

Keystone 变换实现方法研究

张 亮^{1,2}, 张翔宇^{3,4}, 王国宏¹

(1. 海军航空大学信息融合研究所, 山东烟台 264001; 2. 中国人民解放军 94326 部队, 山东济南 250000;
3. 海军航空大学航空电子与指挥系, 山东青岛 266041; 4. 中北大学信息与通信工程学院, 山西太原 030023)

摘 要: Keystone 变换(Keystone Transform, KT)是一种经典的雷达目标距离走动校正工具, 现有诸多实现方法中以基于线性调频 Z 变换(Chirp-Z Transform, CZT)和快速傅里叶逆变换(Inverse Fast Fourier Transform, IFFT)的“CZT+IFFT”方法计算量最低. 本文针对“CZT+IFFT”方法存在的频谱混叠问题, 提出修正的“CZT+IFFT”方法, 同时运用时间尺度(Time-Scaling, TS)和尺度估计(Scale-Estimation, SE)概念, 进一步提出 2 种梅林域的 KT 实现方法. 仿真试验验证了分析结论的正确性和所提方法的有效性.

关键词: 雷达; Keystone 变换; 相参积累; 梅林变换; 线性调频 Z 变换; 时间尺度; 尺度估计

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2022)05-1218-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210464

Research on Keystone Transform Implementation Methods

ZHANG Liang^{1,2}, ZHANG Xiang-yu^{3,4}, WANG Guo-hong¹

(1. Institute of Information Fusion, Naval Aviation University, Yantai, Shandong 264001, China;

2. Unit 94326 of PLA, Jinan, Shandong 250000, China;

3. Department of Avionics Engineering and Command, Naval Aviation University, Qingdao, Shandong 266041, China;

4. College of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030023, China)

Abstract: Keystone transform(KT) is a classical target range migration correction method in radar. Among the existing implementation methods, the method based on the chirp-z transform(CZT) and inverse fast fourier transform(IFTT) has the lowest amount of calculation. Aiming at the spectrum aliasing problem in the above “CZT+IFTT” method, this paper proposes a modified “CZT+IFTT” method. At the same time, applying the concepts of time-scaling(TS) and scale-estimation(SE), the other two KT implementation methods in mellin transform(MT) domain are further proposed. Simulation results verify the correctness of analysis conclusion and the effectiveness of proposed methods.

Key words: radar; Keystone transform; coherent integration; Mellin transform; chirp-z transform; time-scaling; scale-estimation

1 引言

现代雷达多使用大时宽带宽信号, 以同时获得高距离分辨率和远作用距离, 带宽的增大意味着采样频率的提升, 提升采样频率利于改善信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR), 但也给雷达信号处理带来目标距离走动校正难题^[1-4], 特别是目标处于高速机动或雷达工作于长时间积累模式时. 雷达相参积累中, 通常利用 Keystone 变换^[5](Keystone Transform, KT)消除目标距离走动. KT 核心思想是构造虚拟慢时间, 去除快时间

频率与慢时间耦合关系, 当目标存在速度模糊时, 还需估计模糊数进行相位补偿, 上述过程针对目标仅存在径向速度的情况, 当目标存在加速度、加加速度等高阶项时, 涉及高阶 KT^[6,7], 核心思想相同. 围绕 KT 去耦合问题, 文献[8]最早提出利用辛格插值实现, 但该方法计算复杂度较高. 文献[9]提出基于时间尺度(Time-Scaling, TS)的 KT 去耦合方法, 文中称其为 scaling 原理, 该方法数值计算中为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合, 需要进行 2 次 chirp 乘积、2 次 chirp 卷积, 计算

收稿日期: 2021-04-12; 修回日期: 2021-11-25; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金(No.61731023); 山东省自然科学基金(No.ZR2020QF071, No.ZR2020MF015); 博士后科学基金(No. 2021M693003); 泰山学者攀登计划专项经费资助

量同样较大. 针对该问题, 文献[10]联合 Chirp-Z 变换 (Chirp-Z Transform, CZT) 和快速傅里叶逆变换 (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT), 提出“CZT+IFFT”去耦合方法, 该方法为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合, 仅需要 2 次 chirp 乘积、1 次 chirp 卷积和 1 次 IFFT, 由于 1 次 chirp 卷积需要进行 2 次快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 和 1 次 IFFT, 因此计算量低于文献[9]方法, 但文中仅给出了方法步骤, 未提供充足的理论解释和应用条件分析. 除上述方法外, 还有基于离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 和 IFFT 的“DFT+IFFT”方法, 文献[11]从工程实现的角度论证得出“DFT+IFFT”方法与文献[10]方法实现过程相同. 傅里叶变换作为一种经典的积分变换, 以其为纽带揭露了自然界除时间外的另一个基本物理量, 频率. 科恩认为“尺度是一种像频率一样的物理属性”, 而链接时间与尺度的纽带为梅林变换 (Mellin Transform, MT) 的特例尺度变换^[12] (Scale Transform, ST). ST 具备尺度不变性, 该特点可用于计算回波快时间频率单元信号尺度版本, 实现 KT 去耦合.

针对上述问题, 本文运用时间尺度和尺度估计 (Scale-Estimation, SE) 两个基本概念, 提出 3 种 KT 实现方法, 其中, 第 1 种方法是对现有“CZT+IFFT”方法的修正, 另外 2 种方法均利用梅林变换实现, 区别在于不同的实现思路.

