}_1, \hat{\mathbf{r}}_2, \dots, \hat{\mathbf{r}}_K\|^{(q+1)}\|_2 \leq \varepsilon_2$ 。

算法精度通过对比均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 进行分析,并以克拉美罗界 (Cramér-Rao Bound, CRB) 作为下界。RMSE 计算如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{w=1}^W \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_k^w - \theta_k^w)^2 / WK} \quad (31)$$

其中, $\hat{\theta}_k^w$ 和 θ_k^w 分别为第 w 次实验中第 k 个信号入射角度的估计值和真实值, W 为蒙特卡洛重复实验次数,下述实验中取 5 000。

依据后续仿真条件,综合噪声方差和 DOA 估计精度,经仿真验证分析在噪声方差估计部分取 $n = 5$ 时便可以满足 DOA 估计精度需求。

考虑对无人机测向需求,综合 DOA 估计精度和算法复杂度,仿真实验固定参数设置如表 2 所示。

表2 仿真实验固定参数

Table 2 Fixed parameters of simulation experiment

仿真实验参数	实验一	实验二	实验三
阵列形式	均匀线阵	均匀线阵	非均匀线阵
阵元数	8	8	5
阵元间隔/m	0.062 5	0.062 5	—
信号频率/GHz	2.4	2.4	—
粗估计网格间隔	$\Delta\theta = 2^\circ$	$\Delta\theta = 2^\circ$	$\Delta\theta = 2^\circ$
高精度网格间隔	$\Delta\theta = 0.1^\circ$	$\Delta\theta = 0.1^\circ$	$\Delta\theta = 0.1^\circ$
测角范围	$-30^\circ \sim 30^\circ$	$-30^\circ \sim 30^\circ$	$-30^\circ \sim 30^\circ$

3.2 算法收敛性分析

实验一:验证所提算法各模块对算法收敛性的影响,信号为两个独立窄带信号;为避免网格点误差,信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$;信噪比为 $-6 \sim 20$ dB;快拍数为 16;其余条件见表 2。所提算法设置为以下对比模式:(1)不进行噪声方差预估计 FCSBL-S;(2)不使用空域滤波器 FCSBL-T。实验结果如图 2 所示。

图 2 表明,在不同信噪比下所提算法 FCSBL 的迭代次数最小,而去除噪声方差预估计以及空域滤波器处理模块的 FCSBL-S 和 FCSBL-T 的迭代次数均明显

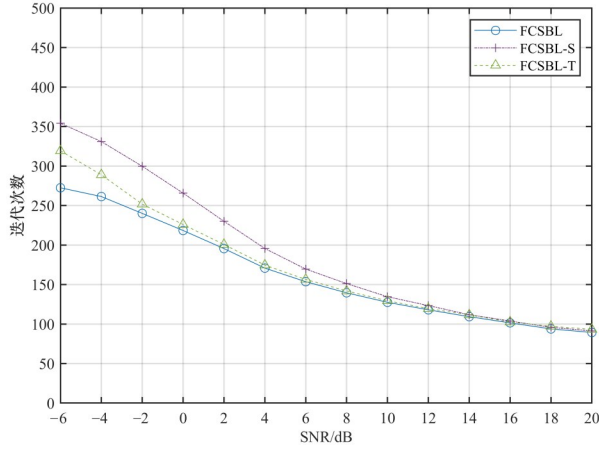


图2 -6~20 dB信噪比下算法各模块迭代次数

Figure 2 The number of iterations of each module of the algorithm under the SNR of -6 dB to 20 dB

上升。这有效证明通过噪声方差预估计以及空域滤波器处理能够加快算法迭代过程收敛。其原因是通过噪声方差预估计减少了求解欠定问题未知参数解的个数,通过空域滤波器将高维联合欠定问题分解为多个低维子问题从而加快了收敛速度。

实验二:对各算法收敛特性对比分析。设置信号为两个独立窄带信号;为了避免网格点误差,信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$; 信噪比为 -6 dB; 快拍数为 16; 其余条件见表 2。通过每次迭代过程中空间谱迭代相对差的变化反映算法收敛速率,并统一收敛准则,设置 FCSBL 算法和 GI-MSBL 算法粗估计收敛阈值为 $\varepsilon_1 = 10^{-3}$, 细估计收敛阈值为 $\varepsilon_2 = 10^{-4}$, 令 iRVM 和 Root-SBL 收敛阈值为 $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ 。实验结果如图 3 所示。

