

基于阵列划分的近场DOA估计算法

陈光辉¹, 曾孝平¹, 焦 爽²

(1. 重庆大学微电子与通信工程学院, 重庆 400044;
2. 中国大唐集团科学技术研究院有限公司中南电力试验研究院, 河南郑州 450000)

摘 要: 该文提出一种利用阵列划分的近场到达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 估计算法. 首先, 通过划分阵列和四阶累积量构造一个仅包含 DOA 信息的托普利兹矩阵; 然后, 由于多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 算法的空间谱在谱峰处是一个断点、且趋近较大值, 因此, 为得到高分辨率谱峰, 该算法通过求解空间谱的一阶导数构造一个新“空间谱”; 最后, 通过一维 MUSIC 算法估计近场信源的距离. 仿真结果表明, 该算法在低信噪比下提高了 DOA 的估计精度, 且不需要二维谱峰搜索, 只需 $K+1$ 次一维谱峰搜索.

关键词: DOA 估计; 近场; 阵列划分; 四阶累积量; 空间谱; 距离

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)09-2110-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20201364

Near-Field DOA Estimation Algorithm Using Array Partition

CHEN Guang-hui¹, ZENG Xiao-ping¹, JIAO Shuang²

(1. College of Microelectronics and Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Central South Electric Power Test Research Institute, China Datang Group Science and Technology Research Institute Co., Ltd., Zhengzhou, Henan 450000, China)

Abstract: This paper proposes a near-field direction of arrival (DOA) estimation algorithm by using array partition. Firstly, the fourth-order cumulant and array partition are used to construct a Toeplitz matrix with only DOA information. Secondly, the spatial spectrum of multiple signal classification (MUSIC) algorithm at the spectrum peak is a breakpoint and approaches a larger value. Thus, to obtain high-resolution spectral peak, the first derivative of spatial spectrum is used to construct a new ‘spatial spectrum’. Finally, the range of near-field source is estimated by the one-dimensional MUSIC algorithm. The simulation results show that the proposed algorithm improves the accuracy of DOA estimation at low signal to noise ratio. In addition, the proposed algorithm does not require two-dimensional spectral peak search, and it requires $K+1$ one-dimensional spectral peak search.

Key words: DOA estimation; near-field; array partition; fourth-order cumulant; spectral peak; range

1 引言

信源定位是阵列信号处理领域中的一个关键技术, 其在雷达、声纳、电子对抗、医疗电子等领域中有着广泛的应用^[1-3]. 根据信源与接收阵列之间的距离, 信源定位可以分为远场和近场信源定位^[4,5]. 对于远场信源定位, 信源的传输模型被假设为平面波, 仅用到达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 就可以完成信源定位的任务. 在过去的几十年中, 学者们提出了很多针对远场 DOA 估计的经典算法. 例如最大似然法^[6],

多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 算法^[7,8], 旋转不变技术 (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique, ESPRIT) 方法^[9,10]. 对于近场信源定位, 信源的传输模型被假设为球面波, 需要估计信源的 DOA 和距离才可以完成信源定位的任务. 针对近场 DOA 估计, 学者们提出了二维近场 MUSIC 算法^[11,12], ESPRIT 高阶近场估计算法^[13,14], 以及一些在 MUSIC 和 ESPRIT 算法基础上改进的算法^[15-19]. 但这些算法在低信噪比 (Signal-to-

收稿日期: 2020-12-01; 修回日期: 2021-08-31; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 重庆市技术创新与应用发展专项重点项目 (No.cstc2019jcsx-zdztzxX0045, No.cstc2019jcsx-zdztzxX0029, No.cstc2019jcsx-mbdtzxX0050)

Noise Ratio, SNR) 下, 因测量数据的微小变化, 将出现 DOA 估计的精度和分辨率严重下降的问题. 针对这一问题, 本文提出了一种基于阵列划分的近场 DOA 估计算法.

该算法首先利用四阶累积量和阵列划分构造只包含 DOA 信息的托普利兹矩阵, 并利用一维 MUSIC 算法对托普利兹矩阵进行特征值分解和构造空间谱. 然后, 由于 MUSIC 算法的空间谱在谱峰处是一个断点、且趋近较大值. 因此, 为提高 DOA 估计分辨率, 该算法求解空间谱的一阶导数来构造一个新“空间谱”. 最后, 利用协方差矩阵建立二维近场 MUSIC 空间谱, 并将第二步得到的 DOA 估计值代入二维近场 MUSIC 空间谱, 然后利用本文构造的新“空间谱”逐个估计近场信源的距离. 此外, 本文理论分析了算法的计算复杂度, 并利用仿真实验验证了该算法在低信噪比下有效的提高了 DOA 的估计精度.

2 近场模型

近场模型如图 1 所示. 其中, $2M+1$ 表示接收阵列的总天线个数, N 表示接收阵列划分的第一个子阵列的天线个数, 信源的数量为 K , 噪声为高斯噪声. 第 m 个天线的输出表示为:

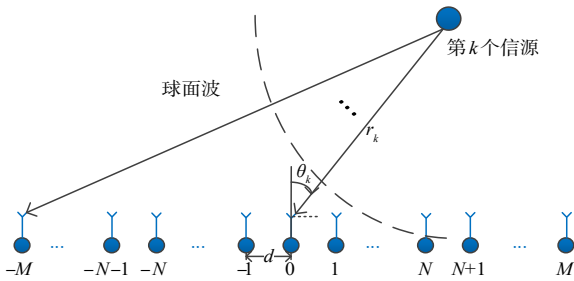


图 1 近场模型的接收阵列

$$y_m(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) e^{j r_m} + n_m(t), \quad m \in [-M, M] \quad (1)$$

其中, $s_k(t)$ 表示第 k 个近场窄带信号源, $n_m(t)$ 表示加性高斯噪声, τ_{mk} 表示第 m 个接收天线与第 0 个接收天线之间的传输延迟. 定义 r_m 表示信源到第 m 个接收天线的距离. 由余弦定理可知:

$$r_m = \sqrt{r_k^2 + (md)^2 - 2mdr_k \sin \theta_k} \quad (2)$$

由图 1 的近场模型可知, 信源传输模型是球面波, 因此, τ_{mk} 被表示如下:

$$\tau_{mk} = \frac{2\pi}{\lambda} (r_m - r_k) \quad (3)$$

r_m 被带入到 τ_{mk} , 可得:

$$\tau_{mk} = \frac{2\pi r_k}{\lambda} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{md}{r_k}\right)^2} - \frac{2md \sin \theta_k}{r_k} - 1 \right) \quad (4)$$