2 Keystone 变换

2.1 基本原理

设窄带雷达载频为 f_0 , 发射线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 脉冲信号, 脉宽 T_p 、带宽 B 、调频斜率为 $\rho = B/T_p$, 雷达探测范围内 1 个点目标向站飞行, 初始距离 R_0 、径向速度 v_t . 设目标反射系数为 1, 雷达接收射频目标回波为:

$$s_{r0}(t, t_m) = \text{rect}\left(\frac{t - \tau_m}{T_p}\right) e^{i2\pi f_0(t - \tau_m)} e^{i\pi\rho(t - \tau_m)^2} \quad (1)$$

式中: t 为快时间, $t_m = mT_r$ 为慢时间, $\text{rect}[\cdot]$ 为矩形窗函数, $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$, M 为相参积累个数, T_r 为脉冲重复周期, $\tau_m = 2R(t_m)/c$ 为回波时延, $R(t_m) = R_0 - v_t t_m$ 为目标与雷达径向距离函数, c 为光速. 回波下变频得到:

$$s_r(t, t_m) = \text{rect}\left(\frac{t - \tau_m}{T_p}\right) e^{-i2\pi f_0 \tau_m} e^{i\pi\rho(t - \tau_m)^2} \quad (2)$$

沿快时间进行脉冲压缩, 得到:

$$y_s(t, t_m) = T_p \text{sinc}\left[\pi B(t - \tau_m)\right] e^{-i2\pi f_0 \tau_m} \quad (3)$$

式中: $\text{sinc}[\cdot]$ 为未归一化的辛格函数. 当 τ_m 大于雷达 1 个距离单元对应时延, 目标将出现距离走动. 为校正距离走动, 对脉压后回波沿快时间做傅里叶变换, 得到:

$$y_s(f, t_m) = \left[\frac{1}{\rho} \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{-i2\pi \frac{2R_0}{c}(f + f_0)}\right] e^{i2\pi \left(\frac{f + f_0}{f_0} \frac{2v_t}{\lambda}\right) t_m} \quad (4)$$

式中: f 为快时间频率, 与慢时间耦合. 构造虚拟慢时间^[8-10], 即 $t_{om} = \left[(f + f_0)/f_0\right] t_m$, 带入式(4):

$$y_s(f, t_{om}) = \left[\frac{1}{\rho} \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{-i2\pi \frac{2R_0}{c}(f + f_0)}\right] e^{i2\pi \left(\frac{2v_t}{\lambda}\right) t_{om}} \quad (5)$$

沿快时间频率做逆傅里叶变换, 得到:

$$y_s(t, t_{om}) = e^{-i2\pi \frac{2R_0}{\lambda} T_p} \text{sinc}\left[\pi B(t - 2R_0/c)\right] e^{i2\pi \left(\frac{2v_t}{\lambda}\right) t_{om}} \quad (6)$$

对比式(3)可知, 目标距离走动被校正, 沿 t_{om} 做 FFT 可实现相参积累, 上述过程适用目标径向速度不模糊情况, 当目标存在速度模糊时, 还需对式(4)补偿模糊数, 再构造虚拟慢时间去耦合.

2.2 典型实现方法

现有 KT 实现方法中, “CZT+IFFT”方法计算量最低. 该方法最早由文献[10]提出, 文中给出了操作步骤, 但未提供充足的理论解释. 设离散序列 $x(n)$ 长度为 N , $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 其 CZT 为:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) (AW^{-k})^{-n} \quad (7)$$

式中: $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$, K 为 Z 平面频谱采样点数, A 为起始抽样点, W 为一个与伸展率和抽样点角度差有关的复标量. “CZT+IFFT”方法要求 $K=N$ 、 $A=1$ 、 $W = \exp(-i2\pi\gamma/N)$, γ 为 CZT 比例系数, 式(7)可简化为:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i(2\pi\gamma/N)nk} \quad (8)$$

“CZT+IFFT”方法中的 IFFT 为 IDFT 快速算法, 计算式(8)的 IDFT, 得到:

$$\tilde{x}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{r=1}^{N-1} x(r) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-i\frac{2\pi}{N}k(\gamma r - n)} \right] \quad (9)$$

由于:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-i\frac{2\pi}{N}k(\gamma r - n)} = \begin{cases} 1, & r = (n + RN)/\gamma, R \in \mathbf{Z} \\ 0, & r \neq (n + RN)/\gamma, R \in \mathbf{Z} \end{cases} \quad (10)$$

得到:

$$\tilde{x}(n) = \text{CT}[x(n)] = x(n/\gamma) \quad (11)$$

式中: $\tilde{x}(n)$ 即为离散序列 $x(n)$ 经“CZT+IFFT”处理后的结果, $\text{CT}[\cdot]$ 为“CZT+IFFT”操作表示符号. 由于数字信号处理中, 离散序列 $x(n)$ 中的 n 代表数值序号, 当 n/γ 为大于 1 的整数时, 式(11)可理解为 $\tilde{x}(n)$ 的第 n 个值与 $x(n)$ 的第 n/γ 值相同, 当 n/γ 为其他值时, 式(11)在数字信号处理中没有定义. 假设 m/γ 存在定义, 令比例因子 $\gamma = (f + f_0)/f_0$, 取式(4)慢时间部分, 容易得到:

$$\text{CT} \left[e^{i2\pi \left(\frac{f+f_0}{f_0} \frac{2v_1}{\lambda} \right) m} \right] = e^{i2\pi \left(\frac{2v_1}{\lambda} \right) m} \quad (12)$$

