

增强分布估计算法求解双边装配线第二类平衡问题

张腾飞¹, 胡 蓉^{1,2}, 钱 斌^{1,2}, 张梓琪², 吕 阳¹

(1. 昆明理工大学信息工程与自动化学院, 云南昆明 650500; 2. 昆明理工大学机电工程学院, 云南昆明 650500)

摘 要: 针对汽车等制造业存在的双边装配线第二类平衡问题, 本文建立以生产节拍和平滑指数为主次优化目标的排序模型, 提出增强分布估计算法(Enhanced Estimation of Distribution Algorithm, EEDA)进行求解. 算法初始化阶段, 采用自适应策略生成初始节拍来提升初始解的质量. 全局搜索阶段, 设计三维概率模型学习生成解中工序的排列信息, 并采样三维概率模型来生成新解, 引导算法较快到达优质解区域. 局部搜索阶段, 设计适合主次目标的搜索策略对优质解区域进一步细致搜索, 能增强算法局部搜索能力. 此外, 通过分析问题特点, 提出确定生成解是否可行的快速判断方法以提升算法搜索效率. 对不同规模问题实例进行仿真实验和算法比较, 验证了考虑主次目标的重要性和增强分布估计算法的有效性.

关键词: 双边装配线; 平滑指数; 主次目标; 概率模型; 快速判断方法

中图分类号: TP278

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)08-1937-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20211345

Enhanced Estimation of Distribution Algorithm for the Two-Side Assembly Line Balancing Problem of Type-II

ZHANG Teng-fei¹, HU Rong^{1,2}, QIAN Bin^{1,2}, ZHANG Zi-qi², LÜ Yang¹

(1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China;

2. Faculty of Mechanical and Electronic Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China)

Abstract: Aiming at the two-side assembly line balancing problem of type-II in manufacturing, this paper establishes a model whose primary and secondary optimization objectives are cycle time and smoothing index, and proposes an enhanced estimation of distribution algorithm(EEDA) for it. In the initialization, an adaptive strategy is devised to generate the initial cycle time for improving the quality of initial solutions. In the global search, the probability model is used to learn the information of solution, and sample the probability model to generate a new solution. In the local search, a strategy suitable for primary and secondary objectives is developed to further execute a thorough search in promising regions. Meanwhile, by analyzing the characteristics of the problem, a fast judgment method that can determine whether the solutions are feasible is proposed. Simulation experiments verify the effectiveness of the EEDA and the importance of primary and secondary objectives.

Key words: two-side assembly line; smoothness index; primary and secondary objectives; probability model; fast judgment method

1 引言

双边装配线是新能源汽车、军工等制造业中广泛采用的生产方式. 双边装配线平衡程度决定制造系统生产率^[1], 该平衡程度由生产节拍(Cycle Time, CT)内各工作站的繁忙状态决定. 研究求解双边装配线平衡问题的高效算法对于制造业提高生产效率具有实际意义^[2].

双边装配线第二类平衡问题(Two-side Assembly

Line Balancing Problem of type-II, TALBP-II)研究给定工作站前提下如何最大化生产效率. 针对 TALBP-II, 唐等^[3]设计一种新颖的离散人工蜂群(Discrete Artificial Bee Colony, DABC)算法进行求解. Li^[4]等利用改进迭代贪婪(Iterative Greed, IG)算法对其求解. 此外, 变邻域搜索算法^[5]、殖民竞争算法^[6]、蚁群算法^[7]等应用于 TALBP-II 也取得不同程度的优化效果. 上述研究主要以 CT 为优化目标对 TALBP-II 进行建模和求解. 当

CT 达到最优值时,并不能保证工作站的平滑指数 (Smoothing Index, SI) 同时最优. 由于 SI 影响双边装配线的负载均衡,进而影响生产效率. 因此有必要将 SI 作为次级优化目标对 TALBP-II 进行建模与求解.

