

基于直觉模糊熵的混合粒子群优化算法

王 毅, 李晓梦, 耿国华, 周 琳, 段焱中

(西北大学信息科学与技术学院, 陕西西安 710127)

摘 要: 为了提升粒子群算法的全局寻优与局部精细搜索能力并加快收敛速度, 提出了基于直觉模糊熵的混合粒子群优化算法. 该算法采用粒子的历史最优解信息构造直觉模糊熵的自适应函数, 并将熵值作为扰动因子动态调节惯性权重, 同时建立自适应全局最优粒子学习策略对扰动后的粒子进行训练, 在保持多样性传播的基础上选择学习对象, 使粒子探索更多新区域, 实现种群间的协作与并行进化. 通过仿真实验, 将本文算法与两种衍生算法以及其他改进粒子群算法在 11 个测试函数上进行比较, 结果表明, 本算法在求解精度、收敛速度和寻优效率上均有更好表现.

关键词: 直觉模糊熵; 扰动因子; 粒子群算法; 自适应学习; 协作与并行进化

中图分类号: TP182; TP391

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2021)12-2381-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20201387

Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Intuitionistic Fuzzy Entropy

WANG Yi, LI Xiao-meng, GENG Guo-hua, ZHOU Lin, DUAN Yan-zhong

(School of Information Science and Technology, Northwestern University, Xi'an, Shaanxi 710127, China)

Abstract: In order to improve the global and local fine search capabilities of the particle swarm algorithm and accelerate the convergence speed, hybrid particle swarm optimization algorithm based on intuitive fuzzy entropy is proposed. The algorithm constructs an adaptive function of intuitive fuzzy entropy by using the information of the historical optimal solution of particles, and uses the entropy value as a disturbance factor to dynamically adjust the inertia weight. At the same time, it establishes an adaptive global optimal particle learning strategy to train the disturbed particles, chooses learning objects based on maintaining the diversity of propagation, enables the particles to explore more new areas, and realizes the cooperation and parallel evolution among populations. Through simulation experiments, the algorithm is compared with two derivation algorithms and other improved particle swarm optimization algorithms on 11 test functions. The results show that the algorithm performs better in solving accuracy, convergence speed and optimization efficiency.

Key words: intuitionistic fuzzy entropy; disturbance factor; particle swarm optimization; adaptive learning; collaboration and parallel evolution

1 引言

粒子群算法是一种群体智能优化算法^[1]. 在粒子群算法中, 设 X_i 和 V_i 分别为粒子 i ($i=1, 2, \dots, N$) 的当前位置和速度, 则粒子 i 在第 t ($t=1, 2, \dots, T$) 代的进化方程为:

$$v_{id}^{t+1} = \omega v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{\text{best}_{id}}^t - x_{id}^t) \quad (1)$$

$$+ c_2 r_2 (g_{\text{best}_d}^t - x_{id}^t)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^t \quad (2)$$

其中, 式(1)和式(2)分别表示第 d 维第 i 个粒子的速度

收稿日期: 2020-12-06; 修回日期: 2021-01-06; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家重点研发计划项目(No.2018YFC1504705); 国家重大仪器专项(No.42027806); 国家重点自然科学基金(No.61731015); 国家自然科学基金(No.61402517); 国家重点实验室基金(No.2016ADL-DW0302); 陕西省自然科学基金项目(No.2018JM6029)

和位置的更新公式. ω 为惯性权重, c_1 和 c_2 分别称为认知学习和社会学习的加速因子, r_1 和 r_2 为均匀分布在 $[0, 1]$ 之间的随机数, $p_{\text{best}_{id}}$ 表示在搜索空间的第 d 维中第 i 个粒子在第 t 代时的个体历史最优位置, g_{best_t} 为第 t 代整个种群的历史最优位置.

与其他智能优化算法一样, PSO 算法也存在早熟、易陷入局部极值的问题. 国内外学者针对该问题进行了不同角度的研究^[2-8]. 通过对现有主流 PSO 算法分析发现, 影响 PSO 算法性能的占优机制与学习策略主要包括以下三个方面:

(1) 算法参数的自适应调整: Wang^[2] 提出了一种基于贝叶斯技术的自适应惯性权重粒子群优化算法, 采用自适应的反向学习策略增加初始种群的多样性. Li^[3] 提出一种惯性权重调整方法, 利用不同的适应度值, 使不同的粒子具有不同的惯性权重, 增加了粒子的多样性, 增强了全局勘探能力和局部开发能力.

(2) 全局搜索与局部搜索的自适应平衡: Wang^[4] 在算法中引入混合操作策略和一种新的速度控制方法, 平衡了全局与局部搜索能力; Wang^[5] 提出一种自适应学习策略的混合粒子群算法, 该算法采用基于自学习的候选生成策略来保证粒子群算法的探索性, 以此可以平衡粒子的全局勘探和局部开发.

(3) 先验知识与过程知识的有效利用: Cao^[6] 采用一种“最差置换”策略, 将群体中历史最差粒子用“最差置换”策略替换为新生成的更好的位置以提升种群多样性; Wei^[7] 利用高斯分布法解决了粒子速度受上一代速度方向的影响, 提高了算法的搜索效率和精度. Ouyang^[8] 将种群分为三个种群: 当前种群、历史最优种群和全局最优种群, 并给每个种群分配相应的搜索策略, 加快了收敛速度并提高了求解精度.

通过对上述方法分析发现, 现有对 PSO 改进算法所采用的占优机制与学习策略大多是结合算法参数的自适应调整、全局搜索与局部搜索的自适应平衡、先验知识与过程知识有效利用这三方面中的部分机制或策略, 而未将三者同时考虑.

有鉴于此, 本文将具有更强表达与分辨能力的直觉模糊集理论(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)引入粒子群算法, 提出一种基于直觉模糊熵的混合粒子群算法(Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm based on Intuitionistic Fuzzy Entropy, IFEHPSO). 该算法以参数的自适应调整策略与先验知识与过程知识的有效利用为指导, 采用粒子的历史最优解信息构造直觉模糊熵的自适应函数, 并将熵值作为扰动因子, 动态改变惯性权重以调节子种群的进化速度, 提升种群多样性和分布均匀性的概率并实现精细搜索; 进一步, 将粒子通过建立的自适应最优粒子学习策略进行训练, 选择最优粒子为学习

对象, 自适应调节学习速度与强度, 从而达到全局勘探与局部精细搜索之间的平衡, 综合提升 IFEHPSO 算法的求解精度、收敛速度以及寻优效率.

