

改善 MIMO-STAP 检测性能的收发空时资源配置方法

王洪雁^{1,2}, 周 贺²

(1. 浙江理工大学信息学院, 浙江杭州 310018; 2. 大连大学信息工程学院, 辽宁大连 116622)

摘 要: 针对机载多输入多输出(Multiple-In Multiple-Out, MIMO)雷达资源受限, 从而导致目标检测性能下降的问题, 提出一种改善基于 MIMO 雷达的空时自适应处理(Space Time Adaptive Processing, STAP)检测性能的收发空时资源配置(Transceiver Space-Time Resource Allocation, TST-RA)方法. 所提方法利用所构建包含待配置收发空时资源的 MIMO-STAP 模型, 基于最大化输出信杂噪比(Signal-Clutter-Noise Ratio, SCNR)准则, 构造收发阵元、发射脉冲、基带波形以及接收权值联合设计问题. 为求解所得复杂非线性联合优化问题, 基于交替迭代策略将其分解为相互独立的子问题, 而后利用如下方法高效求解各子问题: 基于逐次凸逼近(Sequential Convex Approximations, SCA)方法选择最优天线脉冲子集, 基于半正定规划(SemiDefinite Program, SDP)及随机化方法优化发射波形, 基于最小方差无畸变响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)准则设计接收权, 从而获得联合优化问题的有效求解. 仿真结果验证了所提算法的有效性.

关键词: 多输入多输出雷达; 空时自适应处理; 空时资源配置; 阵元脉冲选择; 逐次凸逼近; 半正定规划

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2022)11-2619-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210927

Transceiver Space-Time Resource Allocation Method to Improve the Detection Performance of MIMO-STAP

WANG Hong-yan^{1,2}, ZHOU He²

(1. School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

2. College of Information Engineering, Dalian University, Dalian, Liaoning 116622, China)

Abstract: Focusing on the issue that the resource of airborne multiple input multiple output(MIMO) radar is constrained such that the target detection performance is degraded, a transceiver space-time resource allocation(TST-RA) approach is developed in this paper to improve the detection performance of MIMO radar based space time adaptive processing(STAP). By exploiting the constructed MIMO-STAP model containing the transceiver space-time resources to be allocated, with the criterion of maximizing the output signal-clutter-noise ratio(SCNR), a joint design model of transceiver array element, transmitting pulse, baseband waveform and receiving weight is formulated via the developed. In order to solve the resultant complex nonlinear joint optimization issue, it is decomposed into independent sub-problems on the basis of the alternating iteration strategy, and then the following method can be used to efficiently solve each sub-problem: the optimal antenna pulse subset is selected via employing the successive convex approximation(SCA) method, the transmitting waveform can be optimized by exploiting the semi-positive definite programming(SDP) and randomization approach, and the receiving weight is designed on the basis of the criterion of minimum variance distortionless response(MVDR), thus the effective solution of the joint optimization problem can be acquired. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: multiple-input multiple-out(MIMO) radar; space time adaptive processing(STAP); space-time resource allocation; element and pulse selection; successive convex approximation(SCA); semidefinite program(SDP)

收稿日期: 2021-07-15; 修回日期: 2021-11-01; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金(No.61301258, No.61871164); 浙江省自然科学基金重点项目(No.LZ21F010002); 中国博士后科学基金资助项目(No.2016M590218)

1 引言

近年来,多输入多输出雷达因其波形分集特性所得空间自由度显著高于相控阵雷达从而使其具有优良的目标检测估计性能进而受到工程及科研人员的广泛关注^[1]. 众所周知,空时自适应处理(Space Time Adaptive Processing, STAP)技术是抑制杂波的有效方法^[2]. Bliss 及 Forsythe 首次将 STAP 引入 MIMO 雷达体制以增强系统杂波抑制能力进而改善其检测性能.

MIMO 雷达性能依赖于阵列构型及发射波形,即:阵列孔径、脉冲间隔以及基带信号. 对于机载 MIMO 雷达,狭窄平台空间限制了阵元数目从而须优化阵列配置以改善空域处理性能同时降低硬件成本^[3];其次,有限平台功耗制约了发射信号占空比因而须优化脉冲配置以提升时域处理能力同时减少能量消耗;最后,波形分集性能依赖于基带信号因而须设计基带信号以优化配置系统孔径及功率分布.

针对阵列构型优化以提升空域自由度同时降低硬件成本的问题,文献[4]通过稀疏阵列设计以较小性能损失为代价降低硬件成本. 文献[5]则提出基于凸优化的阵元选择方法. 上述方法仅考虑阵列配置,未涉及脉冲选择. 针对此问题,文献[6]提出基于凸优化及子模优化的阵元脉冲联合选择算法. 单干扰条件下,文献[7]基于空间谱相关系数提出迭代 min-max 算法以选择天线脉冲对;文献[8]则提出多干扰场景下基于最大化输出信杂噪比(SCNR)准则的天线脉冲最优子集选择方法. 上述方法仅涉及阵列脉冲配置,未考虑基带信号设计. 目标先验信息确知条件下,文献[9]考虑了最大化 MIMO-STAP 检测性能的发射波形及接收滤波器联合设计问题;目标先验信息未确知场景下,文献[10]提出波形及多普勒滤波器联合设计方法以最大化最差情况下输出信干噪比. 基于文献[9]所提 MIMO-STAP 模型,文献[11]提出一种序列优化方法以联合设计发射波形及接收滤波器. 需要注意的是,上述文献未同时考虑 MIMO-STAP 收发阵列构型、脉冲数目、发射波形及接收权等收发空时资源配置,因而系统性能提升有限.

针对上述问题,本文提出一种 MIMO-STAP 收发空时资源配置(TST-RA)方法,即:改善 MIMO-STAP 检测性能收发阵元、脉冲数目、发射波形及接收权值联合优化方法. 所提方法首先构建 MIMO-STAP 信号模型;而后,基于最大化输出 SCNR 准则,构造发射波形、接收权值、收发阵元以及脉冲联合设计问题;为求解所得复杂非线性联合优化问题,基于交替迭代策略将其分解为相互独立的子问题,而后利用如下方法高效求解所得子问题:基于逐次凸逼近(SCA)方法选择最优天线脉冲子集,基于半正定规划(SDP)及随机化方法优化发射波形,基于最小方差无畸变响应(MVDR)准则设计接

收权.

2 MIMO-STAP 模型

机载集中式 MIMO 雷达配置如图 1 所示. 设载机速度和高度分别为 v 和 H ,目标载机径向速度为 v_0 ,方位角 θ ,仰角 ϕ ,锥角 ϕ ,满足几何关系 $\cos \phi = \cos \theta \cos \phi$;收发阵列为平行均匀线阵,阵元数分别为 M 及 N ,阵元间距皆为 $d = \lambda/2$ (λ 为工作波长);基带信号 $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times L}$,其中 $s_m \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ 为第 m ($m = 1, 2, \dots, M$) 个发射阵元的基带信号采样, L 为样本数. 相干处理间隔(Coherent Processing Interval, CPI)内脉冲数为 K ,脉冲重复周期为 T .