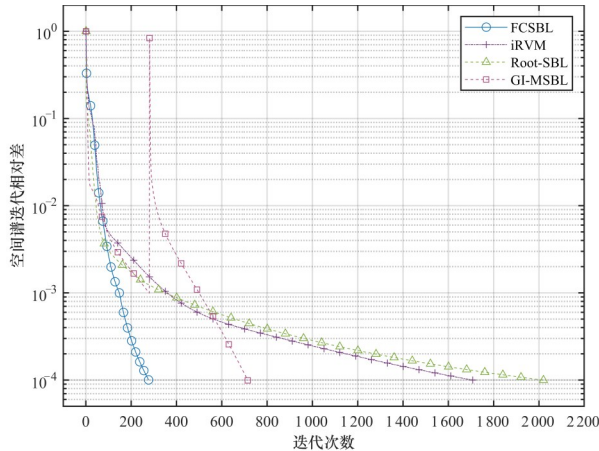


图3 各算法收敛速率曲线

Figure 3 The convergence rate curve of each algorithm

图 3 表明,所提出的 FCSBL 算法收敛速度最快,在迭代约 180 次时即满足粗估计阶段的收敛阈值,而 GI-MSBL 算法则需约 300 次迭代方能达到相同条件。

此外,由于 GI-MSBL 算法在由粗估计转入细估计时,将空间谱重置为 1,所以导致该转换阶段空间谱的迭代相对差出现暂时上升。在最终收敛方面,GI-MSBL、iRVM 和 Root-SBL 算法分别需约 700 次、1 700 次和 2 000 次迭代才能满足收敛阈值。相比之下, FCSBL 算法仅需约 300 次迭代即可达到最终收敛,展现出迭代过程中快速收敛的优势。

3.3 信噪比对算法性能影响

实验三:信号为两个独立窄带信号;为了避免网格点误差,信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$; 信噪比为 -6~20 dB; 快拍数为 16, 其余条件见表 2。实验结果如图 4、图 5 和表 3 所示。

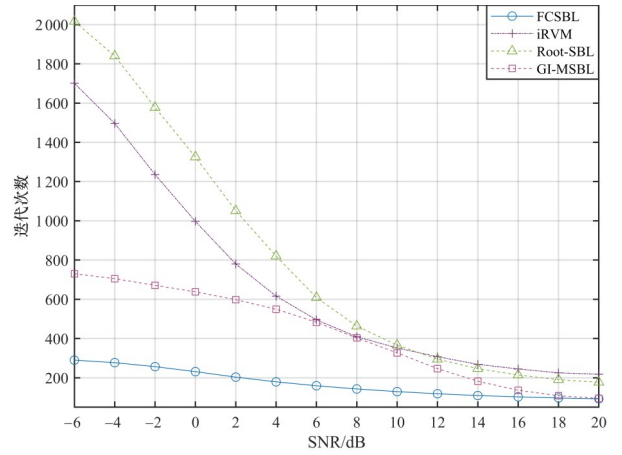


图4 -6~20 dB信噪比下迭代次数

Figure 4 The number of iterations under the SNR of -6 dB to 20 dB

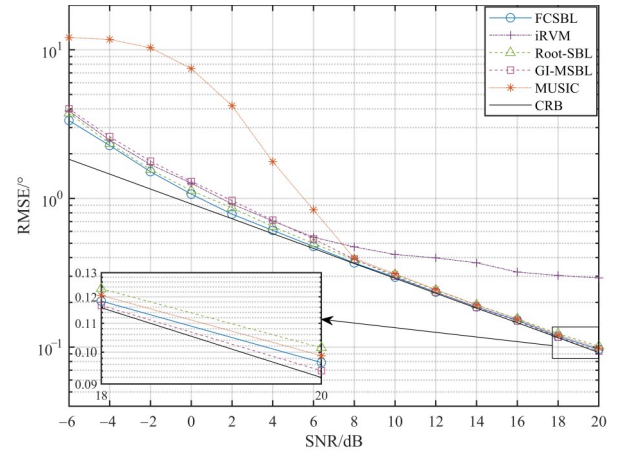


图5 -6~20 dB信噪比下 RMSE

Figure 5 The RMSE under the SNR of -6 dB to 20 dB

从图 4 不同算法迭代次数中可以看出,所提算法迭代次数远低于对比算法,至少降低了 60.29%,实现了算法的快速收敛。这是由于所提算法减少了迭代过程中求解的个数,加快求解欠定问题收敛速度。同时,从图 5 中不同算法 RMSE 对比分析可以看出,所

提算法在小于 8 dB 信噪比时所提算法估计精度最高,在高信噪比时依旧优于 iRVM、Root-SBL、MUSIC 等算法。这是因为在低信噪比时,迭代过程中的噪声方差估计精度较低,而算法对噪声方差进行了预估计从而有效改善这一点。从表 3 各算法运行时间可以看出,在低信噪比时,所提算法在稀疏贝叶斯类对比算法中运行最快,运行时间至少降低了 37.27%。随着信噪比的增加,总体迭代次数的降低,所提算法运行时间依旧低于 iRVM 和 Root-SBL 算法。虽然所提算法相较于 MUSIC 算法运行时间较慢,但 MUSIC 算法在信噪比低于 0 dB 时,如远距离无人机探测,DOA 估计性能急剧下降,不能正确估计信号入射角度。总的来看,所提算法在保证高精度 DOA 估计的同时,显著降低了计算复杂度,尤其是在低信噪比的情况下算法优势更加明显。

