

# 基于 EMD-LS 的非平稳时间序列多重分形去趋势波动分析方法

罗远兴<sup>1,2</sup>,李志红<sup>1,2</sup>,梁 兴<sup>1,2</sup>,李 超<sup>1,2</sup>,胡凤城<sup>1,2</sup>

(1. 南昌工程学院机械与电气工程学院, 江西南昌 330099; 2. 南昌工程学院江西省精密驱动与控制重点实验室, 江西南昌 330099)

**摘 要:** 多重分形去趋势波动分析(Multi-Fractal Detrended Fluctuation Analysis, MFDFA)处理非平稳时间序列存在趋势项难以准确移除的问题,为此本文引入经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)并通过趋势项自动判定方法提取趋势项,再利用最小二乘(Least Squares, LS)法对趋势项再拟合(EMD-LS),进而提出新的多重分形分析方法(EMD-LS-MFDFA),并针对具有理论值的二项式多重分形序列(Binomial Multifractal Sequence, BMS),验证了 EMD-LS-MFDFA 法的有效性和稳定性,然后进行仿真分析.研究表明:相较于 MFDFA 方法,EMD-LS-MFDFA 移除趋势精度更高,计算的广义 Hurst 指数和质量指数的均方根误差较小,其中 2 阶的 EMD-LS-MFDFA 具有更高的计算精度,是 1 阶的 1.8 倍,分析不同参数的 BMS 序列,其多重标度曲线与理论曲线相吻合,证明了该算法具有较好的稳定性和精准的分析能力.

**关键词:** 多重分形; 去趋势波动分析; 非平稳时间序列; 经验模态分解; 最小二乘; BMS 信号

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2021)12-2323-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20201332

## Multi-Fractal Detrended Fluctuation Analysis Method for Non-Stationary Time Series Based on EMD-LS

LUO Yuan-xing<sup>1,2</sup>, LI Zhi-hong<sup>1,2</sup>, LIANG Xing<sup>1,2</sup>, LI Chao<sup>1,2</sup>, HU Feng-cheng<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang, Jiangxi 330099, China;

2. Jiangxi Province Key Laboratory of Precision Drive and Control, Institute of Technology, Nanchang, Jiangxi 330099, China)

**Abstract:** Multi-fractal detrended fluctuation analysis(MFDFA) deals with the problem that non-stationary time series has trend items that are difficult to accurately remove. For this reason, this paper introduces empirical mode decomposition (EMD) and adopts trend items The automatic determination method extracts the trend item, and then uses the least squares (LS) method to refit the trend item(EMD-LS), and then proposes a new multi-fractal analysis method(EMD-LS-MFDFA), and the binomial multi-fractal sequence(BMS) of theoretical value verifies the validity and stability of the EMD-LS-MFDFA method, and then conducts simulation analysis. Research shows that compared with the MFDFA method, EMD-LS-MFDFA has higher precision in removing trend, and the calculated generalized Hurst index and quality index have a smaller root mean square error. The calculation accuracy of the second-order EMD-LS-MFDFA is 1.8 times higher than that of the first order. The multiple scale curve is consistent with the theoretical curve by analysis of the BMS sequence of different parameters, which proves that the algorithm has good stability and accurate analysis ability.

**Key words:** multi-fractal; detrended fluctuation analysis; non-stationary time series; empirical modal decomposition; least squares; BMS signal

## 1 引言

在工农业生产过程中,传感器所测得的数据多为非平稳时间序列,其时域波形和变化趋势会存在相似性即分形性质.对于此类信号,多重分形方法能够很好地描

述信号的结构特征和局部尺度行为,进而讨论特征参量概率测度的分布规律,揭示信号中所蕴藏的设备运行信息.其中,Kantelhardt等<sup>[1]</sup>提出的多重分形去趋势波动分析法(MFDFA),具有结构简便、易于实现,且能有效处

理非平稳时间序列,应用极为广泛.譬如,葛家怡<sup>[2]</sup>、D Yang<sup>[3]</sup>、Zhang X等<sup>[4]</sup>将MFDFA方法分别应用于脑电信号等非平稳信号,取得了较好的分析结果.MFDFA方法的特点在于其假定信号局部趋势为多项式,但实际信号的局部趋势并不全是多项式形式,这影响了该方法的适用性.为此,不少学者对此进行了改进研究.比如,奚彩萍等<sup>[5]</sup>利用移动平均方法代替多项式拟合进行局部趋势的移除.JLM<sup>[6]</sup>等引入多项式和三角函数检测局部趋势项.Ge X等<sup>[7]</sup>提出了一种多尺度多重分形去趋势偏互相关分析方法,并通过仿真证明了方法的有效性.

