

被动声纳粒子滤波检测前跟踪的检测门限设置方法

奚 畅, 蔡志明, 袁 骏

(海军工程大学电子工程学院, 湖北武汉 430000)

摘 要: 对于粒子滤波检测前跟踪算法, 在被动声纳观测量满足指数分布的情况下, 本文提出一种按照系统要求的虚警概率设置检测门限的方法. 首先, 利用贝叶斯定理推导了后验概率比表达式; 然后, 设置对数后验概率比为检验统计量, 通过积分运算离散化处理和 Jacobian 定理对其进行简化; 最后, 在不存在目标的情况下分析检验统计量的概率分布特性, 得到一定虚警概率要求下检测门限的解析表达式, 利用有目标和没有目标情况下观测单元的统计特性差异, 证明了在控制虚警概率的同时可以实现对目标的检测. 蒙特卡洛仿真结果表明, 利用所提的门限设置方法得到的虚警概率与系统要求的虚警概率之间偏差小于 0.01, 检测概率大于 0.95.

关键词: 检测前跟踪; 粒子滤波; 检测门限; 指数分布

中图分类号: TN973

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)07-1722-13

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20201274

A Method of Determining Detection Threshold for Particle Filter Track-Before-Detect in Passive Sonar

XI Chang, CAI Zhi-ming, YUAN Jun

(College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430000, China)

Abstract: This paper proposes a method of determining detection threshold according to the demanded false alarm probability for particle filter track-before-detect, in the case of the passive sonar observables are all exponential distributions. Firstly, the expression of posterior probability ratio is derived based on the Bayesian theorem. Secondly, the logarithmic posterior probability ratio is set as the test statistic, and it is simplified by the discretization of the integral operation and the Jacobian logarithm. Finally, the probability distribution characteristics of the test statistic is analysed in the absence of a target, and the analytical expression of the detection threshold is obtained according to the demanded false alarm probability. Using the difference in statistical characteristics of the observables with and without a target, it is proved that the detection of the target can be achieved while controlling the false alarm probability. The Monte-Carlo simulation results show that using the proposed method, the deviation between the calculated value of false alarm probability and the required value of false alarm probability is less than 0.01 and the detection probability is greater than 0.95.

Key words: track-before-detect; particle filter; detection threshold; exponential distributions

1 引言

被动声纳因其隐蔽性高、抗干扰能力强、便于提取目标属性信息等诸多优点, 被广泛应用于水下目标探测领域. 检测前跟踪(Track-Before-Detect, TBD)方法是低信噪比条件下对目标进行检测和跟踪的有效手段, 它采用未阈值化的传感器原始观测数据, 通过时间上的观测累积提升信噪比, 同时实现目标的检测和航迹提取^[1]. 典型的 TBD 实现算法包括 Hough 变换^[2]、动态规划^[3,4]、递推贝叶斯估计^[5-7]等. 其中, 基于递推贝叶

斯估计的 TBD 方法通过引入目标运动模型和传感器观测模型, 完整地体现了跟踪的思想, 是当前弱目标 TBD 的研究热点. 由于贝叶斯滤波中的后验概率密度往往不解析, 工程上难以计算, 因此通常选择基于蒙特卡洛采样近似的粒子滤波算法来实现, 其精度可以逼近最优估计.

门限设置是目标检测问题中的关键, TBD 算法中目标的检测和航迹提取是同时完成的, 所以门限检测的对象是目标航迹, 当前 TBD 检测门限的研究多针对动态规划算法^[8-11]. 对于粒子滤波 TBD 算法, 由于系统

观测与目标联合状态之间的强非线性,以及计算过程中所涉及的高维积分运算,很难定量地对门限设置准则、恒虚警性能进行分析。

目标出现的后验概率和没有出现的后验概率之比被称为似然比^[12,13]。文献[14]基于序贯似然比检测方法中的门限设置准则^[15],利用给定的虚警概率和漏检概率计算目标存在概率的检测门限。文献[16]将序贯似然比检验和固定样本长度似然比检验相结合,希望以最小时延检测到目标存在和消失,但对于样本长度的设置缺乏理论分析。

非线性情况下很难通过解析表达式计算检测门限,一种解决方法是借助蒙特卡洛仿真^[17]。文献[18]分别以目标存在概率和似然比作为检验统计量,用蒙特卡洛方法计算不同参数条件下的平均检测概率和平均虚警概率,进而选取最佳门限。针对蒙特卡洛方法计算量大的缺陷,文献[19]提出非相干积累检测方法,检验统计量服从广义极值分布,可获得检测概率、虚警概率以及门限的解析表达式。

采用固定的检测门限^[20,21]难以稳定地控制系统的虚警率。文献[22]提出利用有目标和没有目标情景下的后验概率分布,根据其变化特点在不同的时刻采用不同检测门限。文献[23]从似然比检测形式入手,推导了检验统计量的表达式,得到了系统虚警概率同检测门限之间的关系,给出了检测门限的近似闭式解。但是,文献[23]假设有目标和没有目标情况下观测单元的输出分别服从莱斯分布和瑞利分布,而实际应用中常见的雷达、声纳传感器观测单元输出均服从指数分布^[24],尚无公开发表的文献对此情况下的检测门限设置问题进行讨论。

在目标检测跟踪领域,常需要根据 Neyman-Pearson 准则对目标进行检测,即需要按照系统要求的虚警概率设置检测门限。为实现此目标,本文针对粒子滤波检测前跟踪算法,在被动声纳观测量满足指数分布的情况下,设置对数后验概率比为检验统计量并对其进行简化,详细推导了检验统计量与系统虚警概率之间的关系,给出了检测门限的闭式解,利用蒙特卡洛仿真和海上试验数据验证了所提方法的可行性和有效性。

2 系统模型

2.1 目标状态模型

假设目标具备线谱特征,目标与观测站在同一水平面内做匀速直线运动,由于被动声纳探测场景下观测站和目标航速较低、相距较远,可近似认为目标位变率恒定,由于目标方位变化幅度较小且水下目标线谱频率较低,可近似认为相对运动导致的线谱多普勒频移恒定。在极坐标系下建立 k 时刻的状态向量为

$$\mathbf{x}_k = [\beta_k \dot{\beta}_k f_k \text{snr}_k]^\top \quad (1)$$

其中, β_k 为目标方位, $\dot{\beta}_k$ 为目标位变率, f_k 为目标线谱固有频率与多普勒频移之和, snr_k 为目标线谱信噪比。

状态转移方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{v}_k \quad (2)$$

其中, \mathbf{F} 与 \mathbf{Q} 分别为目标匀速直线运动模型的状态转移矩阵以及过程噪声协方差矩阵。设 T 为观测时间间隔, q_1, q_2, q_3 分别为目标运动状态、目标线谱频率、目标线谱信噪比的过程噪声级,则有

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 T^3/3 & q_1 T^2/2 & 0 & 0 \\ q_1 T^2/2 & q_1 T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_2 T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 T \end{bmatrix} \quad (4)$$

用二值状态变量 $E_k \in \{e_k, \bar{e}_k\}$ 表示目标是否存在于观测区域内, $E_k = e_k$ 表示 k 时刻目标存在, $E_k = \bar{e}_k$ 表示 k 时刻目标不存在,定义目标新生概率和消失概率分别为

$$\begin{cases} P_b = P(e_k | \bar{e}_{k-1}) \\ P_d = P(\bar{e}_k | e_{k-1}) \end{cases} \quad (5)$$