式(12)即为“CZT+IFFT”方法基本原理. 该方法在数值计算中并不完美, 因为 CZT 是一种特殊的 Z 变换, 式(8)可理解为计算 $x(n)$ 在单位圆上的 N 点频谱采样值, 间隔为 $2\pi\gamma/N$. 当 $\gamma < 1$ 时, 采样区间位于单位圆内, 如果式(12)中的频点 $(2v_1/\lambda) \cdot (f+f_0)/f_0$ 位于采样区间外, 计算 CZT 会导致频点丢失, 后续的 IFFT 自然也没有意义; 当 $\gamma > 1$ 时, 采样区间超出单位圆, 出现了频率混叠. 为避免频率混叠应调整 Z 平面采样点数, 取:

$$K = \text{fix}(N/\gamma) \quad (13)$$

式中: $\text{fix}[\cdot]$ 表示向零取整, 然后在 $X(k)$ 后补零, 补零长度为 $N-K$, 再计算 IFFT, 本文将其命名为修正的“CZT+IFFT”方法. 需要注意的是, 该方法同样无法解决可能的频点丢失问题, 由于减少了 Z 平面采样点数 ($\gamma > 1$), 受噪声影响会相应增大. 另外, 至于何种情况下会发生频点丢失问题, 具体与目标不模糊多普勒频率和 $(f+f_0)/f_0$ 数值有关. 由于目标不模糊多普勒频率通常是未知的, 因此 $(f+f_0)/f_0$ 数值越小, CZT 采样区间也越小, 发生频点丢失的概率也越大.

3 Keystone 变换实现思路

时间尺度(TS)与尺度估计(SE)是关于尺度的 2 个基本概念, 文献[9]最早将 TS 引入 KT(文中称其为 scaling 原理), 本节进一步引入 SE, 给出 2 种 KT 实现思路.

3.1 时间尺度与尺度估计

所谓 TS^[12], 即连续信号 $x(t)$ 到 $y(t)$ 的映射过程, 可表示为:

$$y(t) = \text{TS}_\alpha[x(t)] = \sqrt{\alpha} x(\alpha t) \quad (14)$$

式中: $\text{TS}_\alpha[\cdot]$ 为 TS 表示符号, $\alpha \in \mathbf{R}^+$ 为尺度因子自变量, $\sqrt{\alpha}$ 是为保持 TS 前后信号能量相同, 即:

$$\int_0^\infty |x(t)|^2 dt = \int_0^\infty |y(t)|^2 dt \quad (15)$$

式(14)可理解为利用 TS 操作, 对原始信号进行拉伸或者压缩, 以获得原始信号尺度版本, 具体拉伸或者压缩程度由尺度因子决定. 很明显, 当 $0 < \alpha < 1$ 时, TS 后的信号时域扩张, 当 $\alpha > 1$ 时时域收缩. 设连续信号 $z(t) = \text{TS}_{\alpha_1}[x(t)]$, α_1 为尺度因子确定值. 所谓 SE, 即 $z(t)$ 、 $x(t)$ 已知时对 α_1 的估计, 可表示为:

$$\hat{\alpha}_1 = \arg \max_{\alpha} |\Phi_{zx}(\alpha)| \quad (16)$$

式中: $\hat{\alpha}_1$ 为 α_1 的估计值, $\Phi_{zx}(\alpha)$ 为 $z(t)$ 与 $x(t)$ 的尺度互相关函数^[13], 即:

$$\Phi_{zx}(\alpha) = z(t) \diamond x(t) = \int_0^\infty z(t) x^*(\alpha t) dt \quad (17)$$

式中: \diamond 为尺度互相关符号, $*$ 为共轭转置符号. 与时域互相关、频域互相关不同, $\Phi_{zx}(\alpha)$ 自变量为尺度因子, 最大值对应的尺度因子即为尺度因子估计. 从两个特例分析 TS 对信号影响, 设 $x_1(t)$ 为单频信号、 $x_2(t)$ 为线性调频信号, 复数形式为:

$$x_1(t) = \text{rect}(t/T) e^{i2\pi\eta t} \quad (18)$$

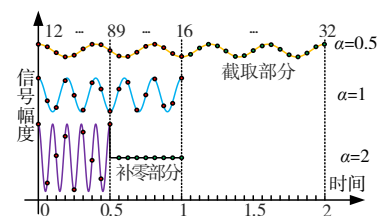
$$x_2(t) = \text{rect}(t/T) e^{i\pi\mu t^2} \quad (19)$$

式中: η 为 $x_1(t)$ 频率, μ 为 $x_2(t)$ 调频斜率, T 为时宽. 易知:

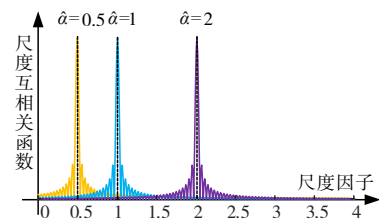
$$\text{TS}_\alpha[x_1(t)] = y_1(t) = \sqrt{\alpha} \text{rect}[t/(T/\alpha)] e^{i2\pi(\alpha\eta)t} \quad (20)$$

$$\text{TS}_\alpha[x_2(t)] = y_2(t) = \sqrt{\alpha} \text{rect}[t/(T/\alpha)] e^{i\pi(\alpha^2\mu)t^2} \quad (21)$$

式中: $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 分别为 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 时间尺度后的信号. 对连续信号做时间尺度, 会改变信号幅度、时宽、频率(单频信号)和带宽(LFM 信号). 对于幅度的变化, 离散化处理中如果要求 TS 前后幅度相同, 需对 TS 后信号进行幅度调整; 对于时宽的变化, 如果要求采样点数相同, 需对 TS 后信号补零 ($\alpha > 1$) 或截取 ($\alpha < 1$); 对于频率和带宽的增大 ($\alpha > 1$), 为满足采样定理, 应提高采样频率避免混叠. 为直观显示, 图 1 以时宽为 1s 的余弦信号为例, 给出了尺度因子为 0.5、2 时的时间尺度和尺度估计示意图.



