

基于比尔朗伯定律的变分水平集模型

唐利明¹,熊点华^{1,2},方 壮¹

(1. 湖北民族大学数学与统计学院,湖北恩施 445000; 2. 阿坝师范学院数学学院,四川汶川 623002)

摘要: 图像成像过程中,由于空气消光性的影响,获取的数字图像质量会退化,包括灰度不均,对比度下降等,给图像分割或者目标的识别带来困难. 为解决此问题,本文提出了一个基于比尔朗伯光吸收定律的变分水平集模型以实现此类退化图像的分割和修正. 首先基于比尔朗伯定律,将观测图像建模为一个退化场和真实图像的乘积. 然后对退化场进行Markov随机场正则化,对真实图像实施分片Gaussian分布拟合建模,结合水平集函数正则项,建立变分水平集模型. 最后采用结合梯度下降的交替迭代算法对模型进行数值求解. 实验结果表明,本文模型可以很好地排除退化场的影响,得到满意的图像分割和修正效果. 和几个经典的变分图像分割模型相比,本文模型展示出较好的实验效果,具有最优的JSI, DSI和VOE指标值.

关键词: 比尔朗伯定律;变分法;水平集;图像分割;图像修正

基金项目: 国家自然科学基金(No.62061016, No.61561019)

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)02-0416-11

电子学报URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210214

A Variational Level Set Model Based on Beer-Lambert Law

TANG Li-ming¹, XIONG Dian-hua^{1,2}, FANG Zhuang¹

(1. College of Mathematics and Statistics, Hubei Minzu University, Enshi, Hubei 445000, China;

2. College of Mathematics, ABa Teachers University, Wenchuan, Sichuan 623002, China)

Abstract: The intensity inhomogeneity and low contrast caused by air extinction significantly reduce image quality and affect the subsequent image segmentation and target recognition. To solve this problem, a variational level set model based on Beer-Lambert law is proposed for image segmentation and inhomogeneity correction. Firstly, the observed image is modeled by a product of a degradation field and a real image based on Beer-Lambert law, in which the degradation field is regularized by a Markov random field, and the real image is represented by a piecewise Gaussian distribution. And then, using maximum a posterior probability (MAP) criterion, and incorporating a regularization term, we propose a variational level set model. Finally, an alternating iteration algorithm combining with gradient descent is developed to numerically solve the model. The experimental results validate the proposed model and algorithm, which can eliminate the effects of the intensity inhomogeneity, and obtain satisfactory results of image segmentation and correction. Compared with several state-of-the-art variational models, the proposed model shows the best performance in terms of the JSI, DSI and VOE indexes.

Key words: Beer-Lambert law; variational; level set; image segmentation; image correction

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62061016, No.61561019)

1 前言

图像分割就是将图像分解成多个具有不同属性且不相交的子区域,或者提取图像中感兴趣的目标,它是模式识别、图像语义理解关键的前期工作,是图像处理和计算机视觉中的重要研究课题. 基于活动轮廓(Active Contour Method, ACM)的变分水平集图像分割方法^[1-6]由于其坚实的数学理论和较好的实验效果得到

研究学者的广泛关注.

变分水平集图像分割结合了活动轮廓演化^[7,8]、变分法、水平集方法^[9-11]等. 其基本思想是首先建立包含图像和水平集函数的能量泛函,然后利用变分方法求解此能量泛函的极小值,得到水平集函数的演化方程,最后求解此演化方程得到稳态水平集函数解,此水平集函数解的零水平集即为图像分割结果. 变分水平集

图像分割方法相较于传统的活动轮廓演化方法具有以下优势:(1)它能较为容易地处理活动轮廓在演化过程中的拓扑结构变化,例如分裂、合并等;(2)它能较容易地结合图像的特征信息,例如纹理、形状、灰度分布等;(3)数学中的优化算法和PDE数值求解方法为变分水平集图像分割模型的求解提供了大量高效的数值算法。

基于MS泛函^[12], Chan和Vese^[13]提出了著名的无边缘活动轮廓模型(简称CV模型),它是变分水平集图像分割模型的典型代表。CV模型可以很好地分割目标和背景清晰和均匀的图像,并且具有很高的分割效率。缺点是它只能分割对比度高、边界清晰无模糊、目标背景均匀的图像,对于复杂图像,则不能取得好的实验效果。特别是对于由于成像系统干扰得到的退化图像,往往会产生较为严重的误分割^[14-16]。为解决此类退化图像的分割,一些局部变分水平集模型被提出^[15-20]。局部模型认为虽然退化图像在全局范围内是不均匀的,但是在一个小的局部区域内,图像是均匀的,则可以在每一个小的局部区域类进行建模。这其中具有代表性的有局部二值拟合(Local Binary Fitting, LBF)模型^[16]、局部图像拟合(Local Image Fitting, LIF)模型^[18]、局部 Chan-Vese (Local Chan-Vese, LCV)模型^[19]、局部 Gaussian 拟合 (Local Gaussian Distribution Fitting, LGDF)模型^[20]等。这些模型可以较好地分割灰度不均、对比度低的退化图像,缺点是它们只能进行图像分割,而不能进行退化图像的修正。

为了同时实现图像分割和修正,一些改进的局部变分水平集模型被相继提出^[21-26],例如, Li等人提出了局部灰度聚类(Local Intensity Clustering, LIC)模型^[21,22], LIC模型将局部区域均值建模为一个偏移场和常值的乘积; Zhang等人^[23]提出了局部统计活动轮廓模型(Local Statistic Active Contour Model, LSACM), LSACM模型和LIC模型类似地建模局部区域均值,不同的是它更精细地讨论了局部灰度方差; Zhang等人^[24]提出了变换区域的最大似然准则(Maximum Likelihood in Transformed Domain, MLTD)模型,它在变换区域内对图像进行了局部的 Gaussian 建模。这些局部模型除了可以较好地分割灰度不均匀图像,还可以进行退化的偏移场估计,实现退化图像的修正。

以上总结的局部模型可以较好地处理灰度不均、对比度低、边界模糊的退化图像,但也存在以下缺点:(1)局部模型在极小化过程中容易陷入局部极小而导致分割失败,在实验中体现在对初始轮廓非常敏感;(2)局部模型通过一个核函数实现局部区域的选择,所以导致模型的能量泛函中出现二重积分,增加了模型的复杂度,消耗了较多的计算时间。

为解决以上问题,本文基于比尔朗伯(Beer-Lambert, BL)定律,提出了一个新的变分水平集模型。首先利用比尔朗伯定律,将观测图像分解为一个退化场和真实图像的乘积。然后在对数域中利用最大后验概率准则(Maximum A Posterior, MAP)对图像进行建模,对退化场进行 Markov 随机场正则化,对真实图像实施分片 Gaussian 分布建模,并结合水平集函数正则项,建立变分水平集模型。相较于传统的局部模型,本文模型具有以下优势:(1)本文模型是一个全局模型,在实验中对初始轮廓不敏感;(2)能量泛函中只出现一次积分,具有较低的模型复杂度和较高的计算效率;(3)能较好地实现图像分割、退化场估计和退化图像修正。