状态 E_k 建模为二元一阶 Markov 过程,其状态转移概率矩阵为

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 - P_b & P_b \\ P_d & 1 - P_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2 量测模型

被动声纳低频分析与记录 (Low frequency analysis recording, Lofar) 谱的横纵坐标分别为方位和频率,设观测的方位范围为 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]^\circ$, 分为 N_b 个方位单元, 频率范围为 $[f_{\min}, f_{\max}]$ Hz, 分为 N_f 个频率单元, 观测 \mathbf{z}_k 包括 $N_b \times N_f$ 个功率谱数据:

$$\mathbf{z}_k = \{z_k^{(i,j)}, i = 1, \dots, N_b, j = 1, \dots, N_f\} \quad (7)$$

其中, $z_k^{(i,j)}$ 为单元 (i,j) 的功率观测, 设 $z_{A,k}^{(i,j)}$ 为单元 (i,j) 的复幅度观测, 则有

$$\begin{aligned} z_k^{(i,j)} &= \left| z_{A,k}^{(i,j)} \right|^2 \\ &= \begin{cases} \left| A_k(\mathbf{x}_k) h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k^{(i,j)} \right|^2, & E_k = e_k \\ \left| \mathbf{v}_k^{(i,j)} \right|^2, & E_k = \bar{e}_k \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

式(8)中, $h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k)$ 表示目标在分辨单元 (i,j) 的幅度分布函数; $A_k(\mathbf{x}_k)$ 表示目标的复幅度; $\mathbf{v}_k^{(i,j)}$ 为单元 (i,j) 处的观测噪声, 定义为复高斯形式, 在全空间内独立同分布. 设 $\mathbf{v}_{L,k}$ 和 $\mathbf{v}_{Q,k}$ 是均值为0, 方差为 δ^2 的高斯白噪声, 观测噪声可表示为

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{L,k} + i\mathbf{v}_{Q,k} \quad (9)$$

定义 $\tilde{A}_k(\mathbf{x}_k)$ 和 $P(\mathbf{x}_k)$ 分别为目标幅度和功率, ϕ_k 在 $(0, 2\pi)$ 范围内随机取值, 则有

$$A_k(\mathbf{x}_k) = \tilde{A}_k(\mathbf{x}_k) \exp(i\phi_k) = \sqrt{P(\mathbf{x}_k)} \exp(i\phi_k) \quad (10)$$

功率 $P(\mathbf{x}_k)$ 与状态向量中信噪比 snr_k 的关系为

$$\text{snr}_k = 10 \log \left(\frac{P(\mathbf{x}_k)}{2\delta^2} \right) \quad (11)$$

设 δ_f^2 和 δ_b^2 分别为声纳的频率和方位观测方差, f_i 为第 i 个频率观测单元对应的频率值, β_j 为第 j 个方位观测单元对应的方位值, 则有

$$h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) = \exp \left\{ -\frac{(f_i - f_k)^2}{2\delta_f^2} - \frac{(\beta_j - \beta_k)^2}{2\delta_b^2} \right\} \quad (12)$$

将式(9)和式(10)带入式(8), 分析可知任意方位-频率单元的能量观测 $\mathbf{z}_k^{(i,j)}$ 满足

$$p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \mathbf{x}_k) = \frac{1}{\mu_0^{(i,j)}} \exp \left\{ -\frac{1}{\mu_0^{(i,j)}} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mu_0^{(i,j)} &= E \left[\mathbf{z}_k^{(i,j)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left| \tilde{A}_k(\mathbf{x}_k) \exp(i\phi_k) h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_{L,k} + i\mathbf{v}_{Q,k} \right|^2}{\left| \mathbf{v}_{L,k} + i\mathbf{v}_{Q,k} \right|^2} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\tilde{A}_k(\mathbf{x}_k) h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) \cos \phi_k + \mathbf{v}_{L,k} \right)^2}{\left(\tilde{A}_k(\mathbf{x}_k) h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) \sin \phi_k + \mathbf{v}_{Q,k} \right)^2} \right] \\ &= \begin{cases} P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2 \\ 2\delta^2 \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k)$ 为功率分布函数, 即

$$\begin{aligned} h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) &= \left(h_A^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) \right)^2 \\ &= \exp \left\{ -\frac{(f_i - f_k)^2}{\delta_f^2} - \frac{(\beta_j - \beta_k)^2}{\delta_b^2} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

2.3 目标似然比

前述模型假设下, 目标 \mathbf{x}_k 是否存在于分辨单元 (i,j) 内的似然函数可分别表示为

$$p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \mathbf{x}_k, e_k) = \frac{1}{P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2} \cdot \exp \left\{ -\frac{\mathbf{z}_k^{(i,j)}}{P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2} \right\} \quad (16)$$

$$p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \bar{e}_k) = \frac{1}{2\delta^2} \exp \left\{ -\frac{\mathbf{z}_k^{(i,j)}}{2\delta^2} \right\} \quad (17)$$

分辨单元 (i,j) 内目标存在与不存在的似然比为

$$\ell(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \mathbf{x}_k, E_k) = \begin{cases} \frac{p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \mathbf{x}_k, e_k)}{p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \bar{e}_k)}, & E_k = e_k \\ 1, & E_k = \bar{e}_k \end{cases} \quad (18)$$

对于式(18)中的似然比, 如果参与计算的观测区域过大, 会带来超大的计算负荷. 考虑到目标出现在某一位置时, 通常只会对邻近区域的像素强度产生影响, 因此在计算似然函数以及似然比时, 可以选择部分分辨单元参与计算, 以降低计算量. \mathbf{x}_k 中元素 β_k 和 f_k 最接近的观测单元的索引标识为 (i_k, j_k) , p_i 和 p_j 为方位维和频率维的邻域参数, $\mathbf{C}_x(\mathbf{x}_k)$ 和 $\mathbf{C}_y(\mathbf{x}_k)$ 分别表示受目标影响区域的索引标识集合, 定义如下

$$\begin{cases} \mathbf{C}_x(\mathbf{x}_k) = \{i_k - p_i, \dots, i_k - 1, i_k, i_k + 1, \dots, i_k + p_i\} \\ \mathbf{C}_y(\mathbf{x}_k) = \{j_k - p_j, \dots, j_k - 1, j_k, j_k + 1, \dots, j_k + p_j\} \end{cases} \quad (19)$$

则目标存在的似然比可表示为

$$\begin{aligned} \ell(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k)}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)} \\ &= \prod_{i \in \mathbf{C}_x(\mathbf{x}_k)} \prod_{j \in \mathbf{C}_y(\mathbf{x}_k)} \left[\frac{p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \mathbf{x}_k, e_k)}{p(\mathbf{z}_k^{(i,j)} | \bar{e}_k)} \right] \\ &= \prod_{i \in \mathbf{C}_x(\mathbf{x}_k)} \prod_{j \in \mathbf{C}_y(\mathbf{x}_k)} \left[\frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2} \cdot \exp \left(\frac{P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k)}{(P(\mathbf{x}_k) h_P^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2) 2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

3 粒子滤波检测前跟踪原理

从递推贝叶斯估计的角度, 检测前跟踪问题可被阐述为: 利用 $k-1$ 时刻目标状态 \mathbf{x}_{k-1} 及存在状态 E_{k-1}

的联合后验概率密度 $p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} | \mathbf{z}_{k-1})$, 结合最新观测信息 \mathbf{z}_k , 通过预测和更新两个过程递推地估计 k 时刻的联合后验概率密度 $p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{z}_k)$.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &= \iint [p(\mathbf{x}_k, e_k, e_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) + p(\mathbf{x}_k, e_k, \bar{e}_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1})] d\mathbf{x}_{k-1} \\ &= \int p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{x}_{k-1}, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}, e_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + \int p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{x}_{k-1}, \bar{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}, \bar{e}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \\ &= \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, e_k, e_{k-1}) (1 - P_d) p(\mathbf{x}_{k-1}, e_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + p_b(\mathbf{x}_k) P_b \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, e_k, e_{k-1})$ 为目标状态转移概率密度函数, $p_b(\mathbf{x}_k)$ 为新生粒子状态概率密度函数.