表 3 -6~20 dB 信噪比下各算法运行时间 单位: ms

Table 3 The running time of each algorithm under the SNR of -6 dB to 20 dB

算法	FCSBL	iRVM	Root-SBL	GI-MSBL	MUSIC
-6 dB	13.55	266.2	225.0	21.6	0.92
-2 dB	12.12	194.8	176.7	18.3	0.92
2 dB	9.91	123.9	118.0	14.8	0.92
6 dB	8.10	79.3	68.5	11.3	0.92
10 dB	6.86	49.8	41.3	7.87	0.91
14 dB	6.04	43.7	27.9	5.07	0.91
20 dB	5.29	35.6	20.1	3.34	0.91

3.4 快拍数对算法性能影响

实验四:信号为两个独立窄带信号;信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$ 范围内;信噪比为 0 dB;快拍数分别为 16、32、64、128、256、512。实验结果如图 6、图 7 和表 4 所示。

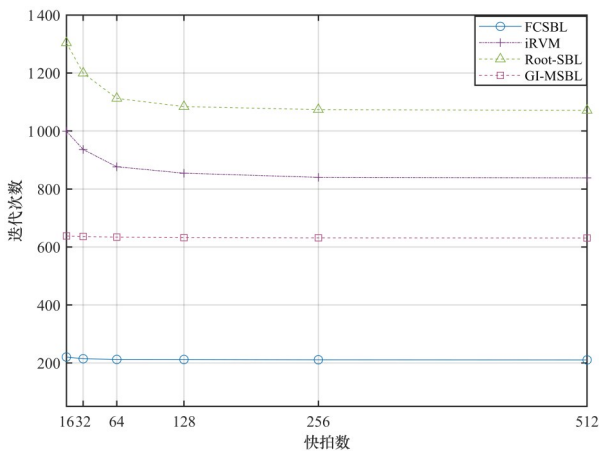


图 6 16~512 快拍数下迭代次数

Figure 6 The number of iterations under the snapshots of 16 to 512

从图 6 中可以看出所提算法所需迭代次数最少,收敛速度最快,较对比算法降低了 65.43%,显著降低了算法整体运行时间。同时从图 7 中可以看出,在 16~512 快拍数下所提算法 RMSE 最小,DOA 估计精度更高。这是由于随着快拍数的增大,样本概率依概率收敛于统计概率,所提算法中噪声方差估计更加准确。同时经过空域滤波和稀疏贝叶斯模型重构结合,DOA 估计精度得到提升。

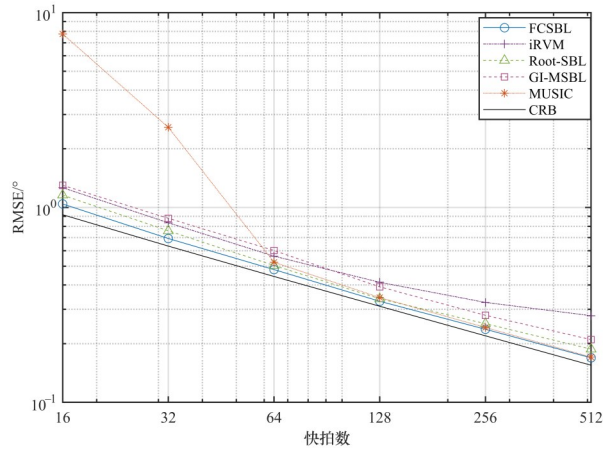


图 7 16~512 快拍数下 RMSE

Figure 7 The RMSE under the snapshots of 16 to 512

从表 4 可以看出,相较于 SBL 类对比算法,所提算法运行时间最快。尤其是在多快拍数情况下,所提算法运行时间降低了 54.73%。这是由于所提算法对噪声方差进行预估计,并在迭代过程每个信号单独进行空间谱估计,减少了迭代次数,使得算法复杂度得到降低。虽然 MUSIC 算法运行时间小于所提算法,但是在小样本条件下 RMSE 较大,不能进行有效 DOA 估计。总的来看,所提算法不仅在少快拍数下 DOA 估计精度得到保证,而且在多快拍数下迭代次数依旧最小,算法复杂度明显降低。

表 4 16~512 快拍数下各算法运行时间 单位: ms

Table 4 The running time of each algorithm under the snapshots of 16 to 512

算法	FCSBL	iRVM	Root-SBL	GI-MSBL	MUSIC
16	10.37	142.8	140.9	16.04	0.92
32	10.56	145.9	143.3	21.09	0.92
64	11.06	148.1	147.2	22.63	0.92
128	12.23	154.8	163.3	25.66	0.92
256	14.43	163.5	201.8	31.37	0.93
512	18.22	181.3	281.8	40.25	0.95

3.5 非均匀阵列对算法性能影响

实验五:信号为两个独立窄带信号;为了避免网格点误差,信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分

布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$;测角范围为 $-60^\circ \sim 60^\circ$;信号频率为0.8~6 GHz;设置阵元间距为 $\{0, 7, 13, 169/7, 118/35\} \times 821/35$ (mm);快拍数为32;信噪比分别为-3 dB、0 dB、13 dB、20 dB。实验结果如图8所示。