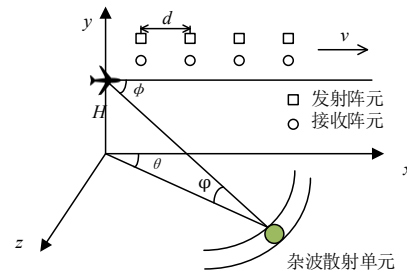


图1 机载MIMO雷达模型

考虑点目标模型,第 k 个脉冲内 MIMO 雷达接收目标信号可表示为

$$\mathbf{y}_{t,k} = \varepsilon_t e^{j2\pi f_{dt} t} \mathbf{b}_t \mathbf{a}_t^T \mathbf{S} \quad (1)$$

其中, ε_t 为回波幅度, $f_{dt} = 2(v \cos \phi + v_0)/\lambda$ 为多普勒频率, $\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_t$ 分别为发射接收导向矢量,即

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t &= [1, \exp(j2\pi f_{st}), \dots, \exp(j2\pi(M-1)f_{st})]^T, \\ \mathbf{b}_t &= [1, \exp(j2\pi f_{st}), \dots, \exp(j2\pi(N-1)f_{st})]^T \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $f_{st} = d \cos \phi / \lambda$ 为归一化空间频率. 基于如下 Kronecker 积性质: $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$, CPI 内目标接收信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \varepsilon_t \mathbf{d}_t \otimes (\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{b}_t) \\ &= \varepsilon_t (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{d}_t \otimes \mathbf{a}_t \otimes \mathbf{b}_t) = \varepsilon_t \mathbf{V} \mathbf{u}_t \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{V} = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N$, $\mathbf{u}_t = \mathbf{d}_t \otimes \mathbf{a}_t \otimes \mathbf{b}_t$ 为目标空时导向矢量, \otimes 为 Kronecker 积. $\mathbf{d}_t = [1, \exp(j2\pi f_{dt}), \dots, \exp(j2\pi(K-1)f_{dt})]^T$ 为多普勒导向矢量, \mathbf{I}_K 为维数为 K 的单位矩阵.

考虑杂波模型,由文献[12]可知,杂波可建模为 N_c 个杂波块叠加,则 CPI 内杂波可表示为

$$\mathbf{y}_c = \sum_{i=1}^{N_c} \varepsilon_{c,i} \mathbf{V} \mathbf{u}_{c,i} \quad (4)$$

其中, $\varepsilon_{c,i}$ 和 $\mathbf{u}_{c,i}$ 分别为杂波块 i 幅度及空时导向矢量,即

$$\mathbf{u}_{c,i} = \mathbf{d}_{c,i} \otimes \mathbf{a}_{c,i} \otimes \mathbf{b}_{c,i} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{a}_{c,i}, \mathbf{b}_{c,i}, \mathbf{d}_{c,i}$ 分别为第 i 个杂波块发射接收及多普勒导向向量, 即

$$\mathbf{a}_{c,i} = [1, \exp(j2\pi f_{sc,i}), \dots, \exp(j2\pi(M-1)f_{sc,i})]^T, \quad (6)$$

$$\mathbf{b}_{c,i} = [1, \exp(j2\pi f_{sc,i}), \dots, \exp(j2\pi(N-1)f_{sc,i})]^T$$

$$\mathbf{d}_{c,i} = [1, \exp(j2\pi f_{dc,i}), \dots, \exp(j2\pi(K-1)f_{dc,i})]^T \quad (7)$$

其中, $f_{sc,i} = d \cos \phi_i / \lambda$ 及 $f_{dc,i} = 2(v \cos \phi_i + v_0)T / \lambda$ 分别为第 i 个杂波块归一化空间频率和多普勒频率.

噪声 \mathbf{y}_n 可建模为均值 $\mathbf{0}$, 协方差矩阵 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 的高斯白噪声^[13]. 基于以上所述, 回波信号可表示如下:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_t + \mathbf{y}_c + \mathbf{y}_n \quad (8)$$

3 问题提出

众所周知, 高斯噪声条件下最大化检测概率等价于最大化输出 SCNR^[14], 基于此, 本节考虑优化 MIMO-STAP 收发空时资源配置以最大化输出 SCNR 从而改善系统检测性能. 对于径向速度为 v_0 的目标, 输出 SCNR 可表示为

$$\text{SCNR}_{\text{out}} = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{y}_t|^2}{E[|\mathbf{w}^H (\mathbf{y}_c + \mathbf{y}_n)|^2]} = \frac{|\mathbf{w}^H (\boldsymbol{\varepsilon}_t \mathbf{V} \mathbf{u}_t)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{c+n} \mathbf{w}} \quad (9)$$

其中, \mathbf{w} 为接收权矢量, \mathbf{R}_{c+n} 为杂波加噪声协方差矩阵.

3.1 恒模约束

为避免非线性效应, 雷达射频放大器通常工作于过饱和状态, 因此所得波形具有恒模特性^[15]. 实际应用中, 恒模信号通常基于相位编码实现, 即 $\mathbf{s}(p) = 1/\sqrt{\text{ML}} e^{j\theta_p}$, $p = 1, 2, \dots, \text{ML}$, θ_p 为 $\mathbf{s}(p)$ 的相位. 由此可得如下改善目标检测性能的恒模信号设计模型:

$$\max_s \frac{|\mathbf{w}^H (\boldsymbol{\varepsilon}_t \mathbf{V} \mathbf{u}_t)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{c+n} \mathbf{w}} \quad \text{s.t.} \quad |\mathbf{s}(p)| = 1/\sqrt{\text{ML}} \quad (10)$$

3.2 阵元脉冲选择模型

定义 \mathbf{A} 为 $M \times K$ 的发射阵元脉冲选择矩阵, $A_{m,k}$ 为矩阵 \mathbf{A} 的第 m 行第 k 列的元素, $A_{m,k} \in \{0, 1\}$, $1 \leq m \leq M$, $1 \leq k \leq K$, 当 $A_{m,k} = 1$ 时, 表示第 m 个阵元发射第 k 个脉冲, 当 $A_{m,k} = 0$ 时, 则为不发射. 定义矢量 \mathbf{z} 为接收阵元选择矢量, z_n 为 \mathbf{z} 的第 n 个元素, $n = 1, \dots, N$. 当 $z_n = 1$ 时, 表示第 n 个阵元被选择, 当 $z_n = 0$ 时, 表示未被选中.

基于此, 可重构目标及杂波空时导向矢量如下:

$$\mathbf{u}_t = [\text{vec}(\mathbf{A}^T) \odot (\mathbf{d}_t \otimes \mathbf{a}_t)] \otimes (\mathbf{z} \odot \mathbf{b}_t) \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_{c,i} = [\text{vec}(\mathbf{A}^T) \odot (\mathbf{d}_{c,i} \otimes \mathbf{a}_{c,i})] \otimes (\mathbf{z} \odot \mathbf{b}_{c,i}) \quad (12)$$

其中, \odot 为 Hadamard 积. 由此, 发射信号、接收权及阵元脉冲选择联合优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{A}, \mathbf{z}, \mathbf{s}, \mathbf{w}} & \frac{\sigma_t^2 |\mathbf{w}^H (\mathbf{V} \mathbf{u}_t)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{c+n} \mathbf{w}} \\ \text{s.t.} & \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(\mathbf{A}) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \{0, 1\} \\ & \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \{0, 1\}, |\mathbf{s}(p)| = 1/\sqrt{\text{ML}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\sigma_t^2 = \|\boldsymbol{\varepsilon}_t\|^2$ 为目标回波功率, $\mathbf{1}$ 为全 1 向量.

由式 (13) 可知, 目标函数为关于优化变量的复杂非线性函数, 且波形恒模约束为非凸^[16], 因而上述问题无法直接采用传统凸优化方法求解.