但是上述方法,或对信号缺乏自适应性,或无法确定非平稳序列中的标量行为,导致趋势项提取精准性仍值得商榷.为此,本文提出一种基于经验模态分解-最小二乘法的多重分形去趋势波动分析方法(EMD-LS-MFDFA),即引入一种针对EMD的趋势项自动判定准则<sup>[8]</sup>,对非平稳时间序列进行分解判定,并用最小二乘法拟合上述判定所得到的趋势项,同时在关键步骤中将拟合结果作为序列在不同尺度下的局部趋势,进而完成信号的多重分形分析.同时,选择经典的二项式多重分形序列(BMS),根据其多重分形标度指数相关参数的理论公式,计算其理论值评估本文所提算法的有效性、优越性和稳定性.

## 2 理论基础

### 2.1 EMD与趋势项自动判定

EMD是一种自适应的信号分解处理方法,能够进行趋势项提取并被证明效果较好<sup>[9,10]</sup>.该方法能够根据自身尺度特征将信号分解为若干个本征模函数(Intrinsic Mode Functions, IMF)之和.其中,各IMF分量满足以下两个条件<sup>[11]</sup>:首先在整个数据集中,极值的数目和过零点的数目必须相等或最多相差一个;其次在任一点上,由局部最大值定义的包络线的平均值和由局部最小值定义的包络线的平均值均为零.针对原始信号 $x(i) (i=1, 2, \dots, N)$ ,EMD分解可表示为:

$$x(i) = \sum_{j=1}^n c_j(i) + r_n(i) \quad (1)$$

式(1)中, $n$ 为IMF分量的个数, $c_j(i)$ 为第 $j$ 个IMF分量( $j=1, 2, \dots, n$ ), $r_n(i)$ 为信号残余分量.

在理想情况下,将 $r_n(i)$ 作为原始信号的最终趋势项<sup>[12]</sup>.但在实际应用中,趋势项部分还包含了一些低频IMF分量,若仅将 $r_n(i)$ 作为最终趋势项会产生较大误差.因此,若将残余分量设定为最后一个IMF分量,考虑原始信号的趋势项可能是第 $T$ 个IMF分量到最后一个IMF分量的和,可由式(2)表示:

$$M(i) = \sum_{j=T}^n c_j(i) \quad (2)$$

为确定 $T$ 值,引入EMD趋势项自动判定准则,可由式(3)表示:

$$Z = \frac{\sum_{j=T}^n \sum_{i=0}^N c_j(i)}{\sum_{i=0}^N x(i)} \quad (3)$$

理想情况下, $Z=1$ 时可获得 $T$ 值,但在实际应用中,条件过于苛刻.经过大量仿真分析,认为取 $Z>0.95$ 比较合适,获得 $T$ 值,进而获得信号趋势项 $M(i)$ .

### 2.2 结合EMD的最小二乘法

最小二乘法是一种能够提取随机信号和稳态信号趋势项的有效方法,既可以消除呈线性状态的基线偏移,也可以消除具有高阶多项式的趋势<sup>[13]</sup>.EMD和LS都可以实现趋势项的提取,然而,两者均存在各自的不足之处,EMD由于无法完全分解信号导致出现模式混叠以及端点效应等问题,LS在对趋势项系数的求解过程中<sup>[14]</sup>,需要利用一定的先验知识,受原始信号的影响较大.为此,本文两者结合,对EMD分解获得趋势项,再进行LS拟合,并分析该方法的可行性.

设自动判定后的趋势项 $M(i)$ 为以 $f$ 为采样频率的数据序列( $i=1, 2, \dots, N$ ),下面用 $K$ 阶多项式拟合,趋势项拟合曲线可表示为:

$$w(i) = \sum_{k=1}^K b_k a^k \quad (4)$$

式(4)中: $a=if$ , $b_k$ 为趋势项系数.为求解 $b_k$ ,根据最小二乘法,定义误差函数如式(5)所示:

$$E(h) = \sum_{i=1}^N [x(i) - w(i)]^2 = \sum_{i=1}^N \left[ x(i) - \sum_{k=0}^K b_k a^k \right]^2 \quad (5)$$

对 $E(h)$ 按LS原理求极小值,式(5)中对 $b_l (l=0, 1, 2, \dots, K)$ 求偏导,并令其为0,则:

$$\frac{\partial E}{\partial b_l} = \sum_{i=1}^N 2 \left[ x(i) - \sum_{k=0}^K b_k a^k \right] [-a^l] = 0 \quad (6)$$

根据式(6)列出趋势项系数矩阵进行求解,确定 $b_k$ 值,获得趋势项拟合曲线,则EMD-LS提取的最终趋势项为:

$$R(i) = M(i) - w(i) \quad (7)$$

### 2.3 基于EMD-LS的MFDFA算法

假设非平稳时间序列为 $x(k) (k=1, 2, 3, \dots, N)$ ,基于EMD-LS的MFDFA算法步骤如下:

首先,建立非平稳时间序列 $x(k)$ 对于均值的累积离差序列 $Y(i)$ :

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i (x(k) - \bar{x}) \quad (8)$$

式(8)中: $\bar{x}$ 表示非平稳时间序列的均值.