分布估计算法是一种基于概率统计的新型智能算法^[8],目前已成功用于求解传统 ALBP^[9]、机器人作业的 ALBP^[10,11]、含生产与装配过程的集成调度问题^[12-14]. 分布估计算法利用针对问题结构特点设计的概率模型来学习和积累优质解中的结构信息,通过采样概率模型可生成问题的新优质解. 这种“学习-采样”的方法能引导算法较快地搜索到解空间中的优质区域.

综上,本文针对 TALBP-II,建立以 CT 和 SI 为主次优化目标的排序模型,提出增强分布估计算法进行求解. 在算法初始化阶段,设计一种自适应策略生成初始节拍来提升初始解质量. 在全局搜索阶段,设计符合问题结构特点的概率模型来学习生成解的信息,使算法能够快速搜索到优质解区域. 在局部搜索阶段,设计适合主次目标的局部搜索策略,提升算法局部搜索能力. 此外,提出利用空闲时间最大值对新解可行性进行快速判断的方法,节省较多评价解的时间,从而提升算法搜索效率.

2 问题模型

2.1 问题描述及相关符号

TALBP-II 描述如下:在拥有 m 组工作站的双边装配线上装配一件包含 n 项工序的产品. 同一工作站可装配多项工序. L(R)型工序只能由工作站左侧(右侧)装配. E型工序由任意侧装配. 装配过程须满足装配顺序约束. 在此条件下,寻找使生产效率最大的可行解. 表1为本模型中所用符号及说明.

表1 符号及说明

符号	说明
n	工序总数
m	工作站总组数
$T_{j,i}^{L(R)}$	工作站 j 中 L(R)侧第 i 项工序的完工时间
$t_{j,i}^{L(R)}$	工作站 j 中 L(R)侧第 i 项工序的装配时长
$T_{j,i}^{\text{wait}}$	工作站 j 中第 i 项工序因对侧工序产生的等待时长
ST_{\max}	实际工作量最多工作站的工作时间
T_{\max}	完工时间最大工作站的完工时间

2.2 TALBP-II 排序模型

设集合 Π 中包含所有满足 TALBP-II 问题约束的可行解. 优化目标为在 Π 中找到一个最优解,使该解满足最小 CT 且该 CT 下 SI 也最小,即:

$$T_{j,i}^{L(R)} = \begin{cases} T_{j,i-1}^{L(R)} + t_{j,i}^{L(R)}, & T_{j,i}^{\text{wait}} = 0 \\ T_{j,i-1}^{L(R)} + T_{j,i}^{\text{wait}} + t_{j,i}^{L(R)}, & T_{j,i}^{\text{wait}} \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$CT = \max(T_{1,\bar{i}}^{L(R)}, T_{2,\bar{i}}^{L(R)}, \dots, T_{m,\bar{i}}^{L(R)}) \quad (2)$$

$$ST_j^{L(R)} = \sum_{i=1}^{\bar{i}} t_{j,i}^{L(R)}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$ST_{\max} = \max(ST_1^{L(R)}, ST_2^{L(R)}, \dots, ST_m^{L(R)}) \quad (4)$$

$$SI = \sqrt{\sum_{j=1}^m (ST_{\max} - ST_j^L)^2 (ST_{\max} - ST_j^R)^2} \quad (5)$$

$$CT(X^*) = \min CT(x), \quad x \in \Pi \quad (6)$$

$$SI(Y^*) = \min SI(y), \quad y \in X^* \quad (7)$$

式(1)用于计算工作站中各工序的完工时间. 式(2)用于计算生产节拍, \bar{i} 表示工作站中最后一项工序. 式(3)用于计算工作站的实际工作量. 式(4)计算实际工作量最多工作站的工作时间. 式(5)用于计算平滑指数. 式(6)表示在解空间中找到满足 CT 最优的解集合. 式(7)表示在 CT 最优的解集合中找到满足 SI 最优的解.