4 所提 TST-RA 算法

基于交替迭代策略^[17], 本节将所得问题分解为如下相互独立且可高效求解的子问题: 基于 SCA 求解阵元脉冲选择矩阵 \mathbf{A} 以及接收阵元选择矢量 \mathbf{z} ; 基于 SDP 求解波形相关阵 $\mathbf{R}_s = \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T$ 并利用随机化方法获得最终波形 \mathbf{s} ; 基于 MVDR 准则求解权矢量 \mathbf{w} , 重复迭代以上步骤直至输出 SCNR 无明显变化.

4.1 求解选择矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{z} 及权矢量 \mathbf{w}

在本小节的求解中, 首先固定 \mathbf{R}_s .

为获得初始权矢量 \mathbf{w}_0 , 须固定 \mathbf{A} 及 \mathbf{z} , 由此, 式 (13) 可重新表示为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{c+n} \mathbf{w} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \boldsymbol{\varepsilon}_t \mathbf{V} \mathbf{u}_t = C \quad (14)$$

其中 C 为常量. 基于 MVDR 准则求解上述问题^[18], 可得

$$\mathbf{w}_0 = \frac{\mathbf{C} \mathbf{R}_{c+n}^{-1} (\mathbf{V} \mathbf{u}_t)}{(\mathbf{V} \mathbf{u}_t)^H \mathbf{R}_{c+n}^{-1} (\mathbf{V} \mathbf{u}_t)} \quad (15)$$

将所得 \mathbf{w}_0 代入式 (13), 关于 \mathbf{A} , \mathbf{z} 的问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{A}, \mathbf{z}} & (\mathbf{V} \mathbf{u}_t)^H \mathbf{R}_{c+n}^{-1} (\mathbf{V} \mathbf{u}_t) \\ \text{s.t.} & \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(\mathbf{A}) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \{0, 1\} \\ & \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (16)$$

杂波噪声不相关条件下^[19], 杂波噪声协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{c+n} &= E\{\mathbf{y}_{c+n} \mathbf{y}_{c+n}^H\} \\ &= E\left\{ \left(\sum_{i=1}^{N_c} \boldsymbol{\varepsilon}_{c,i} \mathbf{V} \mathbf{u}_{c,i} \right) \left(\sum_{i=1}^{N_c} \boldsymbol{\varepsilon}_{c,i} \mathbf{V} \mathbf{u}_{c,i} \right)^H \right\} + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (17)$$

设 $\boldsymbol{\varepsilon}_{c,i}$ 独立同分布, 且满足均值为 0, 方差为 $\sigma_{c,i}$ 的高斯分布^[19], 则式 (17) 可重新表述为

$$\mathbf{R}_{c+n} = \mathbf{V} \mathbf{U}_c \Xi \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{U}_c = [\mathbf{u}_{c,1}, \mathbf{u}_{c,2}, \dots, \mathbf{u}_{c,N_c}]$, $\Xi = \text{diag}(\sigma_{c,1}^2, \sigma_{c,2}^2, \dots, \sigma_{c,N_c}^2)$.

需要注意, \mathbf{R}_{c+n} 的获取依赖于杂波子空间、特征值及噪声功率, 然而, 工程应用中无法直接获得上述三者确知值, 只能经由文献 [20] 及文献 [21] 中相应估计方法获取其估计值, 因而不可避免存在估计误差, 而估计误差将影响收发空时资源配置, 文献 [19] 及文献 [22] 已对此影响做出详尽表述及仿真. 由于本文着眼于优化收发阵元、接收权、脉冲及波形以改善 MIMO-STAP 检测性能, 因而在此假设 \mathbf{R}_{c+n} 已确知. 将式 (18) 代入式 (16), 可得:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{A}, \mathbf{z}} \sigma_t^2 (\mathbf{V}\mathbf{u}_t)^H (\mathbf{V}\mathbf{U}_c \Xi \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{V}\mathbf{u}_t) \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(\mathbf{A}) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \{0, 1\} \\ & \quad \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (19)$$

设杂波显著强于白噪声^[8], 即 $\text{diag}(\sigma_{c,1}^2, \sigma_{c,2}^2, \dots, \sigma_{c,N_c}^2) \gg \sigma^2$, 则

$$\begin{aligned} & \sigma_t^2 (\mathbf{V}\mathbf{u}_t)^H (\mathbf{V}\mathbf{U}_c \Xi \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{V}\mathbf{u}_t) \\ & = \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} (\mathbf{V}\mathbf{u}_t)^H \left[\mathbf{I} - \mathbf{V}\mathbf{U}_c (\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \right] (\mathbf{V}\mathbf{u}_t) \\ & \approx \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} (\mathbf{V}\mathbf{u}_t)^H \left[\mathbf{I} - \mathbf{V}\mathbf{U}_c (\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \right] (\mathbf{V}\mathbf{u}_t) \\ & = \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \left[\mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c (\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t \right] \end{aligned} \quad (20)$$

其中, 噪声杂波功率比 $\delta = \sigma^2 / \sigma_{c,\text{av}}^2$, $\sigma_{c,\text{av}}^2 = \frac{1}{N_c} \sum_{j=1}^{N_c} \sigma_{c,j}^2$.

$$\text{令 } \mathbf{D} = [\mathbf{V}\mathbf{U}_c, \mathbf{V}\mathbf{u}_t], \mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_c \times N_c} & \mathbf{0}_{N_c \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N_c} & 0 \end{bmatrix}, \text{ 则基于分块}$$

矩阵行列式性质^[23], 可得:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} |\mathbf{D}^H \mathbf{D} + \delta \mathbf{I}_0| & = \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \begin{vmatrix} \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I} & \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c & \mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t \end{vmatrix} \\ & = \text{SCNR}_{\text{out}} |\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}| \end{aligned} \quad (21)$$

由此, 可得:

$$\begin{aligned} \text{SCNR}_{\text{out}} & = \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \left[\mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_t^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c (\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{u}_t \right] \\ & = \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \frac{|\mathbf{D}^H \mathbf{D} + \delta \mathbf{I}_0|}{|\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}|} \end{aligned} \quad (22)$$

将目标函数转化为对数形式^[8], 可得:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{A}, \mathbf{z}, \mathbf{R}} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \left(\log |\mathbf{D}_u^H \mathbf{D}_u + \delta \mathbf{I}_0| - \log |\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}| \right) \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(\mathbf{A}) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \{0, 1\} \\ & \quad \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (23)$$

由式(23)可知, 其约束为二元约束, 不具凸性. 基于此, 可设 $\bar{Z} = \{z_n | 0 \leq z_n \leq 1\}$ 为包含 $\bar{S} = \{z_n\}, z_n \in \{0, 1\}$ 的多面体, 同理, $\bar{Y} = \{A_{m,k} | 0 \leq A_{m,k} \leq 1, m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K\}$ 为包含 $Y = \{A_{m,k}\}, A_{m,k} \in \{0, 1\}$ 的多面体, 则二元约束可松弛为具有凸性的框式约束从而可利用凸优化工具获得高效求解^[6].