将 $Y(i)$ 划分为等长的子区间,每个子区间的长度

为  $s(k+2 \leq s \leq N/4)$ , 共有  $m=N/s$  个子区间 ( $N$  为  $Y(i)$  的数据长度). 为保证  $m$  是整数, 再从  $Y(i)$  的反方向再划分一次, 即得  $2m$  个子区间.

然后, 采用 EMD-LS 法拟合第  $v$  个子区间数据获得  $R_v(i)$ , 消除第  $v$  个子区间的局部趋势, 计算第  $v$  个子区间数据与  $R_v(i)$  的均方误差:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s+i] - R_v(i)\}^2 \quad (9)$$

式(9)中:  $v=1, 2, \dots, m$ .

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(N-(v-m)s+i] - R_v(i)\}^2 \quad (10)$$

式(10)中:  $v=m+1, m+2, \dots, 2m$ .

接着, 定义非平稳时间序列  $x(k)$  的  $q$  阶波动函数为:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2m} \sum_{v=1}^{2m} [F^2(s, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (11)$$

最后, 若序列存在自相似特征, 则波动函数  $F_q(s)$  与  $s$  存在幂律关系, 如式(12)所示:

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (12)$$

式(12)中:  $h(q)$  为广义 Hurst 指数, 最小二乘法拟合  $F_q(s)$  与尺度  $s$  所得斜率即为其值. 当  $h(q)$  随  $q$  值变化时, 则非平稳时间序列  $x(k)$  具有多重分形特征.

根据 Kanterhardt 等的研究, 广义 Hurst 指数  $h(q)$  与质量指数  $\tau(q)$  的关系如式(13)所示:

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (13)$$

利用 Legendre 变换, 可以得到序列的奇异指数  $\alpha$  和多重分形谱  $f(\alpha)$ , 如式(14)和式(15)所示:

$$\alpha = h(q) + q \frac{dh(q)}{dq} \quad (14)$$

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \quad (15)$$

### 3 BMS 信号模型

本文选择 BMS 信号模型, 用于生成长度为  $N = 2^{n_{\max}}$  的非平稳自相似时间序列, 序列通过式(16)构造, 即:

$$x_i = \left( \frac{p_1}{1-p_1} \right)^{n(i-1)} (1-p_1)^{n_{\max}} \quad (16)$$

其中,  $n_{\max}$  和  $p_1$  都是生成该序列的主要参数,  $n(i)$  表示第  $i$  个指标在二进制表示下 1 的个数. 选取参数  $p_1=0.3, n_{\max}=10$ , 生成长度为 1024 的二项式多重分形序列, 如图 1 所示.

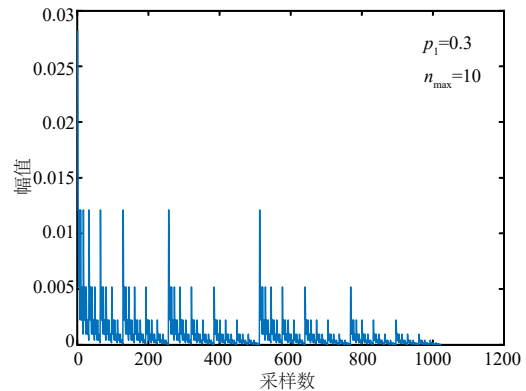


图 1 二项式多重分形序列

该序列的质量指数  $\tau(q)$  与模型参数  $p_1$  和序列波动函数的阶数  $q$  具有理论表达式, 如式(17)所示:

$$\tau(q) = - \frac{\ln(p_1^q + p_2^q)}{\ln 2} \quad (17)$$

其中,  $p_2=1-p_1 (0.5 < p_2 < 1)$ , 广义 Hurst 指数  $h(q)$  与多重分形中的奇异指数  $\alpha$  和多重分形谱  $f(\alpha)$  可通过式(13)~(15)获得.

通过上述理论计算公式所得理论广义 Hurst 指数  $h(q)$ 、质量指数  $\tau(q)$  以及多重分形谱  $f(\alpha)$  如图 2 所示.

从图 2 中可以看出, 理论计算所得的 Hurst 指数  $h(q)$  是一条随  $q$  增大而减小的函数,  $\tau(q)$  跟  $q$  之间存在明显的非线性关系,  $f(\alpha)$  是一条随奇异指数  $\alpha$  变化的单峰曲线, 这均证明 BMS 模型生成的时间序列具有多重分形特性. 因此, 可以选取由 BMS 模型生成的非平稳时间序列作为本文算法的处理对象.

