

基于矩阵化原子范数的高频雷达距离-多普勒二维估计方法

吕明久¹, 马建朝¹, 韦旭², 陈文峰³, 杨军³, 马晓岩³

(1. 空军预警学院雷达士官学校, 湖北武汉 430019; 2. 空军预警学院研究生队, 湖北武汉 430019;
3. 空军预警学院预警技术系, 湖北武汉 430019)

摘要: 针对传统合成带宽高频雷达存在相参时间长, 传统处理算法二维分辨能力弱等问题, 提出一种基于矩阵化原子范数的多周期脉冲内随机稀疏步进频率信号距离-多普勒二维估计方法. 通过在每个脉冲重复时间内连续发射一串由多个载频步进子脉冲组成的脉冲序列来减少相参处理周期. 构造矩阵形式的连续原子集合, 将距离-多普勒二维估计转化为矩阵形式的原子范数最小化模型, 并基于半正定规划问题进行快速求解. 所提方法有效降低了运算量且实现了网格失配目标的二维高分辨. 理论分析与仿真实验验证了所提方法的有效性.

关键词: 高频雷达; 连续压缩感知; 矩阵化原子范数; 网格失配; Vandermonde 分解; 稀疏重构

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)05-1150-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210479

Two-Dimensional Range-Doppler Estimation Method for High Frequency Radar Based on Matrix Atomic Norm

LÜ Ming-jiu¹, MA Jian-chao¹, WEI Xu², CHEN Wen-feng³, YANG Jun³, MA Xiao-yan³

(1. Radar NCO School, Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China;

2. Graduate team, Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China;

3. Early Warning Technology, Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China)

Abstract: In order to solve the problems of long coherent time and weak two-dimensional resolution in traditional synthetic bandwidth high frequency radar, a two-dimensional range-Doppler estimation method based on matrix atomic norm for multi-cycle intra-pulse random sparse stepped frequency signal is proposed. Firstly, a series of pulse, which is composed of sequences multiple carriers stepped sub-pulses, has been continuously transmitted in each pulse repetition time to reduce the coherent processing period. Secondly, a continuous set of atoms in matrix form is constructed, and the two-dimensional range-Doppler estimation is transformed into a matrix form of atomic norm minimization problem. The above optimization problem is transformed into a positive semi-definite programming problem, and can be solved. The proposed method can not only effectively reduce the amount of computation, but also achieve the high resolution under the condition of off grid. Theoretical analysis and simulation experiments verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: high frequency radar; compressed sensing; matrix atomic norm minimization; off grid; Vandermonde decomposition; sparse reconstruction

1 引言

高频雷达(High Frequency Radar, HFR)一般工作在 3MHz~30MHz 频段范围内, 具有远距离探测能力以及全天候、低成本等优点, 因此在远程预警、防空反导等领域得到广泛应用^[1,2]. 为获取高的距离-多普勒分

辨性能, 雷达系统需要大的信号带宽以及长的相参积累时间作为支撑. 然而, HFR 工作频段内不仅集中了大量的无线电台, 外界干扰也异常严重, 很难获取可供使用的连续“干净”宽频带, 从而限制了雷达探测精度的提升. 因此, 探索行之有效的提高探测性能的方法已

成为 HFR 研究的重点内容,得到广泛关注^[3,4].

为实现“复杂”环境下的二维高分辨,学者提出通过发射多个不连续的频带来避开干扰频段,在接收端利用信号处理方式实现大的合成带宽.实际上,这种波形可以称之为随机稀疏步进频率(Random Sparse Stepped Frequency, RSSF)信号^[5],通过发射部分窄带子脉冲实现大的距离合成带宽,且抗干扰能力得到提升.然而,这类波形存在以下两个方面的问题:一是相干处理时间过长.在子脉冲带宽一定的条件下,要得到大的合成带宽就必须增加发射子脉冲个数,然而由于脉冲个数增多导致的长相干处理时间会加大距离像合成的难度.虽然可以通过降低脉冲重复时间的方式减小上述影响,但带来的却是探测距离的损失^[6];二是由于信号频谱的不连续,会造成传统方法存在分辨率低、旁瓣高等缺点,进而影响对弱小目标的分辨.针对这类问题,学者进行了大量的研究,并提出了多种频谱不连续条件下的处理算法,如频谱补全、插值技术、非连续谱预测以及波形设计等^[5,7-9].近年来,学者将稀疏恢复特别是压缩感知理论^[10](Compressed Sensing, CS)引入到稀疏信号处理领域,通过对目标稀疏特性的利用,得到了传统方法无法比拟的重构优势,已成为稀疏信号处理普遍采用的手段^[11].如文献^[12]中利用 CS 方法实现了稀疏步进频率信号的距离-多普勒二维联合精确重构,获得了更优的检测性能.实际上,传统 CS 方法可以称之为一种离散化处理手段,通过对目标场景进行网格划分,并构造相应的离散化稀疏基字典,再基于稀疏重构算法实现对目标位置的精确定位^[13],其应用的前提是目标能够准确位于这些事先划分的网格点上.然而,在实际应用中这一条件往往无法满足,将会导致部分偏离网格的目标得不到很好重构.虽然可以通过增加网格划分密度^[14]、网格不均匀划分^[15]、字典自校正^[16,17]等技术减小网格失配带来的影响,但并不能从根本上解决失配问题.此外,在带来运算量提升的同时,过细的网格划分也会使得稀疏字典性能下降,影响最终的重构性能提升.为此,文献^[18]提出连续压缩感知(Continuous Compressed Sensing, CCS)理论,其本质是直接连续域中进行稀疏建模,并通过求解原子范数最小化(Atom Norm Minimization, ANM),避免了网格离散化处理过程,实现对网格失配目标的准确估计.此后,这一理论被成功应用于 DOA(Direction Of Arrival)估计、雷达探测等领域,得到了比传统离散 CS 方法更好的效果^[19].然而,这类方法在处理二维信号时,需要对数据矩阵进行向量化处理,在数据量较大时存在内存要求高、计算效率低等问题^[20,21].