固定 \mathbf{A}, \mathbf{w} 求解 \mathbf{z} . 基于以上所述, 关于 \mathbf{z} 的优化问题可表述为:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{z}} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} (-1) [-\log |\mathbf{D}_u^H \mathbf{D}_u + \delta \mathbf{I}_0| - \\ & \quad (-\log |\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}|)] \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \bar{Z} \end{aligned} \quad (24)$$

众所周知, 最大化凹函数等价于最小化凸函数, 基于此, 式(24)可重写如下:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{z}} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} [-\log |\mathbf{D}_u^H \mathbf{D}_u + \delta \mathbf{I}_0| - \\ & \quad (-\log |\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}|)] \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \bar{Z} \end{aligned} \quad (25)$$

与乘子法及可行方向法相比, SCA 具有较好收敛性^[24], 因此本节采用 SCA 求解此问题. SCA 基于一阶泰勒分解迭代逼近 $\log |\mathbf{U}_c^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_c + \delta \mathbf{I}_{N_c \times N_c}|$ 及 $\log |\mathbf{D}_u^H \mathbf{D}_u + \delta \mathbf{I}_0|$ 以获得凸近似. 具体地, 第 $j+1$ 次迭代:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{z})_1 & = \log |\mathbf{U}_{c(j+1)}^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_{c(j+1)} + \delta \mathbf{I}| \\ & \approx \log |\mathbf{U}_{c(j)}^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_{c(j)} + \delta \mathbf{I}| + \nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_1^T (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{(j)}) \\ & = f_1(\mathbf{z}) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} f(\mathbf{z})_2 & = \log |\mathbf{D}_{(j+1)}^H \mathbf{D}_{(j+1)} + \delta \mathbf{I}_0| \\ & \approx \log |\mathbf{D}_{(j)}^H \mathbf{D}_{(j)} + \delta \mathbf{I}_0| + \nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_2^T (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{(j)}) \\ & = f_2(\mathbf{z}) \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_1^T (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{(j)})$ 及 $\nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_2^T (\mathbf{z} - \mathbf{z}^{(j)})$ 分别为 $f(\mathbf{z})_1$ 、 $f(\mathbf{z})_2$ 于 $\mathbf{z}^{(j)}$ 的梯度, 即: $\nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_1 = 2\text{tr}((\mathbf{U}_c^H(\mathbf{z}^{(j)})\mathbf{U}_c(\mathbf{z}^{(j)}) + \delta \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{z}^{(j)})^H \mathbf{d}(\mathbf{z}^{(j)}))$, $\nabla f(\mathbf{z}^{(j)})_2 = 2\text{tr}((\mathbf{D}^H(\mathbf{z}^{(j)})\mathbf{D}(\mathbf{z}^{(j)}) + \delta \mathbf{I}_0)^{-1} (\mathbf{z}^{(j)})^H \mathbf{d}(\mathbf{z}^{(j)}))$.

由此, 上述问题可等价于

$$\min_{\mathbf{z}} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} (f_1(\mathbf{z}) - f_2(\mathbf{z})) \quad \text{s.t. } \mathbf{1}_N^T \mathbf{z} = Q \leq N, z_n \in \bar{Z} \quad (28)$$

此问题为关于 \mathbf{z} 的凸问题, 可基于凸优化工具包获得高效求解^[25].

固定 \mathbf{z}, \mathbf{w} 求解 \mathbf{A} . 关于 \mathbf{A} 的优化问题可表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{A}} \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \left(-\log |\mathbf{D}^H \mathbf{D} + \delta \mathbf{I}_0| - \log |\mathbf{D}_u^H \mathbf{D}_u + \delta \mathbf{I}| \right) \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(\mathbf{A}) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \bar{Y} \end{aligned} \quad (29)$$

类似地, 可采用如前所述 SCA 方法求解, 其中,

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{A}) & = \log |\mathbf{U}_{c(j+1)}^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_{c(j+1)} + \delta \mathbf{I}| \\ & \approx \log |\mathbf{U}_{c(j)}^H \mathbf{V}^H \mathbf{V}\mathbf{U}_{c(j)} + \delta \mathbf{I}| + \nabla f(\mathbf{A}^{(j)})_1^T (\mathbf{A} - \mathbf{A}^{(j)}) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} f_2(\mathbf{A}) & = \log |\mathbf{D}_{(j+1)}^H \mathbf{D}_{(j+1)} + \delta \mathbf{I}_0| \\ & \approx \log |\mathbf{D}_{(j)}^H \mathbf{D}_{(j)} + \delta \mathbf{I}_0| + \nabla f(\mathbf{A}^{(j)})_2^T (\mathbf{A} - \mathbf{A}^{(j)}) \end{aligned} \quad (31)$$

由此, 上述问题可等价于

$$\min_A \frac{\sigma^2}{\sigma^2} (f_1(A) - f_2(A)) \quad (32)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{1}_{\text{MK}}^T \text{vec}(A) = P \leq \text{MK}, A_{m,k} \in \bar{Y}$$

经由上述步骤可得最优阵元脉冲选择矩阵及接收阵元选择矢量 \mathbf{A}^* 、 \mathbf{z}^* ，将其代入式 (15)，可得最优权矢量 \mathbf{w}_{opt} 。

4.2 求解波形相关矩阵 \mathbf{R}_s

本小节的求解，首先固定 $\mathbf{A}, \mathbf{z}, \mathbf{w}$ 。由上述可知， $\mathbf{y}_{t,k} = \varepsilon_t e^{j2\pi k f_a} \mathbf{b}_t \mathbf{a}_t^T \mathbf{S}$ ，令 $\mathbf{y}_t = [\text{vec}^T(\mathbf{y}_{t,1}^T), \dots, \text{vec}^T(\mathbf{y}_{t,K}^T)]^T$ ，其中， $\text{vec}(\mathbf{y}_{t,k}^T) = \varepsilon_t e^{j2\pi(k-1)f_a} (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)(\mathbf{b}_t \otimes \mathbf{a}_t)$ ，则

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \varepsilon_t \mathbf{d}_t \otimes ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)(\mathbf{b}_t \otimes \mathbf{a}_t)) \\ &= \varepsilon_t (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)(\mathbf{d}_t \otimes \mathbf{b}_t \otimes \mathbf{a}_t) \end{aligned} \quad (33)$$

同理，

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_c &= \sum_{i=1}^{N_c} \varepsilon_{c,i} \mathbf{d}_{c,i} \otimes ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)(\mathbf{b}_{c,i} \otimes \mathbf{a}_{c,i})) \\ &= \varepsilon_c (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)(\mathbf{d}_{c,i} \otimes \mathbf{b}_{c,i} \otimes \mathbf{a}_{c,i}) \end{aligned} \quad (34)$$

令 $\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T$ ， $\tilde{\mathbf{U}}_t = \mathbf{d}_t \otimes \mathbf{b}_t \otimes \mathbf{a}_t$ ， $\tilde{\mathbf{U}}_c = \mathbf{d}_c \otimes \mathbf{b}_c \otimes \mathbf{a}_c$ ， $\mathbf{w}_{\text{opt}} = \text{vec}(\mathbf{W})$ ， $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{L \times \text{NK}}$ ，则由 $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ 可得：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}^H \mathbf{w}_{\text{opt}} &= (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{S}^T)^H \mathbf{w}_{\text{opt}} \\ &= (\mathbf{I}_{\text{KN}} \otimes \mathbf{S}^*) \mathbf{w}_{\text{opt}} = \text{vec}(\mathbf{S}^* \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{I}_{\text{KN}}) \\ &= \text{vec}(\mathbf{I}_N \cdot \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{W}) = (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{s}^* \end{aligned} \quad (35)$$

由此可得， $\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{U}}_t = \mathbf{s}^T (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t$ ，则

$$\begin{aligned} |\varepsilon_t \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{U}}_t|^2 &= |\varepsilon_t \mathbf{s}^T (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t|^2 \\ &= \sigma_t^2 \mathbf{s}^T (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t \tilde{\mathbf{U}}_t^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{s}^* \end{aligned} \quad (36)$$