(a) 时间尺度



(b) 尺度估计

图1 时间尺度与尺度估计示意图

3.2 两种实现思路

取式(4)和式(5)慢时间部分, 得到去耦前后回波慢时间信号分别为:

$$x(f, t_m) = e^{i2\pi\left(\frac{f+f_0}{f_0} \frac{2v_t}{\lambda}\right)t_m} \quad (22)$$

$$y_1(t_m) = e^{i2\pi\left(\frac{2v_t}{\lambda}\right)t_m} \quad (23)$$

设 $x(f, t_m)$ 、 $y_1(t_m)$ 为连续信号, 易知 $y_1(t_m)$ 为 $x(f, t_m)$ 的时间尺度, 尺度因子为 $f_0/(f+f_0)$, 然后再调整幅度, 具体可表示为:

$$y_1(t_m) = \text{TS}_\alpha[x(f, t_m)] / \sqrt{\alpha}, \alpha = f_0/(f+f_0) \quad (24)$$

当目标速度不模糊时, 利用式(24)去耦合是合理的. 当目标存在速度模糊时, 将式(22)表示为:

$$x(f, t_m) = e^{i2\pi\left(\frac{f+f_0}{f_0} f_d\right)t_m} e^{i2\pi\left(\frac{f+f_0}{f_0} Ff_r\right)t_m} \quad (25)$$

式中: f_d 为目标不模糊多普勒频率, F 为模糊数. 去耦后的慢时间信号为:

$$y_2(t_m) = e^{i2\pi f_d t_m} \quad (26)$$

为实现 KT 去耦合, 对 $x(f, t_m)$ 进行模糊数补偿 (Fuzzy-number Compensation, FC), 得到:

$$\tilde{x}(f, t_m) = x(f, t_m) e^{-i2\pi\left(\frac{f+f_0}{f_0} Ff_r\right)t_m} = e^{i2\pi\left(\frac{f+f_0}{f_0} f_d\right)t_m} \quad (27)$$

再进行时间尺度、调整幅度, 具体可表示为:

$$y_2(t_m) = \text{TS}_\alpha[\tilde{x}(f, t_m)] / \sqrt{\alpha}, \alpha = f_0/(f+f_0) \quad (28)$$

式(28)即为 KT 的第 1 种实现思路, 将其命名为“FCTS”, 该思路最早由文献[9]提出, 文中的 TS 环节利用两个级联的 chirp 滤波器实现. 当目标存在速度模糊时, “FCTS”思路面临模糊数搜索问题, 传统方法是设定搜索区间, 根据目标最大峰值确定模糊数, 搜索区间的扩大会导致运算量成倍增加, 针对该问题, 文献[14]在文献[10]基础上, 通过调整 CZT 起始抽样点, 降低了搜索运算量. 在此产生 1 个疑问, 是否存在无需模糊数补偿的 KT 实现思路, 重写式(25):

$$x(f, t_m) = e^{i2\pi\left[\frac{f+f_0}{f_0}(f_d+Ff_r)\right]t_m} \quad (29)$$

进一步表示为:

$$x(f, t_m) = e^{i2\pi[\tilde{f}_d+\tilde{F}f_r]t_m} \quad (30)$$

$$\tilde{F} = \text{fix}\left[\left(f_d+Ff_r\right)\left(f+f_0\right)/f_0/f_r\right] \quad (31)$$

$$\tilde{f}_d = f_d + \left(f_d+Ff_r\right)ff_0 + \left(F-\tilde{F}\right)f_r \quad (32)$$

式中: \tilde{F} 、 \tilde{f}_d 分别为目标模糊数函数和不模糊多普勒频率函数, 由于雷达慢时间采样频率为 f_r , 且 \tilde{F} 为正整数, 对 $x(f, t_m)$ 慢时间采样后的信号为:

$$\tilde{x}(f, t_m) = e^{i2\pi\tilde{f}_d t_m} \quad (33)$$

式中: $\tilde{x}(f, t_m)$ 为 $x(f, t_m)$ 慢时间采样后的信号, 易知 $\tilde{x}(0, t_m) = e^{i2\pi\tilde{f}_d t_m}$. 很明显, 以 $\tilde{x}(0, t_m)$ 为模板信号, 对 $\tilde{x}(f, t_m)$, $f \neq 0$ 进行尺度估计, 得到尺度因子 $\hat{\alpha}(f)$, 然后再以 $1/\hat{\alpha}(f)$ 为尺度因子, 通过 TS 将 $\tilde{x}(f, t_m)$, $f \neq 0$ 全部映射成 $\tilde{x}(0, t_m)$, 可消除快时间频率与慢时间耦合关系. 基于上述分析, 给出第 2 种 KT 实现思路, 将其命名为“SETS”, 该方法实质是将模糊数搜索问题转化为尺度估计问题, 由于省略了模糊数搜索环节, 无法得到目标真实多普勒频率, 仅能得到不模糊多普勒频率.

4 Keystone 变换的梅林域实现方法

为得到高效的 KT, 需要解决 TS、SE 快速实现问题. 实际上, TS 实现方法有很多种, 文献[8~10]中的辛格插值、级联 chirp 滤波等方法均可纳入 TS 实现方法范畴, 不同于上述方法, 本文利用梅林变换解决 TS 和 SE 快速实现问题.