针对 RSSF 信号在 HFR 应用中存在的诸多问题以及 CCS 理论在解决网格失配问题时具有的独特优势,

本文将多周期脉冲内随机稀疏步进频率(Multi-cycle Intra-pulse Random Sparse Stepped Frequency, MIRSSF)信号引入到 HFR 中,解决传统合成带宽信号相参周期过长的问题,并提出一种基于矩阵化原子范数的 HFR 距离-多普勒估计方法.首先,在构建基于 MIRSSF 信号回波模型的基础上,通过构造矩阵形式的连续原子集合,将二维距离-多普勒估计转化为矩阵形式的原子范数最小化问题.然后,基于原子范数的半正定性,将上述问题转化为半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)问题并实现快速求解;最后,对重构得到的两个分别包含距离和多普勒信息的 Toeplitz 矩阵进行分解得出最终的二维估计结果.所提方法直接以矩阵形式进行二维稀疏建模与求解,不仅有效避免了网格失配问题,在保持良好重构性能的同时进一步降低了运算量,极大的提升了运算速度.理论分析与仿真实验验证了所提方法的有效性.

2 MIRSSF 信号回波模型

假设需要合成的信号带宽为 B ,在雷达选频范围内选择 N 个频率间隔为 Δf 的频点,可以得到系统所需的合成带宽,即 $B = \Delta f$.根据选频准则,为避开干扰等不可用频段,可用频点的个数只有 M , ($N \leq M$) 个,且每个可用频点的频率可以表示为 $f_m = f_0 + m\Delta f$, $m \in [1, N]$.与传统步进频率信号子脉冲依次发射不同的是,所提信号样式选择在一个脉冲重复周期 T_r 时间内,连续发射 M 个可用频点.为获得多普勒域分辨性能,方位向共需要发射 N_a 组脉冲串,从而得到适用于 HFR 工作环境的 MIRSSF 信号样式,如图 1 所示.

第 n_a 个脉冲串中第 m 个子脉冲信号可表示为:

$$s_t(t, m, n_a) = \text{rect}\left(\frac{t - mT - n_a T_r}{T}\right) \exp\left[j2\pi f_{m, n_a}(t - n_a T_r)\right] \quad (1)$$

其中 $\text{rect}(\cdot)$ 为窗函数, $m = 0, 1, \dots, M-1$, $n_a = 0, 1, \dots, N_a - 1$, T 表示子脉冲脉宽, T_r 为一串子脉冲的脉冲重复时间, f_{m, n_a} 表示第 n_a 个脉冲串中第 m 个子脉冲的载频,可以写为:

$$f_{m, n_a} = f_0 + \Gamma(m, n_a) \Delta f \quad (2)$$

其中 f_0 为初始载频, $\Gamma(m, n_a) \in [1, N]$ 为发射的子脉冲序列,且保证每个脉冲串发射的子脉冲个数为 M .由于环境的实时变化,因此每组脉冲串内的子脉冲载频发射规律可以是不相同的.为满足子脉冲之间的正交性,载频跳变间隔 Δf 通常满足 $\Delta f = 1/T$.

假设观测场景中一共有 K 个目标 $\sigma_k \geq 0$, $k = 1, 2, \dots, K$,且在观测时间内沿雷达视线方向匀速运动,此时经过

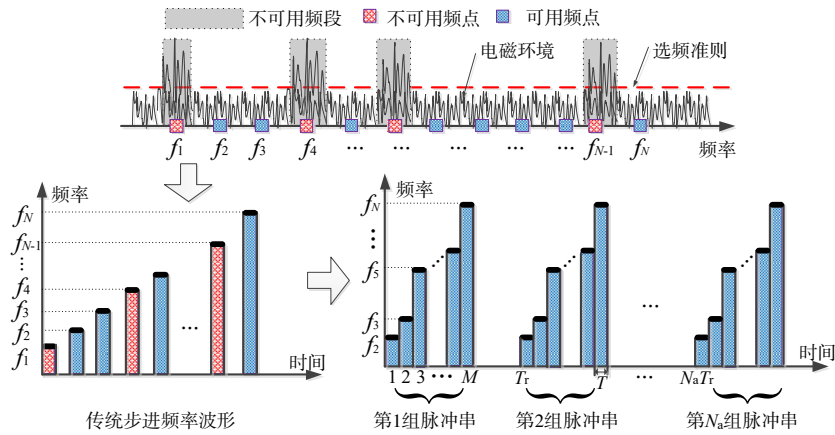


图1 MIRSSF发射信号示意图

下变频处理后的回波信号可以表示为

$$s_r(t, m, n_a) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \text{rect} \left[\frac{\hat{t} - 2(R_k^0 - V_k t)/c}{T} \right] \exp \left[-j2\pi f_{m, n_a} 2(R_k^0 - V_k t)/c \right] \quad (3)$$

其中, $\hat{t} = t - mT - n_a T$, c 为光速, R_k^0 为第 k 个目标与雷达之间的初始距离, V_k 为第 k 个目标对应的径向速度.

对于 HFR 来说, 在脉冲重复周期时间内目标的运动一般不会超过一个距离分辨单元, 也即满足“走-停”模型. 此时, 对每个子脉冲进行采样后得到的采样回波可以表示为

$$X(m, n_a) \approx \sum_{k=1}^K \sigma_k \exp \left[-j2\pi \Gamma(m, n_a) \Delta f \frac{2R_k^0}{c} \right] \exp \left[j2\pi n_a f_0 \frac{2V_k T_r}{c} \right] \quad (4)$$

此时, 上式可以表示为

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{a}(f_k^{(a)}) \mathbf{b}^H(f_k^{(b)}) = \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Q}^H \quad (5)$$

其中, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M \times N_a}$ 为回波数据矩阵; $(\cdot)^H$ 为共轭操作符号; $\mathbf{a}(f_k^{(a)}) = [1, \exp(j2\pi \Gamma(1, n_a) f_k^{(a)}), \dots, \exp(j2\pi \Gamma(M-1, n_a) f_k^{(a)})]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, 且 $f_k^{(a)} = -2\Delta f R_k^0/c$, $f_k^{(b)} = 2f_0 T_r V_k/c$ 且 $\mathbf{b}(f_k^{(b)}) \in \mathbb{C}^{N_a \times 1}$ 可以表示为 $[1, \exp(j2\pi f_k^{(b)}), \dots, \exp(j2\pi(N_a-1)f_k^{(b)})]^T$; $\mathbf{P} = [\mathbf{a}(f_1^{(a)}), \mathbf{a}(f_2^{(a)}), \dots, \mathbf{a}(f_K^{(a)})] \in \mathbb{C}^{M \times K}$, $\mathbf{Q} = [\mathbf{b}(f_1^{(b)}), \mathbf{b}(f_2^{(b)}), \dots, \mathbf{b}(f_K^{(b)})] \in \mathbb{C}^{N_a \times K}$. $\boldsymbol{\sigma} = \text{diag}(\boldsymbol{\delta}) \in \mathbb{C}^{K \times K}$ 为待重构的目标强度对角矩阵, 其中 $\boldsymbol{\delta} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K]$.