3 TALBP-II 中 SI 的分析与证明

在双边装配线中可推导如下性质:

性质 1 给定工作站数目和生产节拍,若 x 是可行解,且工序间空闲时间为零,则 CT 和 SI 可同时优化.

证明 给定生产节拍和工作站总组数,不妨设 x 为一个满足约束 I 且工序间空闲时间为零的可行解. 各工作站完工时间为 $ST_j^{L(R)}$ 和 $IDT_j^{L(R)}$ 之和, $IDT_j^{L(R)}$ 表示 j 工作站 L(R) 侧工序间空闲时间. 当 $\sum_{j=1}^m IDT_j^{L(R)} = 0$ 时, $T_{\max} = ST_{\max}$. 因此,在调整工序排序产生新解时,若新解 T_{\max} 减小,则 ST_{\max} 也减小,即 $\min CT \rightarrow \min SI$. 证毕.

性质 2 给定工作站数目和生产节拍,若 x 是可行解. 在满足约束前提下,将工作站 j 中工作量较多侧工序 i_1 与对侧工序 i_2 互换后的新解满足 $t_1 > (ST_j^L - ST_j^R)/2, t_2 < (ST_j^L - ST_j^R)/2$, 则 SI 得到优化.

证明 给定生产节拍和工作站总组数, x 是可行解. 不妨设 $ST_j^L > ST_j^R$, 在满足约束前提下,将工作站 j 中左侧装配时长为 t_1 与右侧时长为 t_2 的工序互换. 若 $t_1 > (ST_j^L - ST_j^R)/2$ 且 $t_2 < (ST_j^L - ST_j^R)/2$, 则两侧工作时长变更为 $ST_j^L + t_2 - t_1$ 和 $ST_j^R + t_1 - t_2$, SI^2 增量为 $(t_2 - t_1)(4CT - 2(ST_j^R + ST_j^L) + t_2 - t_1)$, 由增量为负可知, SI 得到优化. 证毕.

性质 3 给定工作站数目和生产节拍, x 是可行解. 在满足约束条件下,将工作站 j 中工作量较多侧工序 i

移入对侧. 若满足 $0 < t_i < |ST_j^L - ST_j^R|/2$, 则 SI 得到优化.

性质 3 证明同性质 2. 性质 1 指出, 针对完成时间最大的工作站, 减小该站 IDT_{max} 和 ST_{max} 是优化主要目标的两种途径. 而性质 2 和性质 3 指出, 当主要目标达到最优或近似最优时, 次要目标仍可能存在优化空间. 因此, 性质 2 与性质 3 为进一步优化 TALBP- II 的次要目标提供了方法. 综合利用性质 1 至性质 3, 可实现主次目标的整体优化.

4 EEDA 算法设计

EEDA 主要包括初始生产节拍设置方法、可行解快速判断方法、全局和局部搜索方法. EEDA 求解 TALBP- II 的算法流程如图 1 所示. 生产节拍既作为优化目标, 同时又与生成解时约束条件有关. 本文生产节拍约束的更新方式如图 1 所示, 当找到满足约束条件的可行解时, 生产节拍约束将缩减. 该更新方式能够保证生成新解时生产节拍约束始终小于历史最优生产节拍, 进而使搜索过程始终沿着生产节拍最小化方向前进.