2 基于比尔朗伯定律的变分水平集模型

2.1 基于BL定律的退化图像建模

本文的成像模型认为影响图像质量主要是空气的透明度。假如有目标物体其原有亮度为 B ,在通过距离为 dx 的空气后,其亮度变化为 dB ,则目标物体在这段距离的亮度改变率为,

$$\frac{dB}{B} = -a(x)dx \quad (1)$$

其中 $a(x) > 0$ 为空气的消光系数。假设空气为均匀介质,通过长度为 L 的路径时,目标物体亮度由 B 变为 B_L 。根据能量守恒定律,在式(1)两边同时积分可得

$$\int_B^{B_L} \frac{dB}{B} = - \int_0^L a dx.$$

分别计算上式两边的积分可得

$$\ln(B_L) - \ln(B) = -aL.$$

利用对数运算法则,可得BL定律^[27,28]即

$$\frac{B_L}{B} = e^{-aL} \quad (2)$$

由BL定律式(2)可得结论:成像设备捕捉的目标物体反射光亮度和消光系数 a 和成像距离 L 有关,它随着消光系数 a 和距离 L 的增加按照指数规律减少。即空气透明度越差,光吸收越多,则成像亮度越低,成像质量越差。此外成像距离越远,成像质量越差。

利用BL定律式(2),本文构造如下退化图像成像公式:

$$I(x) = e^{-la(x)} J(x), x \in \Omega \quad (3)$$

其中 $I(x)$ 表示定义在 Ω 区域的观测图像即退化图像; $J(x)$ 表示真实图像; $l > 0$ 表示场景深度即成像距离; $a(x)$ 表示消光系数。在式(3)的两边同时取对数,可得

$$\log I(x) = -la(x) + \log J(x)$$

设 $i(x) = \log I(x)$, $j(x) = \log J(x)$, 则

$$i(x) = -la(x) + j(x)$$

则真实图像的对数图像表示为

$$j(x) = i(x) + la(x) \quad (4)$$

下面利用式(4), 基于 MAP 准则构建变分水平集模型实现图像分割、退化场估计和图像修正.

2.2 基于 BL 定律的变分水平集模型

本节建立基于 BL 定律的变分水平集模型. 在构建模型前, 引入以下假设:

(1) 假设采集成像的标物体为一质点, 其到成像设备距离为定值, 即场景深度 $l > 0$ 为常数.

(2) 假设对数图像 $j(x)$ 为在目标区域 Ω_1 和背景区域 Ω_2 分别服从高斯分布, 即 $j(x) \sim \mathcal{N}(c_k, \sigma_k^2)$, $x \in \Omega_k$, $k = 1, 2$, 此处 c_k 和 σ_k 分别表示目标区域和背景区域图像灰度均值和标准差.

(3) 假设消光系数 $a(x)$ 是一个 Markov 随机场, 服从一个 Gibbs 分布, 并且与场景深度 l 不相关. 此假设说明每一个点的消光系数仅仅与它邻近点的消光性质有关, 和其它点无关, 明显这种假设是合理的.

下面基于 MAP 准则建立变分水平集模型. 利用 $i(x)$ 估计真实图像 $j(x)$, 即是估计 $la(x)$, 因为 $j(x) = i(x) + la(x)$. 利用 Bayes 公式, 其后验概率 $P(la(x)|i(x))$ 可以表示为

$$P(la(x)|i(x)) = \frac{P(i(x)|la(x)) \cdot P(la(x))}{P(i(x))} \quad (5)$$

其中, $P(i(x)|la(x))$ 表示观测图像 $i(x)$ 灰度的条件概率, 也被称为似然函数. $P(la(x))$ 为场景深度 l 和消光系数 $a(x)$ 的联合先验概率. $P(i(x))$ 为常数, 在极大化后验概率的过程中可以忽略, 则式(5)等价于

$$P(la(x)|i(x)) \propto P(i(x)|la(x)) \cdot P(la(x)) \quad (6)$$

下面分开计算 $P(i(x)|la(x))$ 和 $P(la(x))$.

1. $P(i(x)|la(x))$ 的计算

根据假设(b), $j(x) = i(x) + la(x)$ 在目标区域 Ω_1 和背景区域 Ω_2 服从高斯分布, 即 $j(x) \sim \mathcal{N}(c_k, \sigma_k^2)$, $x \in \Omega_k$, $k = 1, 2$, 则对 $x \in \Omega_k$, 则 x 像素点的灰度概率密度为

$$P_{k,x}(i(x)|la(x)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} \exp\left(-\frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2}\right)$$

由于图像像素点的灰度值是独立同分布的, 则图像中所有像素点的联合概率密度为

$$\min_{c_k, \sigma_k, l, a(x), \Omega_k} \left\{ \sum_{k=1}^2 \int_{\Omega_k} \left(\ln(\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_k) + \frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) dx + b \int_{\Omega} |\nabla a(x)|^2 dx \right\}$$

其中, $b = \frac{\ln Z}{T}$. 下面采用水平集策略, 将以上极小化问题中的积分区域扩充大整个图像区域 Ω . 定义水平集

$$\begin{aligned} P(i(x)|la(x)) &= \prod_{k=1}^2 \prod_{x \in \Omega_k} P_{k,x}(i(x)|la(x)) \\ &= \prod_{k=1}^2 \prod_{x \in \Omega_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} \exp\left(-\frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

2. $P(la(x))$ 的计算

根据假设(c), 消光系数 $a(x)$ 和场景深度 l 是不相关的, 则可得

$$P(la(x)) = P(l) \cdot P(a(x))$$

由假设(a), 由于场景深度 l 为常数, 所以 $P(l)$ 为常数, 在极大化的过程中可以忽略. 再根据假设(c), 消光系数 $a(x)$ 是一个 Markov 随机场, 根据 Hammersley Clifford 定理^[29], 其概率分布为一个 Gibbs 分布, 能够表示成一系列在随机场中最大团簇上非负势能函数的乘积. 则对 $\forall x \in \Omega$, 假设消光系数 $a(x)$ 在像素点 x 的邻域 $U(x)$ 中的势能函数为

$$\Psi(a(x)) = \exp\left(-\frac{1}{T} |\nabla a(x)|^2\right)$$

其中, ∇ 为梯度算子, 它可以刻画消光系数 $a(x)$ 在邻域 $U(x)$ 范围内的变化. $T > 0$ 是一个正则化参数, 控制势能函数 $\Psi(x)$ 的陡峭或者平滑程度. 利用势能函数 $\Psi(x)$, 消光系数 $a(x)$ 作为一个 Markov 随机场, 其 Gibbs 概率密度为

$$\begin{aligned} P(a(x)) &= \frac{1}{Z} \prod_{x \in \Omega} \Psi(a(x)) \\ &= \frac{1}{Z} \prod_{x \in \Omega} \exp\left(-\frac{1}{T} |\nabla a(x)|^2\right) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, Z 是归一化参数.