2 直觉模糊熵的混合粒子群算法(IFEHPSO)

2.1 直觉模糊种群熵(IFE)

直觉模糊集相较于模糊集增加了一个非隶属度函数, 进而可以表示“支持、反对、中立”三种状态, 可以更加细腻地刻画客观世界模糊对象的本质. 与其他的不确定性信息处理方法相比, 在处理不确定、不完全信息时具有更强的表达能力与分辨能力, 并在信息融合、模式识别、图像处理、最优化理论、多目标进化优化等领域展现出独特优势^[9, 10].

鉴于 IFS 的这种先天特性, 使得 IFS 可以更加细腻地刻画每个粒子在运行时所携带的信息, 进而支持 IFEHPSO 模型的高精度系列计算, 提高求解精度. 此外, 为了更加有效地反映种群的收敛状态和能量变化, 本文重新构造了直觉模糊种群熵, 并利用粒子的历史最优解信息设计直觉模糊熵的自适应函数, 将熵值作为扰动因子, 动态改变惯性权重, 以此提升种群多样性和分布均匀性的概率并实现精细搜索. 本文规定以每代中的历史最优粒子位置为中心均存在一个半径 R_i 的作用域, 并认定: 凡是在此位置作用域内的粒子均在此位置附近聚集; 凡是在此位置作用域外的粒子则不在此位置附近聚集; 在所有作用域外的粒子被称为孤点.

定义 1 D 维空间中第 i 个粒子表示为 $X_i=(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$. 把每代中的历史最优粒子 p_{best} 作为中心点 $k(k=1, 2, \dots, n)$, 计算每个粒子到中心点的距离^[11], 记为 $L_{ki} = |X_i - p_{\text{best}_k}|$, $(i=1, 2, \dots, n)$. 定义半径 $R_i = K \times \max(L_{ki})$, K 取值为 $[0, 0.5]$ 的随机数.

定义 2 在第 t 代中, 如果 L_{ki} 小于 R_i , 则认为粒子在半径为 R_i 的作用域, 那么粒子计数器 T_i 加 1. 如果 L_{ki} 大于 R_i , 则该粒子称为“孤点”, 全局计数器 T_x 加 1.

$$\mu_{ki}^t = T_{ki}/n, \pi_{ki}^t = T_x/n, \gamma_{ki}^t = 1 - \mu_{ki}^t - \pi_{ki}^t \quad (3)$$

其中, μ_{ki}^t 表示在第 t 代中, 粒子属于历史最优位置的程度, π_{ki}^t 表示犹豫度, γ_{ki}^t 表示为粒子不属于历史最优位置的程度.

定义 3(直觉模糊熵) 在第 t 代中, 种群的直觉模糊熵定义为 E^t , $E^t \in [0, 1]$, n 为种群规模, 则

$$E^t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\mu_{ki}^t - \gamma_{ki}^t)^2 + 2\pi_{ki}^t}{2 - (\mu_{ki}^t - \gamma_{ki}^t)^2 + \pi_{ki}^t} \quad (4)$$

这里以文献[12]中直觉模糊熵的公理化定义所需满足的 4 个约束为条件, 对本文构造的直觉模糊种群熵进行有效性证明.

定义 4 称函数 $E: \text{IFSs}(U) \rightarrow [0, 1]$ 为 $\text{IFSs}(U)$ 模

模糊. 如果它满足如下条件^[12]:

- 条件1 $E(A)=0$, 当且仅当 A 是非模糊集;
- 条件2 $E(A)=1$, 当且仅当 $\forall x \in U$, 有 $\mu_A(x)=\gamma_A(x)$
- 条件3 $E(A)=E(A^c), \forall A \in \text{IFSs}(U)$;
- 条件4 对于 IFS 集 A 和 B , 若 $\forall x \in U$, 有

$$\frac{1 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + 2\pi_A(x)}{2 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + \pi_A(x)} \leq \frac{1 - (\mu_B(x) - \gamma_B(x))^2 + 2\pi_B(x)}{2 - (\mu_B(x) - \gamma_B(x))^2 + \pi_B(x)}$$

则有 $E(A) \leq E(B)$.

定理1 设 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,

$$A = \sum_{i=1}^n \langle \mu_A(x_i), \gamma_A(x_i) \rangle / x_i,$$

则 A 的直觉模糊熵为,

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + 2\pi_A(x)}{2 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + \pi_A(x)} \quad (5)$$

证明

条件1: $E(A)=0 \Leftrightarrow$ 对于 $\forall x_i \in U$, 有

$$1 - (\mu_A(x_i) - \gamma_A(x_i))^2 + 2\pi_A(x_i) = 0.$$

可知 $|\mu_A(x_i) - \gamma_A(x_i)| = 1$.

若 $\mu_A(x_i) > \gamma_A(x_i)$ 时, 根据直觉模糊集的定义 $\mu_A(x_i) + \gamma_A(x_i) + \pi_A(x_i) = 1$ 可知, $\mu_A(x_i) = 1, \gamma_A(x_i) = \pi_A(x_i) = 0$, 从而可精确知道支持证据的程度为 1.

同理, 当 $\mu_A(x_i) < \gamma_A(x_i)$ 时, $\gamma_A(x_i) = 1, \mu_A(x_i) = \pi_A(x_i) = 0$. 从而可精确知道反对证据程度也为 1, 即 A 为非模糊集.

条件2: $E(A)=1 \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} & 1 - (\mu_A(x_i) - \gamma_A(x_i))^2 + 2\pi_A(x_i) = \\ & 2 - (\mu_A(x_i) - \gamma_A(x_i))^2 + \pi_A(x_i) \Leftrightarrow \\ & \pi_A(x_i) = 1, \text{ 故 } \mu_A(x_i) = \gamma_A(x_i). \end{aligned}$$

即对于 $\forall x_i \in U$, 有 $\mu_A(x_i) = \gamma_A(x_i)$.