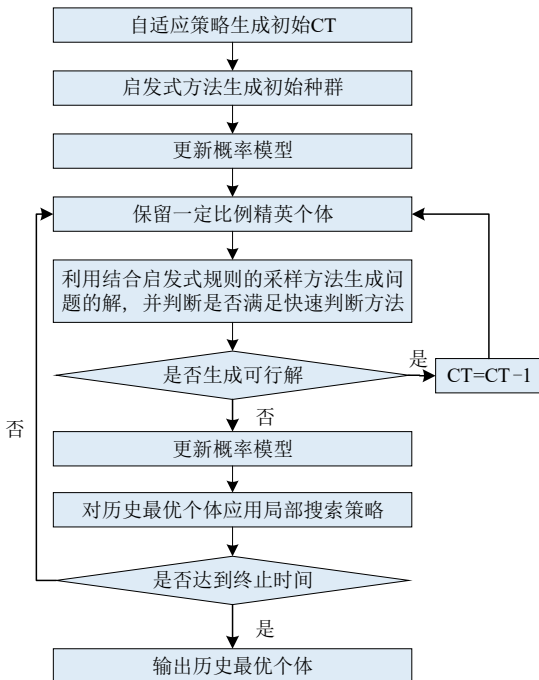


图 1 EEDA 算法流程图

4.1 生成初始 CT 的自适应策略

以 $a \times LB (a \in (1, 2))$ 作为初始 CT 存在不足. 例如, a 取值偏大易使搜索过程变慢, a 取值偏小则可能无法找到可行解. 为克服上述问题, 本文提出一种自适应策略来生成初始 CT, 具体如算法 1. 其中, LB 表示 CT 下界^[3]. 启发式规则确定分配方向具体为, 优先选择空闲

时间较大一侧工作站, 仅当不存在满足该侧约束的工序时选择对侧工作站. 确定分配工序具体为, 在工序集中优先选择产生空闲时间最小的工序来分配, 仅当存在多个优先级相同的工序时随机选择工序.

算法 1 自适应策略生成初始 CT

输入: 问题实例
 输出: 初始 CT
 CT ← LB
 REPEAT
 CT ← CT + 1
 REPEAT
 生成部分解 ← 启发式规则确定分配方向和分配工序
 UNTIL 生成完整解
 CT' ← 计算完整解生产节拍
 UNTIL CT' ≤ CT
 CT ← CT'

4.2 快速判断方法

快速判断方法是基于问题特性, 利用最大允许空闲时间来判断生成解是否为可行解. 最大允许空闲时间由式 (8) 计算. 生成解过程中产生的空闲时间与最大允许空闲时间相比较, 若前者大于后者, 则生成解为不可行解. 若生成完整解中前者小于等于后者, 则生成解为可行解. 通过提前判断生成解的可行性能够提高算法的执行效率.

$$IDT_{max} = 2 \times m \times CT - \sum_{i=1}^n t_i \quad (8)$$

4.3 全局搜索策略

在 EEDA 中设计一种结合 4.1 节启发式规则的采样方法来生成问题的解, 并基于该方法对问题解空间展开全局搜索.

4.3.1 概率模型

(1) 建立概率模型

设 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ 为生成解时的工序分配排序. 矩阵 $P_{i,j,k}$ 表示三维概率模型. 模型中记录了排序中三个工序被连续选择的概率. 概率值越高, 工序组合表现越好.

(2) 结合启发式规则的采样方法

π_1, π_2 由启发式方法选择, π_3, \dots, π_n 由结合启发式规则的采样方法选择. 采样方法选择时, 首先利用启发式方法确定分配方向和分配工序. 若存在多个优先等级相同工序, 则以轮盘赌方法采样概率模型的 $P_{i,j,k} (i = \pi_a, j = \pi_{a+1})$ 得到工序 π_{a+2} . 重复该过程能够生成问题的解.

(3) 更新概率模型

设 π_k 与 π_{k-2}, π_{k-1} 组合后产生的空闲时间为 idt_k . 若

$idt_k=0$, 则应用式(9)奖励 $P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k}$. 若 $idt_k>0$, 则应用式(10)惩罚 $P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k}$. 重复 $k=(3, 4, \dots, n)$ 能够学习生成解中三个连续工序的组合信息.

$$P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k} = (1 + \alpha)P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k}, k = (3, 4, \dots, n) \quad (9)$$

$$P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k} = (1 - \beta)P_{\pi_{k-2}, \pi_{k-1}, \pi_k}, k = (3, 4, \dots, n) \quad (10)$$