当获知 k 时刻的量测值 \mathbf{z}_k 时, 联合后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k)$ 将更新为

$$p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (22)$$

其中, $\ell(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k)$ 为似然比, $p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1})$ 为状态预测密度函数.

k 时刻目标的存在后验概率可由式(22)积分得到

$$P(e_k | \mathbf{Z}_k) = \int p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k \quad (23)$$

至此, 已经得到目标状态的后验概率密度 $p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k)$ 和目标的存在后验概率密度 $P(e_k | \mathbf{Z}_k)$ 推导式, 理论上可以利用它们对目标进行检测和跟踪. 但由于系统强非线性及运算中涉及到的高维积分, 很难获得其解析形式, 通常用基于蒙特卡洛方法数值计算的粒子滤波算法来实现. 即通过搜寻一组在状态空间中运动传播的随机带权样本点(粒子)集 $\{\mathbf{x}_k^{(n)}\}_{n=1}^{N_s}$, 对后验概率密度函数进行近似拟合, 以样本点的加权平均值来替代概率密度函数的积分运算, 从而获得系统状态的次优估计.

4 后验概率比计算方法

目标检测属于二元假设检验问题, 可用后验概率比 $\frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)}$ 衡量假设成立的可能性大小. 将式(22)代入式(23)可得

$$\begin{aligned} P(e_k | \mathbf{Z}_k) &= \int p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k \\ &= \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (24)$$

$$P(e_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) = \frac{P(e_k | e_{k-1}) P(e_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (31)$$

$E_k = \bar{e}_k$ 时观测区域内没有目标, 讨论其后验概率密度没有意义, $E_k = e_k$ 时联合后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k)$ 的预测方程为

相似地, $P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)$ 可表示为

$$\begin{aligned} P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) &= \int p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k \\ &= \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \bar{e}_k) p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (25)$$

$E_k = \bar{e}_k$ 时, 系统的观测与目标状态 \mathbf{x}_k 无关, 即 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \bar{e}_k) = p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)$, 式(25)可写为

$$\begin{aligned} P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) &= \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \end{aligned} \quad (26)$$

利用式(24)和式(26)可得后验概率比:

$$\frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)} = \frac{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (27)$$

由条件概率的乘法定理可得

$$p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) = P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (28)$$

将式(20)和式(28)带入后验概率比:

$$\frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)} = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \int \ell(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k \quad (29)$$

根据全概率公式和条件概率乘法定理可得

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) &= p(\mathbf{x}_k, e_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) + p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \\ &= p(\mathbf{x}_k | e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) P(e_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \\ &\quad + p(\mathbf{x}_k | e_k, \bar{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) P(\bar{e}_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $P(e_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1})$ 和 $P(\bar{e}_{k-1} | e_k, \mathbf{Z}_{k-1})$ 称为混合项, 由贝叶斯定理可知

$$P(\bar{e}_{k-1}|e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) = \frac{P(e_k|\bar{e}_{k-1})P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \quad (32)$$

将上两式代入式(30)可得

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k|e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) &= p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{P(e_k|e_{k-1})P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} + p(\mathbf{x}_k|e_k, \bar{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{P(e_k|\bar{e}_{k-1})P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \\ &= p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{(1-P_d)P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} + p(\mathbf{x}_k|e_k, \bar{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{P_b P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \end{aligned} \quad (33)$$

一般情况下目标新生概率 P_b 较小,若忽略新生密度函数的影响,可得

$$p(\mathbf{x}_k|e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \approx p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{(1-P_d)P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \quad (34)$$

代入式(29)可得

$$\begin{aligned} \frac{P(e_k|\mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_k)} &= \frac{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \int \ell(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \frac{(1-P_d)P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k|\mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k \\ &= \frac{(1-P_d)P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_{k-1})} \int \ell(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k, e_k) p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (35)$$

由全概率公式和条件概率乘法定理可知

$$\begin{aligned} P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_{k-1}) &= P(\bar{e}_k, e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1}) + P(\bar{e}_k, \bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1}) \\ &= P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})P(\bar{e}_k|e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) + P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})P(\bar{e}_k|\bar{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \\ &= P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})P_d + P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})(1-P_b) \end{aligned} \quad (36)$$

同样忽略新生密度函数的影响,则有

$$P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_{k-1}) \approx P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})P_d + P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1}) \quad (37)$$

将式(20)和式(37)代入式(35),即可得到后验概率比的表达式:

$$\begin{aligned} \frac{P(e_k|\mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_k)} &= \frac{(1-P_d) \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}}{P_d \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})} + 1} \\ &\times \int \left\{ \prod_{i \in C_x(\mathbf{x}_k)} \prod_{j \in C_y(\mathbf{x}_k)} \left[\frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k)h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2} \exp\left(\frac{P(\mathbf{x}_k)h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k)}{(P(\mathbf{x}_k)h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2)2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(ij)} \right) \right] p(\mathbf{x}_k|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \right\} d\mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (38)$$

5 检测门限设置方法

5.1 检验统计量的简化模型

用 H_0 表示目标不存在的假设,即 $E_k = \bar{e}_k$;用 H_1 表示目标存在的假设,即 $E_k = e_k$.选择对数后验概率比作为检验统计量:

$$A_k = \ln \left(\frac{P(e_k|\mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k|\mathbf{Z}_k)} \right) \begin{matrix} \geq \eta_k \\ < \eta_k \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} \quad (39)$$

其中, A_k 为检验统计量, η_k 为检测门限.检测门限和虚

警概率 P_{fa} 之间的关系为

$$P_{fa} = \int_{\eta_k}^{+\infty} p(A_k|H_0) dA_k \quad (40)$$

由式(40)可知,检测门限的求取需要利用检验统计量的概率分布,而系统的高度非线性导致无法对其解析计算,针对此问题,首先需对检验统计量进行两个步骤的简化.