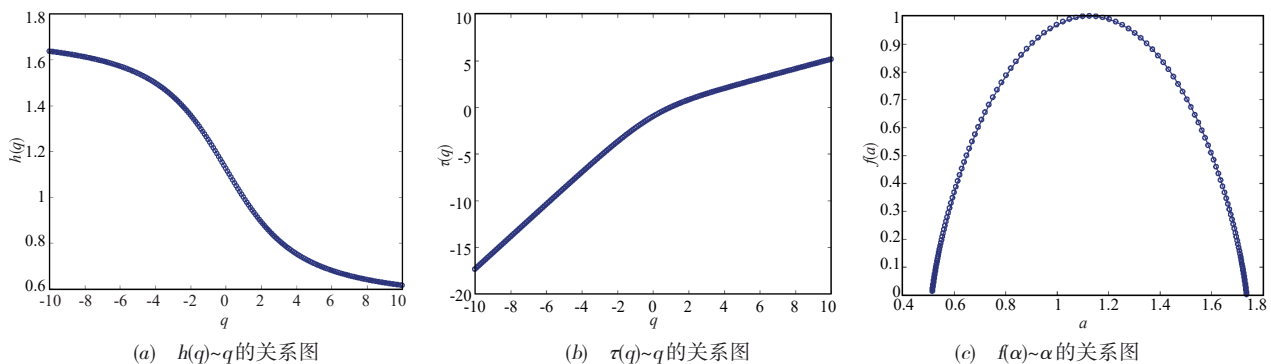


图 2 BMS 信号的理论计算结果

### 4 算法分析

#### 4.1 算法设计

选取参数  $p_1=0.3, n_{max}=10$ , 长度为 1024 的二项式多重分形序列, 用 EMD-LS-MFDFA 和 MFDFA 方法计算其精度. 为保证趋势项的有效性和波动函数的稳定性, 子区间的长度  $s$  取值为 4~256,  $q$  的取值为 -10~10. 为方便比较且消除高阶多项式的趋势, 体现最基本的变化情况, MFDFA 方法和 EMD-LS-MFDFA 算法下的趋势项多项式的拟合阶数, 均取  $d=1, 2^{[15,16]}$ , 并分别记为 MFDFA-1、MFDFA-2; EMD-LS-MFDFA-1 和 EMD-LS-MFDFA-2.

#### 4.2 算法准确性分析

通过合理的参数选取, 以上算法所得的  $h(q)$  和  $\tau(q)$  与 BMS 理论值如表 1 所示, 其与理论值的差值关系如图 3 所示. 由表 1 可知, EMD-LS-MFDFA 法获得的结果比 MFDFA 法的结果更精准. 图 3 表明, EMD-LS-MFDFA 与理论的整体差值波动相对 MFDFA 法所得结果更为平缓, 其中在  $q<0$  时, 有更明显的优势. MFDFA-1、MFDFA-2、EMD-LS-MFDFA-1、EMD-LS-MFDFA-2 以及理论值的  $q$  阶广义 Hurst 指数的变化幅度  $\Delta h(h_{max} - h_{min})$  和  $q$  阶质量指数的变化幅度  $\Delta \tau(\tau_{max} - \tau_{min})$ , 如表 2 所示. 显然, EMD-LS-MFDFA 计算获得的  $\Delta h(q)$  和  $\Delta \tau(q)$  更接近理论值.