条件3: $E(A)=E(A^c)$, 有

$$\begin{aligned} & \mu_{A^c}(x_i) = \gamma_A(x_i), \gamma_{A^c}(x_i) = \mu_A(x_i), \\ & 1 - \mu_{A^c}(x_i) = 1 - \gamma_A(x_i), 1 - \gamma_{A^c}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i). \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} E(A) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + 2\pi_A(x)}{2 - (\mu_A(x) - \gamma_A(x))^2 + \pi_A(x)} \Leftrightarrow \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\gamma_{A^c}(x) - \mu_{A^c}(x))^2 + 2\pi_A(x)}{2 - (\gamma_{A^c}(x) - \mu_{A^c}(x))^2 + \pi_A(x)} \Leftrightarrow \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\mu_{A^c}(x) - \gamma_{A^c}(x))^2 + 2\pi_A(x)}{2 - (\mu_{A^c}(x) - \gamma_{A^c}(x))^2 + \pi_A(x)} \Leftrightarrow E(A^c) \end{aligned}$$

条件4: 是平凡的.

2.2 基于 IFE 的惯性权重

惯性权重在算法运行过程中起关键作用, 它平衡了全局勘探能力和局部开发能力. 惯性权重是控制先前速度对当前速度影响的系数, 在算法迭代初期, 较大的惯性权重有利于提高算法的全局搜索能力, 在算法迭代后期, 较小的惯性权重可以增强算法的局部搜索能力. 而直觉模糊熵值的大小则反映了当前粒子状态的聚合程度, 在算法运行初期, 此时算法处于全局搜索阶段, 粒子相对分散, 种群总体多样性较高, 粒子的聚合程度较小, 熵值较大; 随着算法的运行, 粒子不断向最优点移动, 聚合程度增大, 种群多样性不断衰减, 熵值减小; 到算法运行后期, 此时所有粒子的行为趋于停滞, 粒子的聚合程度最大, 种群多样性最小, 熵值减小到最小. 本文以熵值作为扰动因子并随着迭代次数和熵值变化策略动态改变惯性权重, 自适应调节算法的全局勘探能力与局部精细搜索之间的平衡. 惯性权重 ω 变化公式如下:

$$\omega = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \times \frac{t}{\text{MaxIt}} \times (1 - E^t) \quad (6)$$

其中, ω_{\max} 和 ω_{\min} 分别为惯性权重初始值与最终值, t 为当前迭代次数, MaxIt 为最大迭代次数, E^t 为当前种群的直觉模糊熵值大小. 由于 $E^t \in [0, 1]$, 随着迭代次数的增加, ω 从 ω_{\max} 逐渐递减至 ω_{\min} , 当 ω 较大时, 有助于算法进行全局搜索, 当 ω 较小时, 有助于算法进行局部搜索. 这里取 $\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4$.

2.3 基于 AGOP 的学习策略

由于全局最优解 g_{best} , 易使粒子陷入局部最优引起早熟收敛. 为此, 我们建立自适应全局最优粒子学习策略 (Adaptive Globally Optimal Particle, AGOP), 将全部历史最优个体中随机选择两个, 然后比较这两个粒子的目标函数值, 最后选择结果较优的粒子作 a_{g^*} , 进而需要定义一个函数作为标准选择代替全局最优解的值, 使粒子能探索更多新区域, 增强全局勘探能力.

本文采用 AGOP 学习策略更新粒子的 g_{best} 位置, 取 p 定义如下:

$$p = a_{g_i^d} - k_1 \times a_{g_i^d} - k_2 \times a_{g_i^d} \quad (7)$$

这里 k_1 和 k_2 都服从 $U(-1, 1)$, 根据 k_1 和 k_2 的随机变化, 根据式(7)自适应得到 p 的值, 它可以扩大搜索范围, 以期找到更好的解, 有效地避免算法陷入局部最优, 增强了算法全局搜索的能力. 本文提出的选择 a_{g_i} 和更新 g_{best} 位置的具体流程: ① 随机选择两个扰动后的个体历史最优解, 比较选择的两个粒子的目标函数值 $F(\cdot)$; ② 把结果较优的粒子作为 a_g ; 把得到的 a_g 代入式(7), 得到 p ; ③ 计算种群的全局最优解 g_{best} 和 p 的目标函数值; 把结果较优的值作为新的全局最优值 p_{g_plus} 替换式(1)中的 g_{best} . 粒子的全局最优值可以使粒子快速收敛, 但是一旦算法陷入局部最优, 就很容易引起早熟. 基于这个原因, 本文定义一个函数 p_{g_plus} 作为标准来替代 g_{best} 的值并构造 IFEHPSO 模型.

2.4 IFEHPSO 模型

为了提升粒子分布的均衡性与全局寻优能力, 我们将直觉模糊熵的自适应调节惯性权重因子 ω 与 AGOP 的学习策略引入粒子群算法. 改进的粒子群算法如下, 相应伪代码如算法 1 所示.

将式(1)的粒子群算法改写为:

$$v_{id}^{t+1} = \omega v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{\text{best}_{id}}^t - x_{id}^t) \quad (8)$$

$$+ c_2 r_2 (p_{g_plus}^t - x_{id}^t)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^t \quad (9)$$

其中, ω 为直觉模糊熵的自适应调节权重, p_{g_plus} 为采用 AGOP 学习策略确定的全局最优值; c_1 , c_2 和 p_{best} 与式(1)设置相同.

3 函数测试与结果分析

3.1 实验设置

本文根据不同的函数特性, 在 CEC2013 测试集^[13]上选取了 11 个测试函数, 共划分 3 类: 其中 $f_1 \sim f_4$ 为单峰函数, $f_5 \sim f_9$ 为多峰函数, $f_{10} \sim f_{11}$ 为复合函数, 具体测试函数如表 1 所示.

为了验证 IFEHPSO 算法的综合性能, 本文选取了邻域重心反向学习粒子群算法^[14](NCOPSO)、基于混合均值中心反向学习粒子群算法^[15](HCOPSO)、基于熵模型粒子群算法^[16](EPSO)作为对比算法; 并为了进一步验证直觉模糊熵与自适应全局最优粒子学习策略相结合所带来的优势, 将单独结合 AGOP 学习策略的 PSO (AGOP-PSO) 算法与结合 IFE 的 PSO (IFE-PSO) 作为 IFEHPSO 的 2 种衍生算法, 共 6 种算法在 11 个不同类型函数上进行综合测试. 为统一数据, 所有比较算法的迭代次数均设置为 500, 种群规模 $N=20$, 解空间维数 $D=20$ 维. $c_1=c_2=1.49449$, 每个函数独立进行 30 次实验, 最大评估次数 $\text{MaxFEs}=10000D$.