第一步,利用粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{(n)}\}_{n=1}^{N_s}$ 对积分运算做离散化处理,即将对 \mathbf{x}_k 的积分运算近似为对离散样本点的求和,检验统计量可写为

$$A_k = \ln \left(\frac{(1-P_d) \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}}{P_d \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})} + 1} \right) + \ln \left\{ \sum_{n=1}^{N_s} \left[\prod_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \prod_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left[\frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \exp \left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \right) \right] p(\mathbf{x}_k^{(n)}|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \right] \right\} \quad (41)$$

第二步,根据Jacobian定理^[25,26],将指数函数累加后求对数运算简化为求最大值运算:

$$A_k = \ln \left(\frac{(1-P_d) \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}}{P_d \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})} + 1} \right) + \max_{n \in \{1,2,\dots,N_s\}} \left[\sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\ln \frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} + \frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \right) + \ln p(\mathbf{x}_k^{(n)}|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \right] \quad (42)$$

为方便后续讨论,定义 Φ_k 和 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 为

$$\Phi_k = \ln \left(\frac{(1-P_d) \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}}{P_d \frac{P(e_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})} + 1} \right) \quad (43)$$

$$\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)}) = \sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\ln \frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \right) + \sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \right) + \ln p(\mathbf{x}_k^{(n)}|e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (44)$$

5.2 不存在目标的情况

应用粒子滤波算法时,需对粒子状态向量 $\mathbf{x}_k^{(n)} = [\beta_k^{(n)} \hat{\beta}_k^{(n)} f_k^{(n)} \text{snr}_k^{(n)}]^T$ 中各元素设置有效范围. 观测区域内不存在目标情况下,粒子集中各粒子的信噪比估计项 $\text{snr}_k^{(n)}$ 会趋近于设置的最小信噪比,由式(11)可知其对应的功率 $P(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 会逐渐趋于常数. 下面依次讨论多项式 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中的三个单项式,以便分析 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 的分布特性.

对于 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中第一项,与粒子状态有关的观测单

元数目 N_0 和噪声方差 δ^2 为固定值, $P(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 逐渐趋于常数,Lofar谱中的频率单元间隔和方位单元间隔较小时功率分布函数 $h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 仅与 (i,j) 有关而与 $\mathbf{x}_k^{(n)}$ 无关,因此第一项随时间逐渐趋近于常数.

对于 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中第二项, $\mathbf{z}_k^{(i,j)}$ 表示与粒子 $\mathbf{x}_k^{(n)}$ 状态有关的观测区域内一观测单元的测量值.一方面,由于粒子多样性要求,粒子集中各粒子对应的观测区域不同;另一方面,观测噪声在全空间内独立同分布.因此,若在粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{(n)}\}_{n=1}^{N_s}$ 中随机选取一个粒子 $\mathbf{x}_k^{(n)}$,对于其相关观测区域内的某一观测单元,等效于在Lofar谱中随机选取了一个观测单元,由1.2节分析可知服从指数分布,表示为 $\mathbf{z}_k^{(i,j)} \sim E(2\delta^2)$,进而可根据指数分布的线性性质^[27]得到

$$\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} \mathbf{z}_k^{(i,j)} \sim E \left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \right) \quad (45)$$

其中, $h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 随 i 和 j 变化,当邻域参数 p_i 和 p_j 较小时 $h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 在邻域空间内的变化幅度较小,定义 $h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 的均值为

$$h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) = \frac{1}{(2p_i + 1)(2p_j + 1)} \sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) \quad (46)$$

式(45)可写为

$$\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} z_k^{(ij)} \sim E\left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2}\right) \quad (47)$$

因此, $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中第二项是服从于同一指数分布的随机变量累加. 根据指数分布的可加性^[28], 服从于同一指数分布的随机变量之和服从伽玛分布, 伽玛分布的形状参数等于累加项数, 尺度参数等于指数分布参数, 即

$$\sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2)2\delta^2} z_k^{(ij)} \right) \sim \text{Ga}\left((2p_i + 1)(2p_j + 1), \frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2}\right) \quad (48)$$

$\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 第三项是预测概率密度, 由于粒子滤波重采样步骤的作用, 粒子群中各粒子的预测概率密度较为平均, 可近似认为是常数.

由上述分析可知, 在观测区域内不存在目标的情况下, 若在粒子群中随机选取一个粒子代入 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中计算得到 ξ_k , 则 ξ_k 服从包含位置参数的伽玛分布, 分布参数可表示为

$$\begin{cases} \xi_k \sim \text{Ga}(\alpha_{H_0}, \beta_{H_0}, \gamma_{H_0}) \\ \alpha_{H_0} = (2p_i + 1)(2p_j + 1) \\ \beta_{H_0} = \frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \\ \gamma_{H_0} = \sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\ln \frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k^{(n)})h_p^{(ij)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \right) + \ln p(\mathbf{x}_k^{(n)} | e_k, e_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \end{cases} \quad (49)$$

其中, $\alpha_{H_0}, \beta_{H_0}, \gamma_{H_0}$ 分别为形状参数、尺度参数、位置参数, 概率密度函数定义为

$$p(\xi_k | H_0) = \begin{cases} \frac{(\xi_k - \gamma)^{\alpha_{H_0} - 1} e^{-\frac{\xi_k - \gamma}{\beta_{H_0}}}}{\Gamma(\alpha_{H_0}) \beta_{H_0}^{\alpha_{H_0}}}, & \xi_k > \gamma_{H_0} \\ 0, & \xi_k \leq \gamma_{H_0} \end{cases} \quad (50)$$

但是, 由式(42)可知, 在计算检验统计量 A_k 时并非

在粒子群中随机选取粒子代入算式, 而是选取了使 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 最大的粒子, 在 H_0 假设下等效于选择了对应的观测区域功率最大的粒子, 此时 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 第二项中的 $z_k^{(ij)}$ 不能认为是空间内随机采样, 因此不服从指数分布.

针对此问题, 对式(42)中的取最大值操作进行近似处理, 将集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_s}$ 中元素按降序排列后取较大的前 $P_r \cdot N_s$ 个元素构成子集 (P_r 为子集全集的比例, N_s 为粒子数), 在子集中随机取值, 所取的值用 ε_k 表示, 则检验统计量变为

$$A_k = \Phi_k + \varepsilon_k \quad (51)$$

由于随机变量 ξ_k 是在集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_s}$ 中随机抽样得到, 随机变量 ε_k 是在集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_s}$ 较大元素构成的子集中随机抽样得到, 则在 ξ_k 的概率密度曲线中截取横坐标较大的部分即可反映 ε_k 的概率密度变化趋势.

根据上一时刻的后验概率比, 利用式(43)递推地计算 Φ_k , 利用式(49)和式(50)计算随机变量 ξ_k 的概率分布函数 $p(\xi_k | H_0)$, 进而可得 $p(\Phi_k + \xi_k | H_0)$, 从中截取横坐标较大的部分可反映 $p(\Phi_k + \varepsilon_k | H_0)$ 变化趋势, 即检验统计量的概率密度变化趋势.

设概率密度函数 $p(\Phi_k + \xi_k | H_0)$ 如图1所示, 将曲线下区域分成 A, B, C 三部分, 若 $B + C$ 区域对应的概率密度曲线下面积为子集占比, 即

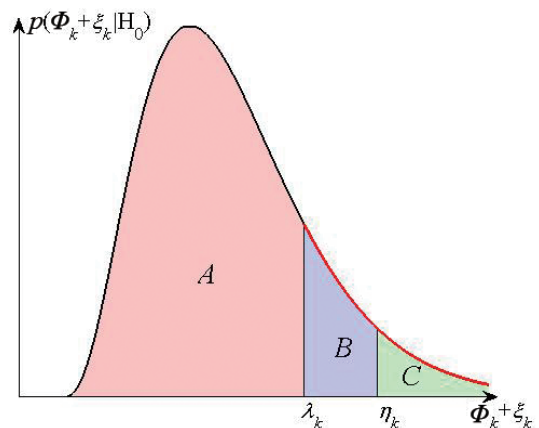


图1 概率密度函数示意图

$$P_r = \int_{\lambda_k}^{+\infty} p(\Phi_k + \xi_k | H_0) d\Phi_k + \xi_k \quad (52)$$

则 $B + C$ 区域对应的概率密度曲线 (图中红线部分) 可反映 $p(A_k | H_0) = p(\Phi_k + \varepsilon_k | H_0)$ 的变化趋势.