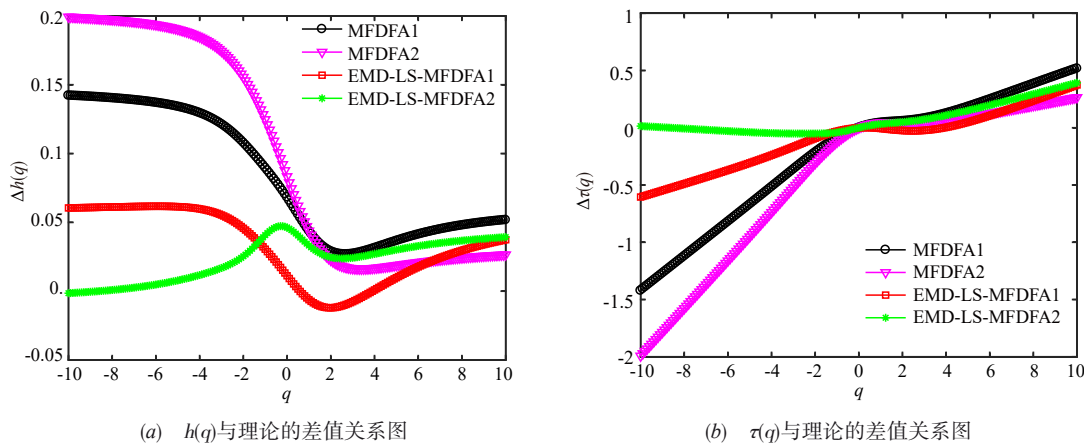


图 3 Hurst 指数及质量指数与理论值的差值关系图

表 1 不同参数算法与理论计算的  $h(q)$  和  $\tau(q)$

q	MFDFA-1		MFDFA-2		EMD-LS-MFDFA-1		EMD-LS-MFDFA-2		BMS 理论值	
	$h(q)$	$\tau(q)$	$h(q)$	$\tau(q)$	$h(q)$	$\tau(q)$	$h(q)$	$\tau(q)$	$h(q)$	$\tau(q)$
-10	1.779	-18.792	1.836	-19.362	1.697	-17.975	1.636	-17.356	1.637	-17.370
-9	1.767	-16.905	1.824	-17.419	1.687	-16.181	1.625	-15.629	1.626	-15.633
-8	1.752	-15.020	1.809	-15.476	1.673	-14.387	1.613	-13.904	1.612	-13.897
-7	1.734	-13.135	1.790	-13.533	1.656	-12.593	1.597	-12.181	1.595	-12.163
.....										
7	0.702	3.913	0.680	3.758	0.681	3.768	0.692	3.843	0.657	3.598
8	0.687	4.498	0.664	4.310	0.669	4.352	0.676	4.409	0.639	4.115
9	0.676	5.081	0.651	4.860	0.660	4.936	0.664	4.974	0.626	4.630
10	0.666	5.663	0.641	5.410	0.652	5.519	0.654	5.538	0.615	5.145

表 2 不同参数算法所得标度指数值及理论值的变化幅度

	MFDFA-1	MFDFA-2	EMD-LS-MFDFA-1	EMD-LS-MFDFA-2	理论
$\Delta h$	1.113	1.195	1.046	0.982	1.022
$\Delta \tau$	24.455	24.773	23.494	22.894	22.515

图 4 是 EMD-LS-MFDFA 与 MFDFA 方法的  $h(q), \tau(q)$  和  $f(\alpha)$  图形. 从图 4 可以看出, 由 EMD-LS-MFDFA 方法计算出来的曲线与理论曲线吻合度高且吻合程度高于 MFDFA 方法. 图 4(a) 表明, 在  $q<0$  的部分, EMD-LS-MFDFA-2

方法计算出来的  $q$  阶广义 Hurst 指数与理论值的拟合程度高于 EMD-LS-MFDFA-1, 在  $q>0$  的部分, 则相反. 图 4(b) 中, 多项式拟合的 MFDFA 方法对  $q<0$  的部分,  $q$  阶质量指数会出现较大的偏差, 但是 EMD-LS-MFDFA 与 MFDFA 方法对  $q>0$  的部分均能获得较好的结果. 图 4(c) 中, 在  $f(\alpha)=1$  的左部分, EMD-LS-MFDFA 与 MFDFA 方法所获得的多重分形谱图与理论值谱图均比较接近, 在  $f(\alpha)=1$  的右部分, EMD-LS-MFDFA-2 所获得的多重分形谱图与理论值最接近.

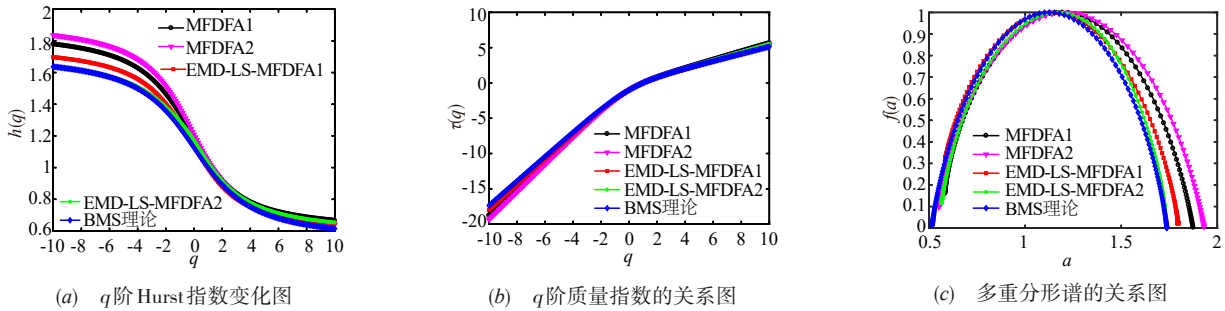


图4 不同参数设定下的EMD-LS-MFDFA与MFDFA方法处理BMS信号的结果图

表3给出了不同拟合阶数设定下的EMD-LS-MFDFA与MFDFA方法计算得到的 $h(q)$ 和 $\tau(q)$ 与BMS信号理论值的均方根误差. 从表3中可以看出,相较于1阶和2阶的MFDFA方法,EMD-LS-MFDFA计算的 $h(q)$ 和 $\tau(q)$ 的均方根误差较小,但相较于1阶的EMD-LS-MFDFA方法,2阶的EMD-LS-MFDFA计算的 $h(q)$ 、 $\tau(q)$ 均方根误差更小. 由不同参数算法下标度指数均方根误差的均值可知,1阶EMD-LS-MFDFA的准确性约为1阶MFDFA方法的2.2倍,2阶相比约为5.3倍,2阶EMD-LS-MFDFA约为1阶的1.8倍. 综上分析可知,2阶的EMD-LS-MFDFA方法处理多重分形信号具有较高的精确度.