算法 1 IFEHPSO 算法的伪代码

```

输入: 种群规模  $n$ , 迭代次数  $\text{MaxIt}$ ,
初始熵值  $E=1$ 
1: 初始化: 种群位置, 种群速度
2: For  $i=1 : n$  Do
3:   计算粒子的适应度值
4: End For
5: 计算个体极值  $p_{\text{best}}$ 、全局最优解  $g_{\text{best}}$ 、个体最佳适应度值  $\text{fitness}_{p_{\text{best}}}$ 、
   全局最佳适应度值  $\text{fitness}_{g_{\text{best}}}$ .
6: For  $j=1 : \text{MaxIt}$  Do
7:   For  $i=1 : n$  Do
8:     通过式(3)和式(4), 更新  $E$  值
9:   End For
10:  根据式(6)计算惯性权重  $\omega$  值
11:   For  $i=1 : n$  Do
12:     按式(1)和式(2)分别更新种群的速度和位置
13:   End For
14:   计算粒子的适应度值
15:   更新  $p_{\text{best}}$ 、 $g_{\text{best}}$ 、 $\text{fitness}_{p_{\text{best}}}$ 、 $\text{fitness}_{g_{\text{best}}}$ 
16:   For  $i=1 : n$  Do
17:     采用 AGOP 学习策略确定全局最优值  $g_{\text{best}}$  的替代值  $p_{g\_plus}$ 
18:   End For
19:   For  $i=1 : n$  Do
20:     按式(8)和式(9)分别更新种群的速度和位置
21:   End For
22:   计算粒子的适应度值
23:   更新  $p_{\text{best}}$ 、 $g_{\text{best}}$ 、 $\text{fitness}_{p_{\text{best}}}$ 、 $\text{fitness}_{g_{\text{best}}}$ 
24: End For
输出:  $\text{fitness}_{g_{\text{best}}}$ 

```

表 1 测试函数

	测试函数
f_1	Sphere Function
f_2	Bent Cigar Function
f_3	Discus Function
f_4	Different Powers Function
f_5	Rastrigin's Function
f_6	Griewank's Function
f_7	Ackley's Function
f_8	Rosenbrock's Function
f_9	Scaffer's F6 Function:
f_{10}	Composition Function 2 ($N=3$)
f_{11}	Composition Function 3 ($N=3$)

3.2 实验结果与分析

3.2.1 求解精度及稳定性分析

本文将这 30 次实验结果取最优值、平均值和标准差, 并通过最优值和平均值评价算法的收敛精度, 通过标准差评价算法稳定性, 表中粗体数值表示相应算法在测试函数上取得的最优均值结果, 表中“+”表示

IFEHPSO 算法优于此算法,“-”表示 IFEHPSO 劣于此算法,“=”则表示二者算法性能相当; $t/w/l$ 则分别对应“+”、“-”、“=”的函数个数, $t-w$ 的差值表示 IFEHPSO 优于对比算法个数减去劣于对比算法个数, $t-w$ 的差值越大说明算法性能越差. 最后一行为相应算法在所有测试函数上取得最优均值结果的个数. 具体实验结果如表 2 所示.

表 2 6 种算法在 CEC2013 测试集上 30 次独立运行的最优值、平均值与标准差

函数	评价指标	HCOPSO		EPSO		NCOPSO		IFE-PSO		AGOP-PSO		IFEHPSO
f_1	最优值	1.49e-137		3.28e-2		7.85e-6		1.81e-2		1.49e-36		1.77e-111
	平均值	8.81e-126	-	1.23e-1	+	7.66e-4	+	1.29e-1	+	1.68e-26	+	2.94e-95
	标准差	4.35e-125		8.32e-2		1.01e-3		8.13e-2		1.93e-26		1.32e-94
f_2	最优值	3.23e133		1.26e+5		4.61e+1		2.00e+4		8.91e-34		1.23e-95
	平均值	2.17e-122	-	4.27e+5	+	1.18e+3	+	1.61e+5	+	5.90e-19	+	2.44e-77
	标准差	9.69e-122		2.90e+5		1.36e+3		1.53e+5		2.23e-18		9.65e-77
f_3	最优值	2.77e-14		4.05e+00		1.87e-42		2.57e+00		3.22e-35		2.86e-104
	平均值	1.73e-4	+	3.05e+1	+	6.55e-11	+	1.36e+1	+	5.88e-21	+	4.27e-83
	标准差	9.21e-4		1.56e+1		3.59e-10		7.28e+00		3.12e-20		2.24e-82
f_4	最优值	3.97e-11		5.38e-2		6.32e-18		1.51e-2		3.56e-21		1.15e-60
	平均值	8.43e-6	+	1.76e-1	+	1.66e-8	+	1.17e-1	+	6.93e-15	+	2.41e-49
	标准差	1.96e-5		1.12e-1		9.05e-8		6.96e-2		2.19e-15		1.25e-48
f_5	最优值	0.00e+00		2.60e+1		8.95e-5		2.39e+1		0.00e+00		0.00e+00
	平均值	7.16e-1	+	5.54e+1	+	3.03e-3	+	4.19e+1	+	0.00e+00	=	0.00e+00
	标准差	2.74e+00		1.59e+1		8.90e-3		9.84e+00		0.00e+00		0.00e+00
f_6	最优值	0.00e+00		3.86e-3		0.00e+00		6.91e-3		0.00e+00		0.00e+00
	平均值	0.00e+00	=	6.28e-2	+	3.24e-10	+	3.12e-2	+	0.00e+00	=	0.00e+00
	标准差	0.00e+00		5.31e-2		1.44e-9		3.67e-2		0.00e+00		0.00e+00
f_7	最优值	0.00e+00		6.96e-1		1.81e-4		4.09e-1		0.00e+00		0.00e+00
	平均值	3.55e-16	+	1.93e+00	+	4.36e-3	+	2.04e+00	+	3.65e-14	+	0.00e+00
	标准差	1.08e-15		5.31e-1		3.50e-3		6.84e-1		6.95e-14		0.00e+00
f_8	最优值	1.43e-7		0.00e+00		0.00e+00		0.00e+00		3.79e-7		6.96e-7
	平均值	1.28e-5	-	0.00e+00	-	0.00e+00	-	0.00e+00	-	6.57e-5	-	1.01e-4
	标准差	1.30e-4		0.00e+00		0.00e+00		0.00e+00		7.42e-5		1.22e-4
f_9	最优值	2.67e-10		0.00e+00		0.00e+00		0.00e+00		0.00e+00		0.00e+00
	平均值	1.15e-7	+	1.16e-2	+	0.00e+00	=	5.82e-3	+	0.00e+00	=	0.00e+00
	标准差	2.17e-7		1.96e-2		0.00e+00		1.51e-2		0.00e+00		0.00e+00
f_{10}	最优值	4.29e+2		1.59e+3		1.75e+2		2.26e+2		5.01e+2		3.28e+2
	平均值	4.03e+3	+	5.96e+3	+	1.47e+3	-	4.53e+3	+	4.32e+3	+	3.78e+3
	标准差	2.84e+3		3.18e+3		2.80e+3		2.75e+3		2.79e+3		2.23e+3
f_{11}	最优值	6.27e+3		4.18e+3		1.11e+3		1.47e+3		8.27e+3		6.04e+3
	平均值	1.43e+4	+	9.68e+3	-	1.03e+4	-	9.62e+3	-	1.34e+4	+	1.25e+4
	标准差	3.89e+3		3.55e+3		3.67e+3		3.52e+3		2.85e+3		3.05e+3
$t/w/l/(t-w)$		7/3/1/4		9/2/0/7		7/3/1/4		9/2/0/7		7/1/3/6		NAN
最优个数		3		1		3		2		3		6