同理，

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{opt}}^H (\mathbf{R}_c + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}_{\text{opt}} \\ = \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 \mathbf{s}^T (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_c \tilde{\mathbf{U}}_c^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{s}^* + \sigma^2 \mathbf{s}^T \mathbf{s}^* \end{aligned} \quad (37)$$

基于 $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$ ，则

$$\begin{aligned} \text{SCNR}_{\text{out}} &= \frac{\text{tr}[\sigma_t^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t \tilde{\mathbf{U}}_t^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T]}{\text{tr}[(\sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_c \tilde{\mathbf{U}}_c^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T]} \\ &= \frac{\text{tr}[\sigma_t^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t \tilde{\mathbf{U}}_t^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{R}_s]}{\text{tr}[(\sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_c \tilde{\mathbf{U}}_c^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{R}_s]} \end{aligned} \quad (38)$$

由此，优化 \mathbf{R}_s 以最大化输出 SCNR 的问题可表示为

$$\max_{\mathbf{R}_s} \frac{\text{tr}[\sigma_t^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t \tilde{\mathbf{U}}_t^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{R}_s]}{\text{tr}[(\sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_c \tilde{\mathbf{U}}_c^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{R}_s]} \quad (39)$$

$$\text{s.t. } |\mathbf{s}(p)| = 1/\sqrt{\text{ML}}, p = 1, 2, \dots, \text{ML}$$

为求解上述非线性问题，可将约束条件松弛为凸约束^[9]，由此可得：

$$\max_{\mathbf{R}_s} \frac{\text{tr}[\mathbf{X}(\mathbf{W}) \mathbf{R}_s]}{\text{tr}[\mathbf{\Gamma}(\mathbf{W}) \mathbf{R}_s]} \quad \text{s.t. } \text{diag}(\mathbf{R}_s) = \mathbf{I}, \mathbf{R}_s \succeq 0 \quad (40)$$

其中，

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(\mathbf{W}) &= \sigma_t^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_t \tilde{\mathbf{U}}_t^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M), \\ \mathbf{\Gamma}(\mathbf{W}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 (\mathbf{W}^* \otimes \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{U}}_c \tilde{\mathbf{U}}_c^H (\mathbf{W}^T \otimes \mathbf{I}_M) + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (41)$$

基于 Charnes-Cooper 变换^[26]，可将此拟凸问题变换为如下 SDP^[9]：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{H}, t} \text{tr}[\mathbf{X}(\mathbf{W}) \mathbf{H}] \\ \text{s.t. } \text{tr}[\mathbf{\Gamma}(\mathbf{W}) \mathbf{H}] = 1, \text{diag}(\mathbf{H}) = t\mathbf{I}, \mathbf{R}_s \succeq 0, t \geq 0 \end{aligned} \quad (42)$$

其中， $\mathbf{H} = t\mathbf{R}_s$ 。类似地，式 (42) 可利用凸优化工具包获得高效求解^[9]。设 (\mathbf{H}^*, t^*) 为式 (42) 的最优解，则 $\mathbf{R}_s^* = \mathbf{H}^*/t^*$ 。为求解 \mathbf{S} ，可采用随机化方法^[27]：生成独立同分布复高斯向量 $\boldsymbol{\eta}_k$ ，其中， $\boldsymbol{\eta}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Z}_0)$ ， $k = 1, \dots, q$ 为随机化次数， $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{R}_s^* \odot [\mathbf{g}\mathbf{g}^H]$ ，其中， $\mathbf{g} = (1/\sqrt{\text{ML}})\mathbf{1}^T$ 。矢量化最优波形 \mathbf{S}^* 可表示为

$$\mathbf{s}^\diamond = \arg \max_{\mathbf{s}_k} \frac{\mathbf{s}_k^H \mathbf{X}(\mathbf{W}) \mathbf{s}_k}{\mathbf{s}_k^H \mathbf{\Gamma}(\mathbf{W}) \mathbf{s}_k} \quad (43)$$

其中，

$$\mathbf{s}_k(i) = \mathbf{g}^* \mu(\boldsymbol{\eta}_k(i)), \mu(\boldsymbol{\eta}_k(i)) = \exp(j \arg(\boldsymbol{\eta}_k(i))), i = 1, \dots, \text{ML}$$

基于以上所述，所提 TST-RA 方法步骤可由算法 1 表示：

算法 1 TST-RA 算法

- (1) 初始化波形 \mathbf{S}_0 ，基于式 (15) 获取 \mathbf{w}_0 ；
- (2) 求解式 (28) 以获得 \mathbf{z} ；
- (3) 求解式 (32) 以获得 \mathbf{A} ；
- (4) 将所得 \mathbf{A} 及 \mathbf{z} 代入式 (15) 以获得 \mathbf{w}_{opt} ；
- (5) 求解式 (42) 和 (43) 以获得 \mathbf{S} ；
- (6) 重复迭代步骤 (1)~(5)，直至输出 SCNR 变化不大，迭代终止条件为 $|\text{SCNR}^{i+1} - \text{SCNR}^i| \leq 10^{-3}$ ， i 为迭代次数。

4.3 收敛性及计算复杂度分析

收敛性分析：第 i 次迭代所得权矢量、选择矩阵及波形记为 $\mathbf{w}^{(i)}, \mathbf{A}^{(i)}, \mathbf{z}^{(i)}, \mathbf{S}^{(i)}$ ，由迭代过程可得：

$$\begin{aligned} \text{SCNR}_{\text{out}}(\mathbf{w}^{(i)}, \mathbf{A}^{(i)}, \mathbf{z}^{(i)}, \mathbf{S}^{(i)}) \\ \leq \text{SCNR}_{\text{out}}(\mathbf{w}^{(i+1)}, \mathbf{A}^{(i)}, \mathbf{z}^{(i)}, \mathbf{S}^{(i)}) \\ \leq \text{SCNR}_{\text{out}}(\mathbf{w}^{(i+1)}, \mathbf{A}^{(i+1)}, \mathbf{z}^{(i+1)}, \mathbf{S}^{(i)}) \\ \leq \text{SCNR}_{\text{out}}(\mathbf{w}^{(i+1)}, \mathbf{A}^{(i+1)}, \mathbf{z}^{(i+1)}, \mathbf{S}^{(i+1)}) \end{aligned} \quad (44)$$

由此可知，输出 SCNR 单调非递减，则 TST-RA 至少收敛至局部最优。

计算复杂度分析：单次迭代中式 (15) 矩阵求逆计算复杂度为 $O(\text{NKL}^3)$ ；式 (28) 及式 (32) 复杂度均为 $O(J(N_c + 1)^3)$ ， J 为迭代次数；SDP 求解计算复杂度为

$O((ML)^{3.5})$; 随机化计算复杂度为 $O(q(ML)^2)$, 其中 q 为随机化次数. 综上所述, TST-RA 计算复杂度为 $O(i_{\text{iter}}((NKL)^3 + J(N_c + 1)^3 + (ML)^{3.5} + q(ML)^2))$, 其中 i_{iter} 为迭代次数.