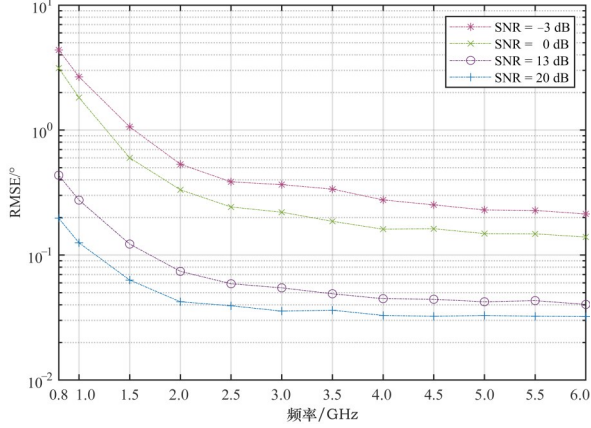


图8 0.8~6 GHz下不同信噪比RMSE

Figure 8 The RMSE of different SNR under 0.8 GHz to 6 GHz

从图8可以看出,所提算法DOA估计误差随着信号频率的增加而降低,能适用于信号频率为0.8~6 GHz的DOA估计中,满足处理不同信号测向的需求。此外,对于无人机信号常用2.4 GHz和5.8 GHz频率附近,所提算法的RMSE均低于 0.5° ,为无人机跳频等问题提供了有效解决方案。

实验六:设置信号为两个独立窄带信号;为了避免网格点误差,信号入射角度设为 $(-5^\circ, +5^\circ) + \zeta$, ζ 均匀分布在 $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$;测角范围为 $-60^\circ \sim 60^\circ$;信号频率为2.4 GHz;设置阵元间距为 $\{0, 7, 13, 169/7, 118/35\} \times 821/35$ (mm);快拍数为32;信噪比为-6~20 dB。实验结果如图9所示。

从图9中可以看出,Root-SBL算法和iRVM算法的RMSE未能随着信噪比的提升而有效下降,这表明

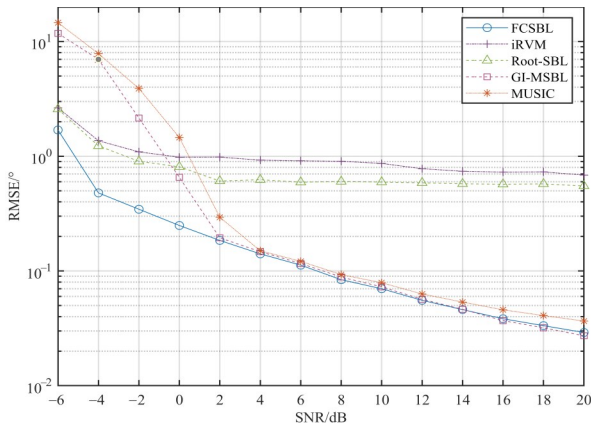


图9 非均匀阵列-6~20 dB信噪比下RMSE

Figure 9 The RMSE of non-uniform array under the SNR of -6 dB to 20 dB

这两种算法在非均匀阵列下存在模型失配问题。而在信噪比低于14 dB时,所提算法RMSE低于对比算法,尤其是低信噪比时DOA估计精度优势更加明显。

实验七:改变快拍数为16、32、64、128、256、512;信噪比为0 dB;其余条件与实验六一致。实验结果如图10所示。

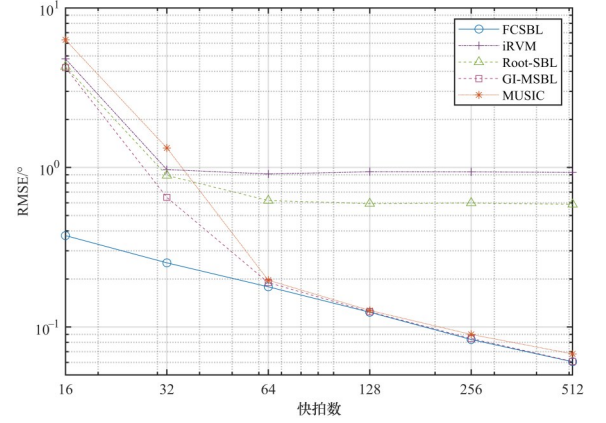


图10 非均匀阵列16~512快拍数下RMSE

Figure 10 The RMSE of non-uniform array under the snapshots of 16 to 512

从图10中可以看出,对于非均匀阵列所提算法RMSE最小,DOA估计精度最高,尤其是在小快拍数条件下性能更加明显。而Root-SBL算法和iRVM算法的RMSE未能随快拍数增加而有效下降,进一步说明存在非均匀阵列模型失配问题,所提算法优势得以体现。