从表 2 可以看出, IFEHPSO 算法与 HCOPSO、EPSO、NCOPSO、IFE-PSO、AGOP-PSO 相比具有更好的综合性能, 因为 5 个对比算法的 $t-w$ 值均大于 0. 并且 IFEHPSO 与 HCOPSO、EPSO、NCOPSO、IFE-PSO、AGOP-PSO 等 5 种算法相比, 在 11 个测试函数中, 获得了 6 个测试函数的最优均值; HCOPSO、NCOPSO 和衍生算法 AGOP-PSO 分别获得了 3 个函数的最优均值; EPSO 和衍生算法 IFE-

PSO 分别在 1 个和 2 个测试函数中取得了最优均值. 整体表现来看, IFEHPSO 在 11 个测试函数中具有明显优势.

3.2.1.1 单峰函数的求解精度与稳定性分析

进一步分析, 对于 4 个单峰函数 ($f_1 \sim f_4$), 只有 IFEHPSO 和 HCOPSO 算法分别获得 2 个函数上的最优均值, 其他算法均没有获得最优均值结果. HCOPSO 算法在 f_1 和 f_2 函数上的寻优结果优于 IFEHPSO, 在均值上有

31 和 45 个数量级的提高;但是在 f_3 和 f_4 函数的表现上, IFEHPSO 显著优于 HCOPSO 算法, 均值分别达到 79 和 43 个数量级的提升, 求解精度更高. 在标准差所体现出的稳定性上, HCOPSO 在其函数的标准差分别高于 IFEHPSO 算法 31 和 45 个数量级;但在 f_3 和 f_4 函数上, IFEHPSO 比 HCOPSO 的标准差提升了 78 和 43 个数量级. 总体来看, IFEHPSO 在单峰函数的求解精度和稳定性均优于 HCOPSO 以及其他对比算法.

3.2.1.2 多峰函数的求解精度与稳定性分析

IFEHPSO 算法在多峰函数 $f_5 \sim f_9$ 上的优势更为显著, 除了 f_8 未取得最优值外, 其余 f_5, f_6, f_7, f_9 4 个函数测试上无论在最优值、平均值以及标准差上均获得最优表现, 这说明 IFEHPSO 算法收敛精度高且稳定性好. HCOPSO 算法在 f_5, f_6, f_7 函数上获得最优值且只在 f_6 上获得最优值、平均值和标准差上的最佳表现, 而在 f_5 和 f_7 上的标准差所反映的稳定性较差. 而作为 IFEHPSO 衍生的 AGOP-PSO 算法虽然在函数上 f_5, f_6, f_9 均取得了最佳的评价指标, 但在函数 f_7 上没有 IFEHPSO 算法的收敛精度和稳定性好. 其余算法性能均相对较弱.

3.2.1.3 复合函数的求解精度与稳定性分析

在复合函数 $f_{10} \sim f_{11}$ 中, NCOPSO 在 f_{10} 函数上获得最优均值, 而 IFEHPSO 算法取得了第二好的均值, 但在稳定性上胜于 NCOPSO 与其他算法. 在函数 f_{11} 中作为衍生算法的 IFE-PSO 获得最优均值, 但稳定性上仍劣于 IFEHPSO 以及另一衍生的 AGOP-PSO 算法. 通过这 3 类函数的综合比较可以得出, IFEHPSO 在算法求解精度及稳定性方面都取得了较好的性能. 这要归功于构造了能够有效反映当前种群的收敛状态和能量变化的直觉模糊熵函数, 通过熵值作为扰动因子自适应改变惯性权重, 控制种群多样性与收敛性, 提升了算法的求解精度; 而采用 AGOP 学习策略, 利用历史最优解信息, 求解出可以替代全局最优解的值, 有效避免了算法陷入局部最优, 使粒子能探索更多新区域, 增强全局勘探能力, 提高了算法的稳定性, 这也验证了作为 IFEHPSO 的两类衍生算法 IFE-PSO 和 AGOP-PSO 算法在部分测试函数中所体现出的良好表现. 而作为复合算法的 IFEHPSO 则在单峰、多峰以及复合函数上, 表现出更优的求解精度与稳定性, 综合性能更强.

3.2.2 收敛性分析

为了直观地表现本算法在测试函数上的收敛情况, 本文给出了不同算法在多个测试函数上的适应度变化的收敛曲线. 由于篇幅所限, 这里选取了 6 个测试函数, 即 2 个单峰函数 f_3, f_4 , 3 个多峰函数 f_5, f_7, f_9 和 1 个复合函数 f_{11} , 实验结果如图 1 所示, 图中横坐标为进化代数.

为了使数据表现得更加清晰, 在这里, 我们将图 1 的 Y 轴均采用对数坐标轴. 从图中可以总体看出, IFEHPSO

算法不论是寻优能力还是收敛速度都要优于其他算法.