5 实验仿真及分析

本节通过与不相关波形、枚举法、文献[7]所提迭代 min-max 算法、文献[28]所提波形设计方法、文献[29]所提波形及接收权联合设计方法以及文献[30]所提贪婪子模式算法在以下四个方面对比: 输出 SCNR 改善, 在不同信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR) 及杂噪比 (Clutter to Noise Ratio, CNR) 条件下收发空时资源对输出 SCNR 影响, TST-RA 对改善因子 (Improvement Factor, IF)、输出 SCNR 影响及其收敛性, 以验证所提 TST-RA 方法的有效性. 仿真参数设置如下: $v=100$ m/s, $H=9000$ m, $\theta=20^\circ$, $\varphi=60^\circ$, $\phi=62^\circ$, $M=N=4$, $d=\lambda/2$, $\lambda=0.2021$ m, $f_c=1.484$ GHz, SNR $\in[10$ dB, 50 dB], CNR $\in[10$ dB, 50 dB], $K=4$, $L=32$, $N_c=1000$.

实验 1 验证 TST-RA 所得波形有效性. 图 2(a) 示

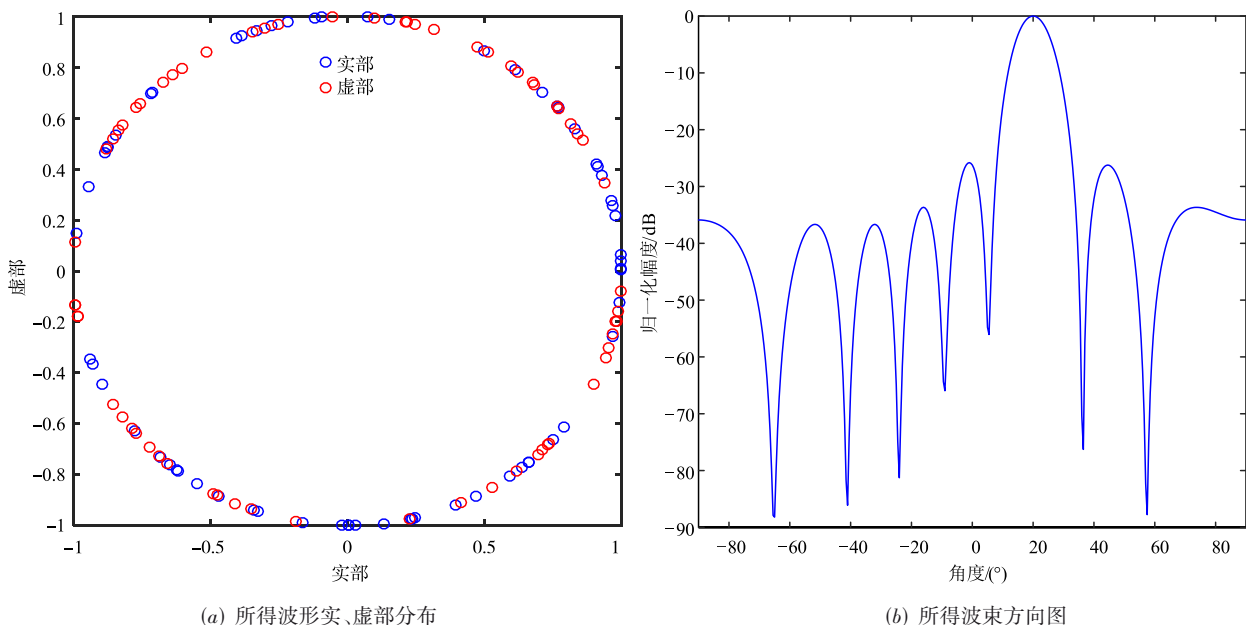


图2 所得波形实、虚部分布及波束方向图

实验 3 验证发射阵元脉冲对输出 SCNR 的影响. $P=10$, $Q=4$ 条件下, 图 3(c)、图 3(d) 示出 TST-RA、枚举法、文献[7]及文献[30]所提方法所得输出 SCNR 随 SNR 或 CNR 变化曲线. 由图 3(c)、图 3(d) 可知, 上述方法所得输出 SCNR 均随着 SNR 升高而升高、CNR 升高而下降; 其次, 枚举法所得输出 SCNR 最高, 此可归因于枚举法在可行域内全域搜索, 因而可获得全局最优解, 然

出所得波形实虚部分布图, 由此图可知, 所设计波形具备恒定包络. 图 2(b) 为 SNR = 20 dB 及 CNR = 20 dB 条件下 TST-RA 所得波束方向图, 由图 2(b) 可知, 波束方向图主瓣位于 $\theta=20^\circ$, 表明 TST-RA 可将发射功率集中于目标区域, 从而可有效提升检测性能.

实验 2 验证所得波形及接收权值对输出 SCNR 的影响. 全维时空条件下, 即: 发射阵元脉冲对选择个数 $P=16$ 、接收阵元选择个数 $Q=4$, TST-RA、不相关波形、文献[28, 29]所提算法所得输出 SCNR 随 SNR 或 CNR 变化曲线如图 3(a)、3(b) 所示. 由图 3(a)、图 3(b) 可知, 上述方法所得输出 SCNR 均随 SNR 升高而升高、CNR 升高而下降; 相较于不相关波形, TST-RA 及文献[28]、文献[29]所提方法具有较高输出 SCNR, 缘于不相关波形无空间指向性, 而其他算法皆存在较强波束指向性; TST-RA 所得输出 SCNR 优于文献[28]之算法, 此可归因于文献[28]所提算法仅考虑波形设计, 未考虑接收权值优化; 此外, TST-RA 与文献[29]算法所得输出 SCNR 差距较小, 缘于文献[29]所提算法增加了波形相似性约束, 然而此约束可使得波形自由度降低进而导致系统性能下降.

其计算复杂度较高; 再次, TST-RA 所得输出 SCNR 优于文献[7]及文献[30]所提方法, 接近于枚举法, 缘于文献[30]所提贪婪子模式算法计算复杂度虽然较低然而易陷入局部最优, 而文献[7]所提基于迭代 min-max 选择算法仅可提升最差情况下输出 SCNR.