从式(5)可知, 此时目标的距离-多普勒二维重构问题转化为二维频率 $\left\{ \left(f_{n,k}^{(a)}, f_{n,k}^{(b)} \right) \right\}_{k=1}^K$ 的估计问题. 对于

上述模型, 可以利用 CS 方法进行重构, 但由于传统离散 CS 方法假定目标准确位于事先划定的离散网格上, 当这一条件不满足时将会存在网格失配重构误差, 影响最终的高分辨重构.

3 基于 CCS 的距离-多普勒二维估计方法

与离散 CS 理论不同的是, CCS 理论是一种基于原子范数的稀疏重构理论. 假设存在集合 A , 若信号 \mathbf{Y} 可以由该集合 A 中有限个原子进行表征, 那么其原子范数可以表示为

$$\|\mathbf{Y}\|_A = \inf \{ \alpha > 0: \mathbf{Y} \in \alpha \cdot \text{conv}(A) \} = \inf \left\{ \sum_k c_k: \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K c_k \mathbf{h}(f_k), c_k \geq 0, f_k \in [0, 1] \right\} \quad (6)$$

其中, α 称之为尺度函数, $\text{conv}(\cdot)$ 表示集合 A 所对应的凸包, 且 $\text{conv}(A)$ 为包含原点的中心对称紧集^[22], $\mathbf{h}(f_k)$ 为凸包 $\text{conv}(A)$ 中的原子.

可以看出, 式(6)所示的原子范数以系数 c_k 的和作为下界, 通过在连续参量空间寻找最少的原子 $\mathbf{h}(f_k)$ 来表征信号, 可以视为对集合 A 添加了稀疏约束, 在这种约束下的集合 A 被看作为一个包含连续变化参量的无限字典, 也即避免了网格划分带来的失配问题.

3.1 基于向量化 ANM 的无网格二维估计模型

为构建基于原子范数的重构模型, 首先对式(5)进行向量化操作得到:

$$\mathbf{Y} = \text{vec}(\mathbf{P} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Q}^H) = (\mathbf{Q} \otimes \mathbf{P}) \text{vec}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{b}(f_k^{(b)}) \otimes \mathbf{a}(f_k^{(a)}) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{c}(f_k) \quad (7)$$

其中 $\text{vec}(\cdot)$ 为向量化操作, \otimes 表示 Kronecker 积, $\mathbf{c}(f_k) = \mathbf{b}(f_{n,k}^{(b)}) \otimes \mathbf{a}(f_{n,k}^{(a)}) \in \mathbb{C}^{N_a \times 1}$.

对于上述向量化模型,假设建立形如下式的原子集合 A_v :

$$A_v \triangleq \left\{ \mathbf{c}(\mathbf{f}) : \mathbf{c}(\mathbf{f}) \in \mathbb{C}^{N_a \times 1}, \mathbf{f} \in [0, 1] \times [0, 1] \right\} \quad (8)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{f}) = \mathbf{c}(f_n^{(a)}, f_n^{(b)}) = \mathbf{b}(f_n^{(b)}) \otimes \mathbf{a}(f_n^{(a)})$$

此时,基于式(8)可以得到 \mathbf{Y} 的原子范数表示形式为

$$\|\mathbf{Y}\|_{A_v} = \inf \left\{ \alpha > 0 : \mathbf{Y} \in \alpha \cdot \text{conv}(A_v) \right\}$$

$$= \inf_{\sigma_k > 0, \mathbf{f}_k \in A_v} \left\{ \sum_{k=1}^K \sigma_k : \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{c}(\mathbf{f}_k) \right\} \quad (9)$$

根据文献[23]可知,根据原子范数的半正定特性,上述问题可以转化为如式(10)所示的半正定规划问题:

$$\|\mathbf{Y}\|_{A_v} = \min_{\mathbf{X}, \mathbf{u}, \mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{2} (\text{tr}(T(\boldsymbol{\mu})) + g) \right\}$$

$$\text{s.t. } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} T(\boldsymbol{\mu}) & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^H & \mathbf{g} \end{bmatrix}, \mathbf{Z} \text{ 为半正定矩阵}$$

其中 g 为常数; $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹; $T(\boldsymbol{\mu}) \in \mathbb{C}^{N_a \times N_a}$ 为二重块 Toeplitz 矩阵,其具体形式可以表示为

$$T(\boldsymbol{\mu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 & \cdots & \mathbf{T}_N \\ \mathbf{T}_2^H & \mathbf{T}_1 & \cdots & \mathbf{T}_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_N^H & \mathbf{T}_{N-1}^H & \cdots & \mathbf{T}_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} \mu_{(m,1)} & \mu_{(m,2)} & \cdots & \mu_{(m,N_a)} \\ \mu_{(m,2)}^H & \mu_{(m,1)} & \cdots & \mu_{(m,N_a-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{(m,N_a)}^H & \mu_{(m,N_a-1)}^H & \cdots & \mu_{(m,1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

对于式(10)所示的优化模型,由于 Toeplitz 矩阵 $T(\boldsymbol{\mu})$ 的维度为回波数据维度大小的乘积. 例如,假设回波维度为 32×32 , 对应的矩阵 \mathbf{Z} 维度达到 1025×1025 , 常规计算机通常无法完成这样大维度矩阵的优化问题.