设 B 与 C 区域交界位置横坐标为检测门限, 则虚警概率为

$$P_{fa} = \frac{\int_{\eta_k}^{+\infty} p(\Phi_k + \zeta_k | H_0) d\Phi_k + \zeta_k}{\int_{\lambda_k}^{+\infty} p(\Phi_k + \zeta_k | H_0) d\Phi_k + \zeta_k} \quad (53)$$

式(52)与式(53)相乘可得

$$\begin{aligned} P_{fa} P_r &= \int_{\eta_k}^{+\infty} p(\Phi_k + \zeta_k | H_0) d\Phi_k + \zeta_k \\ &= \int_{\eta_k - \Phi_k}^{+\infty} p(\zeta_k | H_0) d\zeta_k \end{aligned} \quad (54)$$

最终可得到检测门限的解析表达式:

$$\eta_k = Q_{H_0}^{-1}(P_r P_{fa}) + \Phi_k \quad (55)$$

其中 $Q_{H_0}(\cdot)$ 表示包含位置参数的伽玛分布 $\text{Ga}(\alpha_{H_0}, \beta_{H_0}, \gamma_{H_0})$ 的互补累积概率密度函数, $Q_{H_0}^{-1}(\cdot)$ 为 $Q_{H_0}(\cdot)$ 的反函数.

5.3 存在目标的情况

观测区域内有目标存在时, 由 1.2 节分析可知测量值服从指数分布, 记为 $z_k^{(i,j)} \sim E(P(\mathbf{x}_k) h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k) + 2\delta^2)$, 其中 \mathbf{x}_k 为真实的目标状态. 随着观测时间增加, 粒子集中各粒子的状态会逐渐接近目标的真实状态, 尤其集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_k}$ 中较大元素构成的子集对应的粒子状态与目标真实状态较为吻合, 可认为

$$\begin{aligned} &\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)}) h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{(P(\mathbf{x}_k^{(n)}) h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2) 2\delta^2} z_k^{(i,j)} \\ &\sim E\left(\frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)}) h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{2\delta^2}\right) \end{aligned} \quad (56)$$

对于集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_k}$ 较大元素构成的子集中随机抽样得到的随机变量 ε_k , 按照 4.2 节的思路进行推导可得

$$\begin{cases} \varepsilon_k \sim \text{Ga}(\alpha_{H_1}, \beta_{H_1}, \gamma_{H_1}) \\ \alpha_{H_1} = (2p_i + 1)(2p_j + 1) \\ \beta_{H_1} = \frac{P(\mathbf{x}_k^{(n)}) h_p^{(ave)}(\mathbf{x}_k^{(n)})}{2\delta^2} \\ \gamma_{H_1} = \sum_{i \in C_i(\mathbf{x}_k)} \sum_{j \in C_j(\mathbf{x}_k)} \left(\ln \frac{2\delta^2}{P(\mathbf{x}_k^{(n)}) h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k^{(n)}) + 2\delta^2} \right) \\ \quad + \ln p(\mathbf{x}_k^{(n)} | \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k-1}, \mathbf{Z}_{k-1}) \end{cases} \quad (57)$$

因此, 在 H_1 假设下, 若利用式(57)所示的伽玛分布参数计算互补累积概率密度函数 $Q_{H_1}(\cdot)$, 得到检测门限

$Q_{H_1}^{-1}(P_r P_{fa}) + \Phi_k$, 则理论上检测概率应为 $P_r P_{fa}$. 但在实际操作中, 为控制虚警概率, 需利用式(51)所示的伽玛分布参数计算互补累积概率密度函数 $Q_{H_0}(\cdot)$, 得到检测门限 $Q_{H_0}^{-1}(P_r P_{fa}) + \Phi_k$.

式(49)与式(57)之间的差异在于尺度参数, 目标线谱信噪比大于 0 时 $\beta_{H_0} < 1 < \beta_{H_1}$, 由于伽马分布对尺度参数较为敏感, 因此 $Q_{H_0}^{-1}(P_r P_{fa})$ 远小于 $Q_{H_1}^{-1}(P_r P_{fa})$, 即实际计算的门限远小于使检测概率为 $P_r P_{fa}$ 的门限, 使得目标能够以较大概率被检测. 目标线谱信噪比越大, β_{H_0} 与 β_{H_1} 相差越大, 检测概率越大.

6 仿真试验与结果分析

6.1 仿真场景设置

设被动声纳 Lofar 谱的方位观测范围为 $[0, 360]^\circ$, 方位单元间隔为 0.2° , 频率观测范围为 $[150, 200]$ Hz, 频率单元间隔为 0.1 Hz, 观测区域包括 1800×500 个方位-频率观测单元, 观测时长 1100 s, 观测时间间隔 1 s.

在 H_0 假设下, 设 $\mathbf{v}_{L,k}$ 和 $\mathbf{v}_{Q,k}$ 的方差 δ^2 为 1, 利用式(7)至式(9)逐帧在各观测单元加入噪声功率信号, 可得到不包含目标的仿真数据.

在 H_1 假设下, 设置一种典型的水下目标跟踪场景. 设观测区域内存在一个具备线谱特征的目标, 观测站航向 0° , 航速 4 kn, 目标初始距离 7 km, 目标初始方位 115° , 目标航向 45° , 目标航速 6 kn, 目标固有线谱频率 175 Hz, 目标线谱信噪比 10 dB. 根据相对态势计算目标方位变化情况, 根据相对运动速度计算受多普勒效应影响的线谱频率变化情况, 结果如图 2 所示.

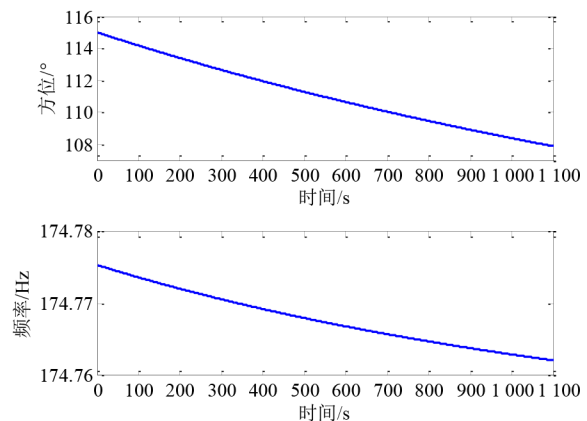


图 2 方位及频率变化情况

由图中方位变化情况可知, 1100 s 时间内目标方位由 115° 逐渐减小至 107.9° , 变化速度较为稳定; 由图中频率变化情况可知, 1100 s 时间内目标频率变化幅

度小于 0.02 Hz. 由此可证, 构建目标状态模型时对于目标位变率恒定且线谱多普勒频移恒定的假设是合理的.

在对各观测单元加入噪声功率信号的基础上, 利用利用式(7)至式(12)逐帧叠加目标功率信号, 可得到包含目标的仿真数据, 初始时刻目标位置附近的 Lofar 谱图如图 3 所示.