实验 4 验证接收阵元对输出 SCNR 的影响. 接收阵元数 $N=10$, $Q=6$, $P=16$ 条件下, 图 3(e)~(f) 示出

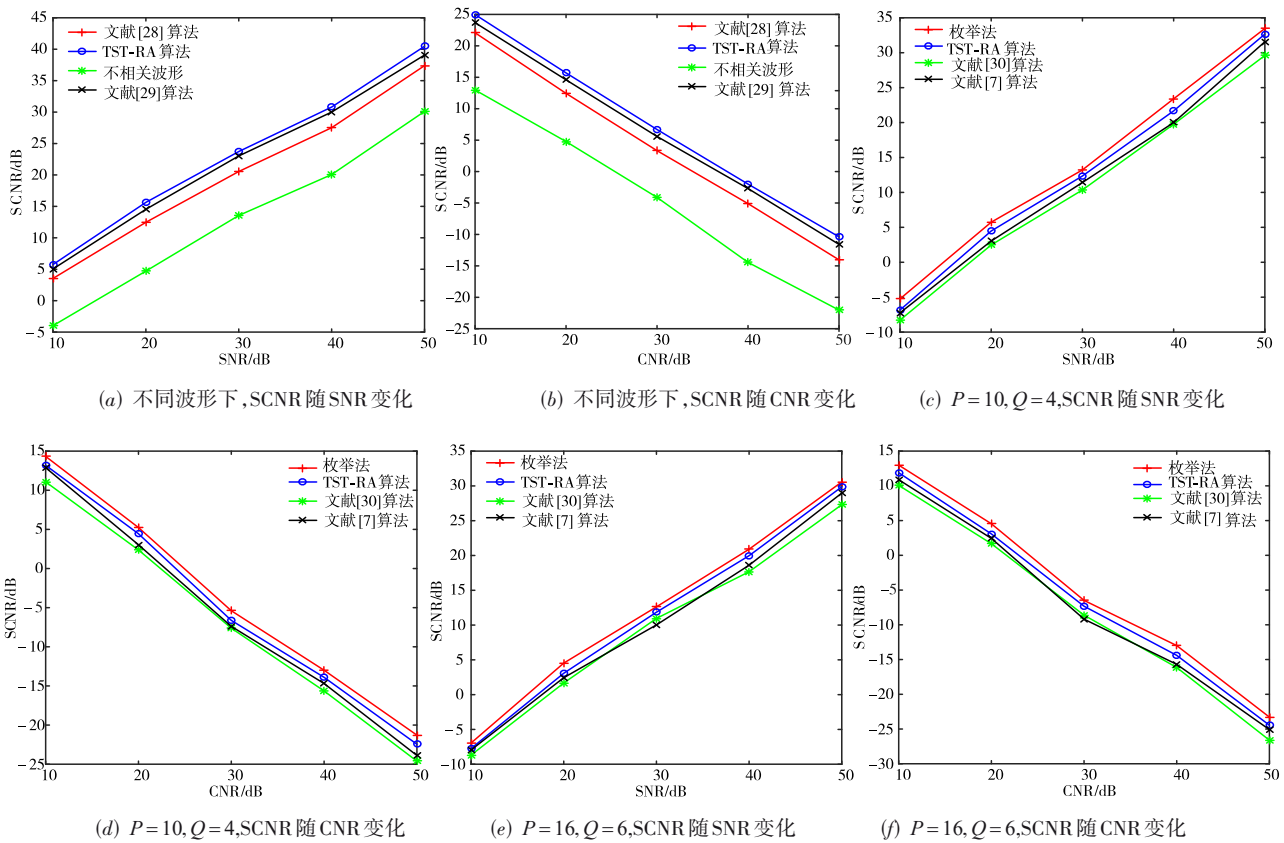


图 3 收发空时资源对输出 SCNR 的影响

TST-RA、枚举法、文献[7],及文献[30]所提算法所得输出 SCNR 随 SNR 或 CNR 变化曲线. 由图 3(e)、图 3(f) 可得出与实验 3 类似结论, 即: TST-RA 可选择合适接收阵元以提升输出 SCNR.

实验 5 验证天线脉冲选择数目对输出 SCNR 影响. SNR = 20 dB 及 CNR = 20 dB 条件下, 图 4(a)、图 4(b) 分别示出 TST-RA、枚举法、文献[7]及文献[30]所提方法所得输出 SCNR 随阵元脉冲对以及接收阵元数变化曲线. 由图 4(a) 可知, 随着阵元脉冲对选取个数增加, 上述方法所

得输出 SCNR 随之提升, 直至 $P=8$ 趋于稳定; 由图 4(b) 可知, $Q=6$ 时输出 SCNR 趋于稳定.

由上述可知, 检测性能非严格限制场景下, 收发阵元及脉冲数目可适当减少以降低硬件成本、计算复杂度以及能量消耗.

实验 6 验证 TST-RA 对输出 SCNR 的影响. $P=10, Q=3(N=4)$ 条件下, 图 5(a)、图 5(b) 示出 TST-RA、枚举法、文献[7]及文献[30]所提方法所得输出 SCNR 随 SNR 或 CNR 变化曲线, 图 6 示出 SNR = 20 dB

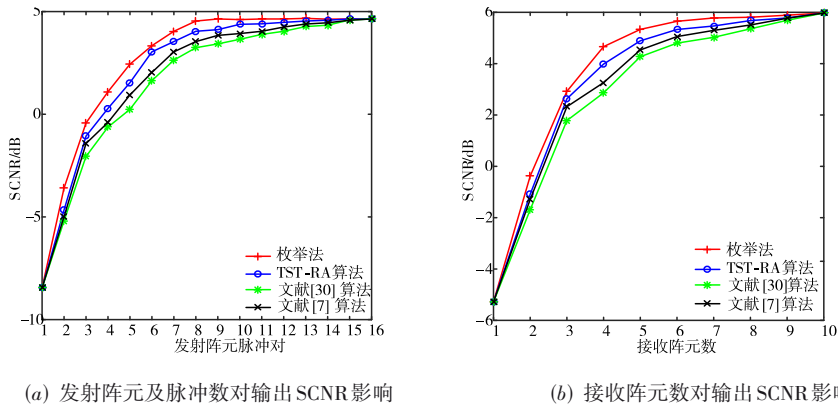


图 4 收发阵元及脉冲对输出 SCNR 影响

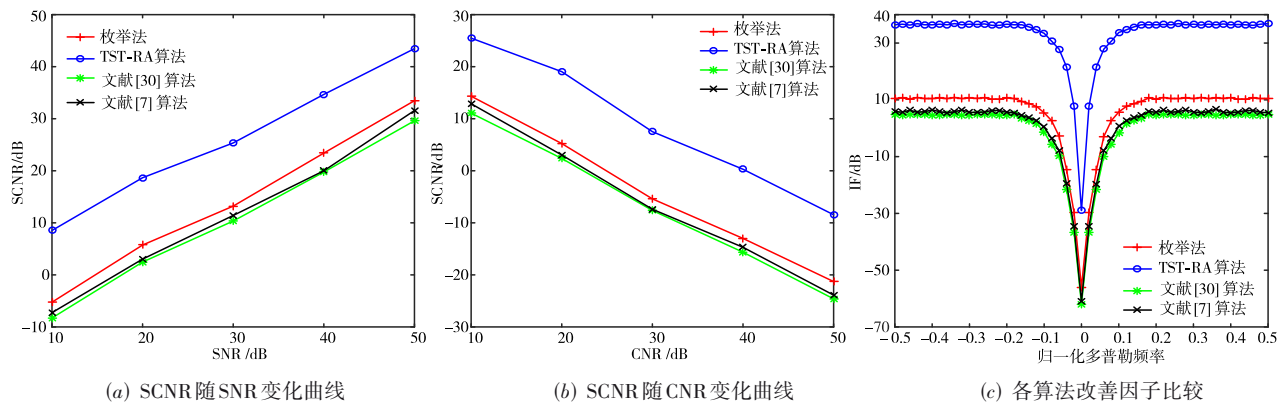


图5 TST-RA对输出SCNR及改善因子的影响

以及 CNR = 20 dB 条件下 TST-RA 所得最优收发阵元及脉冲位置分布. 由图 5(a)、图 5(b) 可知, TST-RA 所得输出 SCNR 优于对比方法, 此可归因于 TST-RA 联合优化收发阵元、发射波形和脉冲以及接收权.

实验 7 验证 TST-RA 对改善因子的影响. $P=10$, $Q=3(N=4)$, SNR = 20 dB 及 CNR = 20 dB 条件下, 图 5(c) 示出 TST-RA、枚举法、文献[7]及文献[30]所提方法所得 IF 随归一化多普勒频率变化曲线. 由图可知, TST-RA 所得 IF 优于对比方法且凹口较窄, 表明 TST-RA 具有较好杂波抑制性能且利于低速目标检测.