4.1 梅林与尺度变换

梅林变换 (MT) 是一种积分变换, 其出现时间较傅里叶变换要晚的多, 近年来随着 MT 理论的深入研究, 已应用于目标识别^[15]、尺度不变系统设计^[16]等领域, 广义 MT 表示式为:

$$M\{f(t); s\} \stackrel{\Delta}{=} F(s) = \int_0^\infty f(t) t^{s-1} dt \quad (34)$$

式中: $M\{\cdot\}$ 为 MT 表示符号, $F(s)$ 为信号 $f(t)$ 的 MT, 自变量 $s = \beta - i\zeta$ 为复数. 当 $\beta = 0.5$ 时, MT 即为科恩提出的尺度变换^[12]. ST 表示式为:

$$S\{f(t); \zeta\} = D_f(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty f(t) t^{-i\zeta-0.5} dt \quad (35)$$

式中: $S\{\cdot\}$ 为 ST 表示符号, $D_f(\zeta)$ 为信号 $f(t)$ 的 ST, ζ 为尺度, 对应傅里叶变换中的频率. 令 $t = e^u$, 带入式(35), 得到:

$$D_f(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty [f(e^u) \sqrt{e^u}] e^{-i\zeta u} du \quad (36)$$

$D_f(\zeta)$ 为 $f(e^u) \sqrt{e^u}$ 的傅里叶变换, 可利用 FFT 实现^[17], 即快速尺度变换 (Fast Scale Transform, FST). 逆尺度变换 (Inverse Scale Transform, IST):

$$S^{-1}\{D_f(\zeta); t\} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty D_f(\zeta) t^{i\zeta-0.5} d\zeta \quad (37)$$

式中: $S^{-1}\{\cdot\}$ 为 IST 表示符号, 易知:

$$S^{-1}\{D_f(\zeta); t\} = f(t) = e^{-0.5 \ln t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty D_f(\zeta) e^{i \ln \zeta} d\zeta \quad (38)$$

IST 可利用 IFFT 快速实现, 即快速逆尺度变换 (In-

verse Fast Scale Transform, IFST). FST 数值计算中要求对连续信号 $f(t)$ 进行指数采样, 对于现实的等间隔离散数据需要插值重采样, 根据指数采样理论^[18], 重采样信号长度应不小于 $N \ln N$, N 为原始信号等间隔采样点数, 结合 FFT 操作可知 FST 计算复杂度为 $O[(N \ln N) \log_2(N \ln N)]$, 总共需要的复乘次数为 $N \ln N + 0.5(N \ln N) \log_2(N \ln N)$, IFST 计算过程与 FST 相反, 先计算 IFFT 再进行对数采样, 计算量与 FST 相同.

4.2 TS 与 SE 快速实现

设信号 $z(t) = \text{TS}_{\alpha_1}[x(t)]$, 为解决 TS 快速实现问题, 引用 ST 尺度不变性, 即:

$$D_z(\zeta) = e^{i\zeta \ln \alpha_1} D_x(\zeta) \quad (39)$$

式中: $D_x(\zeta)$ 、 $D_z(\zeta)$ 分别为 $x(t)$ 、 $z(t)$ 的 ST, 两者包络相同、相位不同. 计算式(39)的 IST, 容易得到:

$$z(t) = S^{-1}\{e^{i\zeta \ln \alpha_1} D_x(\zeta); t\} \quad (40)$$

利用上式可得 $x(t)$ 在某一尺度因子下的 TS 后信号. SE 同样利用 ST 快速实现^[13]:

$$\hat{\alpha}_1 = \arg \max_{\alpha} |S^{-1}\{D_z(\zeta) D_x^*(\zeta); \alpha\}| \quad (41)$$

尺度互相关函数实现形式与脉冲压缩(时域互相关)快速实现相似, 区别在于脉冲压缩是利用 FFT、IFFT 在频域实现, 而尺度互相关函数是利用 FST、IFST 在尺度域实现. 需要注意的是, 式(37) $S^{-1}\{\cdot\}$ 内的自变量为时间 t , 式(41)中为尺度因子 α , 两者物理意义不同. 式(40)可知, 利用 ST 实现 TS 需要进行 1 次 FST、1 次复数点乘和 1 次 IFST, 总共需要进行的复乘次数为 $3N \ln N + (N \ln N) \log_2(N \ln N)$, 式(41)可知, 计算尺度互相关函数需要进行 2 次 FST、1 次复数点乘和 1 次 IFST, 总共需要复乘次数为 $4N \ln N + 1.5(N \ln N) \log_2(N \ln N)$, 计算复杂度相同.

4.3 计算复杂度分析

为方便描述, 采取“KT-实现思路-使用工具”方式, 将现有 3 种实现方法和所提 3 种方法, 依次命名为 KT-FCTS-SINC^[8]、KT-FCTS-Chirp^[9]、KT-FCTS-CZT^[10]、KT-FCTS-MCZT、KT-FCTS-MT 和 KT-SETS-MT. 设目标模糊数为 F , 回波信号经下变频、脉冲压缩、快时间 FFT 得到 $M \times P$ 的二维矩阵, M 为相参积累个数, P 为快时间频率点数, 偶数, 利用上述方法对 P 个快时间频率单元回波进行去耦合处理, 分析算法计算复杂度.

首先, 分析现有 3 种方法计算复杂度. KT-FCTS-SINC 方法, 为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合需要进行 M^2 次复乘, 结合模糊数补偿环节可知, 该方法总共需要 $FP(M+M^2)$ 次复乘运算, 计算复杂度为

$O[FP M^2]$; KT-FCTS-Chirp 方法, 为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合需要进行 2 次 chirp 乘积、2 次 chirp 卷积, 需要的复乘次数为 $FP(5M+3M \log_2 M)$, 计算复杂度为 $O[FP M \log_2 M]$; KT-FCTS-CZT 方法, 为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合, 需要 2 次 chirp 乘积、1 次 chirp 卷积和 1 次 IFFT, 计算复杂度为 $O[FP M \log_2 M]$, 总共需要的复乘次数为 $FP(4M+2M \log_2 M)$.