具体来看, 对于单峰函数 f_3 , IFEHPSO 算法在收敛速度与求解精度均优于对比算法; 对于函数 f_4 , HCOPSO 算法在迭代前期表现出较快的收敛性能, 但在迭代中后期, IFEHPSO 算法的收敛速度显著提升并且收敛精度远胜于 HCOPSO 和其他对比算法. 在多峰函数 f_5, f_7, f_9 上, IFEHPSO 在寻优速度、收敛精度以及稳定性上表现出了更为优异的性能. 针对函数 f_5 , IFEHPSO 算法在第 71 次就搜索到了全局最优解, 而 HCOPSO 则需要消耗 170 次迭代; 在函数 f_7 和函数 f_9 中, IFEHPSO 算法分别在第 136 次和 180 次搜索到了全局最优解, 而在函数 f_7 中, HCOPSO 算法在第 239 次搜索到了全局最优解, 在函数 f_9 中, NCOPSO 算法在 214 次寻找到了全局最优解. 对于复合函数 f_{11} 而言, IFEHPSO 的衍生算法 IFE-PSO 取得了排名第一的优秀成绩, EPSO 位居第二. 这是因为两种算法均以熵值作为扰动因子并随着迭代次数和熵值变化策略动态改变惯性权重, 自适应调节算法的全局勘探能力与局部精细搜索之间的平衡, 而直觉模糊熵 (IFE) 具有更快的收敛速度与求解精度. IFEHPSO 虽没有取得较好的表现, 但 IFEHPSO 优先找到了最优值, 收敛速度最快且具有持续的稳定性. 通过实验分析可知, IFEHPSO 算法在 3 类函数中表现出了良好的算法性能, 尤其是在多峰函数中, 其寻优速度与收敛精度均远胜于其他对比算法. 这主要取决于通过直觉模糊熵可以动态调节惯性权重, 提高收敛速度与求解精度的同时克服早熟收敛, 并通过全局最优学习策略, 提升全局寻优能力.

3.2.3 Friedman 检验

Friedman 检验: 对本文 6 个算法在 11 个测试函数上的总体性能进行 Friedman 检验. 同时, 分别对单峰、多峰和复合函数进行检验, 以此来分析算法在不同的类型函数上的性能差异, Rank 值越小, 算法越好, Statistic 代表卡方统计量, 如果卡方值大于 5.99, 则认为各算法性能存在明显差异, 实验结果如表 3 所示.

在 11 个测试函数中, IFEHPSO 算法在所有函数测试中综合排名第一, 在单峰与多峰函数上具有最好的性能表现, 卡方值均大于 5.99, 表明各算法存在明显差异. IFEHPSO 算法在其复合函数上的表现不甚理想, 区居第二; NCOPSO 排名第一, 卡方值小于 5.99, 这说明各算法在复合函数上不存在显著性差异, 且从图 1 的函数 f_{11} 收敛曲线可以看出各算法在迭代后期均趋于稳定. 而作为 IFEHPSO 衍生算法的 AGOP-PSO 在所有测试集上的性能仅次于 IFEHPSO, 排名第二; 在单峰函数上与 HCOPSO 的 rank 值相同, 说明性能不相上下; 但在多峰函数相比较时, AGOP-PSO 则优势凸显. 而在复合函数中, NCOPSO 具有最好的性能, IFEHPSO 则取得第二的优秀表现, 作为另一衍生算法的 IFE-PSO 则紧随其后, 与其性能不