下面利用 MAP 进行建模. 由式(6)可得, 极大化后验概率 $P(la(x)|i(x))$ 等价于

$$\max P(la(x)|i(x)) \Rightarrow \max \{P(i(x)|la(x)) \cdot P(la(x))\}$$

结合式(7)和式(8), 上述极大化问题具体为

$$\begin{aligned} \max_{c_k, \sigma_k, l, a(x), \Omega_k} & \left\{ \frac{1}{Z} \prod_{x \in \Omega} \exp\left(-\frac{1}{T} |\nabla a(x)|^2\right) \right. \\ & \left. \times \prod_{k=1}^2 \prod_{x \in \Omega_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} \exp\left(-\frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \right\} \end{aligned}$$

将上述极大化问题目标函数取负对数运算, 则其等价于如下的极小化问题:

函数 ϕ , 利用 Heaviside 函数 $H(\phi)$, 设

$$M_1(\phi) = H(\phi), \quad M_2(\phi) = 1 - H(\phi)$$

再由于 $\ln \sqrt{2\pi}$ 为常数, 在极小化过程中可以忽略, 则以上极小化问题可以改写为

$$\min_{c_k, \sigma_k, l, a(x), \phi} \left\{ \sum_{k=1}^2 \int_{\Omega} \left(\ln \sigma_k + \frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) M_k(\phi) dx + b \int_{\Omega} |\nabla a(x)|^2 dx \right\} \quad (9)$$

为了使水平集函数在演化过程中保持稳定和光滑, 本文引入两个正则化项, 一个约束水平集函数为符号距离函数, 定义为

$$R_1(\phi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx$$

另一个约束水平集函数的零水平的弧长, 定义为

$$R_2(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx$$

综上, 结合式(9)和以上两个正则化项, 本文模型的能量泛函建立如下:

$$\begin{aligned} E(c_k, \sigma_k, l, a(x), \phi) &= \sum_{k=1}^2 \int_{\Omega} \left(\ln \sigma_k + \frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) M_k(\phi) dx \\ &+ b \int_{\Omega} |\nabla a(x)|^2 dx + \frac{1}{2} \beta \int_{\Omega} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx \\ &+ \gamma \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx \end{aligned}$$

实现图像分割、退化场估计和图像修正即极小化上述泛函, 即

$$\min_{c_k, \sigma_k, l, a(x), \phi} E(c_k, \sigma_k, l, a(x), \phi) \quad (10)$$

下面求解极小化问题即式(10).

2.3 数值求解算法

本文采用交替迭代算法求解极小化问题(10)中的5个变量. 即交替地固定其中的4个变量, 然后求解式(10)关于另外一个变量的极小值点.

c_k 为极小值点的必要条件为 $\frac{\partial E}{\partial c_k} = 0$, 由此可得

$$c_k = \frac{\int_{\Omega} (i(x) + la(x)) M_k(\phi) dx}{\int_{\Omega} M_k(\phi) dx} \quad (11)$$

σ_k 为极小值点的必要条件为 $\frac{\partial E}{\partial \sigma_k} = 0$, 由此可得

$$\sigma_k^2 = \frac{\int_{\Omega} (i(x) + la(x) - c_k)^2 M_k(\phi) dx}{\int_{\Omega} M_k(\phi) dx} \quad (12)$$

l 为极小值点的必要条件为 $\frac{\partial E}{\partial l} = 0$, 由此可得

$$\begin{aligned} l &= \frac{\int_{\Omega} \sigma_2^2 (c_1 - i(x)) a(x) M_1(\phi) dx}{\int_{\Omega} (\sigma_1^2 M_2(\phi) + \sigma_2^2 M_1(\phi)) a^2(x) dx} \\ &+ \frac{\int_{\Omega} \sigma_1^2 (c_2 - i(x)) a(x) M_2(\phi) dx}{\int_{\Omega} (\sigma_1^2 M_2(\phi) + \sigma_2^2 M_1(\phi)) a^2(x) dx} \quad (13) \end{aligned}$$

采用变分法和梯度下降法, 最优解 $a(x)$ 为如下PDE的稳态解:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \sum_{k=1}^2 \frac{l(c_k - i(x) - la(x))}{2\sigma_k^2} M_k(\phi) + b\Delta a(x) \quad (14)$$

数值计算中, 采用有限差分法计算式(14)的数值解. 此外, 为进一步保证演化过程的稳定性, 本文在计算过程中采用分裂方法^[5,30].

采用变分法和梯度下降法, ϕ 的极小值点为如下PDE稳态解:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \delta(\phi)(e_2 - e_1) \\ &+ \beta \left(\Delta \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) + \gamma \delta(\phi) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (15) \end{aligned}$$

其中,

$$e_k = \ln \sigma_k + \frac{(i(x) + la(x) - c_k)^2}{2\sigma_k^2}, k=1, 2$$

数值计算中, 本文采用有限差分法结合分裂方法计算上面PDE的数值解.

具体算法见算法1. 假设图像大小为 m (即图像像素点的个数为 m), 卷积核窗口的大小为 k . 明显地, 本文算法主要包含矩阵逐点乘法 (对应点相乘) 和矩阵加减法 (散度和梯度运算为矩阵加减法), 其计算复杂度为 $O(m)$; 和含卷积运算, 其计算复杂度为 $O(k^2 m)$. 综上, 本文算法1的总复杂度为 $O(k^2 m + m) \approx O(m)$, 因为 $k \ll m$, 所以 k 在复杂度分析中可以忽略.

算法1 交替迭代算法

Step1: 初始化 $\phi^0, l^0=0, a^0=0$, 令 $n=0$.

Step2: 利用式(11)更新 $c_k (k=1, 2)$.

Step3: 利用式(12)更新 $\sigma_k^2 (k=1, 2)$.

Step4: 利用式(13)更新 l .

Step5: 利用式(14)更新 a^{n+1} .

Step6: 利用式(15)更新 ϕ^{n+1} .

Step7: 收敛条件满足, 输出; 否则令 $n=n+1$, 返回第二步.

对于模型和算法, 特别有以下说明: (1)消光系数函数 $a(x)$ 要求为非负函数, 如果在迭代算法中, 出现 $a(x) < 0$ 的点, 采用硬截断的方式使其满足约束要求, 即若 $a(x) < 0$, 则设定 $a(x) = 0$; (2)本文图像都采用8位灰度图像, 即灰度值范围为 $[0, 255]$, 模型中, 需要

对灰度进行对数运算, 所以为了避免出现零对数的奇异运算, 本文将图像表示为 $I(x) + \varepsilon$, 此处 ε 为一个非常小的正数; (3) 在计算平均曲率 $\text{div}(\nabla\phi/|\nabla\phi|)$ 中, 为了避免 $|\nabla\phi|=0$ 在分母中出现奇异, 本文采用正则化的梯度模, 即 $|\nabla\phi|_\varepsilon = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2 + \varepsilon}$, 此处 ε 为一个非常小的正数.