其中, λ 、 d 、 θ_k 、 r_k 分别表示信源的波长、天线间距、DOA 和距离. 为简化式 (4), $f(d/r_k)$ 被定义为:

$$f(d/r_k) = \sqrt{1 + \left(\frac{md}{r_k}\right)^2} - \frac{2md \sin \theta_k}{r_k} \quad (5)$$

式 (5) 在变量为 0 的点被麦克劳林展开, $f(d/r_k)$ 被重写为:

$$\begin{aligned} f(d/r_k) &= f(0) + f'(0)(d/r_k) + \\ &\quad \frac{1}{2!} f''(0)(d/r_k)^2 + \frac{1}{3!} f'''(0)(d/r_k)^3 + \dots \\ &= 1 - (m \sin \theta_k)(d/r_k) + \\ &\quad \frac{1}{2} (m^2 \cos^2 \theta_k)(d/r_k)^2 + O\left[(d/r_k)^2\right] \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $f'(0)$ 、 $f''(0)$ 、 $f'''(0)$ 分别表示 $f(d/r_k)$ 在零点处的一阶、二阶、三阶导数. 通常 d/r_k 的值比较小, 故 $O\left[(d/r_k)^2\right]$ 可以被忽略^[20]. 因此, τ_{mk} 被重写为:

$$\tau_{mk} \approx w_k m + \phi_k m^2 \quad (7)$$

其中, w_k 和 ϕ_k 分别表示为:

$$w_k = -\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_k \quad (8)$$

$$\phi_k = \frac{\pi d^2}{\lambda r_k} \cos^2 \theta_k \quad (9)$$

由式 (8) 和式 (9) 可知, w_k 仅与近场信源的 DOA 有关, 而 ϕ_k 既与近场信源的 DOA 有关, 也与近场信源的距离有关.

3 本文算法的原理

3.1 DOA 估计

对于近场信源的 DOA 估计, 本文提出的算法主要包括: 阵元选择、构造托普利兹矩阵和新“空间谱”. 阵元选择消除四阶累积量中与距离有关的信息, 避免近场信源估计中的二维谱峰搜索, 降低算法的计算量; 构造托普利兹矩阵可以使矩阵经过特征值分解之后其特征向量相互正交. 在这种情况下, 特征向量组成的矩阵仅包含一个方向向量相关的信息; 构造新“空间谱”的目的是利用 MUSIC 算法的空间谱在谱峰处是一个断点、且趋近较大值的性质来提高信源估计的分辨率.

3.1.1 阵元选择

首先, 基于式 (1) 和式 (7), 四阶累积量 $\text{cum}\{y_m(t), y_n^*(t), y_p(t), y_q^*(t)\}$ 被定义为^[15-18]:

$$\begin{aligned}
& \text{cum}\{y_m(t), y_n^*(t), y_p(t), y_q^*(t)\} \\
&= \text{E}[y_m(t)y_n^*(t)y_p(t)y_q^*(t)] \\
&\quad - \text{E}[y_m(t)y_n^*(t)]\text{E}[y_p(t)y_q^*(t)] \\
&\quad - \text{E}[y_m(t)y_p(t)]\text{E}[y_n^*(t)y_q^*(t)] \\
&\quad - \text{E}[y_m(t)y_q^*(t)]\text{E}[y_n^*(t)y_p(t)] \\
&= \text{cum}\left\{\sum_{k=1}^K s_k(t)e^{j(w_k m + \phi_k m^2)}, \left(\sum_{k=1}^K s_k(t)e^{j(w_k n + \phi_k n^2)}\right)^*\right. \\
&\quad \left.\left(\sum_{k=1}^K s_k(t)e^{j(w_k p + \phi_k p^2)}\right)^*, \sum_{k=1}^K s_k(t)e^{j(w_k q + \phi_k q^2)}\right\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{j[(m-n+p-q)w_k + (m^2-n^2+p^2-q^2)\phi_k]} \quad (10)
\end{aligned}$$

其中, $y_m(t), y_n^*(t), y_p(t), y_q(t)$ 分别表示第 m, n, p, q 个天线的输出, $*$ 表示复共轭. C_{s_k} 表示第 k 个近场窄带信号源 $s_k(t)$ 的四阶累积量, 被定义为:

$$\text{cum}\{s_m(t), s_n^*(t), s_p^*(t), s_q(t)\} = C_{s_k} \quad (11)$$

$m=n=p=q=k$

其次, 近场模型的接收阵列被划分为三个子阵列: $[-N, N], [N+1, M], [-M, -N-1]$, 且三个子阵列互不重叠. 此外, m, n, p, q 的取值是为了使四阶累积量中 ϕ_k 的系数为 0, 这样四阶累积量只与近场信源的 DOA 有关, 可以有效的避免近场信源估计中的二维谱峰搜索, 降低算法的计算量. 具体的阵元选择方法如下:

令 $m \in [-M, -N-1], n \in [N+1, M], p \in [-N, 0], q \in [0, N]$, 且 $m=-n, p=-q$, 可以得到一个具有 $(M-N)(N+1)$ 个元素的向量 \mathbf{c}_1 . 其中, \mathbf{c}_1 的第 $(M-m)(N+1)+N+1-p$ 个元素表示为:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{c}_1((M-m)(N+1)+N+1-p) \\
&= \text{cum}\{y_m(t), y_n^*(t), y_p(t), y_q^*(t)\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{j[-2(m-N)(N+1)w_k - 2pw_k]} \quad (12)
\end{aligned}$$

令 $m \in [N+1, M], n \in [-M, -N-1], p \in [0, N], q \in [-N, 0]$, 且 $m=-n, p=-q$, 可以得到一个具有 $(M-N)(N+1)$ 个元素的向量 \mathbf{c}_2 . 其中, \mathbf{c}_2 的第 $(m-N-1)(N+1)+p+1$ 个元素表示为:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{c}_2((m-N-1)(N+1)+p+1) \\
&= \text{cum}\{y_m(t), y_n^*(t), y_p(t), y_q^*(t)\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{j[2(m-N)(N+1)w_k + 2pw_k]} \quad (13)
\end{aligned}$$