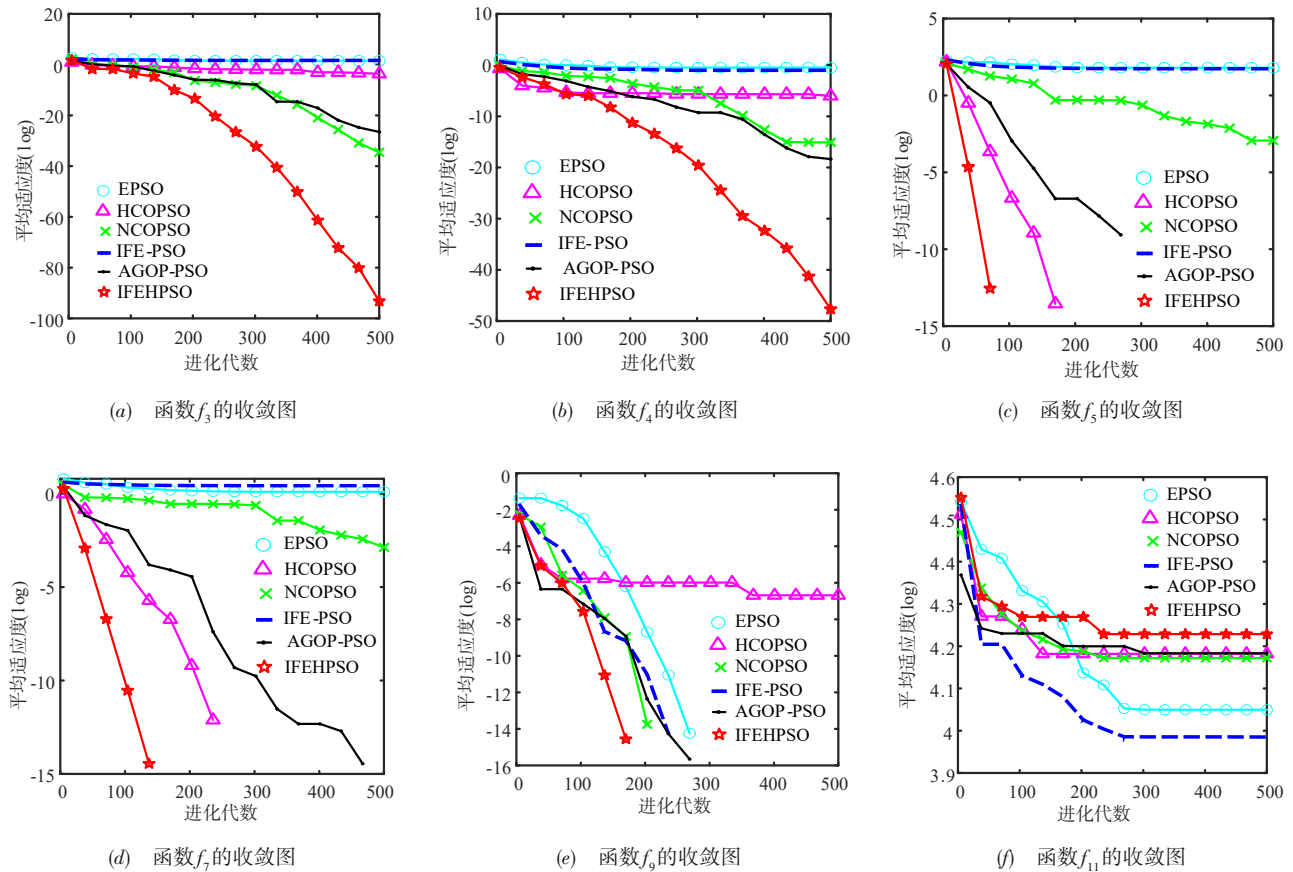


图1 6种算法在单峰、多峰与复合函数的收敛曲线

表3 测试函数上均值结果的Friedman 检验分析

Average Rank	所有函数($f_1 \sim f_{11}$)		单峰函数($f_1 \sim f_4$)		多峰函数($f_5 \sim f_9$)		复合函数($f_{10} \sim f_{11}$)	
	Algorithm	Rank	Algorithm	Rank	Algorithm	Rank	Algorithm	Rank
1	IFEHPSO	2.23	IFEHPSO	1.50	IFEHPSO	2.50	NCOPSO	2.00
2	AGOP-PSO	2.95	HCOPSO	2.50	AGOP-PSO	2.70	IFEHPSO	3.00
3	NCOPSO	3.00	AGOP-PSO	2.50	NCOPSO	3.00	IFE-PSO	3.00
4	HCOPSO	3.18	NCOPSO	3.50	HCOPSO	3.20	EPSO	4.00
5	IFE-PSO	4.55	IFE-PSO	5.25	IFE-PSO	4.60	HCOPSO	4.50
6	EPSO	5.09	EPSO	5.75	EPSO	5.00	AGOP-PSO	4.50
Statistic	19.167		16.143		8.395		2.857	

相伯仲,这也说明了直觉模糊熵函数与AGOP学习策略的有机融合与共享有利于复杂问题的优化.

3.2.4 两种策略的有效性分析

为了表明IFE和AGOP学习策略在融入粒子群算法中对IFEHPSO算法所产生的影响.鉴于篇幅,这里将IFEHPSO与其衍生算法IFE-PSO和AGOP-PSO分别在单峰函数 f_3, f_4 ,多峰函数 f_6, f_7, f_9 以及复合函数 f_{10} 上进行实验,三种算法在收敛速度与寻优能力上的性能表现如图2所示,图中横坐标为进化代数.

通过3种算法在3类测试函数的收敛曲线可知,除了 f_7, f_9, f_{10} 函数,AGOP-PSO算法在迭代前期,收敛速度

优于IFEHPSO外;在迭代后期,IFEHPSO算法收敛速度与精度显著提升且趋于稳定.而其他函数的性能体现上,IFEHPSO无论是求解精度、收敛速度、稳定性上均优于IFE-PSO与AGOP-PSO算法.这得益于该算法通过IFE动态调节种群进化速度,保持种群多样性的同时提高局部搜索精度;利用AGOP学习策略,探测全局最优粒子,开发更多新区域,提升全局寻优能力,避免陷入局部最优.通过将IFE与AGOP的优势共享,实现种群间的交互协作与计算资源的合理分配,保持了全局搜索与局部精细搜索之间的平衡,取得了“1+1>2”的效果.