4 微波暗室实测实验

4.1 实验环境

为验证所提方法的有效性,在微波暗室中接收端采用由谐振频率为0.8~18 GHz的5个对数周期天线组成的非均匀被动雷达测向系统,阵元间距为 $\{0, 7, 13, 169/7, 118/35\} \times 821/35$ (mm);发射端为工作频率1~18 GHz的双脊喇叭天线或大疆御2 ZOOM无人机,信号频率为无人机常用频率2.4 GHz或5.8 GHz;发射端与接收端距离10 m,远大于信号波长,满足远场要求。通过电控转台转动接收端实现目标角度动态变化,转台转动范围为 $-30^\circ \sim 30^\circ$,转速 $4.5^\circ/\text{s}$,场景如图11所示。

4.2 实验验证和分析

实验一:单目标有效性验证分析。分别设置射频接收机中心频率为2.4 GHz或5.8 GHz,信号源分别由双脊喇叭天线发射的功率为15 dBm电磁波信号或无人机图传信号;信号源初始方位角在 0° 附近;快拍数为64;转动转台使目标角度随时间从 0° 到 30° 再到 -30° 最后回到 0° 。对目标位置以及通道不一致性校正后,实验结果如图12所示。

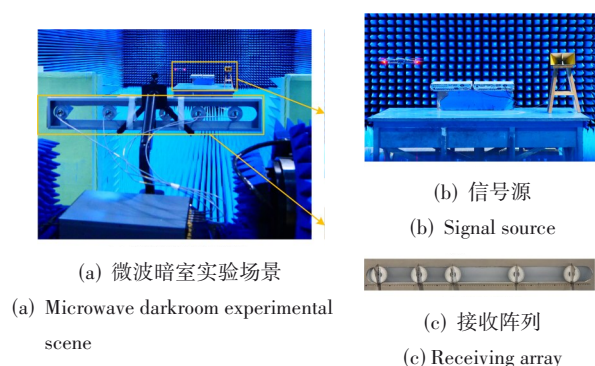


图 11 微波暗室实验场景

Figure 11 Microwave darkroom experimental scene

从图 12(a)和图 12(b)可以看出,对于双脊喇叭天线信号源来说,所提算法 DOA 估计结果与理论角度基本一致,能够准确估计出信号源角度,其中 DOA 误差为电控转台的转动误差。并且可以看出,图 12(b) 5.8 GHz 信号源估计结果比图 12(a) 2.4 GHz 信号源的

估计结果更加准确,这是因为 5.8 GHz 电磁波波长比 2.4 GHz 波长短,相同阵列孔径条件下,DOA 估计更加准确。从图 12(c)和图 12(d)可以看出,对于无人机信号源来说,所提算法能够稳定地估计出无人机目标角度。对于图中 DOA 估计角度与理论角度的差异,这是由于无人机的悬停抖动造成。查阅大疆官方资料大疆御 2 ZOOM 悬停水平精度为 ± 0.3 m,根据发射端与接收端距离 10 m,计算得悬停角度误差约为 1.7° ,与图中误差吻合。可以看出所提算法能够适配非均匀阵列,对多频点信号 DOA 估计有效性得到验证。

实验二:双目标混合信号有效性验证分析。设置信号源一为由双脊喇叭天线发射的功率为 15 dBm 电磁波信号或无人机图传信号,信号源二为由双脊喇叭天线发射的功率为 15 dBm 电磁波信号;信号源一初始方位角在 5° 附近,信号源二初始方位角在 -5° 附近;快拍数为 128;旋转转台使信号源相对转台移动,其余条件不变,对目标位置以及通道不一致性校正后,实验结果如图 13 所示。

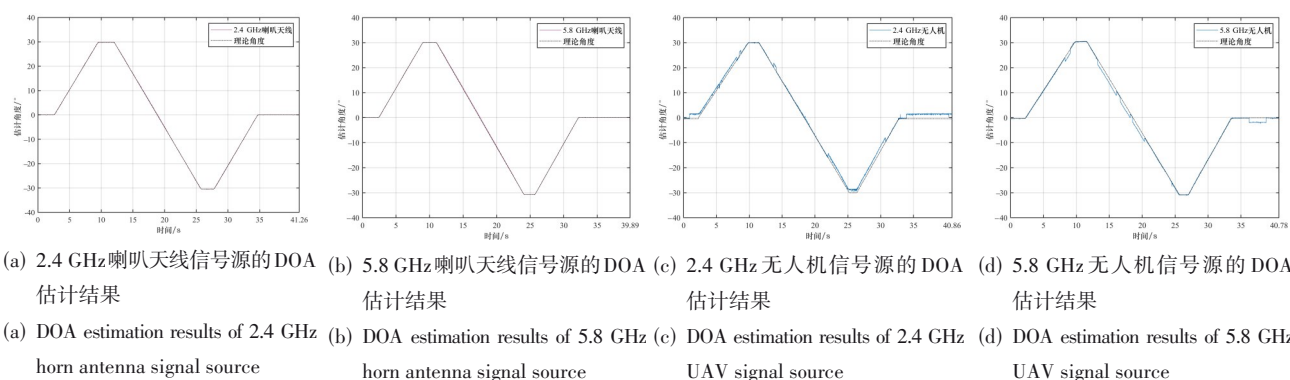


图 12 不同信号源不同频率下 DOA 估计结果图

Figure 12 DOA estimation results of different signal sources at different frequencies