令 $p \in [-N, N], q \in [N, -N], m=n=0, p=-q$, 可以得到一个具有 $2N+1$ 个元素的向量 \mathbf{c}_3 , 其中 \mathbf{c}_3 的第 p 个元素表示为:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{c}_3(p) = \text{cum}\{y_0(t), y_0^*(t), y_p^*(t), y_{-q}(t)\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{-2ipw_k} \quad (14)
\end{aligned}$$

令 $p=-N-1, q=N+1, m=-M, n=-N$, 可以得到一个标量 c_4 , 其被表示为:

$$\begin{aligned}
& c_4 = \text{cum}\{y_{-M}(t), y_M^*(t), y_{-N-1}^*(t), y_{N+1}(t)\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{-j[2(M-N+1)(N+1)w_k]} \quad (15)
\end{aligned}$$

令 $p=N+1, q=-N-1, m=M, n=N$, 可以得到一个标量 c_5 , 其被表示为:

$$\begin{aligned}
& c_5 = \text{cum}\{y_M(t), y_{-M}^*(t), y_{N+1}^*(t), y_{-N-1}(t)\} \\
&= \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{j[2(M-N+1)(N+1)w_k]} \quad (16)
\end{aligned}$$

由式(12)和(13)可知, \mathbf{c}_1 与 \mathbf{c}_2 的倒序共轭对称. 由式(14)可知, \mathbf{c}_3 的 $2N+1$ 个元素共轭对称. 由式(15)和(16)可知, c_4 和 c_5 也共轭. $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, c_4, c_5$ 的共轭对称关系是构造托普利兹矩阵的基础.

3.1.2 托普利兹矩阵构造

构造 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, c_4, c_5$ 之后, 需要构造一个托普利兹矩阵. 因为托普利兹矩阵经过特征值分解之后其特征向量相互正交. 在这种情况下, 特征向量组成的矩阵仅包含一个与方向向量相关的信息. 具体的托普利兹矩阵构造过程见下文.

首先, 一个 $(2(M-N+1)(N+1)+1)$ 维的向量 \mathbf{c} 被定义为:

$$\mathbf{c} = [c_4 \quad \mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_3 \quad \mathbf{c}_2 \quad c_5]^T \quad (17)$$

其中, T 表示矩阵转置.

其次, 定义一个矩阵 \mathbf{C}_H , 把向量 \mathbf{c} 中第 $((M-N+1)(N+1)+2-m)$ 到 $(2(M-N+1)(N+1)+2-m)$ 的元素组成 \mathbf{C}_H 的第 m 列. 其中, \mathbf{C}_H 的具体表达式如下所示:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_H &= \begin{bmatrix} \mathbf{c}_3[N] & \mathbf{c}_3[N-1] & \dots & \mathbf{c}_1[0] & c_4 \\ \vdots & \mathbf{c}_3[N] & & \vdots & \mathbf{c}_1[0] \\ \mathbf{c}_3[2N] & \vdots & & \mathbf{c}_1[Q-1] & \vdots \\ \mathbf{c}_2[0] & \mathbf{c}_3[2N] & \ddots & \mathbf{c}_3[0] & \mathbf{c}_1[Q-1] \\ \vdots & \mathbf{c}_2[0] & & \vdots & \mathbf{c}_3[0] \\ \mathbf{c}_2[Q-1] & \vdots & & \mathbf{c}_3[N] & \vdots \\ c_5 & \mathbf{c}_2[Q-1] & \dots & \mathbf{c}_3[N+1] & \mathbf{c}_3[N] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K C_{s_k} & \dots & \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{-j[2(M-N+1)(N+1)w_k]} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^K C_{s_k} e^{j[2(M-N+1)(N+1)w_k]} & \dots & \sum_{k=1}^K C_{s_k} \end{bmatrix} \quad (18)
\end{aligned}$$

由 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, c_4, c_5$ 的共轭对称关系知, 托普利兹矩阵

阵 C_H 的维度是 $((M-N+1)(N+1)+1) \times ((M-N+1)(N+1)+1)$. 为简化式 (18), 定义 $Q = (M-N)(N+1)$. 此外, 式(18)可以被表示为矩阵形式, 如下所示:

$$C_H = A(\theta)C_S A^H(\theta) \quad (19)$$

其中, H 表示矩阵共轭转置. $A(\theta)$ 和 C_S 公式如下所示:

$$A(\theta) = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_k), \dots, a(\theta_K)] \quad (20)$$

$$C_S = \text{diag}[C_{s_1}, \dots, C_{s_K}] \quad (21)$$

其中, $a(\theta_k) = [1, e^{j2w_k}, \dots, e^{j[2(M-N+1)(N+1)w_k]}]^T$.

基于式(19)~(21), $A(\theta)$ 可以看作是 K 个远场信源的虚拟方向矩阵, 且其对应 $(M-N+1)(N+1)+1$ 天线 (虚拟天线). 另外, 因为 $s_k(t)$ 统计独立, 且 C_S 和 $A(\theta)$ 均为满秩矩阵, 因此 C_H 也是满秩矩阵. 所以, 可以采用一维远场 MUSIC 算法估计近场信源的 DOA. 其中, 基于一维远场 MUSIC 算法, $a(\theta)$ 与 U_n 之间的关系可以描述为^[8]:

$$a^H(\theta)U_n = 0 \quad (22)$$

其中, U_n 表示由 C_H 矩阵特征值分解之后得到的噪声空间. 因此, MUSIC 算法的空间谱函数定义为:

$$P(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)U_n U_n^H a(\theta)} \quad (23)$$

3.1.3 构造新“空间谱”

MUSIC 算法空间谱的物理意义表示为: $P(\theta)$ 不是真实的谱, 可以理解为扫描向量 $a(\theta)$ 到噪声子空间 U_n 的欧几里德距离的倒数. 由 MUSIC 算法空间谱的物理意义和 $a^H(\theta)U_n = 0$ 可知, $P(\theta)$ 函数在信源的 DOA 处存在尖峰 (也可以认为是断点). 利用此性质, 对 $P(\theta)$ 求一阶导数, 锐化谱峰, 可以提高 DOA 估计的分辨率. 因此, $P(\theta)$ 的一阶导数 $d(\theta)$ 定义为:

$$d(\theta) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(\theta+h) - P(\theta-h)}{2h} \quad (24)$$

为方便计算, 选择合适的步长 h 可以用一阶差分函数 $y(\theta)$ 代替一阶导数 $d(\theta)$, 其中一阶差分函数 $y(\theta)$ 被定义为:

$$y(\theta) = \frac{P(\theta+h) - P(\theta-h)}{2h} = \frac{1}{a^H(\theta+h)U_n U_n^H a(\theta+h)} - \frac{1}{a^H(\theta-h)U_n U_n^H a(\theta-h)} \quad (25)$$

其中, 式(25)即是本文算法定义的新“空间谱”的表达式.