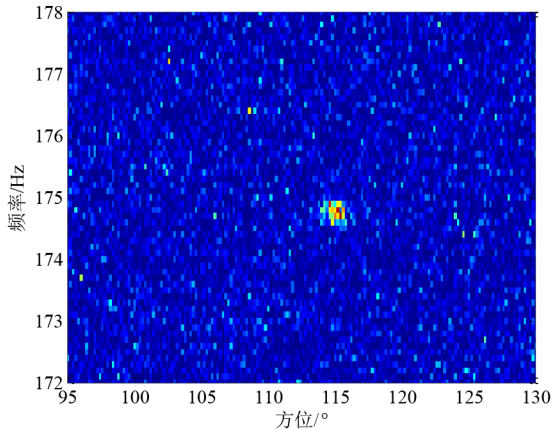


图3 目标位置附近的 Lofar 谱图

6.2 概率分布情况验证

考虑到水下目标方位变化速度较小, 海洋环境的复杂性可能造成线谱信噪比起伏, 根据经验将过程噪声协方差矩阵中目标运动状态、目标线谱频率、目标线谱信噪比的过程噪声级分别设置为 0.01, 0.1, 0.1. 基于不包含目标的仿真数据, 利用粒子滤波 TBD 算法对其进行处理, 逐帧在粒子群中随机选取一个粒子代入式 $\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 中计算得到时间序列 ξ_k , 采用矩估计方法^[29]计算其分布参数的估计值, 利用式(49)计算分布参数的理论值, 比较估计值与理论值以验证 H_0 假设下对 ξ_k 分布特性的分析是否正确. 设邻域参数 p_i 和 p_j 均为 1, 粒子滤波算法中目标信噪比估计项 $\text{snr}_k^{(n)}$ 下限为 -10 dB, 则分布参数的理论值为 $\alpha_{H_0}=9, \beta_{H_0}=0.091, \gamma_{H_0}=-5.46$, 分布参数估计值如图 4 实线所示.

基于包含目标的仿真数据, 采用相同的过程噪声协方差矩阵, 利用粒子滤波 TBD 算法对数据进行处理,

设子集占比 $P_r=0.2$, 逐帧在集合 $\{\Theta(\mathbf{x}_k^{(n)})\}_{n=1}^{N_s}$ 较大元素组成的子集中随机取值得到时间序列 ε_k , 采用矩估计方法^[29]计算其分布参数的估计值, 利用式(57)计算分布参数的理论值, 比较估计值与理论值以验证 H_1 假设下对 ε_k 分布特性的分析是否正确. 设邻域参数 p_i 和 p_j 均为 1, 则分布参数的理论值为 $\alpha_{H_1}=9, \beta_{H_1}=10, \gamma_{H_1}=-26.19$, 收敛后的分布参数估计值如图 4 虚线所示.

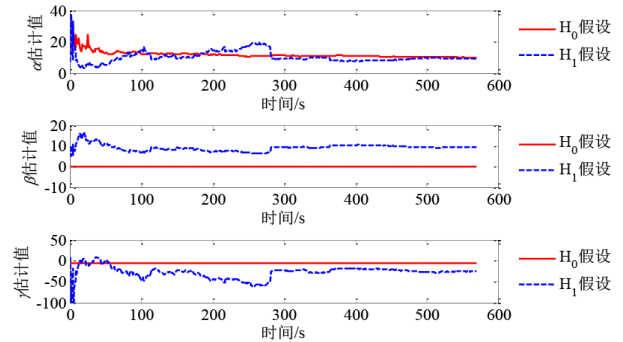


图4 分布参数估计值

由图 4 可知, 由于粒子功率 $P(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 逐渐接近最小信噪比对应的功率, H_0 假设下随机变量 ξ_k 的分布参数随时间逐渐收敛, 分布参数估计值分别为 $\hat{\alpha}_{H_0}=9.9, \hat{\beta}_{H_0}=0.103, \hat{\gamma}_{H_0}=-5.58$; 由于粒子功率 $P(\mathbf{x}_k^{(n)})$ 逐渐接近目标的真实功率, H_1 假设下随机变量 ε_k 的分布参数均随时间逐渐收敛, 分布参数估计值分别为 $\hat{\alpha}_{H_1}=9.19, \hat{\beta}_{H_1}=9.64, \hat{\gamma}_{H_1}=-25.23$. 收敛后的分布参数估计值与理论值较为接近, 可初步验证式(49)和式(57)的有效性.

6.3 虚警概率和检测概率验证

基于不包含目标的仿真数据, 利用粒子滤波 TBD 算法进行处理, 逐帧计算检验统计量和检测门限, 可判决得到虚警概率; 基于包含目标的仿真数据, 利用粒子滤波 TBD 算法进行处理, 逐帧计算检验统计量和检测门限, 可判决得到对目标的检测概率. 设邻域参数 p_i 和 p_j 均为 2, 子集占比 $P_r=0.2$, 系统要求的虚警概率从 0.01 到 0.1 间隔 0.01 变化, 对各虚警概率设置情况进行 10^5 个采样点的蒙特卡洛仿真, 结果如表 1 所示.

表1 虚警概率及检测概率仿真结果

虚警概率设置值	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
虚警概率计算值	0.014 0	0.025 6	0.036 7	0.048 4	0.058 4	0.068 4	0.078 9	0.087 4	0.096 9	0.106 0
检测概率计算值	0.998 5	0.980 2	0.968 8	0.957 4	0.970 7	0.996 2	0.981 4	0.967 0	0.985 3	0.989 9

由表 1 可知, 对于各虚警概率设置值, 虚警概率计算值与设置值之差均小于 0.01, 检测概率均大于 0.95. 由此得证, 利用本文所提方法可按照系统要求有效控制虚警概率, 同时可以实现对目标的检测.

导致虚警概率计算值与设置值存在偏差的主要原因是, 利用式(46)对邻域空间内功率分布函数 $h_p^{(i,j)}(\mathbf{x}_k)$ 进行取平均值操作, 若将邻域参数 p_i 和 p_j 设为 0 可较大程度地减小偏差, 但不利于存在目标情况下对目标的

检测. 设置的目标线谱信噪比较高, 导致计算得到的检测概率较高且浮动范围较小, 因此并未出现传统 ROC 曲线中检测概率随虚警概率增加而增加的趋势.

7 海试数据运用

海试数据来源于某次综合性水声试验, 探测装备为被动拖线阵声纳, 目标为具备线谱特征的合作声源. 数据时长 1 200 s, 初始时刻目标相对观测站的方位为 314°, 目标与观测站间距离为 8.9 km, 观测站以 5.5 kn 航速、88° 航向匀速直行, 目标以 7.7 kn 航速、241° 航向匀速直行, 观测站和目标航迹如图 5 所示, 经、纬度坐标刻度的整数部分用字母替代显示.