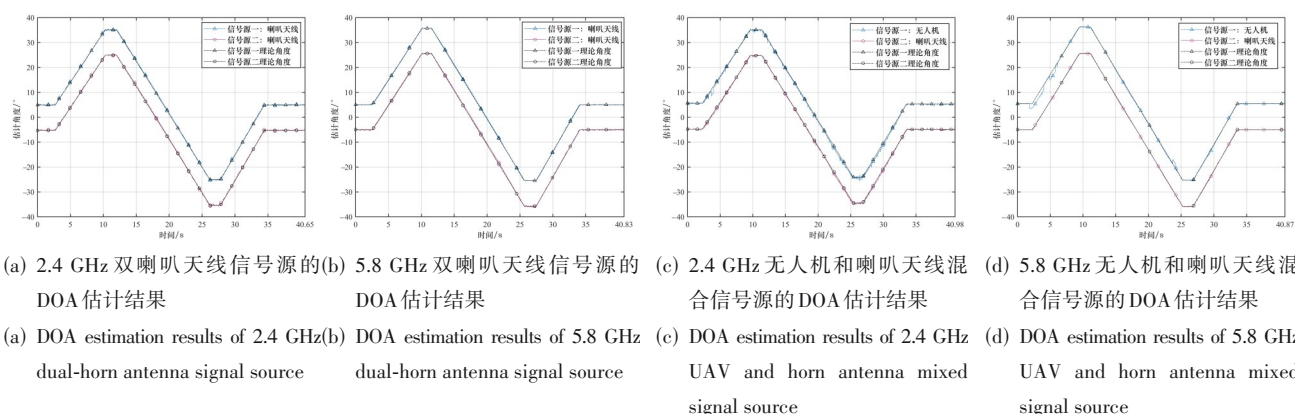


图 13 混合信号源不同频率下 DOA 估计结果

Figure 13 DOA estimation results of mixed signal sources at different frequencies

从图 13(a)和图 13(b)对比可以看出,在双脊喇叭天线构成的双信源场景中,虽然信源数的增加使得

DOA 估计精度下降,但是 DOA 估计结果均能清晰反映转台转动角度变化,与理论角度基本一致,无明显

的跳变或丢失。而其误差是由于动态过程中转台转动误差,所提算法稳定性得到验证。并且,图13(b)的DOA估计结果更加准确,验证了非均匀阵列中5.8 GHz信号下估计精度高于2.4 GHz信号,与实验一结论一致。从图13(c)和图13(d)对比可以看出,在双脊喇叭天线和无人机构成的双信源场景中,所提算法依旧能够随着转台转动进行正确的DOA估计。同实验一分析一致,无人机的误差依旧来自悬停时的水平位置误差。而且因为所提算法适配非均匀阵列结构,所以对不同频率下的无人机信号依旧能够进行稳定的DOA估计。尤其是在5.8 GHz下,相较于2.4 GHz测向稳定性更好,验证了所提算法在测角范围内对不同频率混合信号测向的有效性。

由于微波暗室实验中的转台转动动态过程中无法提供 $-30^{\circ}\sim 30^{\circ}$ 范围内各个瞬时角度的理论真值,因此无法直接计算DOA估计的均方根误差。为验证所提算法优势,下面针对固定角度对不同算法DOA估计的RMSE以及迭代次数进行对比分析,验证所提算法的DOA估计精度和快速收敛性能。

实验三:不同算法性能对比分析。设置信号源由双脊喇叭天线发射的功率为15 dBm电磁波信号,且信号频率为1.5 GHz;固定转台,设置信号源方位角分别为 -30° 、 -15° 、 0° 、 15° 、 30° ;阵列五阵元均匀线阵,阵元

间距为1.5 GHz电磁波的半波长,快拍数为16,其余条件保持不变,对目标位置以及通道不一致性校正后,每个方位角进行10 000次蒙特卡洛重复实验,不同算法的迭代次数和RMSE对比结果如图14和表5所示。

表5 不同算法在各个方位角下RMSE 单位: $^{\circ}$
Table 5 The RMSE of different algorithms at each azimuth unit: $^{\circ}$

算法	FCSBL	iRVM	Root-SBL	GI-MSBL	MUSIC
-30	1.392	1.461	1.439	1.434	1.429
-15	1.206	1.291	1.245	1.244	1.237
0	1.127	1.211	1.162	1.161	1.160
15	1.285	1.341	1.330	1.314	1.312
30	1.396	1.478	1.443	1.438	1.433

从图14可以看出,多次重复实验中所提算法迭代次数最稳定,并且平均迭代次数最小,能够最快收敛。这是由于所提算法通过噪声方差预估计来减少迭代过程中求解欠定问题未知参数的个数,从而加快了稀疏贝叶斯学习中迭代收敛速度以及鲁棒性。同时从表5可以看出,对于不同方位角下所提算法FCSBL的RMSE均为最小。这是因为所提算法通过对观测协方差矩阵进行重构从而提高了估计精度。总的来看,所提算法不仅保证了估计精度,而且相较于稀疏贝叶斯类对比算法,迭代次数也得到了有效降低。