3.2 距离估计

为了估计近场信源的距离, 本文算法又构造一个协方差矩阵 $R = E\{y(t)y^*(t)\}$, 对其特征值分解可以构造

一个二维空间谱, 具体的表达式如下:

$$P(\theta, r) = \frac{1}{a^H(\theta, r)U_0 U_0^H a(\theta, r)} \quad (26)$$

其中, U_0 表示协方差矩阵 $R = E\{y(t)y^*(t)\}$ 经过特征值分解之后的噪声子空间. 在 3.1 节中获得的 DOA 估计值 $\{\theta_k, k=1, \dots, K\}$ 被代入式(26)中, 近场信源的距离可以被一一估计. 因此, 式(26)可以被重写为:

$$P(\theta_k, r) = \frac{1}{a^H(\theta_k, r)U_0 U_0^H a(\theta_k, r)}, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (27)$$

在估计近场信源的距离时, 同样利用本文构造的新“空间谱”估计近场信源的距离, 公式如下:

$$y(\theta_k, r) = \frac{P(\theta_k, r+h) - P(\theta_k, r-h)}{2h} = \left(\frac{1}{a^H(\theta_k, r+h)U_0 U_0^H a(\theta_k, r+h)} - \frac{1}{a^H(\theta_k, r-h)U_0 U_0^H a(\theta_k, r-h)} \right) / 2h \quad (28)$$

3.3 本文算法的步骤

本文算法的步骤如表 1 所示:

表 1 本文算法的步骤

第 1 步	根据式 (10) 计算 c_1, c_2, c_3, c_4, c_5
第 2 步	根据式 (17) 构造向量 c
第 3 步	根据向量 c 构造托普利兹矩阵 C_H
第 4 步	根据式(22)和(23)构造空间谱 $P(\theta)$
第 5 步	根据式(25)构造新“空间谱” $y(\theta)$, 并估计近场信源的 DOA
第 6 步	根据式 (28) 估计近场信源的距离

4 仿真分析

4.1 DOA 估计分辨率理论分析和仿真

本节首先分析本文算法定义的新“空间谱”如何确定近场信源的 DOA, 然后分析本文算法的 DOA 估计分辨率. 假设 θ_0 是近场信源的 DOA, 由式 (22), (23) 和 MUSIC 算法的空间谱的物理意义可知, $P(\theta_0)$ 是一个较大的正值, $P(\theta_0-h), P(\theta_0+h), P(\theta_0+2h)$ 远小于 $P(\theta_0)$. 因此, 可以计算出 $y(\theta_0-h)$ 是一个较大的正值, $y(\theta_0+h)$ 是一个较大的负值. 所以, 根据式 (25) 中 $y(\theta)$ 函数是否先有一个较大的正值, 后有一个较大的负值来确定近场信源的 DOA. 此外, 本文算法通过对空间谱函数求一阶导数, 一定会先产生一个极大值, 然后产生一个极小值. 这反映到谱峰上是先产生一个正的谱峰, 后又产生一个负的谱峰. 由于本文算法在求空间谱一阶导数的过程中, 采用从 -90° 到 90° 的递增顺序, 所以在谱峰搜索时会舍弃搜索到的负谱峰, 这样即不会

对 DOA 估计结果造成影响,也不会造成 DOA 估计分辨率下降. 当 θ_1 和 θ_2 是两个近场信源的 DOA 时, MUSIC 算法的 DOA 估计分辨率定义为^[7]:

$$\varphi_{\text{music}}(\theta) = \frac{1}{2} \{P(\theta_2) + P(\theta_1)\} - P(\theta_m) \quad (29)$$

其中,

$$\theta_m = \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \quad (30)$$

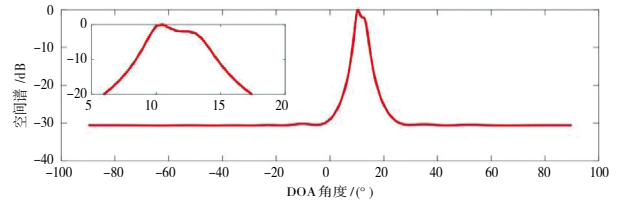
基于式 (29), 本文算法的 DOA 估计分辨率为:

$$\begin{aligned} \varphi(\theta) &= \frac{1}{2} \{y(\theta_2) + y(\theta_1)\} - y(\theta_m) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{P(\theta_2+h) - P(\theta_2-h)}{2h} + \frac{P(\theta_1+h) - P(\theta_1-h)}{2h} \right\} \\ &\quad - \frac{P(\theta_m+h) - P(\theta_m-h)}{2h} \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{P(\theta_2+h) + P(\theta_1+h)}{2h} \right] - \frac{P(\theta_m+h)}{2h} \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{P(\theta_2-h) + P(\theta_1-h)}{2h} \right] - \frac{P(\theta_m-h)}{2h} \right\} \\ &= \frac{\varphi_{\text{music}}(\theta+h) - \varphi_{\text{music}}(\theta-h)}{2h} \\ &\approx \varphi'_{\text{music}}(\theta) \end{aligned} \quad (31)$$

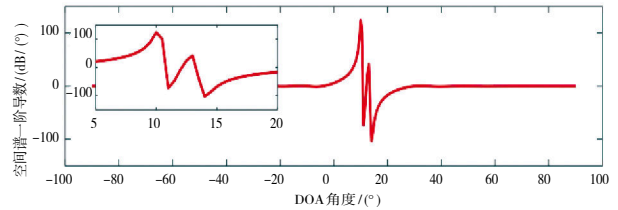
由式 (31) 可知, 本文算法 DOA 估计分辨率近似等于 MUSIC 算法的一阶导数. 由 MUSIC 算法的空间谱函数的物理意义可知, 空间谱函数在 DOA 处是断点, 且其在 DOA 处的值远大于相邻角度的值. 因此, 本文算法 DOA 估计分辨率 $\varphi(\theta)$ 高于 MUSIC 的估计分辨率 $\varphi_{\text{music}}(\theta)$. 此外, 本文又通过实验验证了上述分析, 实验结果如图 2 和图 3 所示.