3 数值实验

下面测试本文模型和算法的有效性, 并进行对比实验. 实验中, 分割结果表示为水平集函数的零水平集, 即 $\{x: \phi(x)=0\}$; 退化场表示为 $e^{-Ia(x)}$; 修正图像表示为 $J(x) = I(x)/e^{-Ia(x)}$. 模型和算法中参数设定如下: $\beta=\gamma=0.1$; 时间步长 $\Delta t=0.1$. 算法的停止准则为相邻两次迭代的 ϕ 的无穷范数的改变率小于 10^{-3} , 则停止迭代.

3.1 模型的有效性

首先验证模型的有效性, 实验对象为 2 幅合成图像(分别记为合成图像 A 和 B), 1 幅汽车图像和 1 幅脑部 MR 图像. 这 4 幅图像由于光照影响, 成像中明显地包含灰度不均、边界模糊、对比度低等退化现象. 实验结果见图 1. 从上往下分别展示了分割结果、消光系数场 $a(x)$ 的可视化图、退化场 $e^{-Ia(x)}$ 的可视化图、收敛的分割轮廓、修正图像. 从实验结果可以看出, 本文基于 BL 定律的变分水平集模型达到了预期的效果: (1) 可以较为准确地分割由成像系统引起的退化图像, 包括灰度不均、对比度低、边界模糊等; (2) 成功地估计了退化场; (3) 修正图像较好地去除了退化现象, 灰度不均、对比度低、边界模糊得到一定的改善.

接着验证本文算法的收敛性, 实验数据仍为图 1 中的 4 幅图像, 迭代次数统一设定为 130 次, 并计算每一次迭代后的能量 E , 能量 E 的计算见式(10). 图 2 展示了能量随着迭代次数增加的变化图. 从图中可以看出, 能量 E 随着迭代次数的增加, 首先急速下降, 然后逐步趋于稳定. 例如对于合成图像 A, 在前 40 次迭代过程中, 能量由 8.2×10^7 急剧地下降到 4.7×10^7 , 随着迭代次数的增加, 最后稳定在 4.6×10^7 左右. 这证实了本文算法的收敛性.

下面验证本文模型和算法对初始化的鲁棒性. 实验数据选择 1 幅包含明显灰度不均的合成图像, 实验结果见图 3. 从上往下依次展示了测试图像和初始活动轮廓(初始活动轮廓为不同位置的圆)、分割结果、退化场的可视化图、修正图像. 从实验结果可以看出, 对于不同的初始化, 本文模型都可以正确地分割出目标物体, 并成功地估计出退化场, 得到满意的修正图像. 实际上, 本文模型和局部模型不同, 局部模型是在局部

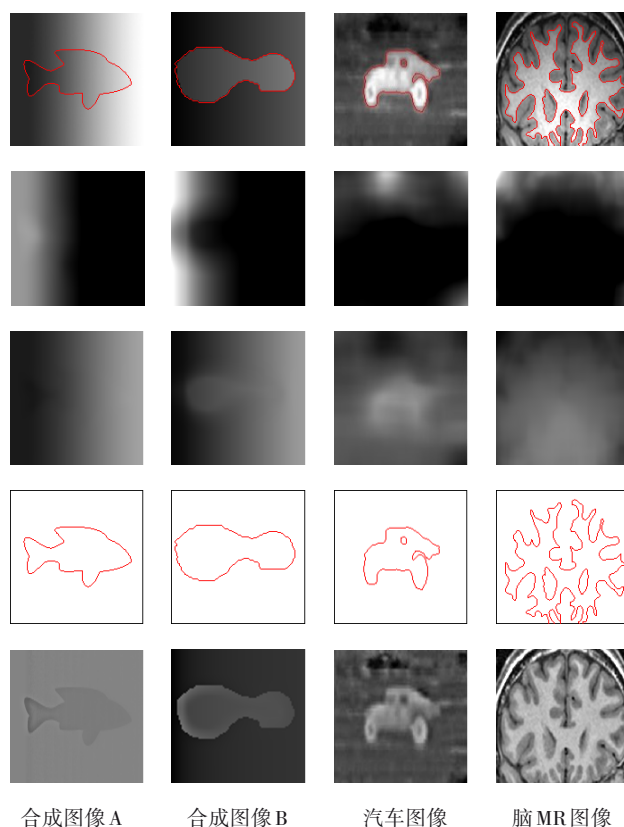


图 1 本文模型的图像分割和修正实验结果

小区域内建模图像, 而本文模型是对修正图像在目标和背景区域内进行全局建模, 所以其对初始化较为鲁棒.

3.2 与 LBF 模型、LIF 模型、LGDF 模型的对比实验

本节与 LBF 模型^[16]、LIF 模型^[18]和 LGDF 模型^[20]进行对比实验. 这 3 个模型是局部变分水平集模型的典型代表, 它们在分割灰度不均、弱边界、低对比度图像上有较好的效果. 实验对象为 1 幅 A1 文本图像和 1 幅血管图像(见图 4 第一行). 实验结果见图 4, 从上往下依次为 LBF 模型、LIF 模型、LGDF 模型和本文模型的分割结果. 从实验结果可以看出, 对于 A1 文本图像, 此图像背景存在一定程度的灰度不均, 但是目标的边界比较清晰, 对比度较大. 对于此图像, 4 个模型都成功地排除了背景灰度不均的影响, 正确地捕捉到目标物体, 取得了较好的实验效果. 对于血管图像, 此图像质量较差, 有较为严重的灰度不均、弱边界、低对比度现象, 并且存在干扰伪影. 4 个模型都较为成功地捕捉到目标物体轮廓, 检测到弱边界. 但是存在以下问题: LBF 模型没有检测到离初始轮廓较远的弱边界; LIF 模型和 LGDF 模型都检测到部分伪影, 这影响了分割的精确性. 而本文模型排除干扰, 较为准确地检测到正确的目标轮廓.