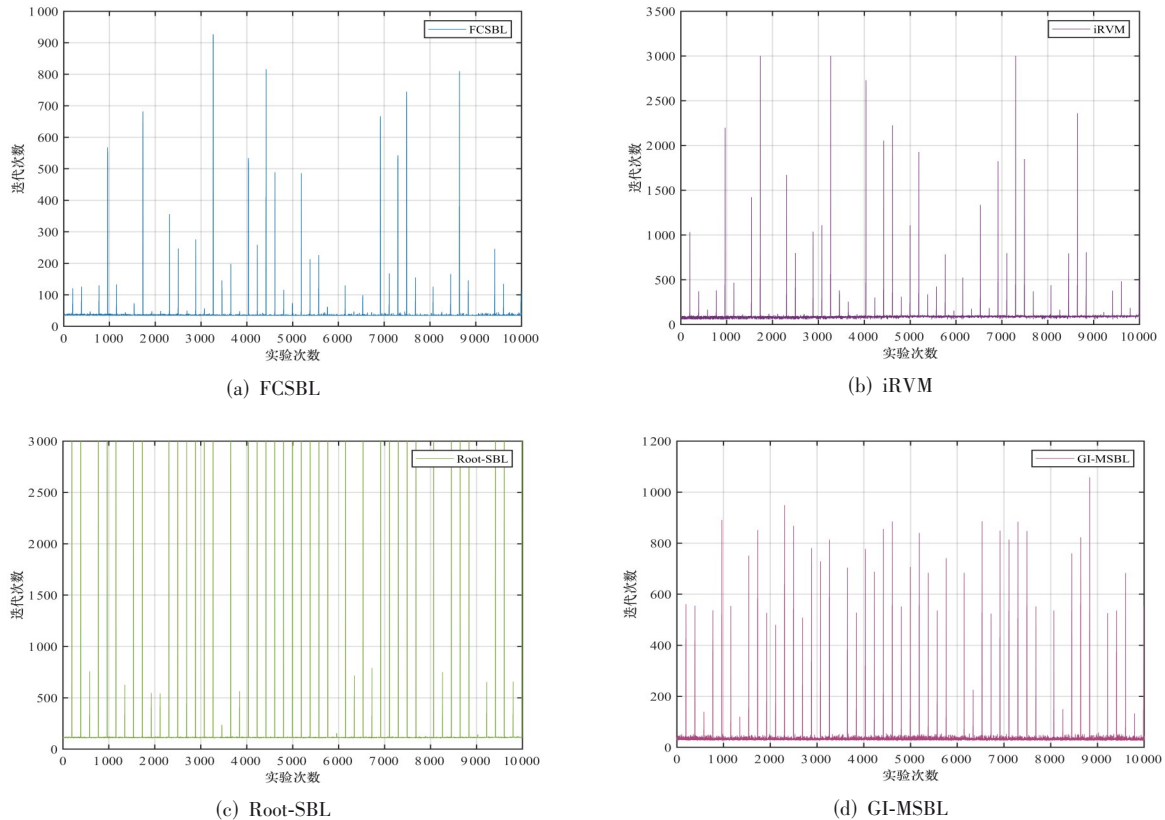


图14 10 000次蒙特卡洛重复实验下稀疏贝叶斯类对比算法迭代次数

Figure 14 The iterations of sparse bayesian class comparison algorithm under 10 000 Monte Carlo repeated experiments

5 结束语

本文针对低信噪比和少快拍数场景下稀疏贝叶斯学习类 DOA 估计算法复杂度较高这一问题,提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的快速 DOA 估计算法。该算法通过减少稀疏贝叶斯学习中的未知参量数量,显著降低了迭代次数,并结合空域滤波器设计与观测协方差矩阵重构,有效保证了估计精度。计算机仿真结果表明,所提算法迭代次数降低不少于 60%,整体计算效率提升不低于 37%,且在低信噪比、少快拍数条件下仍保持较高的 DOA 估计精度。暗室实测进一步验证了算法在不同角度下对由喇叭天线发射的电磁波信号和无人机图传信号等混合信号源具有稳定的 DOA 估计能力。

此外,本算法的局限性在于噪声方差估计部分 n 值依赖于经验值,以及非均匀阵列会带来“孔洞”。因此,未来工作将聚焦于噪声方差估计中 n 值的自适应选取、特定频率和角度下非均匀阵列“孔洞”的填充、非独立信号环境下噪声方差估计与稀疏贝叶斯估计模型建模的改进,以提升算法在复杂信号场景中的适应性与鲁棒性。