表3 不同参数算法计算 $h(q)$ 和 $\tau(q)$ 与理论值的均方根误差

	MFDFA-1	MFDFA-2	EMD-LS-MFDFA-1	EMD-LS-MFDFA-2
$h(q)$	0.0942	0.1280	0.0415	0.0272
$\tau(q)$	0.5982	0.8057	0.2741	0.1479

### 4.3 算法稳定性分析

为验证本文算法的稳定性,该算法对不同样本量的非平稳时间序列和给定多组 $p_1$ 参数的序列进行了分析. 对BMS信号取参数 $p_1=0.3, n_{\max}=10, 11, 12, 13$ ,生成长度 $N=2^{10}, 2^{11}, 2^{12}, 2^{13}$ 的非平稳时间序列,运行EMD-LS-MFDFA-2方法计算序列的 $h(q)$ 、 $\tau(q)$ 以及 $f(\alpha)$ ,结果如图5所示. 对BMS信号取参数 $p_1=0.2, 0.25, 0.3, 0.35, n_{\max}=10$ ,生成长度均为 $N=2^{10}$ 的4组非平稳时间序列,同样运行EMD-LS-MFDFA-2方法计算序列的 $h(q)$ 、 $\tau(q)$ 以及 $f(\alpha)$ ,结果如图6所示. 表4给出了不同样本量和 $p_1$ 值时MFDFA-1和EMD-LS-MFDFA-2方法计算的标度指数值与理论值的均方根误差.

图5可直观地看到所获得的广义Hurst指数、质量指数和多重分形谱曲线比较接近,结合表4中EMD-LS-MFDFA-2所得的 $h(q)$ 和 $\tau(q)$ 的均方根误差均小于MFDFA-1,可有效验证本文算法对不同样本量的

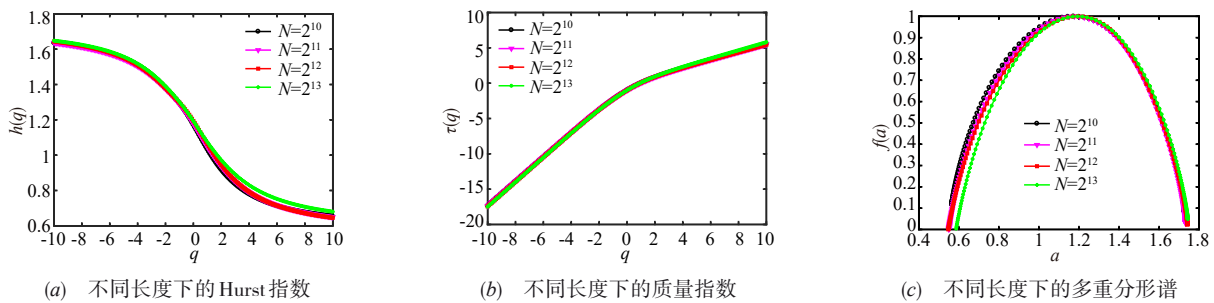


图5 EMD-LS-MFDFA-2处理不同样本量BMS信号的结果图

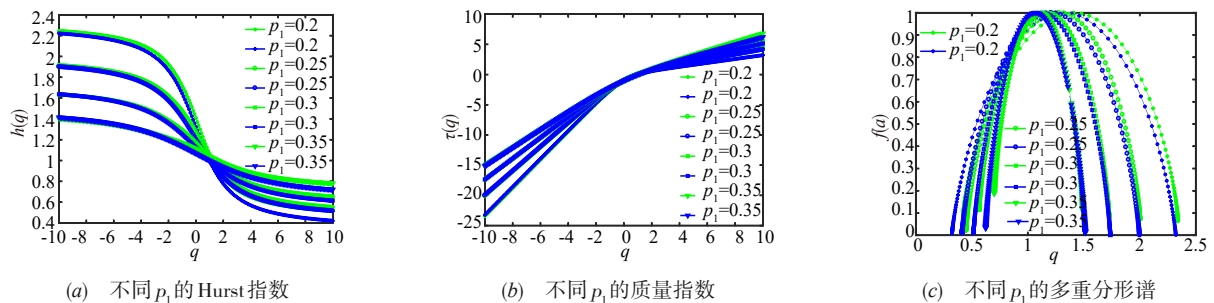


图6 不同 $p_1$ 值的理论结果与EMD-LS-MFDFA-2计算结果比较图

表4 对应不同样本量和 $p_1$ 值所得标度指数值与理论值的均方根误差

参数	数据 标记	MFDFA-1		EMD-LS-MFDFA-2	
		$h(q)$	$\tau(q)$	$h(q)$	$\tau(q)$
$N$	$2^{10}$	0.0942	0.5982	0.0272	0.1479
	$2^{11}$	0.0620	0.3622	0.0303	0.1483
	$2^{12}$	0.0466	0.2572	0.0346	0.1427
	$2^{13}$	0.0676	0.4064	0.0555	0.2928
$P_1$	0.2	0.1803	1.1227	0.0661	0.3855
	0.25	0.1352	0.8519	0.0340	0.1473
	0.3	0.0942	0.5982	0.0272	0.1479
	0.35	0.0596	0.3830	0.0361	0.2260