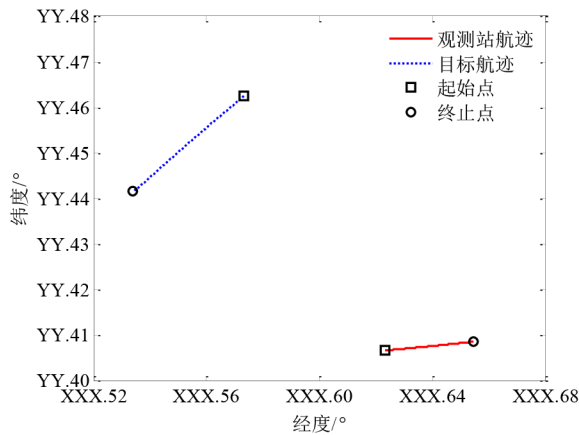


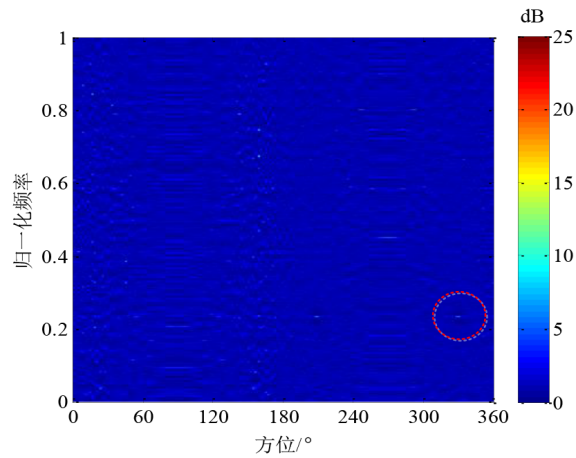
图 5 观测站和目标航迹

初始时刻的实测 Lofar 谱如图 6 所示, 图 6(a) 中目标方位、频率对应的观测单元位于虚线圆中, 将目标所在的局部区域放大显示如图 6(b).

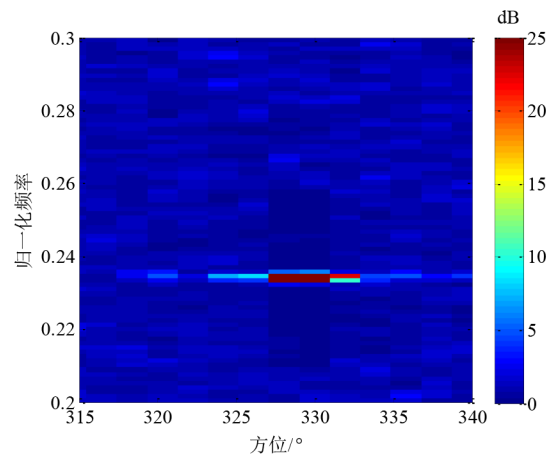
由于被动拖线阵声纳存在左右舷模糊现象, 因此图 6(a) 以观测站航向为轴左右对称. 由图 6(b) 可知, 目标方位、频率对应的观测单元及其相邻方位观测单元能量较强, 原因是单帧处理利用的时间长度内目标方位发生变化.

本文在被动声纳观测量满足指数分布的前提下开展研究, 下面利用海上实测数据对此进行验证. 逐帧在 FRAZ 谱上目标所在位置取值, 得到目标能量观测序列; 在 FRAZ 谱上不受目标影响的区域取值, 得到噪声能量观测序列. 由于每帧仅取得一个目标能量观测数据, 但可以取得多个噪声能量观测数据, 因此噪声能量观测序列长度远大于目标能量观测序列长度.

满足指数分布序列的数学期望等于指数分布参数 (率参数) 的倒数, 因此可通过计算观测序列的期望得到率参数. 根据率参数可计算观测序列满足指数分布假设下分布函数的理论值, 直接对观测序列进行统计分析可得到实际的分布函数经验值, 分别对目标能量



(a) 整体



(b) 局部

图 6 初始时刻 Lofar 谱实测结果

观测序列和噪声能量观测序列进行处理, 结果如图 7 所示.

由图 7 可知, 目标能量和噪声能量在指数分布假设下的分布函数理论值与基于海上实测数据的分布函数经验值较为接近, 可初步判断其服从指数分布, 与 1.2 节理论分析结论和文献 [24] 观点一致. 由于目标能量观测数据有限, 因此图 7(a) 目标能量分布函数的经验曲线不甚光滑.

基于海上实测数据, 利用粒子滤波 TBD 算法进行处理, 逐帧计算检验统计量和检测门限, 根据检测结果和真实目标位置可得虚警概率和检测概率. 设邻域参数 p_i 和 p_j 均为 2, 子集占比 $P_r = 0.2$, 系统要求的虚警概率从 0.01 到 0.1 间隔 0.01 变化, 对各虚警概率设置情况进行 10^5 个采样点的蒙特卡洛计算, 结果如表 2 所示.

由表 2 可知, 对于各虚警概率设置值, 虚警概率计算值与设置值的平均偏差为 0.006 2, 检测概率均大于 0.9, 本文所提方法的可行性和有效性得证. 导致海试

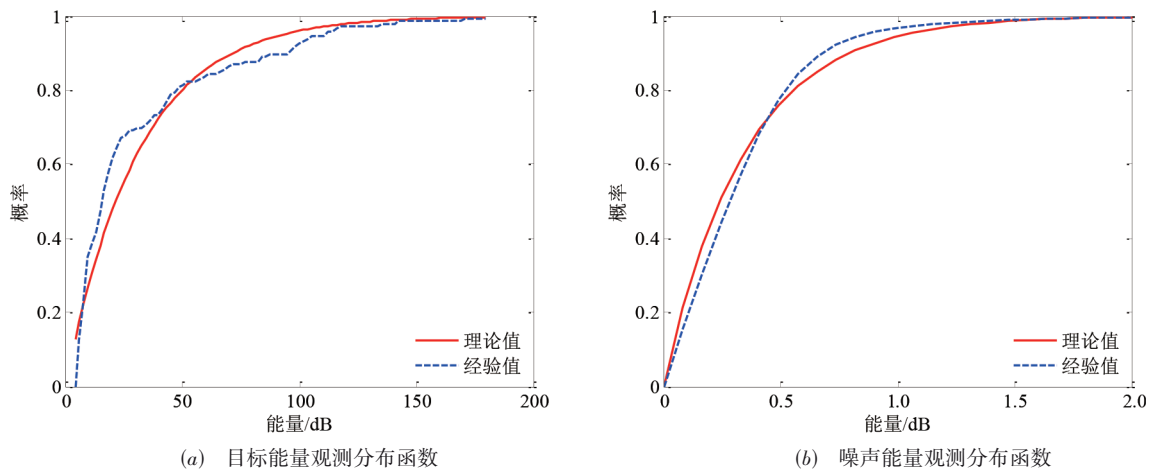


图7 分布函数对比

表2 虚警概率及检测概率计算结果

虚警概率设置值	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
虚警概率计算值	0.016 5	0.025 0	0.040 4	0.053 5	0.059 6	0.067 5	0.068 3	0.083 3	0.092 2	0.102 7
检测概率计算值	0.918 4	0.927 6	0.934 8	0.940 4	0.939 3	0.946 5	0.946 7	0.946 1	0.950 0	0.952 1

数据处理结果劣于仿真试验结果的主要原因是,检测门限设置算法假设 Lofar 谱观测噪声功率恒定,而海洋环境复杂性导致实际的 Lofar 谱观测噪声功率存在起伏。

8 结论

为了按照系统要求的虚警概率设置检测门限,本文针对粒子滤波检测前跟踪算法,在被动声纳观测量满足指数分布的情况下,设置对数后验概率比为检验统计量并对其进行简化,详细推导了检验统计量与系统虚警概率之间的关系,给出了检测门限的闭式解。蒙特卡洛仿真结果表明,利用所提的门限设置方法得到的虚警概率与系统要求的虚警概率之间偏差小于0.01,检测概率大于0.95。本文方法有效地控制了虚警概率并能够实现对目标的检测,海上试验数据进一步验证了算法的可行性和有效性。