下面展示本文模型的效率, 实验数据为图 1 中的 4

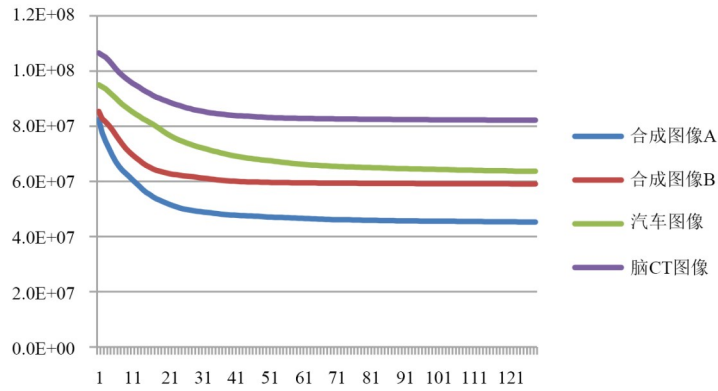


图2 能量随迭代次数的变化图

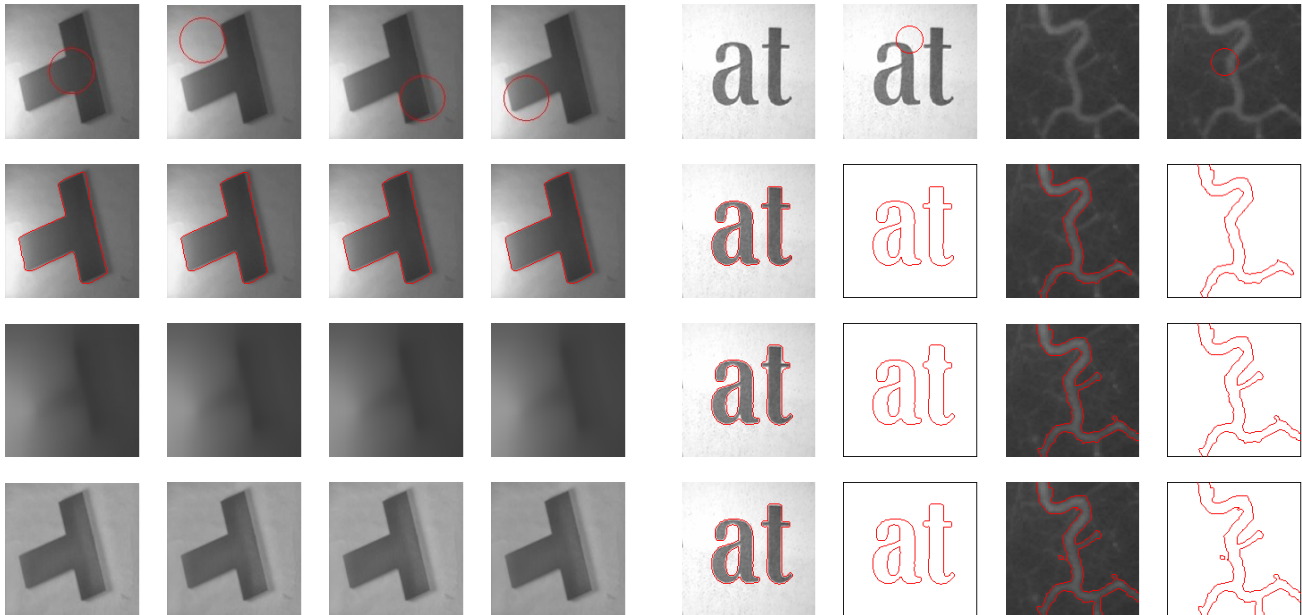


图3 本文模型对不同初始化的实验结果

幅图像和图4中的2幅图像,分别采用LBF模型、LIF模型、LGDF模型和本文模型进行分割实验,迭代次数进行向上取整十.4个模型的迭代次数和时间(s)见表1.从表1可以看出,本文模型在分割效率上具有较大的优势.特别对于退化严重、对比度低、边界模糊、目标物体分布范围大的图像(例如图4中的血管图像),本文算法的优势更为明显.其主要原因是LBF模型、LIF模型、LGDF模型是3个局部模型,都是通过引入一个Gaussian核函数来实现局部区域的选择,所以相比本文模型,要多计算一个核函数的积分,这导致计算量的增加,并且逐步地选择局部区域,使轮廓的收敛速度较慢.而本文模型实际上是一个全局模型,是对修正对数图像分别进行了内外区域的整体建模,所以收敛速度较快.

3.3 与LIC, LSACM的对比实验

本节和LIC^[21,22]和LSACM^[23]模型进行对比实验.

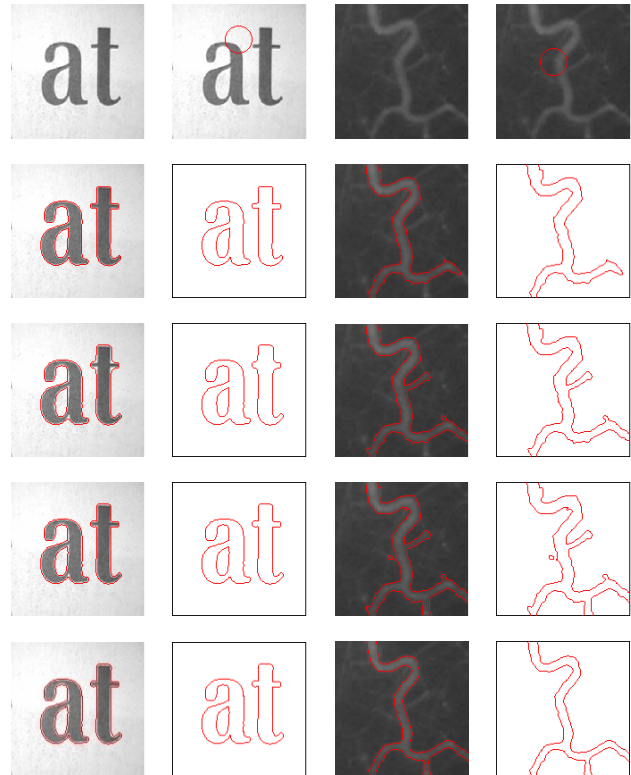


图4 本文模型与LBF模型、LIF模型、LGDF模型的对比实验结果

表1 本文模型与LBF模型、LIF模型、LGDF模型的分割效率对比结果

图像	LBF模型		LIF模型		LGDF模型		本文模型	
	Iter	Time	Iter	Time	Iter	Time	Iter	Time
合成图像A(图1)	130	8.23	130	6.43	150	9.42	50	2.52
合成图像B(图1)	120	7.62	110	5.46	150	9.36	40	2.02
汽车图像(图1)	60	3.70	60	2.87	70	4.41	50	2.51
脑MR图像(图1)	130	8.43	90	4.46	120	7.54	40	2.03
At本文图像(图4)	40	2.53	30	1.49	30	1.78	20	1.04
血管图像(图4)	1420	89.90	860	42.24	1530	96.28	148	7.32

这两个模型可以实现图像同时分割和修正. 对比实验分为两个部分.

第一部分为分割实验. 实验数据为3幅自然图像, 这3幅图像由于光照的原因, 都存在一定程度的灰度不均. 实验结果见图5, 第一列为原始图像和初始的活动轮廓, 其后三列分别展示了LIC模型、LSACM模型和本文模型的分割结果. 从实验结果可以看出, 3个模型都成功地检测到目标物体的整体轮廓. 但是由于LIC模型和LSACM模型是局部模型, 它们对局部的灰度变换比较敏感, 所以一部分灰度变化缓慢的背景区域也被检测出来, 例如第一幅Horse图像中的马身下的草, 第二幅Plane图像中是深色天空, 都有部分被当作目标物体被检测出来. 而本文模型作为一个全局模型, 对灰度的局部变化比较鲁棒, 所以可以较为精确地区分目标区域和背景区域, 得到准确的分割结果.