由图 2(a) 可知, 在 DOA=(10°, 13°), SNR=0 dB 条件下, 传统的 MUSIC 方法未估计出两个 DOA, 仅仅在角度等于 10° 处估计出一个谱峰, 且不明显. 通过对 5°~20° 范围的空间谱放大处理, 显示在图 2(a) 的子图中, 发现在角度等于 13° 处的空间谱的谱峰也不明显. 但由图 2(b) 可知, 在 DOA=(10°, 13°), SNR=0 dB 条件下, 本文算法可以在角度等于 10° 和 13° 处估计出两个 DOA, 且空间谱的谱峰明显. 因此, 本文算法在 SNR=0 dB 条件下, 可以有效的提高 DOA 的估计分辨率.

由图 3(a) 可知, 在 DOA=(10°, 13°), SNR=20 dB 条件下, 传统的 MUSIC 方法估计出两个 DOA, 且空间谱的谱峰较明显. 由图 3(b) 可知, 在 DOA=(10°, 13°), SNR=20 dB 条件下, 本文算法也可估计出两个 DOA, 且空间谱的谱峰更明显. 但由于 MUSIC 算法在高 SNR 条件下, DOA 估计分辨率已经较高, 所以本文算法在 SNR=20 dB 条件下, DOA 估计分辨率和 MUSIC 算法是相似

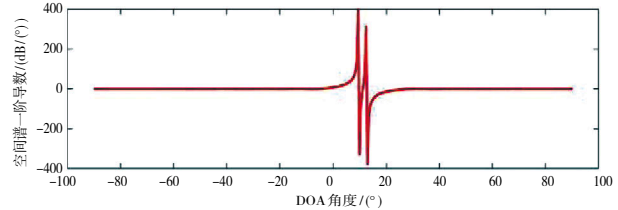


(a) 传统 MUSIC 算法估计结果

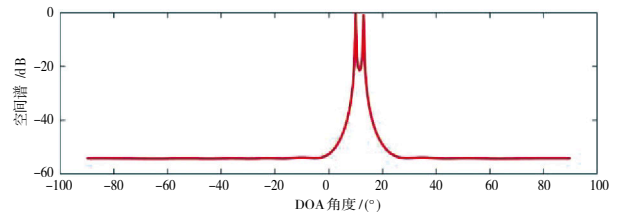


(b) 本文算法估计结果

图 2 DOA=(10°, 13°), 信噪比 SNR=0 dB 的对比图



(a) 传统 MUSIC 算法估计结果



(b) 本文算法估计结果

图 3 DOA=(10°, 13°), 信噪比 SNR=20 dB 的对比图

的. 最终, 由图 2 和图 3 可知, 本文算法提高了低信噪比下的 DOA 估计分辨率.

4.2 DOA 和距离估计分辨率仿真

仿真参数如表 2 所示, 噪声为高斯白噪声, 分别利用 3 个不同的近场信源对比了本文算法和文献 [19] 中的算法. 其中, 3 个近场信源分别由 K_1 、 K_2 、 K_3 表示, K_1 是 $([0^\circ, 3\lambda], [1^\circ, 4\lambda])$, K_2 是 $([10^\circ, 3\lambda], [13^\circ, 4\lambda])$, K_3 是 $([20^\circ, 3\lambda], [25^\circ, 4\lambda])$, DOA 角度差 $\Delta\theta$ 分别为 1° 、 3° 、 5° . DOA 和距离估计结果如图 4~6 所示.

在图 4 中, 当 $\Delta\theta$ 为 1° 和 3° 时, 文献 [19] 的算法只估计出一个 DOA. 当 $\Delta\theta$ 为 5° 时, 文献 [19] 算法估计两个 DOA. 在图 5 中, 当 $\Delta\theta$ 为 1° 时, 本文算法估计出一个 DOA, 当 $\Delta\theta$ 为 3° 和 5° 时, 本文算法估计两个 DOA,

表 2 仿真参数表

参数	参数值
接收阵列天线个数 (2M+1)	9
接收阵元天线间距 d	$\lambda/4$
采样快拍数 L	100
步长 h	0.01
信噪比 SNR	0 (dB)

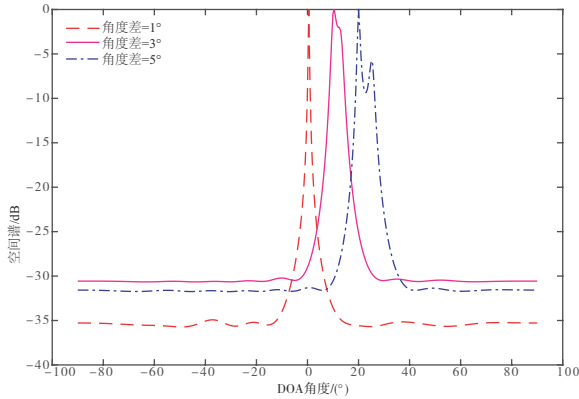


图 4 文献 [19] 中 DOA 估计结果图

且空间谱的谱峰较明显. 原因是当信源的 DOA 相近时, 信源之间的空间相关性较强. 但本文算法利用空间谱函数在 DOA 处是断点并具有较大值的物理特性和空间谱函数的一阶导数构造一个新“空间谱”来减少 DOA 处的空间相关性, 因此提高了 DOA 估计分辨率.