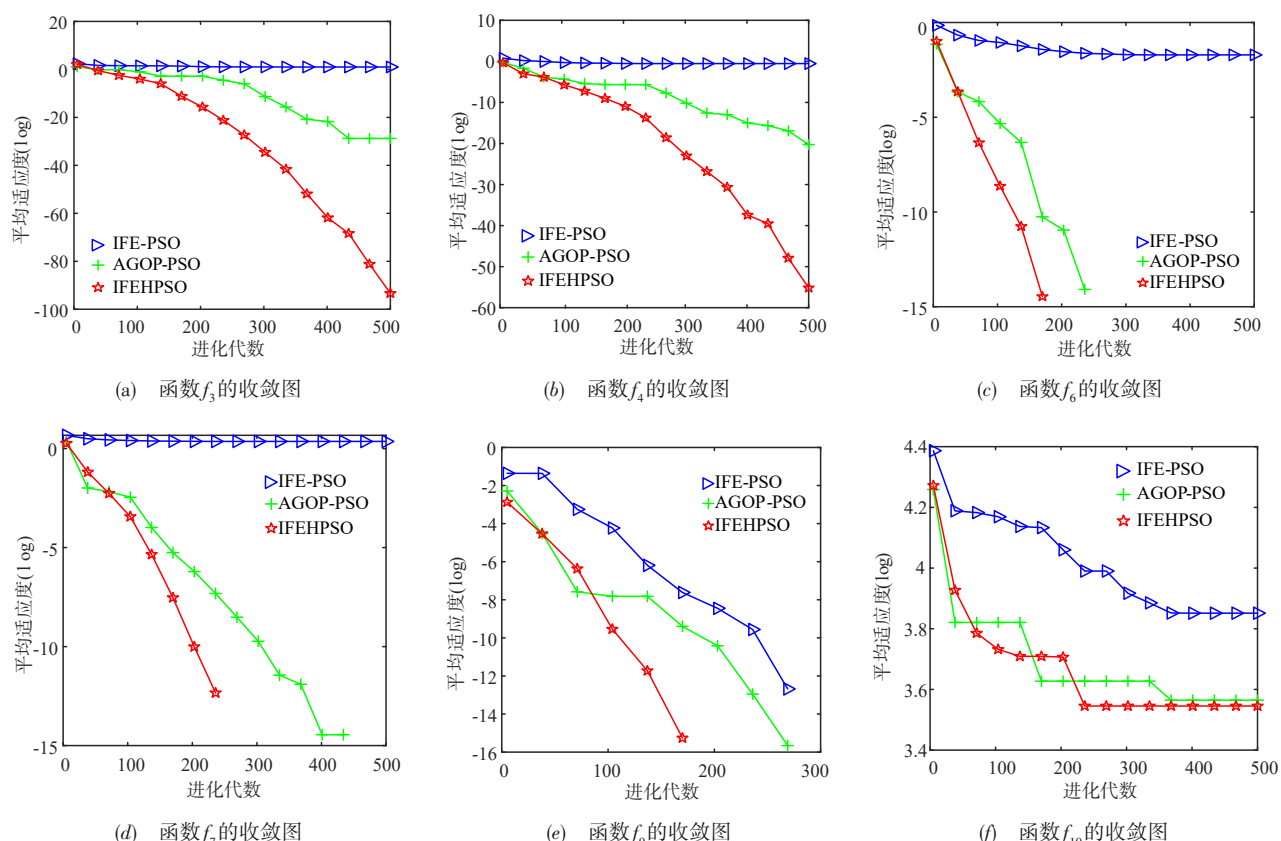


图2 IFEHPSO与其衍生算法IFE-PSO和AGOP-PSO在3类函数中的收敛曲线

4 结论

本文为提升粒子群分布均衡性和全局寻优能力,提出了基于直觉模糊熵的混合粒子群优化算法,并对粒子群的寻优机制与策略进行了分析与归纳.在此基础上,本文采用粒子的历史最优解信息构造了直觉模糊熵的自适应函数,并将熵值作为扰动因子,动态改变惯性权重,以此提升种群多样性和分布均匀性并实现精细搜索;与此同时,将粒子通过自适应全局最优粒子学习策略进行训练,使得粒子群在保持多样性传播的基础上,选择学习对象,扩大算法群体搜索的范围,自适应调节粒子的学习强度与速度,从而较好地保持了全局探测与局部精细搜索之间的平衡,实现了种群间的协作与计算资源的合理分配.通过IFEHPSO算法在单峰、多峰、复合函数上的求解精度、稳定性、收敛性与显著性分析等实验结果表明,IFEHPSO算法在大部分的准则函数上求解精度与稳定性都优于同类算法,而收敛速度远超前于其他同类算法,具有更强的综合能力、鲁棒性好.

参考文献

- [1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[A]. Proceedings of ICNN' 95 - International Conference on Neural Networks[C]. Piscataway: IEEE, 1995.1942 - 1948.
- [2] Wang Z, Cai J J. The path-planning in radioactive environment of nuclear facilities using an improved particle swarm optimization algorithm[J]. Nuclear Engineering and Design, 2018, 326(10): 79 - 86.
- [3] Li M, Chen H, Wang X D, et al. An improved particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weights [J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2019, 18(3): 833 - 866.
- [4] Wang Y K, Chen X B. Hybrid quantum particle swarm optimization algorithm and its application [J]. Science China (Information Sciences), 2020, 63(5): 203 - 205.
- [5] Wang F, Zhang H, Li K S, et al. A hybrid particle swarm optimization algorithm using adaptive learning strategy[J]. Information Sciences, 2018, 436(4): 162 - 177.
- [6] Cao L L, Xu L H, Goodman E D. A neighbor-based learning particle swarm optimizer with short-term and long-term memory for dynamic optimization problems [J]. Information Sciences, 2018, 453(2): 463 - 485.
- [7] Wei G, Su Y H. Dynamic multi-objective optimization of chemical process based on bare bones particle swarm optimization [J]. Chemical Engineering Transactions, 2018, 71 (9): 811 - 816.

- [8] Ouyang H B, Gao L Q, Li S, et al. Improved global-best-guided particle swarm optimization with learning operation for global optimization problems[J]. Applied Soft Computing, 2017, 52(3): 987 – 1008.
- [9] Krawczak M, Szkatuła G. On matching of intuitionistic fuzzy sets [J]. Information Sciences, 2020, 517(3): 254 – 274.
- [10] 苏丁为, 周创明, 王毅. 基于直觉模糊熵的粒子群多目标优化[J]. 计算机科学, 2016, 43(8): 262 – 266.
Su D W, Zhou C M, Wang Y. Multi objective particle swarm optimization based on intuitionistic fuzzy entropy [J]. Computer Science, 2016, 43(8): 262 – 266. (in Chinese)
- [11] Dokmanic I, Parhizkar R, Ranieri J, et al. Euclidean distance matrices: essential theory, algorithms, and applications[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2015, 32(6): 12 – 30.
- [12] 王毅, 雷英杰. 一种直觉模糊熵的构造方法 [J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 1390 – 1394.
Wang Y, Lei Y J. A technique for constructing intuitionistic fuzzy entropy [J]. Control and Decision, 2007, 22(12): 1390 – 1394. (in Chinese)
- [13] Liang J J, Qu B Y, Suganthan P N, et al. Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2013 Special Session on Real-Parameter Optimization[R]. Zhengzhou, China: Computational Intelligence Laboratory, Zhengzhou University, 2013.
- [14] 周凌云, 丁立新, 彭虎, 强小利. 一种邻域重心反向学习的粒子群优化算法 [J]. 电子学报, 2017, 45(11): 2815 – 2824.
Zhou L Y, Ding L X, Peng H, et al. Neighborhood centroid opposition-based particle swarm optimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(11): 2815 – 2824. (in Chinese)
- [15] 孙辉, 邓志诚, 赵嘉, 等. 混合均值中心反向学习粒子群优化算法 [J]. 电子学报, 2019, 47 (9) : 1809 – 1818.
Sun H, Deng Z C, Zhao J, et al. Hybrid mean center opposition based learning particle swarm optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(9): 1809 – 1818. (in Chinese)
- [16] 孙骞, 高岭, 刘涛, 等. 基于熵模型的粒子群优化算法 [J]. 东南大学学报 (自然科学版), 2019, 49(6): 1088 – 1093.

Sun Q, Gao L, Liu T, et al. Particle swarm optimization algorithm based on entropy model [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2019, 49(6): 1088 – 1093.

作者简介



王 毅 男, 1979年2月生, 上海人, 博士后. 现为西北大学信息科学与技术学院副教授, 主要从事智能信息处理、深度学习与群体智能优化.



李晓梦 女, 1995年10月生, 河南人. 西北大学信息科学与技术学院硕士研究生, 主要研究方向为群体智能优化算法.



耿国华 (通信作者) 女, 1955年生, 山东人. 西北大学信息科学与技术学院教授, 主要研究方向为计算智能、图形图像处理、可视化技术.
E-mail: ghgeng@nwu.edu.cn



周 琳 女, 1996年10月生, 湖北人. 西北大学信息科学与技术学院硕士研究生, 主要研究方向为群体智能优化算法.



段焱中 男, 1997年7月生, 陕西商洛人. 西北大学信息与科学技术学院硕士研究生. 研究方向为深度学习.