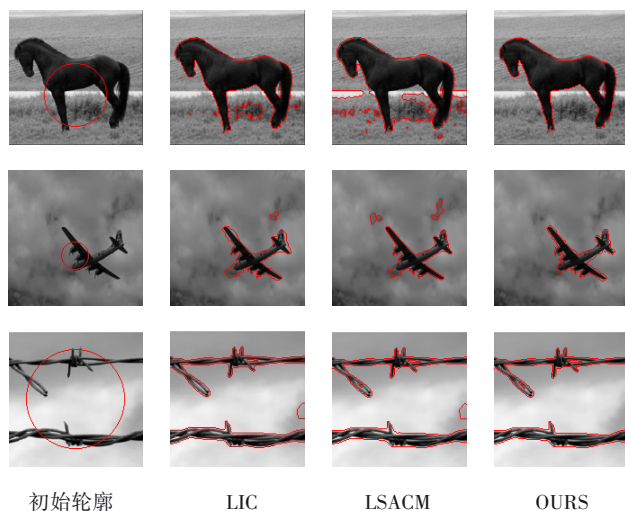


图5 本文模型与LIC模型、LSACM模型的分割对比实验结果

第二部分为图像修正实验, 实验数据为1幅3T脑部MR图像, 此图由于受到光照的影响, 包含明显的灰度不均. 实验结果见图6, 第一行为原始图像和初始的活动轮廓, 其后三行分别为LIC模型、LSACM模型和本文模型的图像修正结果. 第一列为退化场的可视化, 第二列为修正图像, 第三列为二值化分割结果. 从实验结果可以看出, 3个模型都较好地估计了退化场, 得到均匀的修正图像. 明显地, 和原图像对比, 修正图像灰度更为均匀. 并且图7展示了原图和3幅修正图像的灰度直方图, 从图中可以看出, LIC模型、LSACM模型和本文模型得到的修正图的直方图包含较为明显的两个波峰, 这对应背景和目目标.

最后验证本文模型和算法相对于LIC模型和LSACM模型的效率, 实验数据为图5的3幅图像和图6的1幅图像. 迭代次数仍然向上取整十. 表2展示了3

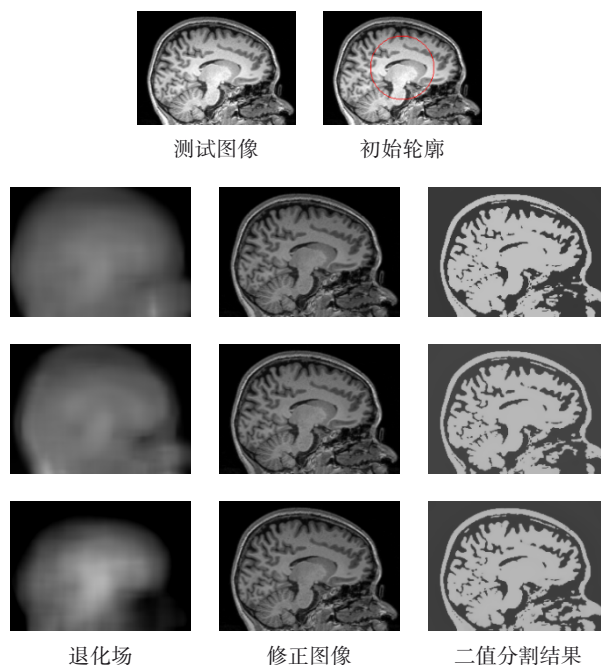


图6 本文模型与LIC模型、LSACM模型的图像修正对比实验结果

个模型的对于4幅图像的迭代次数和运算时间. 从实验结果可以看出, 相对于LIC模型和LSACM模型, 本文模型在迭代次数和运算时间上仍具有较大优势. 其原因为LIC模型和LSACM模型为局部变分模型, 含有二重积分的变分问题, 优化需要消耗较多的计算时间, 而本文模型为全局模型, 其是一个只含一次积分的变分问题, 所以模型较为简单, 运算时间需要较少.

3.4 在Weizmann数据集上的测试

为了进一步验证本文模型的有效性和适应性, 本节在著名的图像分割和目标检测数据集Weizmann^[31]上对其进行测试. Weizmann数据集包含200幅测试图像, 其中包含1个目标和2个目标的图像各100幅. 并且数据集提供了真实分割结果(Ground Truth, GT), 每个GT结果为一个二值模板. 为了定量分析分割质量, 本文采用Jaccard匹配系数(Jaccard Similarity, JSI), Dice匹配系数(Dice Similarity, DSI), 体素重叠误差(Volumetric Overlap Error, VOE)3个匹配系数度量分割效果.

实验中, 将本文模型和CV模型、LBF模型、LGDF模型、MCV模型^[4]、GLFIF模型^[8]、GLIF模型^[32]等6个变分水平集模型进行了对比实验. 其中MCV模型、GLFIF模型和GLIF模型是近年来具有代表性的改进变分水平集模型. MCV模型是在CV模型的基础上结合了图像的多尺度刻画, 它可以在一定程度上排除细节影响, 获得目标物体的整体轮廓. GLFIF模型和GLIF模型是两个结合了局部信息和全局信息的混合活动轮廓模

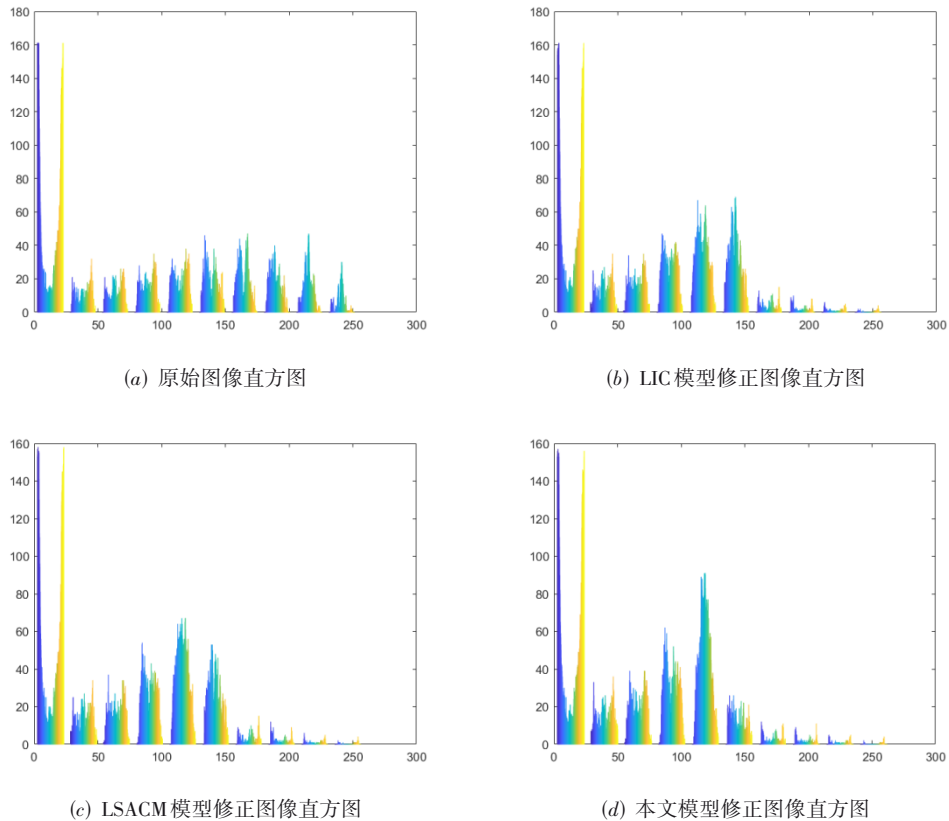


图7 原图和修正图像的直方图

表2 本文模型与LIC模型、LSACM模型的效率对比结果

图像	LIC模型		LSACM模型		本文模型	
	Iter	Time	Iter	Time	Iter	Time
Horse(图5)	120	8.03	150	10.12	50	2.61
Plane(图5)	160	10.73	210	14.11	60	3.25
Wire(图5)	130	8.72	140	9.35	50	2.62
脑MR图像(图6)	90	6.12	110	7.46	40	2.09

型,其中GLFIF模型引入了模糊隶属度函数,而GLIF模型采用了加权拟合项.