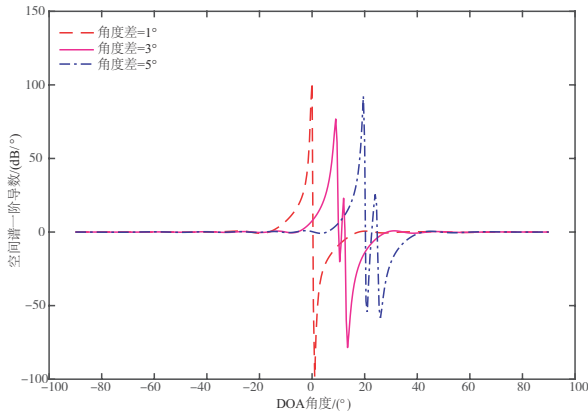


图 5 本文算法的 DOA 估计结果图

图 6(a)~(c)是文献 [19] 的距离仿真结果, 图 6(d)~(f)是本文算法的距离仿真结果图. 图 6(a)、图 6(b)、图 6(d)中仅有一个空间谱, 而图 6(c)、图 6(e)、图 6(f)中有两个空间谱. 原因是文献 [19] 对 K1 和 K2 近场信源只估计出一个 DOA, 对 K3 近场信源估计出两个 DOA, 而本文算法对 K1 近场信源也只估计出一个 DOA, 而对 K2 和 K3 近场信源估计出两个 DOA.

4.3 DOA 和距离估计精度仿真

统计意义的均方根误差被定义为 DOA 的估计精

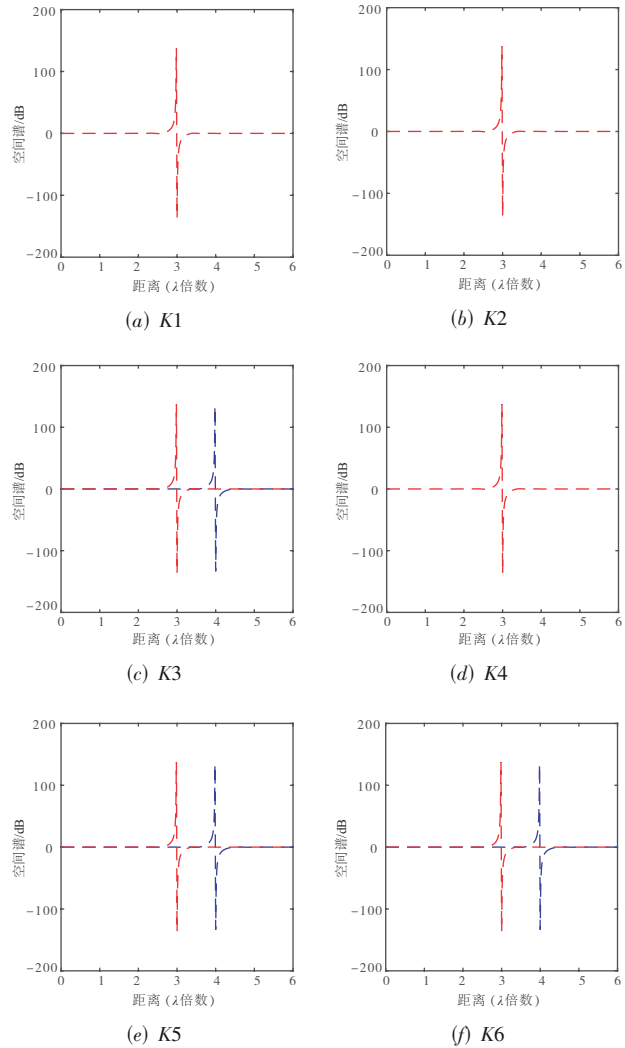


图 6 文献 [19] 和本文算法的距离估计结果图

度. 其中, 近场信源的均方根误差被定义为:

$$RMSE = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\beta_{i,j} - \alpha_{i,j})^2} \quad (32)$$

其中, T 是蒙特卡洛实验的次数 ($T = 500$), K 是近场信源的个数, $\beta_{i,j}$ 是第 j 次蒙特卡洛实验中 $\alpha_{i,j}$ 的估计值. 本文的算法和文献 [13, 16, 19] 中的方法进行了比较. 同时为了更好的验证本文算法的性能, 文献 [21] 中 CRB 方法也被比较, 结果如图 7~10 所示.

在图 7 和图 8 中, 随着信噪比的增加, 均方根误差逐渐减少, 近场信源的 DOA 和距离估计精度被逐渐提高. 对于 DOA 估计, 文献 [16, 19] 和本文算法的均方根误差低于文献 [13] 中的 ESPRIT-Like 算法, 但都高于文献 [21] 中 CRB 方法. 当信噪比低于 10 dB 时, 本文算法的均方根误差低于文献 [16, 19] 和 ESPRIT-Like 算法. 当信噪比高于 10 dB 时, 本文算法和文献 [16, 19] 的均方根误差是相似的. 因为在低信噪比时, 接收阵列的统