时间序列具有较好的稳定性. 从图6中可以看出, 随着BMS模型 $p_1$ 参数值的增加, 非平稳时间序列的多重分形性减弱, 但无论 $p_1$ 参数取多少, 广义Hurst指数、质量指数和多重分形谱曲线均与理论曲线高度重合, 再次说明EMD-LS-MFDFA-2方法针对多重分形序列具有精准的处理结果和较好的稳定性.

#### 4.4 仿真分析

为进一步研究EMD-LS-MFDFA-2对非平稳时间序列多重分形去趋势波动分析的效果. 选择4组不同的多

重分形布朗运动时间序列(Multifractal Brownian Motion, MBM), 并对其加入多项式趋势项 $x_1(i) = 0.7 + 0.2i + 0.05i^2 + 0.002i^3$ , 构造仿真信号进行分析. 为较好说明移除趋势项的效果, 利用趋势项均方根误差(RMSE)评估该方法的精度, 其评估函数如式(18)所示:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R(i) - x_1(i))^2}{N}} \quad (18)$$

根据式(18), 以上两种方法移除信号的趋势项RMSE如表5所示, 其信号的 $h(q)$ 、 $\tau(q)$ 以及 $f(\alpha)$ 结果如图7所示. 由表5可知, EMD-LS-MFDFA-2相比MFDFA-1移除趋势项有一定的优势, 因此图7所获得的广义Hurst指数、质量指数和多重分形谱曲线会存在差异性, 而EMD-LS-MFDFA-2法高精度移除趋势后, 其 $F_q(s) \propto s^{h(q)}$ 的幂律关系会更稳定. 此例说明, 基于EMD-LS的非平稳时间序列多重分形去趋势波动分析方法最终所提取的多重分形谱特征较为精准.

表5 MFDFA-1和EMD-LS-MFDFA-2移除趋势项的均方根误差

	RMSE			
	EMD-LS-MFDFA-2	0.0450	0.0434	0.0209
MFDFA-1	0.0928	0.0767	0.0608	0.0679

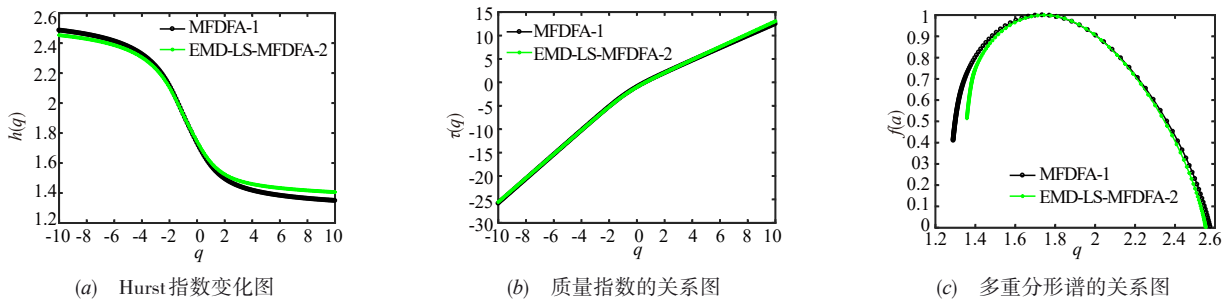


图7 MFDFA-1与EMD-LS-MFDFA-2处理多项式型下MBM信号的结果图

## 5 结论

本文提出了一种针对非平稳时间序列的多重分形去趋势波动分析方法(EMD-LS-MFDFA). 经验证, 该方法有以下优势:

(1) 能够获得有效的广义Hurst指数、质量指数和多重分形谱等有效的多重分形特征.

(2) 能够准确地移除序列在不同尺度下的局部趋势项, 解决了MFDFA方法使用多项式拟合容易出现欠拟合或过拟合的现象. 拟合趋势项时, 无论选取1阶或2阶, 提取多重分形特征的准确性均高于MFDFA方法, 但2阶EMD-LS-MFDFA方法具有更高的分析精度, 是1阶的1.8倍.

(3) 对不同样本量和不同多重分形性的序列进行分析, 该方法具有比较好的稳定性, 为实测数据分析时

选择合理的算法提供了有意义的参考.