除此之外, $P_{i,j,k}$ 概率模型学习了更深层次的综合信息. 例如, 若 $idt_4=0$, 不仅应用式(9)奖励 P_{π_2, π_3, π_4} , 同时应用式(11)奖励 P_{π_1, π_2, π_3} . 若 $idt_4>0$, 同时应用式(12)惩罚 P_{π_1, π_2, π_3} . π_2, π_3, π_4 组合优劣不仅取决于 π_4 与 π_2, π_3 之间的空闲时间, 也取决于 π_1, π_2, π_3 . 考虑到计算时间成本, 本文将概率模型学习深度设计为3层, 第3层如式(13)(14). 以 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ 完成对概率模型更新后, 还需对 $P_{i,j,k}$ 中所有元素做归一化处理.

$$P_{\pi_{k-3}, \pi_{k-2}, \pi_{k-1}} = (1 + \frac{\alpha}{2})P_{\pi_{k-3}, \pi_{k-2}, \pi_{k-1}}, k = (4, 5, \dots, n) \quad (11)$$

$$P_{\pi_{k-3}, \pi_{k-2}, \pi_{k-1}} = (1 - \frac{\beta}{2})P_{\pi_{k-3}, \pi_{k-2}, \pi_{k-1}}, k = (4, 5, \dots, n) \quad (12)$$

$$P_{\pi_{k-4}, \pi_{k-3}, \pi_{k-2}} = (1 + \frac{\alpha}{4})P_{\pi_{k-4}, \pi_{k-3}, \pi_{k-2}}, k = (5, 6, \dots, n) \quad (13)$$

$$P_{\pi_{k-4}, \pi_{k-3}, \pi_{k-2}} = (1 - \frac{\beta}{4})P_{\pi_{k-4}, \pi_{k-3}, \pi_{k-2}}, k = (5, 6, \dots, n) \quad (14)$$

4.3.2 生成种群

在EEDA中, 种群大小设置为PS. 种群中 $\gamma\%$ 个体从工作站 j 继续生成解, j 为不满足快速判断方法时记录的工作站. 其余个体从首个工作站生成解. 生成种群过程如算法2.

算法2 生成种群

输入: CT, $P_{i,j,k}$

输出: 问题解构成的种群

$i \leftarrow 1$

REPEAT

REPEAT

生成部分解 \leftarrow 启发式规则确定分配方向, 采样方法确定工序

执行快速判断方法

UNTIL 生成完整解或生成非可行解

个体 $i \leftarrow$ 评价解, $i \leftarrow i + 1$

UNTIL 种群规模为PS

4.4 局部搜索策略

生成种群后, 首先采用针对主要目标的搜索策略, 若该策略在连续三次种群迭代间未能更新CT, 则采用针对次要目标的搜索策略. 两种搜索策略的处理对象均为历史最优解.

4.4.1 针对主要目标的搜索策略

给定工作站数目和生产节拍, 工序分配排列 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ 为满足约束的历史最优解. 缩减生产节拍

使 π_k 分配至工作站 j 后生成非可行解. 设 π_i 为工作站 j 首个工序. 考虑到工作站 j 之前的所有工作站已取得满足约束的部分解, 为避免这种优质结构被破坏, 随机地从 π_i, \dots, π_k 中选择工序插入其后工序来产生新解, 并判断新解是否为可行解. 该策略如图2所示. 在每次启用时该策略执行10次.