其次, 分析所提 KT-FCTS-MCZT 方法计算复杂度. 该方法在计算 1 个快时间频率单元回波 CZT 时, 区分 CZT 比例系数 $\gamma \leq 1$ 、 $\gamma > 1$ 两种情况, 当 $\gamma \leq 1$ 时, 需要进行 $4M+2M \log_2 M$ 次复乘运算, 当 $\gamma > 1$ 时, 需要进行 $M+3K+1.5K \log_2 K+0.5M \log_2 M$ 次复乘运算, $K = \text{fix}(M/\gamma)$ 为 CZT 采样点数, 因此该方法总共需要的复乘次数为:

$$\begin{aligned} \text{Num} = & F \sum_{i=P/2+1}^P (M+3K_i+1.5K_i \log_2 K_i+0.5M \log_2 M) \\ & + F \sum_{i=1}^{P/2} (4M+2M \log_2 M) < FP(4M+2M \log_2 M) \end{aligned} \quad (42)$$

式中: $K_i = \text{fix}(M/\gamma_i)$ 为第 i 个快时间频率单元回波 CZT 采样点数, $\gamma_i > 1$ 为对应的 CZT 比例系数. 上式可知, KT-FCTS-MCZT 方法计算复杂度与 KT-FCTS-CZT 相同, 但需要的复乘次数更少.

然后, 分析所提 KT-FCTS-MT 方法计算复杂度. 该方法为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合需要进行 1 次 FST、1 次复数点乘和 1 次 IFST, 复乘次数为 $(M \ln M) \log_2(M \ln M)+3M \ln M$, 结合模糊数补偿环节可知, 该方法总共需要的复乘次数为 $FP(M+3M \ln M+(M \ln M) \log_2(M \ln M))$, 计算复杂度为 $O[FP(M \ln M) \log_2(M \ln M)]$.

最后, 分析所提 KT-SETS-MT 方法计算复杂度. 该方法为实现 1 个快时间频率单元回波去耦合, 需要进行 3 次 FST、2 次复数点乘和 2 次 IFST, 复乘次数为 $7M \ln M+2.5(M \ln M) \log_2(M \ln M)$, 由于无需模糊数补偿, 该方法总共需要的复乘次数为

$(P-1)(7M \ln M+2.5(M \ln M) \log_2(M \ln M))$, 计算复杂度为 $O[P(M \ln M) \log_2(M \ln M)]$. 设 $F=1$, 对比可知 KT-FCTS-Chirp、KT-FCTS-CZT、KT-FCTS-MCZT 方法计算复杂度最低, 均为 $O[PM \log_2 M]$, KT-FCTS-MT、KT-SETS-MT 方法计算复杂度最高, 均为 $O[P(M \ln M) \log_2(M \ln M)]$, KT-FCTS-MCZT 方法所需要的复乘次数最少, KT-SETS-MT 方法所需要的复乘

次数最多.

5 仿真与结果分析

5.1 参数设置

设窄带雷达载频 1 GHz,重频 10 kHz,相参积累个数为 128,发射 LFM 脉冲信号,脉宽 10 μ s,带宽 20 MHz,采样频率 40 MHz;雷达探测范围内 1 个高速点目标向站飞行,初始距离 8 km,径向速度 80 km/s.

5.2 仿真试验 1

对所提 KT-FCTS-MCZT、KT-FCTS-MT 方法可行性进行验证. 脉冲压缩后回波一维距离像如图 2 所示,目标存在明显的距离走动. 根据式(27)对回波进行真实模糊数补偿,然后沿回波快时间频率做 IFFT,结果如图 3 所示,目标距离走动得到很大程度改善,但慢时间上仍未完全对齐.

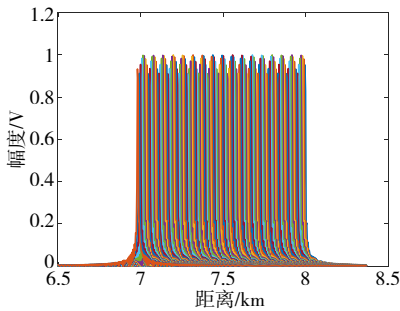


图2 脉冲压缩后回波

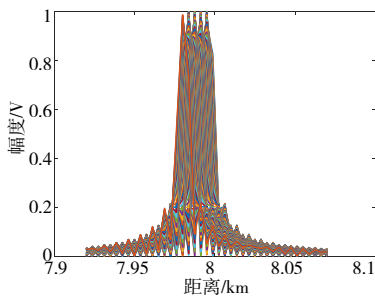


图3 模糊数补偿后回波

对图 3 回波沿快时间频率做 FFT,再利用所提 KT-FCTS-MCZT 和 KT-FCTS-MT 方法校正目标距离走动,结果分别如图 4、图 5 所示,目标在慢时间上完全对齐.

5.3 仿真试验 2

本节对所提 KT-SETS-MT 方法可行性进行验证. 首先,沿快时间对脉压后回波快时间做 FFT,结果如图 6 所示,然后以快时间频率为 0 MHz 的慢时间信号为匹配信号,对非零频慢时间信号进行尺度估计,结果如图 7 所示,图中每 1 列对应 1 个尺度互相关函数.

根据相关函数峰值估计得到尺度因子 $\hat{a}(f)$,再以

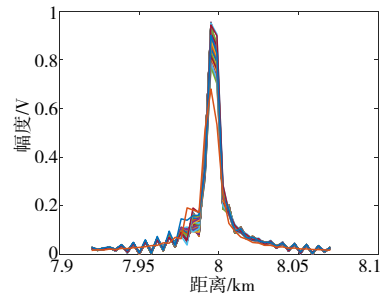


图4 距离走动校正结果(KT-FCTS-MCZT)

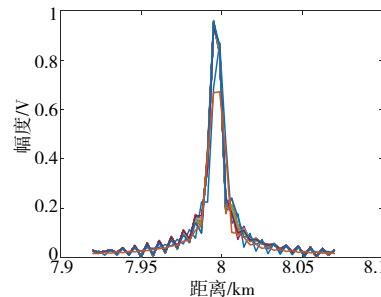


图5 距离走动校正结果(KT-FCTS-MT)