实验 8 验证 TST-RA 算法收敛性. 令 $P=10$, $Q=3(N=4)$, SNR = 20 dB 以及 CNR = 20 dB 条件下, 由图 7

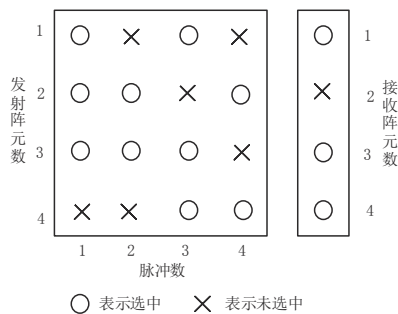


图6 最优收发阵元脉冲位置分布

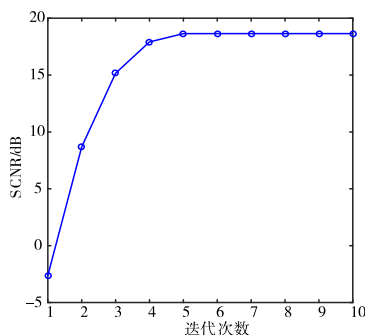


图7 输出 SCNR 随迭代次数变化曲线

可知, 随着迭代次数增加, TST-RA 所得输出 SCNR 变化幅度逐渐减小, 5 次迭代后趋于稳定, 表明 TST-RA 具有较好收敛性.

6 结束语

MIMO 雷达软硬件资源及功率消耗受限场景下, 本文提出一种改善 MIMO-STAP 检测性能的收发空时资源配置方法. 基于最大化输出 SCNR 准则, 首先构建发射波形和脉冲、接收权值以及收发阵元联合设计模型, 而后将所得非线性问题分解为相互独立的子问题, 并基于交替迭代求解策略高效求解各子问题从而获得联合设计问题最优解. 仿真表明, 与不相关波形、现有主流发射波形及接收权联合设计、阵元脉冲联合选择以及收发阵元联合优化方法相比, 检测性能相同条件下, 所提 TST-RA 方法具有较低系统成本及能量消耗.

参考文献

- [1] LI H, ZHOU S, XIE P, et al. Waveform optimization for multiple beam communications under radar constant modulus constraints[C]//2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference(WCNC). Nanjing: IEEE, 2021: 1-6.
- [2] WEN C, PENG J, ZHOU Y, et al. Enhanced three-dimensional joint domain localized STAP for airborne FDA-MIMO radar under dense false-target jamming scenario[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(10): 4154-4166.
- [3] HAMZA S A, AMIN M G. Sparse array design utilizing matrix completion[C]//2019 53rd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Pacific Grove: IEEE, 2019: 1207-1211.
- [4] HAMZA S A, ZHAI W, WANG X, et al. Sparse array transceiver design for enhanced adaptive beamforming in MIMO radar[C]//ICASSP 2021—2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing

- (ICASSP). Toronto: IEEE, 2021: 4410-4414.
- [5] JOSHI S, BOYD S. Sensor selection via convex optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 451-462.
- [6] TOHIDI E, COUTINO M, CHEPURI S P, et al. Sparse antenna and pulse placement for colocated MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(3): 579-593.
- [7] WANG X, ABOUTANIOS E, AMIN M. Reduced-rank STAP for slow-moving target detection by antenna-pulse selection[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2015, 22(8): 1156-1160.
- [8] WANG X, ABOUTANIOS E, AMIN M. Slow radar target detection in heterogeneous clutter using thinned space-time adaptive processing[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2016, 10(4): 726-734.
- [9] TANG B, TANG J. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(18): 4707-4722.
- [10] AUBRY A, MAIO A D, NAGHSH M M. Optimizing radar waveform and doppler filter bank via generalized fractional programming[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1387-1399.
- [11] LI J, LIAO G, HUANG Y, et al. MIMO-STAP based cognitive design of transmitted waveforms and receive filters for clutter suppression[C]//2018 IEEE Radar Conference (RadarConf18). Oklahoma: IEEE, 2018: 1439-1444.
- [12] WANG Y, LIU H, LUO Z. Iterative design of MIMO radar transmit waveforms and receive filter bank[C]//2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Dallas: IEEE, 2010: 2770-2773.
- [13] WANG H, PEI B, WANG Z, et al. Robust waveform optimization for MIMO radar to improve the worst-case detection performance[C]//2014 IEEE Radar Conference. Cincinnati: IEEE, 2014: 1098-1101.
- [14] MAIO A D, NICOLA S D, Huang Y, et al. Code design for radar STAP via optimization theory[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(2): 679-694.
- [15] CHENG Z, HE Z, ZHANG S, et al. Constant modulus waveform design for MIMO radar transmit beam pattern[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(18): 4912-4923.
- [16] CUI G, YU X, CAROTENUTO V, et al. Space-time transmit code and receive filter design for colocated MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(5): 1116-1129.
- [17] STOICA P, SELEN Y. Cyclic minimizers, majorization techniques, and the expectation-maximization algorithm: a refresher[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2004, 21(1): 112-114.
- [18] CAPON J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. IEEE Proceeding, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [19] WANG H. Robust Waveform optimization for MIMO-OFDM-based STAP in the presence of environmental uncertainty[J]. Circuits Syst Signal Processing: 2019, 38(3): 1301-1317.
- [20] STOICA P, LI J, ZHU X, et al. On using a priori knowledge in space-time adaptive processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2598-2602.
- [21] TANG B, TANG J, PENG Y, et al. Estimation of transition range bin in clutter edge for space time adaptive processing[C]//Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar. Chengdu: IEEE, 2011, 688-691.
- [22] WANG X, WANG H, PEI B. Robust waveform design for MIMO-OFDM-STAP with imperfect clutter prior knowledge[C]//2016 International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking (WiSPNET). Chennai: IEEE, 2016: 1849-1852.
- [23] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 271-278.
- ZHANG X D. Matrix Analysis and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 271-278. (in Chinese)
- [24] LI W, ZHANG H, LIANG X. A sequential convex approximation algorithm for portfolio optimization model[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2017, 57(3): 321-326.
- [25] ADVE, RAVIRAJ S. Design of multiple near-orthogonal spectrally-compliant waveforms via alternating successive convex approximations and projections[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(5): 781-788.
- [26] AUBRY A, MAIO A D, PIEZZO M, et al. Cognitive design of the transmitted phase code and receive filter in reverberating environment[C]//2012 International Waveform Diversity & Design Conference(WDD). Kauai: IEEE, 2012: 085-090.
- [27] IMANI S, NAYEBI M M, GHORASHI S A. Transmit signal design in colocated MIMO radar without covariance matrix optimization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(5): 2178-2186.
- [28] WANG H, PEI B, BAI Y. Robust waveform design for

- MIMO-STAP with imperfect clutter prior knowledge[C]//2014 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing(ICSPCC). Guilin: IEEE, 2014: 578-581.
- [29] CUI G, LI H, RANGASWAMY M. Waveform design for MIMO radar with constant modulus and similarity constraints[C]//2014 IEEE Radar Conference. Cincinnati, OH: IEEE, 2014: 0354-0359.
- [30] CONTINO M, CHEPURI S, LEUS G. Near-optimal greedy sensor selection for MVDR beamforming with modular budget constraint[C]//2017 25th European Signal Processing Conference(EUSIPCO). Kos: IEEE, 2017: 1981-1985.

作者简介



王洪雁 男,1979年5月生于河南南阳.2011年毕业于西安电子科技大学获信号与信息处理专业博士学位,现为浙江理工大学信息学院特聘教授、硕士生导师.主要研究方向为阵列信号处理、机器视觉、深度学习等.

E-mail: gglongs@163.com



周贺 男,1995年5月生于河南周口.现为大连大学信息工程学院控制科学与工程专业硕士研究生,主要研究方向为阵列信号处理.

E-mail: 1738561822@qq.com