3.2 基于矩阵化 ANM 的无网格二维估计方法

根据式(5)所示的回波模型可以看出,如果直接定义矩阵形式的原子集合 A_M 为

$$A_M \triangleq \left\{ \mathbf{a}(f^{(a)}) \mathbf{b}^H(f^{(b)}), f^{(a)} \in [0, 1], f^{(b)} \in [0, 1] \right\}$$

$$= \left\{ \mathbf{A}(\mathbf{f}) = \mathbf{a}(f^{(a)}) \mathbf{b}^H(f^{(b)}), \mathbf{f} \in [0, 1] \times [0, 1] \right\} \quad (13)$$

其中, $[\cdot] \times [\cdot]$ 表示在二维的频率范围. 则式(5)所示的信号 \mathbf{X} 可直接看作为从原子集合 A_M 的凸包 $\text{conv}(A_M)$ 中选取 K 个形为 $\mathbf{A}(\mathbf{f})$ 的原子进行表征的问

题,其中 \mathbf{f} 表示包含距离以及多普勒信息的二维频率 (f^a, f^b) . 基于上述原子集合 A_M , 其对应的原子范数可以表示为

$$\|\mathbf{X}\|_{A_M} = \inf \left\{ \alpha > 0 : \mathbf{X} \in \alpha \cdot \text{conv}(A_M) \right\}$$

$$= \inf_{\sigma_k > 0, \mathbf{f}_k \in A_M} \left\{ \sum_k \sigma_k : \mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{A}(\mathbf{f}_k) \right\} \quad (14)$$

与传统离散压缩感知相似的是,为求解上述原子范数最小化问题,可以等价求解其相应的原子 ℓ_0 范数问题,即

$$\|\mathbf{X}\|_{A_{M,0}} = \min_{\substack{\mathbf{f} \in [0,1] \times [0,1] \\ \sigma_k > 0, \mathbf{f}_k \in A_M}} \left\{ \sum_k \sigma_k : \mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{A}(\mathbf{f}_k) \right\} \quad (15)$$

显然,式(15)可以视为一种矩阵形式的原子范数最小化求解问题,从而避免了对回波数据进行向量化操作带来的维度过大问题. 然而,式(15)所示的问题是一个 NP 难问题,实际上其可以转化为如下的低秩问题进行求解:

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{u}, \mathbf{v}} \frac{1}{2} \text{Rank}(T(\mathbf{u})) + \frac{1}{2} \text{Rank}(T(\mathbf{v}))$$

$$\text{s.t. } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{u}) & \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{X}}^H & T(\mathbf{v}) \end{bmatrix}, \mathbf{Z} \text{ 为半正定矩阵}$$

其中, $\hat{\mathbf{X}}$ 为估计的全数据; $T(\mathbf{u}) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 以及 $T(\mathbf{v}) \in \mathbb{C}^{N_a \times N_a}$ 为 Toeplitz 矩阵,以 $T(\mathbf{u})$ 为例,其具体形式可以表示为

$$T(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_N \\ u_2^H & u_1 & \cdots & u_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_N^H & u_{N-1}^H & \cdots & u_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_N] \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ 表示 $T(\boldsymbol{\mu})$ 矩阵第一行元素. 同理, $T(\mathbf{v}) \in \mathbb{C}^{N_a \times N_a}$ 具有与 $T(\mathbf{u})$ 相似的结构形式.

下面给出式(15)与式(16)等价的证明.

假设式(15)中 $\|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$, 式(16)中 $\text{Rank}(T(\mathbf{u}))$ 的最优解为 R_1^* , $\text{Rank}(T(\mathbf{v}))$ 的最优解为 R_2^* .

首先,证明 $\text{Rank}(T(\mathbf{u})) / 2 + \text{Rank}(T(\mathbf{v})) / 2 \leq \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$ 成立. 令 $\mathbf{u} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{a}(f_k^{(a)})$, $\mathbf{v} = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{b}(f_k^{(b)})$, 则

$$T(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{a}(f_k^{(a)}) \mathbf{a}^H(f_k^{(a)}) \geq \mathbf{0} \quad (18)$$

$$T(\mathbf{v}) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{b}(f_k^{(b)}) \mathbf{b}^H(f_k^{(b)}) \geq \mathbf{0} \quad (19)$$

此时,构造矩阵 \mathbf{Z} :

$$\mathbf{Z} = \sum_k^K \sigma_k \begin{bmatrix} \mathbf{a}(f_k^{(a)}) \\ \mathbf{b}(f_k^{(b)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}(f_k^{(a)})^H \\ \mathbf{b}(f_k^{(b)})^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{u}) & \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{X}}^H & T(\mathbf{v}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

可见, \mathbf{Z} 为半正定矩阵, 因此, 可得到 $\text{Rank}(T(\mathbf{u})) \leq \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$ 且 $\text{Rank}(T(\mathbf{v})) \leq \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$. 进一步可以得到 $\text{Rank}(T(\mathbf{u}))/2 + \text{Rank}(T(\mathbf{v}))/2 \leq \|\mathbf{X}\|_{A_{M,0}} = K$ 成立.

再证明 $\text{Rank}(T(\mathbf{u}))/2 + \text{Rank}(T(\mathbf{v}))/2 \geq \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$ 成立. 首先给出 Toeplitz 矩阵的相关定理.

定理 1^[24] 对于任意一个 $N \times N$ 维的半正定 Toeplitz 矩阵 $T(\mathbf{u})$, 若矩阵的秩 $\text{Rank}(T(\mathbf{u})) = R_1^* < N$, 则 $T(\mathbf{u})$ 可唯一得到其 Vandermonde 分解为

$$T(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^{R_1^*} \sigma_k \mathbf{a}(f_k^{(a)}) \mathbf{a}(f_k^{(a)})^H = \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{A}^H \quad (21)$$

其中, \mathbf{A} 为 $N \times R_1^*$ 维 Vandermonde 矩阵, 且其每一列均由向量 $\mathbf{a}(f_k^{(a)})$ 构成, 即 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(f_1^{(a)}), \mathbf{a}(f_2^{(a)}), \dots, \mathbf{a}(f_{R_1^*}^{(a)})]$; \mathbf{P} 为 $R_1^* \times R_1^*$ 维为对角线为正数所组成的对角矩阵, 且 $\mathbf{P} = \text{diag}([\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{R_1^*}])$.