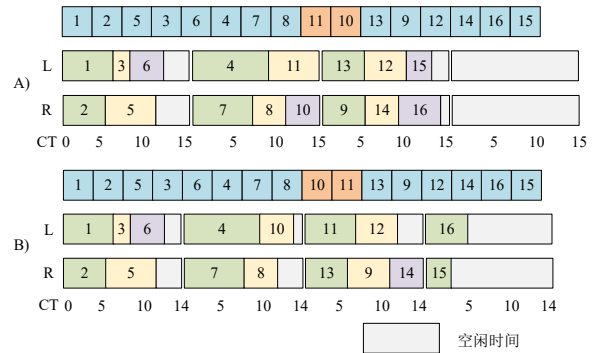


图2 针对CT的局部搜索示意图

4.4.2 针对次要目标的搜索策略

由式(5)可知, 工作量偏差较大的工作站相比偏差较小的工作站存在更大的优化空间. 因此, 本策略针对偏差值最大工作站进行操作. 如图3所示, 首先计算所有工作站两侧的偏差值, 随机地从偏差值最大工作站中选取工序向后续工序做插入调整, 然后判断新解是否为可行解及是否更新SI且不降低CT. 本搜索策略在每次启用时执行3次.

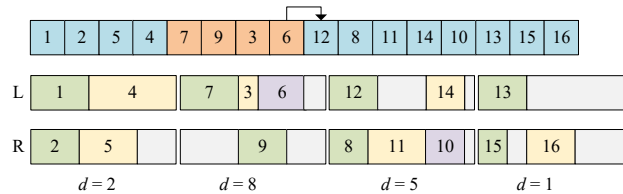


图3 针对SI的局部搜索示意图

5 实验分析与比较

实验中问题实例源于Kim等^[15,16]的研究. 所有测试由Delphi7编程实现. CPU为2.33 GHz, 内存为8 GB. 每种算法单次实验的运行时间设置为 $n \times n \times 15$ 毫秒. 每种问题实例独立地进行20次实验, 取结果的平均值作比较.

5.1 参数设置

EEDA主要参数为种群规模PS、精英个体占比 γ 、奖励系数 α 和惩罚系数 β . 采用实验设计方法确定参数取值为 $PS=50, \gamma=0.5, \alpha=0.7, \beta=0.3$.

5.2 EEDA 关键环节有效性验证

5.2.1 验证自适应策略生成初始 CT 有效性

表 2 为实验结果. CT_{DABC} 表示 DABC 算法在相同时间内计算获取的 CT. DABC 算法中参数设置方法为考虑不同结构特点的问题实例将起始 CT 设置较大, 导致算法自较高起点“自上而下”寻优, 而 EEDA 中自适应策略采用“自下而上”的方式确立初始 CT. 在大规模问题实例上, 只需百次左右迭代即可生成可行的初始 CT. 因此自适应策略在生成初始 CT 较参数设置方法有优势.

表 2 大规模问题实例下初始 CT 设置方法的实验结果

Case	m	CT_0	CT_{DABC}	用时
205	11	1 261	1 782	2.2 s
	12	1 193	1 549	3.3 s
	13	1 048	1 402	4.1 s
	14	1 004	1 243	3.6 s

5.2.2 验证结合启发式规则采样方法的有效性

将 EEDA 与其变体 Rand_EEDA、Heuristic_EEDA 进行实验比较, Rand_EEDA 和 Heuristic_EEDA 分别采用随机方法和启发式方法选择工序. 表 3 实验结果表明, Rand_EEDA、Heuristic_EEDA 和 EEDA 的性能依次增强. 相比随机方法, 由于启发式方法能从产生空闲时间最小工序集中随机选择工序, 所以启发式方法能够生成较优解. 而 EEDA 利用概率模型从产生空闲时间最小工序集中选择工序, 能够生成更为合理的工序排列, 从而能获得更好的优质解.

表 3 三种工序选择方法的实验结果

Case	m	Heuristic_EEDA		Rand_EEDA		EEDA	
		CT	SI	CT	SI	CT	SI
205	7	1 764.2	516.4	1 804.8	707.6	1 754.8	486.3
	8	1 542.8	419.2	1 579.0	577.9	1 540.2	437.7
	9	1 376.8	471.2	1 415.2	619.3	1 371.4	453.6
	10	1 243.6	493.6	1 276.0	657.0	1 238.8	433.9