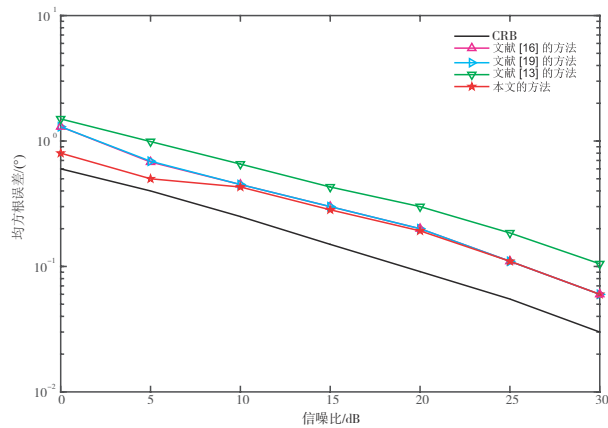


图7 DOA的均方根误差与信噪比关系图

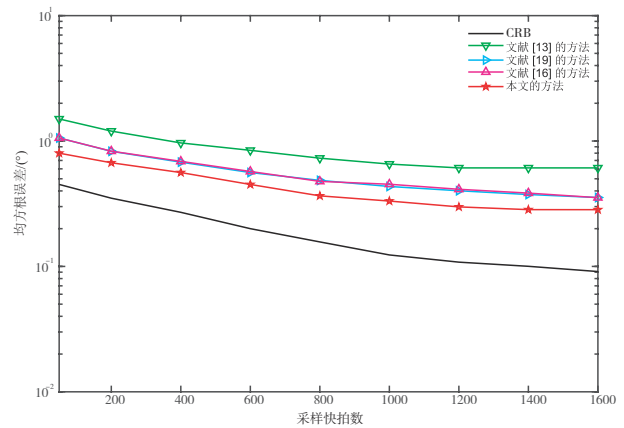


图9 DOA的均方根误差与采样快拍数关系图

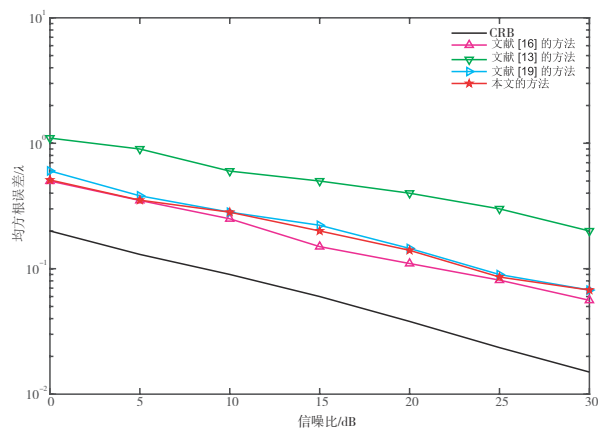


图8 距离的均方根误差与信噪比关系图

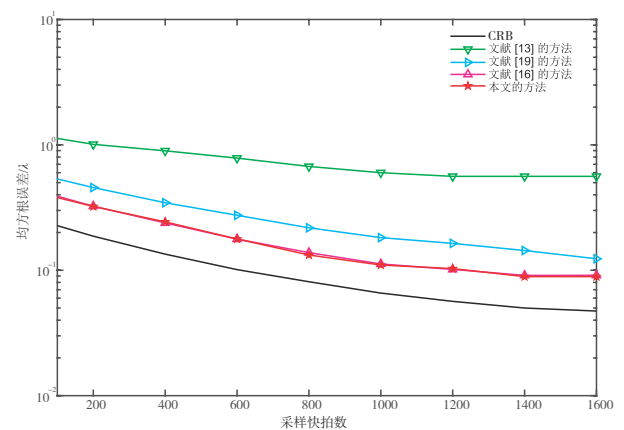


图10 距离的均方根误差与采样快拍数关系图

计矩阵的托普利兹结构被破坏. 但本文算法首先利用阵列划分和四阶累积量构造一个新的托普利兹矩阵, 同时又利用空间谱函数的一阶导数构造一个新“空间谱”来减小DOA处的空间相关性. 因此, 低信噪比下, 本文算法提高了近场信源的DOA的估计精度.

对于距离估计, 当信噪比低于10 dB时, 本文算法的均方根误差低于文献[13, 19], 相似于文献[16], 当信噪比高于10 dB时, 文献[16]的均方根误差低于本文算法和文献[13, 19]. 因为对于距离估计, 文献[19]和本文算法的接收阵列的统计矩阵由协方差矩阵构造的, 而文献[16]的接收阵列的统计矩阵由四阶累积量构造的. 众所周知, 四阶累积量矩阵可以有效的抵抗高斯噪声, 而协方差矩阵不具有此特性. 所以, 文献[16]在高信噪比下的均方根误差低于本文算法和文献[13, 19]. 此外, 本文算法同样采用新“空间谱”估计近场信源的距离, 这可以提高低信噪比下距离的估计精度. 因此, 在低信噪比下, 本文算法的均方根误差相似于文献[16], 低于文献[13, 19].

在图9和图10中, 随着采样快拍数的增加, 均方根误差逐渐减少, 近场信源的DOA和距离估计精度被逐渐提高. 对于DOA估计, 本文算法的均方根误差低于

文献[13, 16, 19], 但均高于文献[21]CRB方法. 对于距离估计, 本文算法的均方根误差低于文献[13, 19], 相似于文献[16], 但均高于文献[21]中CRB方法. 原因是图9和10的仿真结果是在信噪比SNR=0 dB条件下得到的, 由图7可知, 低信噪比下本文算法的DOA估计的均方根误差低于文献[13, 16, 19], 由图8可知, 低信噪比下本文算法的距离估计的均方根误差相似于文献[16], 低于文献[13, 19]. 因此, 随着采样快拍数的增加, 在低信噪比下, 本文算法的DOA估计精度高于文献[13, 16, 19], 本文算法的距离估计精度相似于文献[16], 高于文献[13, 19].

4.4 计算复杂度分析

在计算复杂度分析中, 考虑了几个主要步骤: 统计矩阵的构建, 特征值分解和谱峰搜索. 为了更好的比较本文算法的计算复杂度, 对比了本文算法和文献[11, 13, 15, 16, 19]中算法, 具体的计算复杂度结果如表3所示.

在表3中, M, K, L 分别表示接收阵列的天线个数, 信源个数和采样快拍数. n_g 表示在DOA空间搜索的次数, $n_g = 180/\Delta$, 其中 Δ 是搜索步长, $\Delta = 0.01$, n_l 表示在距

表 3 计算复杂度

方法	计算复杂度
文献 [11]	$O(9(2M+1)^2L+4/3(2M+1)^3+n_g n_l(2M+1)^2K(2M+1)^2)$
文献 [13]	$O(9(2M+1)^2L+4/3(2M+1)^3)$
文献 [15]	$O(9(2M+1)^2L+9(4M+1)^2L+4/3(2M+1)^3+4/3(4M+1)^3+n_g(4M+1)^2+n_lK(2M+1)^2)$
文献 [16]	$O((9(2M+1)^2L+4/3(2M+1)^3+1/2(K-1)KM+n_lK(2M+1)^2+n_g((M/2+1)^2+1)^2)$
文献 [19]	$O(9(2M+1)^2L+9(4M+1)^2L+4/3(2M+1)^3+4/3(4M+1)^3+n_g(4M+1)^2+n_lK(2M+1)^2)$
本文算法	$O((9(M/2+1)^2+1)L+9(2M+1)^2L+4/3((M/2+1)^2+1)^3+4/3(2M+1)^3+n_lK(2M+1)^2+n_g((M/2+1)^2+1)^2)$

离空间搜索的次数, $n_l = (2D^2/\lambda - 0.62(D^3/\lambda)^{1/2})/A$, 其中 D 是阵列中天线的孔径, λ 为波长.