#### 参考文献

- [1] KANTELHARDT J W, ZSCHIEGNER S A, KOSCIELNY-BUNDE E, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2002, 316(1): 87 - 114.
  - [2] 葛家怡, 周鹏, 赵欣, 等. 睡眠脑电信号的多重分形去趋势波动分析[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2008, 41(010): 1148 - 1151.
- GE Jia-yi, ZHOU Peng, et al. Multifractal castration fluctuation analysis of sleep EEG signals[J]. Journal of Tianjin University: Natural Science and Engineering Technology Edition, 2008, 41(010): 1148 - 1151. (in Chinese)

- [3] YANG D, ZHANG C, LIU Y. Multifractal characteristic analysis of near-fault earthquake ground motions[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2015, 72: 12 – 23.
- [4] ZHANG X, ZHAO J, ZHANG X, et al. A novel hybrid compound fault pattern identification method for gearbox based on NIC, MFDFA and WOASVM[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2019, 33(3): 1097 – 1113.
- [5] 奚彩萍, 张淑宁, 等. 多重分形降趋波动分析法和移动平均法的分形谱算法对比分析[J]. 物理学报, 2015, 64(13): 335 – 348.  
XI Cai-ping, ZHANG Shu-ning, et al. Comparison analysis of fractal spectrum algorithm of multifractal falling trend analysis method and moving average method[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(13): 335 – 348. (in Chinese)
- [6] MARTÍNEZ J L M, SE GOVIA-DOMINGUEZ I, QUIROS I, et al. A modified multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA) approach for multifractal analysis of precipitation[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2021, 565.
- [7] GE X, LIN A. Multiscale multifractal detrended partial cross-correlation analysis of chinese and american stock markets[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2021, 145(3-4): 110731.
- [8] 张军, 潘泽鑫, 郑玉新, 李言. 振动信号趋势项提取方法研究[J]. 电子学报, 2017, 45(1): 22 – 28.  
ZHANG Jun, PAN Ze-xin, ZHENG Yu-xin, LI Yan. Research on trend item extraction method of vibration signal [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(1): 22 – 28. (in Chinese)
- [9] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1998, 454(1971): 903 – 995.
- [10] SUN J, SHENG H. A hybrid detrending method for fractional Gaussian noise[J]. Physica A Statal Mechanics & Its Applications, 2011, 390(17): 2995 – 3001.
- [11] 钟佑明, 秦树人. 希尔伯特-黄变换的统一理论依据研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(003):40 – 43.  
ZHONG Youming, QIN Shuren. Research on the unified theoretical basis of Hilbert-Huang transformation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(003): 40 – 43. (in Chinese)
- [12] DYBALA J, ZIMROZ R. Rolling bearing diagnosing method based on empirical mode decomposition of machine vibration signal[J]. Applied Acoustics, 2014, 77(3): 195 – 203.
- [13] 龙源, 谢全民, 钟明寿, 等. 爆破震动测试信号预处理分析中趋势项去除方法研究[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 63 – 68.  
LONG Yuan, XIE Quanmin, ZHONG Mingshou, et al. Re-

search on trend item removal method in preprocessing analysis of blasting vibration test signal[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 63 – 68. (in Chinese)

- [14] 王燕, 薛云朝, 马铁华. 基于 EMD 和最小二乘法的零漂处理方法研究[J]. 北京理工大学学报, 2015, 35(02): 118 – 122.  
WANG YAN, XUE YUNCHAO, MA TIEHUA. Research on zero drift processing method based on EMD and Least Squares [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2015, 35(02): 118 – 122. (in Chinese)
- [15] TELESKA L, MATCHARASHVILI T, et al. Investigating the dynamical features of the time distribution of the reservoir-induced seismicity in enguri area (georgia)[J]. Natural Hazards, 2015, 77(1 Supplement): 117 – 125.
- [16] LAFOUTI M, GHORANNEVISS M. MF-DFA analysis of turbulent transport measured by a multipurpose probe[J]. Chinese Physics Letters, 2015, 32(10): 80 – 83.

#### 作者简介



罗远兴 男, 1998 年 6 月生于重庆铜梁. 现为南昌工程学院机械与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为故障诊断与信号处理.  
E-mail: 346907520@qq.com



李志红(通信作者) 女, 1963 年 8 月生于江西南昌. 现为南昌工程学院教授、硕士研究生导师. 主要研究方向为水力机组故障诊断.  
E-mail: 502522183@qq.com



梁兴 男, 1980 年 7 月生于河南南阳. 现为南昌工程学院副教授、硕士研究生导师. 主要研究方向为水力机组在线监测与故障诊断.  
E-mail: 44562685@qq.com

李超 男, 1993 年 12 月生于山东莱阳. 现为南昌工程学院机械与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为机械工程及自动化.  
E-mail: 429083525@qq.com

胡凤城 女, 1996 年 6 月生于安徽安庆. 现为南昌工程学院机械与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为电力系统技术.  
E-mail: 1339518596@qq.com