从定理 1 可以看出, $\hat{\mathbf{X}}$ 位于 $T(\mathbf{u})$ 的列空间, 也就是 $\hat{\mathbf{X}}$ 可由不超过 R_1^* 个原子来进行表示, 即 $\|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} \leq R_1^*$ 成立.

同理, 对于 $T(\mathbf{v})$, 可得到相似的结论, 即 $\|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} \leq R_2^*$. 因此 $\text{Rank}(T(\mathbf{u}))/2 + \text{Rank}(T(\mathbf{v}))/2 \geq \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}} = K$ 成立.

综上所述, 可知 $\text{Rank}(T(\mathbf{u}))/2 + \text{Rank}(T(\mathbf{v}))/2 = \|\hat{\mathbf{X}}\|_{A_{M,0}}$, 即式 (15) 与式 (16) 等价.

在得到矩阵 \mathbf{Z} 后, 根据定理中的 Vandermonde 分解可分别得到 $\{\mathbf{f}_k^{(a)}\}_{k=1}^K$ 与 $\{\mathbf{f}_k^{(b)}\}_{k=1}^K$. 之后, 可通过简单的频率对准处理得出最终的二维频率估计结果, 其对准原则可以表示为^[24]

$$n_{n_a} = \arg \max_n \left| \mathbf{a}^H(f_{k,n}^{(a)}) \hat{\mathbf{X}} \mathbf{a}^*(f_{k,n}^{(b)}) \right| \quad (22)$$

其中, n_{n_a} 表示多普勒域频率 $f_k^{(b)}$ 所对应的距离域频率 $f_k^{(a)}$ 的位置坐标.

进一步考虑回波稀疏的情况, 假设发射序列可表示为 $\Omega \in \{1, 2, \dots, M\} \times \{1, 2, \dots, L\}$, 其中 $\{\cdot\} \times \{\cdot\}$ 表示二维序列集合, 且 $|\Omega| = M \times L$, ($M < N$, $L < N_a$), 其中 $M \times L$ 表示二维序列的长度分别为 M 与 L . 实际上, 在相参时间内外界环境干扰不可能是固定不变的, 因此在每组子脉冲串稀疏发射时可以根据外界环境的变化及时更新稀疏发射规律. 最终的稀疏量测回波条件下重构模型可以松弛为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{u}, \mathbf{v}} & \left\{ \frac{1}{2} \text{tr}(T(\mathbf{u})) + \frac{1}{2} \text{tr}(T(\mathbf{v})) \right\} \\ \text{s.t. } & \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{u}) & \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{X}}^H & T(\mathbf{v}) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{X}}_{\Omega} = \mathbf{X}_{\Omega} \end{aligned} \quad (23)$$

其中, η 约束系数; \mathbf{Z} 为半正定矩阵; $\mathbf{X}_{\Omega} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 表示回波量测数据.

在实际应用中, 不可避免会伴随噪声干扰, 同时考虑噪声环境的影响, 此时量测回波可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_{\Omega} + \mathbf{W} \quad (24)$$

其中, $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 表示噪声数据.

此时, 噪声环境下的稀疏回波恢复问题可以表示为如下原子范数软门限 (Atomic norm Soft Thresholding, AST) 问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{u}, \mathbf{v}} & \left\{ \frac{\eta}{2} (\text{tr}(T(\mathbf{u})) + \text{tr}(T(\mathbf{v}))) + \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{X}}_{\Omega}\|_{\text{F}}^2 \right\} \\ \text{s.t. } & \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{u}) & \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{X}}^H & T(\mathbf{v}) \end{bmatrix}, \mathbf{Z} \text{ 为半正定矩阵} \end{aligned} \quad (25)$$

其中, η 为权值参数, $\|\cdot\|_{\text{F}}$ 表示 F 范数.

对于上述半正定优化问题, 可以直接利用凸优化工具, 如 SDPT3、SeDuMi 等进行求解.

4 算法性能分析

4.1 内存需求与计算复杂度分析

对于基于 ANM 的无网格优化模型, 半正定矩阵 \mathbf{Z} 的维数决定了算法的内存需求以及计算复杂度, 式 (23) 中 \mathbf{Z} 的维度为 $(N + N_a) \times (N + N_a)$. 对于每个复数元素需要的内存存储空间为 16 B, 因此矩阵化 ANM (Matrix ANM, MANM) 处理方法的内存需求为 $16(N + N_a)^2$. 而向量化 ANM 处理方法 (Vectorized ANM, VANM), 其半正定矩阵 \mathbf{Z} 的维数为 $(NN_a + 1) \times (NN_a + 1)$, 相应的内存需求为 $16(NN_a + 1)^2$.

对于计算复杂度, 可以分为 SDP 模型优化以及 Vandermonde 分解两部分进行分析. 文献[25]中分析了 SDP 模型的计算复杂度问题, 指出 SDP 模型中每次优化复杂度可以表示为 $O((P)^3)$, 其中 P 为优化模型中 \mathbf{Z} 的维度. 一般来说在确定优化精度 ζ 的条件下, 其需要的迭代步骤约为 $\sqrt{P} \log(1/\zeta)$. 因此, 本文所提 MANM 方法的计算复杂度可以表示为 $O((N_a + N)^{3.5} \log(1/\zeta))$. 而 VANM 方法多对应的计算复杂度可以表示为 $O((N_a N)^{3.5} \log(1/\zeta))$.

对于 Vandermonde 分解,文献[23]中指出对于一个 P 维 Toeplitz 矩阵,其 Vandermonde 分解复杂度可以表示为 $O(P^2K)$. 基于此,VANM 方法需要对一个维度为 $NN_a \times NN_a$ 的二重块 Toeplitz 矩阵进行处理,其计算复杂度可以表示为 $O\left(\left(N_a N\right)^2 K\right)$. 而 MANM 方法,其包含两个维度分别为 $N \times N$ 以及 $N_a \times N_a$ 的 Toeplitz 矩阵,因此其相应的计算复杂度可以表示为 $O\left(\left(N_a\right)^2 K\right) + O\left(N^2 K\right)$.