5.3 EEDA 与其他算法对比

为进一步验证 EEDA 性能, 将 EEDA 与求解 TALBP-II 的有效算法 DABC^[3]、IG^[4]和 GA^[15]对比. 表 4 和图 4 为实验结果. 各算法在 CT 指标上性能近似, 但在 SI 指标上 EEDA 明显占优. 其他比较算法仅在已有的进化算法框架或 IG 算法框架中加入一些通用搜索操作, 故这些算法实际性能较为有限. EEDA 采用基于三维概率模型的 EDA 算法框架, 可合理学习优质解信息并避免其他比较算法存在的优质解模式破坏问题^[17], 从而能更好地引导算法搜索方向. 同时, EEDA 进一步考虑问题特性, 设计并引入了新颖有效的新解生成方法、主次目标协同优化的局部搜索方法、可行解快速判断方法. 这使 EEDA 具有更强的搜索效率, 故能在算法对比中明显占优.

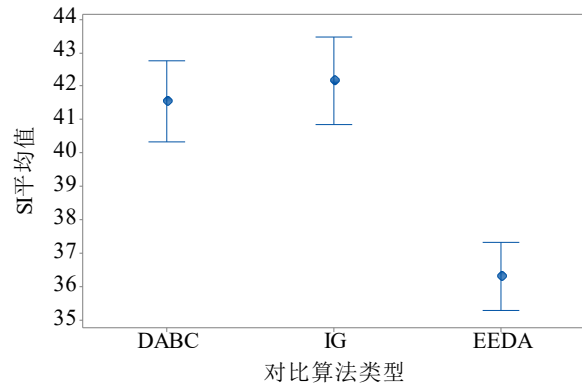


图 4 对比算法实验结果的区间图比较

表 4 各对比算法在各种问题实例下的实验结果

Case	m	DABC		IG		EEDA	
		CT	SI	CT	SI	CT	SI
65	4	640.3	4.5	640.4	4.3	640.2	4.3
	5	513.4	4.8	515.2	7.0	513.5	4.8
	6	428.6	5.6	430.5	8.5	428.5	5.0
	7	368.8	6.3	370.8	8.9	368.8	6.1
	8	322.5	6.2	325.8	10.3	322.3	5.7
205	7	1 697.6	48.0	1 696.1	45.7	1 697.6	44.2
	8	1 488.9	45.6	1 489.1	46.7	1 486.0	36.9
	9	1 328.0	48.8	1 328.1	48.2	1 326.8	42.4
	10	1 192.9	39.2	1 192.1	38.1	1 188.4	30.2
	11	1 085.7	41.1	1 084.8	39.7	1 088.0	36.8

6 结论

针对双边装配线第二类平衡问题(TALBP-II), 将生产节拍(CT)和平滑指数(SI)作为主次优化目标, 提出增强分布估计算法(EEDA)对 TALBP-II 求解. 具体结论如下: (1) 采用自适应策略生成初始 CT, 可提升初始解质量; (2) 设计结合启发式规则的采样方法, 可提高生成优质解的概率; (3) 利用主次目标协同优化的局部搜索方法, 可增强算法局部搜索能力; (4) 提出可行解快速判断方法, 能缩短算法每代的运行时间从而提升算法搜索效率.

参考文献

[1] 苑明海, 许焕敏. 可重构装配线建模及优化调度控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 9-11.
YUAN Ming-hai, XU Huan-min. Reconfigurable Assembly Line Modeling and Optimal Scheduling Control[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 9-11. (in Chinese)

[2] 张明超, 孙新波, 王永霞. 数据赋能驱动精益生产创新内在机理的案例研究[J]. 南开管理评论, 2021, 24(3): 102-116.