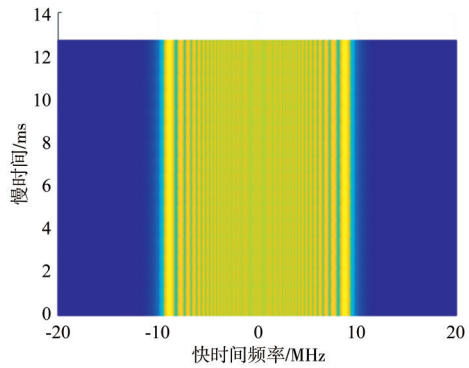


图6 回波快时间 FFT

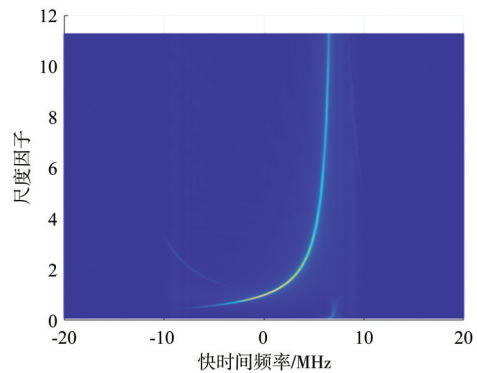


图7 回波慢时间尺度估计

$1/\hat{a}(f)$ 为尺度因子,对慢时间信号进行时间尺度,最后沿快时间频率做 IFFT,得到距离校正后的回波如图 8 所示,目标在慢时间上完全对齐.

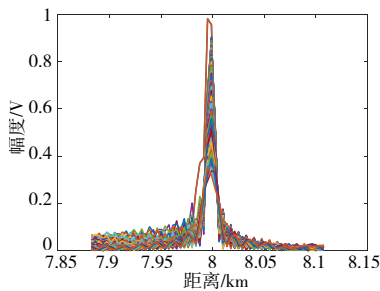
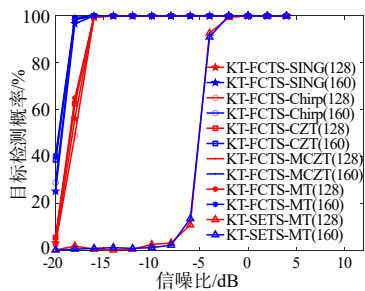


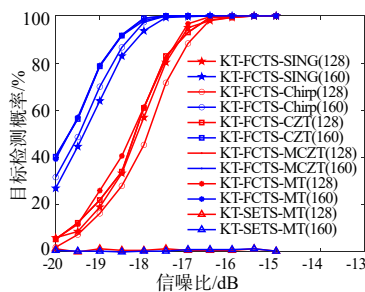
图8 距离走动校正结果(KT-SETS-MT)

5.4 抗噪效能分析

本节对比现有3种KT实现方法,对所提3种方法抗噪效能进行验证.雷达积累脉冲数分别取128、160个,其他参数同5.1节,信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)取值-20~5 dB,间隔2 dB,运行蒙特卡洛仿真500次,不同脉冲数下的目标检测概率(Target Detected Ratio, TDR)整体效果如图9(a)所示,将SNR取值范围调整为-20~-15 dB,间隔0.5 dB,局部效果如图9(b)所示.



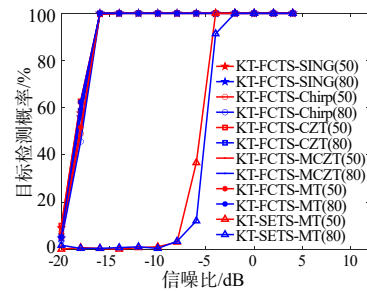
(a) 整体效果图



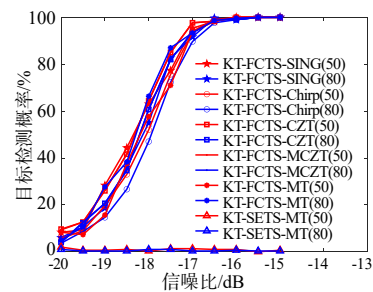
(b) 局部效果图

图9 不同脉冲数下的目标检测率曲线

同理设目标径向速度分别为50 km/s、80 km/s,其他参数同5.1节,不同径向速度下TDR曲线如图10所示.进一步设雷达载频分别为0.5 GHz、1 GHz,不同载频下TDR曲线如图11所示.由2.2节可知,KT-FCTS-CZT和KT-FCTS-MCZT特定参数下存在频点丢失问题,本节使用参数能够确保模糊数补偿后的目标多普勒频率始终位于CZT采样区内,不会出现频点丢失.

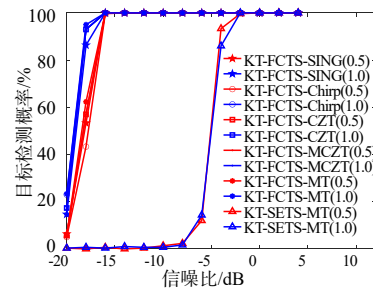


(a) 整体效果图

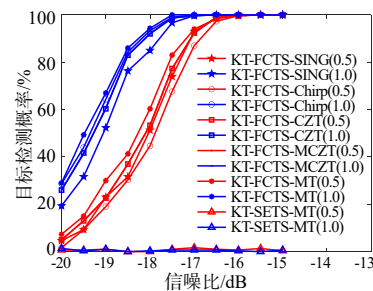


(b) 局部效果图

图10 不同径向速度下的目标检测率曲线



(a) 整体效果图



(b) 局部效果图

图11 不同雷达载频下的目标检测率曲线

综合图9(a)、10(a)、11(a)可以看出,前5种KT实现方法抗噪性能相差不大,当SNR大于-16 dB时,不同参数下的TDR均接近100%,而KT-SETS-MT方法TDR接近100%的临界SNR为-2 dB,说明该方法不适用于低SNR条件,分析原因是因为该方法需要对非零频慢时间信号进行尺度估计,然后再进行TS,由于缺