可以看出,进行矩阵化建模后模型的维度明显降低,因此相应的内存需求以及计算复杂度将会大大减少.

4.2 重构性能分析

文献[24]中对基于矩阵 ANM 重构模型的性能进行了分析,并指出当利用矩阵形式的原子范数模型进行求解时,如果满足如下三个条件:

(1) 假如回波信号二维归一化随机稀疏采样矩阵可分别表示为 $\Phi^{(a)} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 以及 $\Phi^{(b)} \in \mathbb{C}^{L \times N_a}$,且有:

$$\sup_{A(f) \in A_M} \left\| \left\langle A(f), \Phi_m^{(a)} (\Phi_l^{(b)})^H \right\rangle \right\|^2 \leq \zeta \frac{NN_a}{ML}, \forall m, l \quad (26)$$

其中 $\sup(\cdot)$ 表示上确界, $\Phi_m^{(a)}$ 、 $\Phi_l^{(b)}$ 分别表示 $\Phi^{(a)}$ 以及 $\Phi^{(b)}$ 的第 m 、 l 行, ζ 为大于 1 的常数.

(2) 当二维频率 $(f_k^{(a)}, f_k^{(b)})$ 的最小可分辨间隔满足:

$$\Delta_{f^{(a)}} \geq \frac{1.19}{N} \quad \text{或者} \quad \Delta_{f^{(b)}} \geq \frac{1.19}{N_a} \quad (27)$$

其中 $\Delta_{f^{(a)}} = \min_{i \neq j} |f_i^{(a)} - f_j^{(a)}|$ 和 $\Delta_{f^{(b)}} = \min_{i \neq j} |f_i^{(b)} - f_j^{(b)}|$ 分别表示距离域以及速度域最小可分辨间隔.

(3) 回波信号的二维采样率满足:

$$ML \geq C\zeta K \log\left(\frac{N+N_a}{\rho}\right) \quad (28)$$

其中 C 为常数, ρ 为较小的正数.

那么,利用式(25)所示的矩阵化 ANM 稀疏重构模型则可以 $1-\rho$ 的概率恢复出原始信号.

对于条件 1,其实质是要求量测矩阵具有良好的正交性,即相关性较弱^[20]. 对于 MIRSSF 信号,其脉组中的子脉冲可以根据干扰位置情况进行随机设置,且方位向发射脉组也可以随机选择发射. 对于上述随机量测形式,可以通过对单位对角矩阵在部分稀疏位置进行随机置零得到相应的随机量测矩阵. 而这类随机稀疏量测矩阵具有优良的正交性能,因而满足上述要求.

在条件 2 中,可见,基于 CCS 的稀疏重构方法,在分辨力上有所下降. 但是文献[23,24]中也同时指出,上

述最小可分辨条件实际是过紧的约束条件,在实际应用中并不需要严格满足,当目标之间的间隔小于 $1.19/N$ 时,仍然有较大概率能够成功实现频率分离. 上述结论将在下一节通过仿真实验的方式进行验证.

5 仿真实验分析

本节利用仿真实验对上述基于 CCS 的目标距离多普勒二维参数估计性能进行验证. 仿真实验均基于 Matlab R2019b 软件,所用计算机配备 Intel i5-9400 处理器,主频 2.9 GHz(6 CPUs),内存容量为 8 GB. 为衡量算法重构性能,采用如下误差计算方式 $MSE = \|\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}}\|_F^2 / \|\mathbf{f}\|_F^2$,其中 \mathbf{f} 为原始二维频率, $\hat{\mathbf{f}}$ 为估计的二维结果. 用 $\zeta(\xi_1, \xi_2)$ 表示回波数据采样率,其中 ξ_1, ξ_2 分别表示距离域以及多普勒域采样率,计算方式为 $\xi_1 = M/N, \xi_2 = L/N_a$.

5.1 算法有效性验证

假定 MIRSSF 信号载频为 f_c 为 25 MHz,脉冲串个数 N_a 为 16 个,脉冲重复频率 PRF 设置为 150 Hz,每串脉冲中子脉冲个数 N 为 16 个,载频步进量 Δf 为 4 kHz,相应的合成带宽为 64 kHz. 假设观测场景中包含 4 个运动目标并设置其位于不同的距离以及速度. 若按照距离分辨力以及速度分辨力对目标场景进行网格划分,分别设置网格匹配以及网格失配两种情况分别进行验证. 作为对比,采用传统 CS 方法中的平滑 L_0 范数 (Smoothed L_0 , SLO)^[26] 算法分别对向量化模型以及矩阵化模型进行重构,并将其称之为向量化 SLO 方法 (Vectorized SLO, VSLO)、矩阵化 SLO (Matrix SLO, MSLO) 方法. 设置采样率为 $\zeta(0.6, 0.6)$,即选取 36% 的回波数据参与重构. 图 2 中给出了在信噪比为 10 dB 条件下利用上述 4 种方法得出的最终二维重构结果.

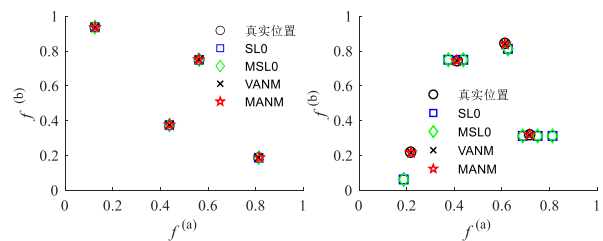


图 2 不同算法距离多普勒二维重构结果对比

从图 2 的结果可以看出:利用传统 CS 方法以及基于 ANM 的无网格稀疏重构方法均可以准确的对网格匹配目标进行重构. 而对于网格失配目标,传统 CS 方法存在重构误差,得出的二维重构结果在正确位置附近,且同时存在虚假重构,甚至出现重构错误的情况. 而两

种基于 ANM 的无网格稀疏重构方法可以准确的对 4 个网格失配目标进行准确重构,具有相似的显示出失配条件下良好的重构性能.