参考文献

- [1] Wen Fangqing, Zhang Zhe, Sun Hang, et al. 2D-DOA estimation auxiliary localization of anonymous UAV using EMVS-MIMO radar[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(9): 16255-16266.
- [2] Li Yi, Xia Weijie, Zhu Lingzhi, et al. High resolution DOA estimation of coherent distributed millimeter-wave radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2025, 61(3): 6098-6109.
- [3] Pucci L, Paolini E, Giorgetti A. System-level analysis of joint sensing and communication based on 5G new radio[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(7): 2043-2055.
- [4] Guo Yuehao, Wang Xianpeng, Lan Xiang, et al. Traffic target location estimation based on tensor decomposition in intelligent transportation system[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2024, 25(1): 816-828.
- [5] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [6] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [7] Xu Kaijie, Xing Mengdao, Zhang Rui, et al. High-accuracy DOA estimation algorithm at low SNR through exploiting a supervised index[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(4): 3658-3665.
- [8] Tian Quan, Cai Ruiyan. A low-complexity DOA estimation algorithm for distributed source localization[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 8000504.
- [9] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [10] Ji Shihao, Xue Ya, Carin L. Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [11] 徐明, 唐倩. 基于原子范数的波达方向与时延联合估计方法[J]. 通信学报, 2024, 45(10): 153-162.
Xu Ming, Tang Qian. Joint DOA-delay estimation approach based on atomic norm[J]. Journal on Communications, 2024, 45(10): 153-162. (in Chinese)
- [12] Lv Liujie, Wu Sheng, Su Yi, et al. Sparse Bayesian learning unfolding network for efficient DoA estimation in low SNR[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(9): 13985-13996.
- [13] Liu Zhangmeng, Huang Zhitao, Zhou Yiyu. An efficient maximum likelihood method for direction-of-arrival estimation via sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(10): 1-11.
- [14] Dai Jisheng, Bao Xu, Xu Weichao, et al. Root sparse Bayesian learning for off-grid DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(1): 46-50.
- [15] 王琦森, 余华, 李杰, 等. 基于稀疏贝叶斯学习的空间紧邻信号 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(3): 708-716.
Wang Qisen, Yu Hua, Li Jie, et al. Sparse Bayesian learning based algorithm for DOA estimation of closely spaced signals[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(3): 708-716. (in Chinese)
- [16] Zheng Chundi, Yu Meiyi, Shan Jiaolong, et al. Fast sparse non-negative least squares via ADMM for high resolution DOA estimation[J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(4): 3901-3910.
- [17] Fu Haosheng, Dai Fengzhou, Hong Ling. Off-grid error calibration for DOA estimation based on sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72: 8000504.

- 2023, 72(12): 16293-16307.
- [18] Pan Xiang, Wang Haoran, Li Min, et al. Fast estimation of array shape and direction of arrival using sparse Bayesian learning for manoeuvring towed line array[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2024, 18(10): 1625-1637.
- [19] Zhao Yang, Wu Jianxin, Fang Yuyuan, et al. Countering cross-eye jamming signal with fast sparse Bayesian learning for subarray MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(9): 13728-13743.
- [20] Krayani A, Alam A S, Marcenaro L, et al. A novel resource allocation for anti-jamming in cognitive-UAVs: An active inference approach[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(10): 2272-2276.
- [21] Qu Lin, Xu Guanjun, Zeng Zhi, et al. UAV-assisted RF/FSO relay system for space-air-ground integrated network: A performance analysis[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(8): 6211-6225.
- [22] 王钦源, 柴蓉, 孙瑞锦, 等. 面向用户随机特性的联合无人机部署与资源分配算法[J]. 电子学报, 2024, 52(12): 4015-4022.
- Wang Qinyuan, Chai Rong, Sun Ruijin, et al. Random user characteristics-oriented joint UAV deployment and resource allocation algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(12): 4015-4022. (in Chinese)
- [23] Jin Yi, He Di, Wei Shuang, et al. Off-grid DOA estimation method based on sparse Bayesian learning with clustered structural-aware prior information[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(4): 5469-5483.
- [24] Qu Mingchao, Si Weijian, Liu Ruizhi. Array design and phase interferometer-based DOA estimation for diversely polarized antenna arrays[J]. Measurement, 2025, 242: 116222.

作者简介



郑 阳 男, 2003年1月出生于河南省周口市。现为哈尔滨工程大学博士研究生。主要研究方向为阵列信号处理、稀疏贝叶斯学习DOA估计等。
E-mail: zy_heu127@163.com



曲明超 男, 1998年3月出生于河南省南阳市。现为鹏城实验室博士后。主要研究方向为阵列信号处理、极化敏感阵列DOA估计、信号基础大模型等。
E-mail: qu_ming_chao@163.com



司伟建 男, 1971年5月出生于黑龙江省哈尔滨市。现为哈尔滨工程大学研究员。主要研究方向为阵列信号处理、宽带信号检测、信号分选、数字信道化等。
E-mail: swj0418@263.net



薛雅琳 女, 2002年1月出生于河南省郑州市。现为哈尔滨工程大学博士研究生。主要研究方向为阵列信号处理、DOA估计解相干算法研究等。
E-mail: xyl995111@163.com



刘睿智 男, 1989年1月出生于黑龙江省哈尔滨市。现为哈尔滨工程大学预聘教授。主要研究方向为天线与超表面、无源测向定位。
E-mail: ruizhi.liu@hrbeu.edu.cn