所提方法的应用不局限于被动声纳 Lofar 谱,同样适用于测量值满足指数分布的其他情况。由于门限计算过程中存在多次近似处理,因此实际虚警概率与要求虚警概率之间存在一定偏差,下一步应着力于减小此偏差。

参考文献

- [1] 杨威,付耀文,潘晓刚,等. 弱目标检测前跟踪技术研究综述[J]. 电子学报, 2014, 42(9): 1786-1793.
YANG W, FU Y W, PAN X G, et al. Track-before-detect technique for dim targets: An overview[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(9): 1786-1793. (in Chinese)
- [2] CARLSON B D, EVANS E D, WILSON S L. Search radar detection and track with the hough transform, part I: System concept[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(1): 102-108.
- [3] BARNIV Y. Dynamic programming solution for detecting dim moving targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1985, 21(1): 144-156.
- [4] 李涛,吴嗣亮,曾海彬,等. 基于动态规划的雷达检测前跟踪新算法[J]. 电子学报, 2008, 36(9):1824-1828.
LI T, WU S L, ZENG H B, et al. A new radar track-before-detect algorithm based on dynamic programming[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(9): 1824-1828. (in Chinese)
- [5] SALMOND D J, BIRCH H. A particle filter for track-before-detect[C]//Proceedings of the American Control Conference. Arlington: IEEE, 2001: 3753-3760.
- [6] RUTTEN M G, GORDON N J, MASKELL S. Particle-based track-before-detect in Rayleigh noise[C]//Proceedings of Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando: SPIE, 2004: 509-519.
- [7] RUTTEN M G, GORDON N J, MASKELL S. Recursive track-before-detect with target amplitude fluctuations[J]. IEEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2005, 152(5): 345-352.
- [8] DENG X, BI R, LIU H. Threshold setting of track-before-detect based on dynamic programming for radar target detection[C]//IET International Radar Conference. Xi'an: IET, 2013: 1-4.
- [9] GUAN X, Zhong L H, Hu D H, et al. Threshold determina-

- tion for dynamic programming based track-before-detect in passive bistatic radar[C]// International Conference on Signal Processing. Hangzhou: IEEE, 2015: 1938-1943.
- [10] LIU S, CHEN X, ZENG T, et al. New analytical approach to detection threshold of a dynamic programming track-before-detect algorithm[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2013, 7(7): 773-779.
- [11] CAI L, CAO C, WANG Y, et al. A secure threshold of dynamic programming techniques for track-before-detect [C]//International Radar Conference. Xi'an: IET, 2013: 14-16.
- [12] 杨小军, 潘泉, 张洪才. 基于粒子滤波和似然比的联合检测与跟踪[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 837-840.
YANG X J, PAN Q, ZHANG H C. Unified detection and tracking based on particle filtering and likelihood ratio methods[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 837-840. (in Chinese)
- [13] 邹丁秋, 程婷, 何子述. 一种新的基于似然比的弱目标 TBD 方法[J]. 雷达科学与技术, 2013(3): 305-310.
ZOU D Q, CHENG T, HE Z S. A novel track-before-detect method for weak target based on likelihood ratio[J]. Radar Science and Technology, 2013(3): 305-310. (in Chinese)
- [14] 吴兆平. 雷达微弱目标检测和跟踪方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.
WU Z P. Study on the Methods of Radar Dim Target Detection and Tracking[D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2012. (in Chinese)
- [15] 赵树杰, 赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
ZHAO S J, ZHAO J X. Theory of Signal Detection and Estimation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [16] 龚亚信, 杨宏文, 胡卫东, 等. 基于粒子滤波的弱目标检测前跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(12): 2143-2148.
GONG Y X, YANG H W, HU W D, et al. Particle filter based track-before-detect algorithm for weak targets[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(12): 2143-2148. (in Chinese)
- [17] Kay S M. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 罗鹏飞, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2003.
Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing—Estimation and Detection Theory[M]. LUO P F, et al, Translate. Beijing: Electronic Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [18] 苏洲阳. 粒子滤波目标跟踪及 TBD 算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
SU Z Y. Research on Particle Filter on Target Tracking and TBD Algorithm[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2015. (in Chinese)
- [19] 卢锦, 苏洪涛, 水鹏朗. 采用粒子滤波的非相干积累检测方法[J]. 信号处理, 2015, 31(6): 652-659.
LU J, SU H T, SHUI P L. Particle filter based non-coherent integration method for detection[J]. Journal of Signal Processing, 2015, 31(6): 652-659. (in Chinese)
- [20] MORELANDE M R, KREUCHER C M, KASTELLA K. A Bayesian approach to multiple target detection and tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 1589-1604.
- [21] BRUNO M G S, MOURA J M F. Multiframe detector/tracker: optimal performance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(3): 925-945.
- [22] 焦健, 王波. 一种贝叶斯检测跟踪阈值确定方法[J]. 现代雷达, 2013, 35(8): 50-54.
JIAO J, WANG B. A new method of choosing detection threshold in bayesian coupling of detection and tracking [J]. Modern Radar, 2013, 35(8): 50-54. (in Chinese)
- [23] 夏双志, 戴奉周, 刘宏伟. 复高斯白噪声背景下贝叶斯检测前跟踪的检测阈值设置方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(3): 524-531.
XIA S Z, DAI F Z, LIU H W. A method of determining detection threshold for bayesian track-before-detection in white complex gaussian noise[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(3): 524-531. (in Chinese)
- [24] 龚亚信, 杨宏文, 郁文贤. 检测前跟踪应用中的传感器观测数据仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(22): 7293-7298.
GONG Y X, YANG H W, YU W X. Study on sensor measurements simulation in track-before-detect applications [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(22): 7293-7298. (in Chinese)
- [25] ERFANIAN J, PASUPATHY S, GULAK G. Reduced complexity symbol detectors with parallel structures for ISI channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(2/3/4): 1661-1671.
- [26] CHRISTIAN G, SIWEI Z, THOMAS J. Log-PF: Particle filtering in logarithm domain[J]. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2018, PT.1: 1-11.
- [27] 张永利. 关于伽马分布及相关分布性质的一点研究[J]. 大学数学, 2012, 28(3): 135-140.

ZHANG Y L. A research for character of gamma distribution and its relevant distribution[J]. College Mathematics, 2012, 28(3): 135-140. (in Chinese)

- [28] 魏宗舒. 概率论与数理统计教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 135-137.

WEI Z S. Probability Theory and Mathematical Statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008: 135-137. (in Chinese)

- [29] 严琴, 李开灿. 含位置参数伽玛分布的特征函数和参数估计[J]. 长江大学学报(自然科学版), 2013, 10(4): 7-9.

YAN Q, LI K C. Eigenfuncion and parameter estimation of gamma distrubution with location parameters[J]. Journal of Yangtze University(Natural Science Edition), 2013, 10(4): 7-9. (in Chinese)

作者简介



奚 畅 男, 1992 年 2 月出生, 河北保定人. 现为海军工程大学电子工程学院博士研究生. 主要研究方向为水声信号处理.

E-mail: xichangwxx@163.com



蔡志明 男, 1962 年 11 月出生, 浙江湖州人. 2002 年毕业于哈尔滨工程大学, 现为海军工程大学教授、博士生导师. 主要研究方向为信号处理、水声物理及声纳技术.



袁 骏 男, 1979 年 11 月出生, 江苏吴江人. 2017 年毕业于海军工程大学, 获博士学位. 现为海军工程大学讲师. 主要研究方向为水声信号处理.

E-mail: yjun_hg@163.com