- ZHANG Ming-chao, SUN Xin-bo, WANG Yong-xia. Case study on the internal mechanism of lean production innovation driven by data empowerment[J]. Nankai Management Review, 2021, 24(3): 102-116. (in Chinese)
- [3] TANG Q H, LI Z X, ZHANG L P. An effective discrete artificial bee colony algorithm with idle time reduction techniques for two-sided assembly line balancing problem of type-II[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 97(3): 146-156.
- [4] LI Z X, TANG Q H, ZHANG L P. Minimizing the cycle time in two-sided assembly lines with assignment restrictions: Improvements and a simple algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016(7): 1-15.
- [5] LEI D M, GUO X P. Variable neighborhood search for the second type of two-sided assembly line balancing problem [J]. Computers and Operations Research, 2016, 72(9): 183-188.
- [6] 李大双, 张超勇, 邵新宇, 等. 基于殖民竞争算法的多约束双边装配线平衡[J]. 机械工程学报, 2015, 51(2): 183-189.
LI Da-shuang, ZHANG Chao-yong, SHAO Xin-yu, et al. Hybrid colonial competitive algorithm for the two-sided assembly line balancing problem with multiple constraints [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(2): 183-189. (in Chinese)
- [7] 郑巧仙, 李明, 李元香, 等. 求解双边装配线平衡问题的改进蚁群算法[J]. 电子学报, 2014, 42(5): 841-845.
ZHENG Qiao-xian, LI Ming, LI Yuan-xiang, et al. An improved ant colony optimization for two-sided assembly line balancing problem[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(5): 841-845. (in Chinese)
- [8] 王凌, 王圣尧, 方晨. 分布估计调度算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017: 2-3.
WANG Ling, WANG Sheng-yao, FANG Chen. Distribution Estimation Scheduling Algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2017: 2-3. (in Chinese)
- [9] GU L, HENNEQUIN S, SAVA A, et al. Assembly line balancing problems solved by estimation of distribution[C]// IEEE International Conference on Automation Science & Engineering. Scottsdale: IEEE, 2007: 123-127.
- [10] SUN B Q, WANG L. An estimation of distribution algorithm with branch-and-bound based knowledge for robotic assembly line balancing[J]. Complex & Intelligent Systems, 2020, 7(2): 1-14.
- [11] SUN B Q, WANG L, PENG Z P. Bound-guided hybrid estimation of distribution algorithm for energy-efficient robotic assembly line balancing[J]. Computers & Industrial Engineering, 2020, 146(3): 106604.
- [12] SUN B Q, WANG L. A decomposition-based metaheuristic for supply chain network design with assembly line balancing[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 131(5): 408-417.
- [13] 邓超, 钱斌, 胡蓉, 等. 融合规则的HEDA求解带工件批量运输的三阶段装配集成调度问题[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2507-2513.
DENG Chao, QIAN Bin, HU Rong, et al. Rule-based hybrid EDA for three-stage assembly integrated scheduling problem with job batches transportation[J]. Control and Decision, 2020, 35(10): 2507-2513. (in Chinese)
- [14] WANG S Y, WANG L. An estimation of distribution algorithm-based memetic algorithm for the distributed assembly permutation flow-shop scheduling problem[J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems, 2015, 46(1): 139-149.
- [15] KIM Y K, SONG W S, KIM J H. A mathematical model and a genetic algorithm for two-sided assembly line balancing[J]. Computers and Operations Research, 2007, 36(3): 853-865.
- [16] LEE T O, KIM Y, KIM Y K. Two-sided assembly line balancing to maximize work relatedness and slackness[J]. Computers & Industrial Engineering, 2001, 40(3): 273-292.
- [17] 杨海军, 李建武, 李敏强. 进化算法的模式、涌现与困难性研究[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 155-156.
YANG Hai-jun, LI Jian-wu, LI Min-qiang. Evolutionary Algorithms: Schema, Emergence and Hardness[M]. Beijing: Science Press, 2012: 155-156. (in Chinese)

作者简介



张腾飞 男, 1997年1月出生, 山东邹平人. 硕士研究生, 主要研究方向为复杂系统建模与优化.
E-mail: 869959588@qq.com



胡蓉(通讯作者) 女, 1973年9月出生, 贵州安顺人. 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为优化方法和决策支持系统.
E-mail: ronghu@vip.163.com