乏峰值对比环节,算法受噪声影响更大.综合图9(b)、10(b)、11(b)可以看出,前5种KT实现方法抗噪性能基本相当,但也存在微小差距,总体上看,KT-FCTS-MT方法抗噪性能最优,KT-FCTS-CZT与KT-FCTS-MCZT抗噪性能次之且基本相同,KT-FCTS-SINC方法抗噪性能最差.同时可以看出,算法均受载频影响较大,载频越大目标检测效能越好,反之越差,分析原因是因为载频越大,KT尺度因子越接近于1,即使不执行TS操作,模糊数补偿后的目标回波慢时间仍能部分对齐,反之载频越小KT尺度因子动态范围越大,模糊数补偿后的目标回波慢时间对齐数量也越少,目标距离走动校正效果受TS执行精度影响也越大.

6 结论

围绕Keystone变换快速实现问题,提出修正的“CZT+IFFT”方法,文中将其命名为KT-FCTS-MCZT.同时,利用梅林变换尺度不变和尺度估计特性,进一步提出2种梅林域的Keystone变换实现方法,依次命名为KT-FCTS-MT、KT-SETS-MT.仿真结果表明,窄带条件下,所提3种方法均能实现雷达目标距离走动校正.KT-FCTS-MCZT方法计算量最小,但存在频点丢失问题;KT-SETS-MT方法无需模糊数补偿,但对信噪比要求较高;KT-FCTS-MT方法抗噪性能最优,但计算量最大.另外,对梅林变换的功能开发和快速算法的改进是下步工作重点.

参考文献

- [1] XIN Z H, LIAO G S, YANG Z W, et al. A fast ground moving target focusing method based on first-order discrete polynomial-phase transform[J]. Digital Signal Processing, 2017, 60: 287-295.
- [2] TIAN R Q, LIN C Y, BAO Q L, et al. Coherent integration method of high-speed target for frequency agile radar[J]. IEEE Access, 2018, 6: 18984-18993.
- [3] HUANG P H, DONG S S, LIU X Z, et al. A coherent integration method for moving target detection using frequency agile radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2019, 16(2): 206-210.
- [4] LIANG M, SU W M, GU H. Focusing high-resolution high forward-looking bistatic SAR with nonequal platform velocities based on keystone transform and modified nonlinear chirp scaling algorithm[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 12(3): 901-908.
- [5] PERRY R P, DIPIETRO R C, FANTE R L. SAR imaging of moving targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 188-200.
- [6] ZENG C, LI D, LUO X, et al. Ground maneuvering targets imaging for synthetic aperture radar based on second-order keystone transform and high-order motion parameter estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2020, 12(11): 4486-4501.
- [7] WAN J, ZHOU Y, ZHANG L R, et al. Ground moving target focusing and motion parameter estimation method via modified second-order keystone transform for synthetic aperture radar[J]. IET Signal Processing, 2019, 13(5): 528-537.
- [8] LI Y. Range migration compensation and doppler ambiguity resolution by keystone transform[C]//ZENG T. Proceedings of 2006 IEEE CIE International Conference on Radar. Shanghai: IEEE, 2006: 1-4.
- [9] ZHU D Y, LI Y, ZHU Z D. A keystone transform without interpolation for SAR ground moving-target imaging[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2007, 4(1): 18-22.
- [10] ZHAO Y B. Low complexity keystone transform without interpolation for dim moving target[C]//WANG J. Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar. Chengdu: IEEE, 2011: 1745-1748.
- [11] 帅晓飞,朱玉军,詹旭.基于keystone变换的弱目标积累检测及工程实现方法[J].火控雷达技术,2018,47(3): 27-30.
SHUAI Xiao-fei, ZHU Yu-jun, ZHAN Xu. Weak target accumulation detection based on keystone transform and implementation methods in engineering[J]. Fire Control Radar Technology, 2018, 47(3): 27-30. (in Chinese)
- [12] COHEN L. The scale representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 41(12): 3275-3292.
- [13] HARLEY J B, MOURA J M F. Scale transform signal processing for optimal ultrasonic temperature compensation[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2012, 59(10): 2226-2235.
- [14] CULHA O, TANIK Y. Low complexity Keystone transform and Radon Fourier transform utilizing Chirp-Z transform[J]. IEEE Access, 2020, 8: 105535-105541.
- [15] MONJUR M S, TSENG S, TRIPATHI R, et al. Incorporation of polar mellin transform in a hybrid optoelectronic correlator for scale and rotation invariant target recognition[J]. Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science & Vision, 2014, 31(6): 1259-1272.
- [16] MONAKOV A. The mellin matched filter[J]. IEEE Jour-

nal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1451-1459.

- [17] SENA D A, ROCCHESO D. A fast mellin and scale transform[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2007: 089170.
- [18] SUNDARAM H, JOSHI S D, BHATT R K P. Scale periodicity and its sampling theorem[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2002, 45(7): 1862-1865.

作者简介



张 亮 男,1987年出生于山东德州. 现为海军航空大学信息融合研究所博士研究生. 研究方向为雷达抗干扰.

E-mail: 332401479@qq.com

张翔宇 男,1986年出生于山西太原. 现为海军航空大学航空电子与指挥系讲师. 研究方向为雷达抗干扰、目标跟踪技术.

E-mail: zxy627289467@sina.com

王国宏 男,1963年出生,山西沁水人. 现为海军航空大学信息融合研究所教授、博士生导师. 主要从事多源信息融合、机动目标跟踪、雷达抗干扰等技术研究.

E-mail: wangguohong@vip.sina.com