5.2 计算复杂度对比分析

本节进一步以计算机处理时间为主要指标来衡量不同方法在计算复杂度上的差异. 为便于分析,实验中假设 N 等于 N_a ,且保持合成信号带宽不变,图 3 为不同信号维度条件下不同算法内存需求以及处理时间的对比曲线.

从内存需求来看,MSLO 具有最少的内存需求,VSL0 内存需求有所增加. 由于 MANM 方法内存需求为 $16(N+N_a)^2$,因而内存需求大于 MSLO 算法,但相比于 VANM 算法,内存需求大大降低. 在优化时间上,VANM 的运算量随着数据维度的增大而急剧增加,当维度为 22×22 时,其运算时间近 2000 s. MANM 方法其运算量得到了显著减少,在上述维度条件下,运算时间降至 1 s 左右. 此外 MANM 方法的运算量随着数据维度的增大而增长的较为缓慢,始终维持在较低的水平.

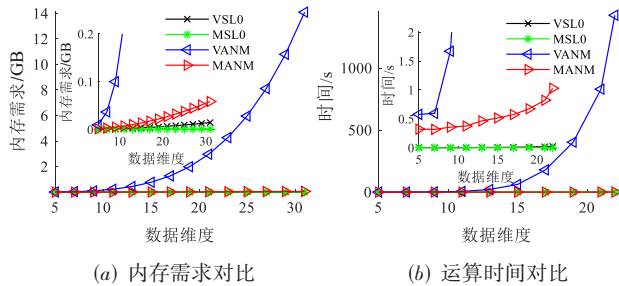


图 3 不同算法计算复杂度对比

5.3 重构性能对比分析

为进一步验证所提方法在不同条件下的有效性,假设信号参数设置保持与 5.1 节一致,图 4 中给出了不同信噪比以及不同采样率条件下的重构误差对比曲线. 其中,图 4(a)中设置采样率为 $\zeta(0.6,0.6)$,即分别有 60% 的距离域子脉冲以及 60% 的多普勒域脉冲串参与重构的结果. 图 4(b)中设置信噪比为 5 dB. 仿真结果显示的为 200 次实验的均值,且设置的 4 个目标位置在每次重构时均随机产生.

从图 4 中可以看出:在不同信噪比以及不同采样率条件下,2 种基于传统 CS 的重构方法重构误差大致相当,且具有最高的重构误差,重构误差均维持在 10 dB 以上的水平. 对于 2 种基于 ANM 的重构方法也具有一致的重构误差,表明矩阵化处理并没有降低重构性能. 相比于同条件的 CS 方法,其重构误差至少降低了 10 dB. 尤其是在信噪比以及采样率较高的条件下,重构误差降低了 20 dB.

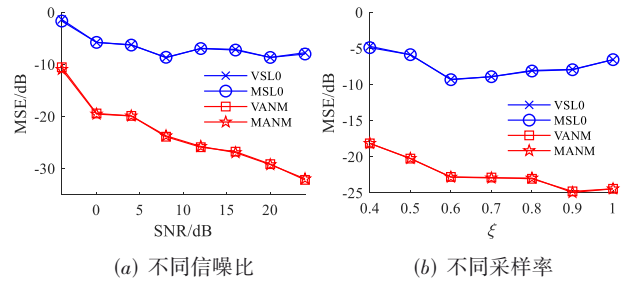


图 4 不同条件下重构误差对比曲线

5.4 分辨性能分析

在 5.1 节的参数条件下,基于 MANM 方法的最小频率间隔要求为大于 $1.19/N$. 为验证算法的分辨能力,假设存在两个随机目标且设置目标之间具有不同的频率间隔,图 5 为两个目标在不同间隔条件下的重构成功概率情况示意图,图中所示结果为 500 次仿真结果的统计值.

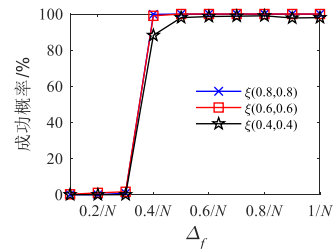


图 5 不同条件下重构误差对比曲线

从图 5 可以看出:当频率间隔大于 $0.3/N$,所提方法仍然可以较大概率实现准确重构. 在采样率较低的情况下($\zeta(0.4,0.4)$),当频率间隔大于 $0.3/N$ 时,其成功重构的概率高于 85% 以上. 而随着采样率的提升,在频率间隔大于 $0.3/N$ 的情况下,其成功重构的概率基本接近于 100%. 因此可以得出,实际所提方法分辨能力相比于理论分辨率提高近 3 倍,也验证了所提方法理论分辨条件是过紧的.

6 结束语

本文将多周期脉冲内随机稀疏步进频率信号与 HFR 相结合来减少相参处理周期,并针对上述信号提出了一种基于矩阵化原子范数最小化的距离-多普勒估计方法. 通过将二维参数估计问题转化为矩阵化原子范数最小化问题,在连续域上进行二维稀疏建模与求解,在保持高的重构性能的同时有效降低了复杂度,提升了运算效率. 相比于传统 CS 方法,所提基于 MANM 的重构方法在运算量上仍然有较大差距,在高数据维度条件下尤为明显. 因此,在保持高的重构性能的同时进一步提升运算效率也是下一步需要重点考虑并加以解决的问题.