本文算法的计算复杂度高于文献[13]的 ESPRIT-Like 方法, 相等于文献[16]中的方法, 低于文献[11]中的 2D-MUSIC 算法和文献[15, 19]中的算法. 原因是文献[13]中的 ESPRIT-Like 算法不需要谱峰搜索, 所以计算量是低于其他算法的, 但从图 7 和图 8 可知, ESPRIT-Like 算法的 DOA 和距离估计精度是远低于其它算法的; 文献[16]中算法只构造了一个四阶累积量, 但增加了 K 次施密特正交化, 所以计算量和本文相似, 但从图 7 可知, 文献[16]的 DOA 估计精度在低信噪比下低于本文算法; 文献[11]需要二维谱峰搜索, 文献[15, 19]构造的四阶累积量的维度高于本文算法, 而本文算法不需要二维谱峰搜索, 只需要 $K+1$ 次一维谱峰搜索 (其中, 一次谱峰搜索是对 DOA 估计, K 次谱峰搜索是对距离估计).

5 结论

本文基于四阶累积量、协方差矩阵以及空间谱的物理性质提出一种基于阵列划分的近场 DOA 估计算法. 通过理论分析验证了该算法可以有效的提高 DOA 估计分辨率. 仿真结果表明: 该算法在低信噪比下提高了 DOA 的估计精度, 且不需要二维谱峰搜索, 只需 $K+1$ 次一维谱峰搜索.

参考文献

[1] 张彦奎, 王大鸣, 耿卫, 等. 基于双向传播算子的互质面

阵二维波达方向估计[J]. 电子学报, 2019, 47(3): 576-583.
ZHANG Y K, WANG D M, GENG W, et al. Two-dimensional DOA estimation with coprime rectangular array using Bi-directional propagator method[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(3): 576-583. (in Chinese)

- [2] ZUO W L, XIN J M, ZHENG N N, et al. Subspace-based near-field source localization in unknown spatially nonuniform noise environment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 4713-4726.
- [3] WEN F Q. Computationally efficient DOA estimation algorithm for MIMO radar with imperfect waveforms[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(6): 1037-1040.
- [4] WU X H, YAN J. 3-D mixed far-field and near-field sources localization with cross array[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(6): 6833-6837.
- [5] MOLAEI A M, ZAKERI B, HOSSEINI ANDARGOLI S M. Components separation algorithm for localization and classification of mixed near-field and far-field sources in multipath propagation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 404-419.
- [6] XU J, WANG W Q, GUI R H. Computational efficient DOA, DOD, and Doppler estimation algorithm for MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(1): 44-48.
- [7] BARAL A B, TORLAK M. Impact of number of noise eigenvectors used on the resolution probability of MUSIC[J]. IEEE Access, 7: 20023-20039.
- [8] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [9] 刘松, 庞育才. 基于扩展 ESPRIT 的随机阵列高效 DoA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(6): 1324-1329.
LIU S, PANG Y C. Efficient augmented ESPRIT-based direction-of-arrival estimation algorithm for random arrays[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41(6): 1324-1329. (in Chinese)
- [10] 陈显舟, 杨旭, 方海, 等. 基于阵列流型盲辨识的 MIMO 雷达二维 DOD 和二维 DOA 联合估计[J]. 电子学报, 2018, 46(9): 2270-2275.
CHEN X Z, YANG X, FANG H, et al. 2-D DOD and 2-D DOA estimation in bistatic MIMO radar based on blind identification of array manifold[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(9): 2270-2275. (in Chinese)
- [11] HUANG Y D, BARKAT M. Near-field multiple source localization by passive sensor array[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(7): 968-975.

- [12] ZHANG Y, ZHANG G, WANG X H. Computationally efficient DOA estimation for monostatic MIMO radar based on covariance matrix reconstruction[J]. Electronics Letters, 2017, 53(2): 111-113.
- [13] CHALLA R N, SHAMSUNDER S. High-order subspace-based algorithms for passive localization of near-field sources[C]//Conference Record of The Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE, 1995: 777-781.
- [14] 陈广东, 黄海行, 陈智. 电磁矢量传感器阵列相干和独立信号 DOA 估计[J]. 电子学报, 2017, 45(9): 2296-2301. CHEN G D, HUANG H X, CHEN Z. DOA estimation with arrays of electromagnetic vector sensors under the coexistence of both uncorrelated and coherent signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(9): 2296-2301. (in Chinese)
- [15] LIANG J L, LIU D. Passive localization of mixed near-field and far-field sources using two-stage MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 108-120.
- [16] LI J Z, WANG Y D, LE BASTARD C, et al. Simplified high-order DOA and range estimation with linear antenna array[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(1): 76-79.
- [17] ZHENG Z, FU M C, WANG W Q, et al. Localization of mixed near-field and far-field sources using symmetric double-nested arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(11): 7059-7070.
- [18] ZUO W L, XIN J M, LIU W Y, et al. Localization of near-field sources based on linear prediction and oblique projection operator[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(2): 415-430.
- [19] ZHENG Z, SUN J, WANG W Q, et al. Classification and localization of mixed near-field and far-field sources using mixed-order statistics[J]. Signal Processing, 2018, 143: 134-139.
- [20] 谢坚. 近场复杂源高分辨参数估计算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2015. XIE J. High-Resolution Parameters Estimation Algorithms for Near-Field Complex Sources[D]. Xi'an: Xidian University, 2015. (in Chinese)
- [21] GROSICKI E, ABED-MERAIM K, HUA Y B. A weighted linear prediction method for near-field source localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(10): 3651-3660.

作者简介



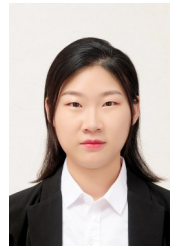
陈光辉 男, 1996年生, 河南郸城人, 现为重庆大学微电子与通信工程学院研究生, 主要研究方向: 阵列信号处理.

E-mail: chenguanghui@cqu.edu.cn



曾孝平(通讯作者) 男, 1956年生, 四川广安人, 现为重庆大学微电子与通信工程学院教授, 主要研究方向: 阵列信号处理, 智能通信.

E-mail: zxp@cqu.edu.cn



焦爽 女, 1996年生, 河南延津人, 现为中国大唐集团科学技术研究院有限公司中南电力试验研究院工程师. 主要研究方向: 阵列信号处理.

E-mail: 1415523904@qq.com