图8展示了Weizmann数据集中3幅图像的分割结果.这3幅图像都包含两个细节较为丰富的目标,并且都存在一定程度的灰度不均现象.第一列为测试图像以及相应的GT结果,其后7列依次展示了CV模型、LBF模型、LGDF模型、MCV模型、GLFIF模型、GLIF模型和本文模型的分割结果以及对应的二值化模板.从实验结果可以看出,在这7个模型中,本文模型较好地排除了灰度不均的影响,成功地检测出目标物体的轮廓,并且细节信息也较为准确的提取出来,例如第一幅图像的枝条,第二幅图像的塔尖和第三幅图像加油机的加油管道.表3展示了7个模型对这3幅图像分解结果的JSI,DSI和VOE值以及整个Weizmann数据集中分割结果的平均指标值.实验结果显示本文模型的分割

结果具有最大的JSI和DSI值,以及最小的VOE值,这进一步说明了本文模型在这7个模型中具有最优的实验效果.

5 结论

本文基于比尔朗伯定律,提出了一个变分水平集模型实现图像的分割和修正.首先基于比尔朗伯定律,将观测图像分解为一个退化场和真实图像的乘积.然后在对数域中利用MAP准则对观测图像进行建模,对退化场进行Markov随机场正则化,对真实图像实施分片Gaussian分布建模,结合水平集函数正则项,建立变分水平集模型.最后采用结合梯度下降的交替迭代算法对模型进行数值求解.实验结果表明,对于退化图像,本文模型可以很好地排除退化场的影响,得到满意的分割效果.并且和几个经典的图像分割模型相比,本文模型展示出较好的实验效果.但是需要指出,本文是首次尝试结合比尔朗伯定律与变分水平集建模,还存在退化场的正则化问题.本文采用Markov随机场正则化,这是否合理还需进一步从理论和实验两个方面进行验证,从而探索是否有更合理的先验可以采用来正则化退化场.后续的研究我们将集中在退化场的选择和正则化方面.

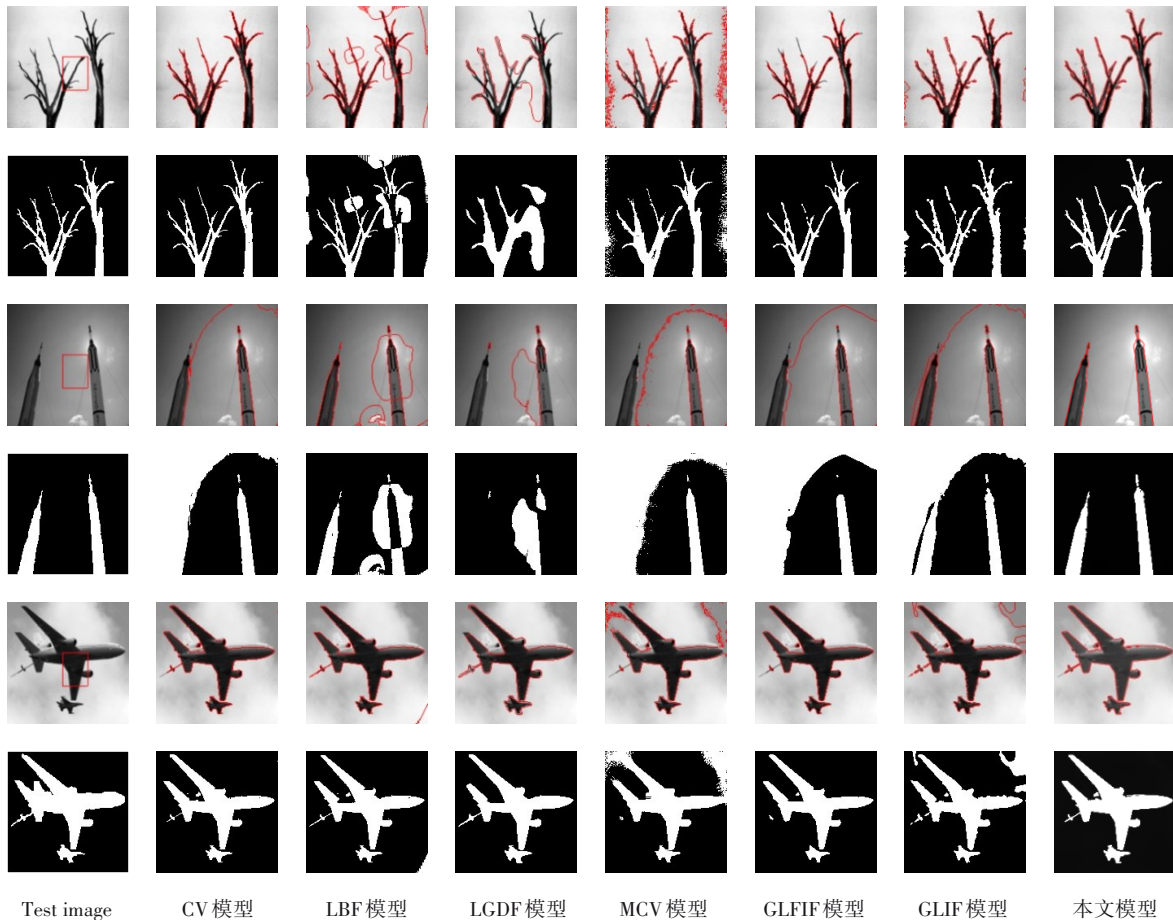


图8 Weizmann数据集中3幅图像的分割结果

表3 模型在Weizmann数据集中分割结果的JSI,DSI和VOE值

数据集	指标	CV模型	LBF模型	LGDF模型	MCV模型	GLFIF模型	GLIF模型	本文模型
Image 1	JSI	0.732 5	0.704 3	0.713 9	0.638 6	0.711 1	0.650 6	0.743 2
	DSI	0.845 6	0.826 5	0.833 0	0.779 4	0.831 2	0.788 3	0.852 0
	VOE	0.294 1	0.287 4	0.293 2	0.210 4	0.329 0	0.234 7	0.128 1
Image 2	JSI	0.403 2	0.373 2	0.348 0	0.362 6	0.371 3	0.414 3	0.623 2
	DSI	0.465 3	0.429 1	0.291 6	0.416 0	0.426 8	0.478 3	0.732 1
	VOE	0.556 7	0.417 8	0.461 9	0.545 4	0.520 8	0.422 8	0.147 6
Image 3	JSI	0.732 5	0.704 3	0.713 9	0.638 6	0.711 1	0.650 6	0.753 4
	DSI	0.845 6	0.826 5	0.833 0	0.779 4	0.831 2	0.788 3	0.862 3
	VOE	0.294 1	0.287 4	0.293 2	0.210 4	0.329 0	0.134 7	0.119 8
Weizmann	JSI	0.563 5	0.439 6	0.399 0	0.521 8	0.570 2	0.548 5	0.603 2
	DSI	0.693 9	0.597 5	0.402 4	0.657 4	0.701 1	0.686 6	0.711 5
	VOE	0.402 2	0.288 5	0.318 1	0.418 6	0.369 8	0.336 3	0.276 5