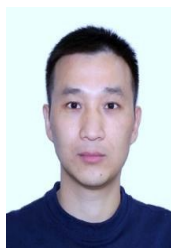
参考文献

- [1] QUAN Y H, WU Y J, et al. Range-Doppler reconstruction for frequency agile and PRF-jittering radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, 12(3): 348-352.
- [2] ZHAO J R, TIAN Y W, et al. Unambiguous wind direction field extraction using a compact shipborne high-frequency radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(10): 7448-7458.
- [3] CHEN Q S, YANG Q, ZHANG X, et al. High resolution target range estimation in discontinuous spectra high frequency radar[J]. *Remote Sensing Letters*, 2018, 9(7): 676-685.
- [4] ZHU Jiang, GUO Honghui, ZHANG Ning, et al. Newtonalized orthogonal matching pursuit for linear frequency modulated pulse frequency agile radar[EB/OL]. [2021-04-01]. <https://arxiv.org/abs/2101.12456>.
- [5] ZHAO D H, WEI Y S. Adaptive gradient search for optimal sidelobe design of hopped-frequency waveform[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2014, 8(4): 282-289.
- [6] 毛二可, 范花玉. 合成宽带脉冲多普勒雷达[J]. *系统工程与技术*, 2016, 38(12): 2718-2724.
MAO Er-ke, FAN Hua-yu. Synthetic wideband pulse Doppler radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(12): 2718-2724. (in Chinese)
- [7] 翟文帅, 张云华. 运用 Super-SVA 方法处理频谱不连续调频步进信号[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(12): 2848-2852.
ZHAI Wen-shuai, ZANG Yun-hua. Apply super-SVA to processing stepped frequency chirp signal with bandwidth gaps[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(12): 2848-2852. (in Chinese)
- [8] 黄大荣, 张磊, 郭新荣, 等. 全极化频谱外推的合成孔径雷达成像分辨率增强方法[J]. *电波科学学报*, 2014, 29(5): 799-805, 814.
HUANG Da-rong, ZHANG Lei, GUO Xin-rong, et al. Enhanced resolution in fully polarimetric synthetic aperture radar imaging using bandwidth extrapolation[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2014, 29(5): 79-805, 814. (in Chinese)
- [9] 位寅生. 非连续谱高频雷达信号的综合研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2002.
- [10] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [11] WEI S P, ZANG L, MA H, et al. Sparse frequency waveform optimization for high-resolution ISAR imaging[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(1): 546-566.
- [12] SHAH S, YAO Y, PETROPULU A. Step-frequency radar with compressive sampling(SFR-CS) [C]//SCOTT D. 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing(ICASSP). Dallas: IEEE Press, 2010: 1686-1689.
- [13] CHI Y, SCHARF L L, PEZESHKI A, et al. Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2182-2195.
- [14] HU L, SHI Z G, ZHOU J X, et al. Compressed sensing of complex sinusoids: an approach based on dictionary refinement[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(7): 3809-3822.
- [15] DUAN K Q, LIU W J, DUAN G Q, et al. Off-grid effects mitigation exploiting knowledge of the clutter ridge for sparse recovery STAP[J]. *IET Radar Sonar & Navigation*, 2018, 12(5): 557-564.
- [16] 王伟, 胡子英, 龚琳舒. MIMO 雷达三维成像自适应 Off-grid 校正方法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(6): 1294-1301.
WANG Wei, HU Zi-ying, GONG Lin-shu. Adaptive off-grid calibration method for MIMO radar 3D imaging[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(6): 1294-1301. (in Chinese)
- [17] CHAITANYA E, DANIEL T, et al. Recovery of sparse translation-invariant signals with continuous basis pursuit [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(10): 4735-4744.
- [18] BHASKAR B N, TANG G, RECHT B. Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(23): 5987-5999.
- [19] HU X W, TONG N N, DING S S, et al. ISAR imaging with sparse stepped frequency waveforms via matrix completion[J]. *Remote Sensing Letters*, 2016, 7(9): 847-854.
- [20] 陈秋实, 杨强, 董英凝, 等. 基于矩阵填充的合成宽带高频雷达非网格目标分辨技术研究[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(12): 2874-2880.
CHEN Qiu-shi, YANG Qiang, DONG Ying-ning, et al. Off-the-grid targets resolution of synthetic bandwidth high frequency radar based on matrix completion[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(12): 2874-2880. (in Chinese)
- [21] CHI Y J, CHEN Y X. Compressive two-dimensional harmonic retrieval via atomic norm minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(4): 1030-

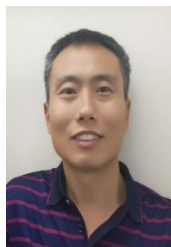
1042.

- [22] CHANDRAEKARAN V, RECHT B, PARRILO P A, et al. The convex algebraic geometry of linear inverse problems[C]//IEEE 2010 48th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing(Allerton). Monticello, USA: IEEE, 2010: 699-703.
- [23] YANG Z, XIE L, STOICA P. Vandermonde decomposition of multilevel Toeplitz matrices with application to multidimensional super-resolution[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(6): 3685-3701.
- [24] ZHANG Z, WANG Y, TIAN Z. Efficient two-dimensional line spectrum estimation based on decoupled atomic norm minimization[J]. Signal Processing, 2019, 163: 95 - 106.
- [25] KRISHNAN K, TERLAKY T. Graph Theory and Combinatorial Optimization[M]. Switzerland: Springer, 2005: 101-157.
- [26] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, GORODNITSKY I, et al. Sparse recovery using smoothed L0(SL0): Convergence analysis[DB/OL]. [2021-04-01]. <https://www.researchgate.net/publication/45897941>.

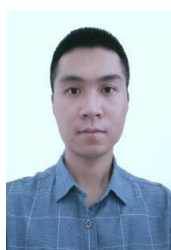
作者简介



吕明久 男,1985年出生于安徽庐江,现为空军预警学院雷达士官学校讲师,主要从事压缩感知在雷达成像中的应用研究.
E-mail: lv_mingjiu@163.com



马建朝 男,1973年出生于河北邢台,现为空军预警学院雷达士官学校副教授,主要从事雷达系统设计、情报分析等研究.
E-mail: shuilianfeng.com@163.com



韦旭 男,1994年出生于江苏宜兴.现为空军预警学院研究生队学员,博士研究生,主要从事压缩感知理论、雷达成像、深度学习技术等研究.
E-mail: weixu_1003@163.com



陈文峰 男,1989年出生于新疆,空军预警学院预警技术系讲师,博士,研究方向为双基地雷达成像.

E-mail: chenwf925@163.com

杨军 男,1973年出生于云南大理.空军预警学院教授、硕士生导师.主要研究方向为雷达系统、SAR/ISAR成像等.

E-mail: yangjem@163.com

马晓岩 男,1962年出生于湖北赤壁.空军预警学院教授、博士生导师,主要研究方向为雷达系统、现代信号处理及其应用.

E-mail: ma_x_yan@163.com