参考文献

- [1] SAMSON C, BLANC-FÉRAUD L, AUBERT G, et al. A variational model for image classification and restoration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(5): 460-472.
- [2] HUANG C, ZENG L. Level set evolution model for image

segmentation based on variable exponent p-Laplace equation[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(17-18): 7739-7750.

- [3] 李梦, 刘星, 任泽民. 联合Sobolev梯度的相场变分模型应用于图像显著性检测[J]. 电子学报, 2018, 46(7): 1683-1690.

- LI M, LIU X, REN Z M. A phase field variational model joint Sobolev gradient for saliency detection[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(7): 1683-1690. (in Chinese)
- [4] ZHANG H L, TANG L M, HE C J. A variational level set model for multiscale image segmentation[J]. *Information Sciences*, 2019, 493: 152-175
- [5] WU Y F, LI M, ZHANG Q F, et al. A Retinex modulated piecewise constant variational model for image segmentation and bias correction[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 54: 697-709
- [6] 唐利明, 田学全, 黄大荣, 等. 结合 FCMS 与变分水平集的图像分割模型[J]. *自动化学报*, 2014, 40(6): 1233-1248. TANG L M, TIAN X Q, HUANG D R, et al. Image segmentation model combined with FCMS and variational level set[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(6): 1233-1248. (in Chinese)
- [7] KASS M, WITKIN A, TERZOPOULOS D. Snakes: Active contour models[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1988, 1(4): 321-331.
- [8] FANG J, LIU H, LIU J, et al. Fuzzy region-based active contour driven by global and local fitting energy for image segmentation[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 100: 106982.
- [9] 王慧斌, 高国伟, 徐立中, 等. 基于纹理特征的多区域水平集图像分割方法[J]. *电子学报*, 2018, 46(11): 2588-2596. WANG H B, GAO G W, XU L Z, et al. A multi-region level set model based on texture feature for image segmentation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(11): 2588-2596. (in Chinese)
- [10] WEN W, HE C, ZHANG Y, et al. A novel method for image segmentation using reaction-diffusion model[J]. *Multidimensional Systems & Signal Processing*, 2017, 28(2): 657-677.
- [11] ELIASOF M, SHARF A, TREISTER E. Multimodal 3D shape reconstruction under calibration uncertainty using parametric level set methods[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2020, 13(1): 265-290.
- [12] MUMFORD D, SHAH J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42: 577-685.
- [13] CHAN T F, VESE L A. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266-277.
- [14] KIM Y, TAGARE H D. Intensity nonuniformity correction for brain MR images with known voxel classes[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2014, 7(1): 528-557.
- [15] WANG D. Efficient level-set segmentation model driven by the local GMM and split Bregman method[J]. *IET Image Processing*, 2019, 13(5): 761-770.
- [16] LI C, KAO C Y, GORE J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy[C]//*IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2007. Minneapolis: IEEE, 2007:1-7.
- [17] LI X, YANG X, ZENG T. A three-stage variational image segmentation framework incorporating intensity inhomogeneity information[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2020, 13(3): 1692-1715.
- [18] ZHANG K, SONG H, ZHANG L. Active contours driven by local image fitting energy[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(4): 1199-1206.
- [19] WANG X F, HUANG D S, XU H. An efficient local Chan-Vese model for image segmentation[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(3): 603-618.
- [20] WANG L, HE L, MISHRA A, et al. Active contours driven by local Gaussian distribution fitting energy[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(12): 2435-2447.
- [21] LI C, HUANG R, DING Z, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(7): 2007-2016.
- [22] LI C, XU C, ANDERSON A, et al. MRI tissue classification and bias field estimation based on coherent local intensity clustering: A unified energy minimization framework[C]//*Proceedings of the International Conference on Information Processing in Medical Imaging*. Williamsburg: Springer, 2009: 288-299.
- [23] ZHANG K, ZHANG L, LAM K M, et al. A level set approach to image segmentation with intensity inhomogeneity[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 46(2): 546-557.
- [24] ZHANG K, LIU Q, SONG H, et al. A variational approach to simultaneous image segmentation and bias correction[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 45(8): 1426-1437.
- [25] LI C, GATENBY C, WANG L, et al. A robust parametric method for bias field estimation and segmentation of MR images[C]//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Miami: IEEE, 2009: 218-223.
- [26] LI H, ZHANG L, SHEN H. A perceptually inspired varia-

- tional method for the uneven intensity correction of remote sensing images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(8): 3053-3065.
- [27] KOCSIS L, HERMAN P, EKE A. The modified Beer-Lambert law revisited[J]. Physics in Medicine & Biology, 2006, 51(5): N91.
- [28] FUWA K, VALLE B L. The physical basis of analytical atomic absorption spectrometry. The pertinence of the Beer-Lambert law[J]. Analytical Chemistry, 1963, 35(8): 942-946.
- [29] KOLLER D, FRIEDMAN N. Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques[M]. Cambridge MIT Press, 2009.
- [30] ZHANG K, ZHANG L, SONG H, et al. Reinitialization-free level set evolution via reaction diffusion[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 22(1): 258-271.
- [31] ALPERT S, GALUN M, BASRI R, et al. Image segmentation by probabilistic bottom-up aggregation and cue integration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(2): 315-327.
- [32] HAN B, WU Y, BASU A. An adaptive active contour model driven by weighted local and global image fitting constraints for image segmentation[J]. Signal, Image and Video Processing, 2020, 14(2): 1-8.

作者简介



唐利明 男,1978年出生,湖北恩施人.博士,湖北民族大学数学与统计学院教授.主要研究方向为数字图像处理、机器学习等.

E-mail: tlmcs78@foxmail.com



熊点华 男,1995年出生,贵州黔西人.阿坝师范学院数学学院助教.主要研究方向为数字图像处理.

E-mail: xdhzx37@163.com



方 壮 男,1980年出生,湖北孝感人.博士,湖北民族大学数学与统计学院副教授.主要研究方向为数字图像处理、数学建模等.

E-mail: wdfangzhuang@163.com