

# 光谱加权协同稀疏和全变差正则化 高光谱图像解混

张绍泉, 黄志浩, 邓承志, 李 璠, 徐晨光, 吴朝明, 汪胜前

(南昌工程学院江西省水信息协同感知与智能处理重点实验室, 江西南昌 330099)

**摘要:** 针对传统稀疏解混方法对丰度的稀疏性表征不充分及空间信息利用率低等问题, 本文在分析迭代加权稀疏解混方法的基础上, 提出了一种基于光谱加权协同稀疏和全变差正则化的高光谱解混方法. 该方法一方面在协同稀疏解混的基础上引入光谱加权因子进一步刻画丰度系数的行稀疏性, 以促进所有像元之间的联合稀疏性; 另一方面引入各向异性全变差空间正则化促进图像同质区域的平滑性, 以提高解混的准确性. 通过交替方向乘法求解该模型, 通过迭代, 利用内外部双循环迭代方法对光谱加权因子和丰度系数进行优化. 模拟和真实的高光谱数据实验结果均表明本文提出的算法与现有同类算法相比能大幅提高混合像元分解的精度, 在稀疏解混方面展现出了巨大的潜力.

**关键词:** 高光谱图像; 稀疏解混; 光谱加权协同稀疏; TV 正则项; 空间信息

**中图分类号:** TP751      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2020)12-2453-09

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.12.022

## Spectral Reweighted Collaborative Sparsity and Total Variation Based Hyperspectral Unmixing Method

ZHANG Shao-quan, HUANG Zhi-hao, DENG Cheng-zhi, LI Fan,

XU Chen-guang, WU Zhao-ming, WANG Sheng-qian

(Jiangxi Province Key Laboratory of Water Information Cooperative Sensing and Intelligent Processing,  
Nanchang Institute of Technology, Nanchang, Jiangxi 330099, China)

**Abstract:** In this work, we proposed a hyperspectral unmixing method based on the spectrally weighted collaborative sparsity and the total variation, aiming at alleviating the lack of the sparsity of abundance in traditional methods and fully exploiting the spatial information. On the one hand, the spectral factors are utilized to estimate the weights in order to enforce the sparsity of nonzero rows, thus improving the collaborative sparsity among all the pixels. On the other hand, the total variation based spatial regularization is employed to reinforce the smoothness within the homogenous regions, hence improving the accuracy of unmixing. The model is solved by the well-known alternating direction method of multiplier, in which the spectral factor based weights and the abundance coefficients are iteratively optimized using both the internal and external loops. The experimental results obtained from the simulated and the real datasets indicate that the proposed method could significantly improve the performance of unmixing compared to the other state-of-the-art methods.

**Key words:** hyperspectral imaging; sparse unmixing; spectral weighted collaborative sparse regression; total variation (TV); spatial information

## 1 引言

高光谱成像技术是高分辨率对地观测系统重大专项的重点支持方向. 高光谱遥感具有图谱合一的特性, 可以探测出在宽波段成像遥感中缺乏的地物精细光谱特性, 对于精细化地物识别和参数反演至关重要<sup>[1,2]</sup>.

作为遥感技术史上的一次变革, 高光谱遥感的出现为实现定量化和精细化的高光谱分辨率对地观测研究提供可能, 目前已经发展成为遥感领域的前沿科学<sup>[3]</sup>.

受成像传感器空间分辨率的限制以及地物分布复杂性的影响, 高光谱图像中存在大量的混合像元, 同物异谱及异物同谱现象较为严重<sup>[4,5]</sup>, 给地物信息解译带来了较

收稿日期: 2019-10-21; 修回日期: 2020-07-09; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 江西省教育厅科技项目 (No. GJJ180962, No. GJJ190956); 国家自然科学基金 (No. 61901208, No. 61865012); 江西省自然科学基金 (No. 20192BAB217003, No. 20181ACG70022); 南昌工程学院 2019 年度研究生创新计划项目 (No. YJSCX20190014)

大的困难. 针对混合像元问题, 目前有效方法是采用混合像元分解方法求解出混合像元中的“纯净”光谱(端元), 并求得该像元中每种端元对应的比例(丰度)<sup>[6]</sup>.

光谱混合模型是进行混合像元分解的理论基础, 也是混合像元形成机理的数学表达. 现有的高光谱混合模型主要包含线性光谱混合和非线性光谱混合两种模型<sup>[7]</sup>, 因前者具有简单、高效、物理含义明确等特点, 且已得到广泛应用, 故本文主要关注线性光谱混合模型, 并对其展开研究. 在线性解混领域, 基于端元光谱库的稀疏解混方法受到广泛关注<sup>[8]</sup>, 其通过稀疏回归算法从端元光谱库中自动选出表示图像的最优端元子集, 进而反演出丰度系数, 实现混合像元分解. 与传统的解混方法相比, 稀疏解混方法存在无需对端元数目进行独立估计的优点, 目前已成为高光谱解混领域的研究热点.

基于分裂增广拉格朗日的稀疏分解算法(Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian, SUnSAL)<sup>[9]</sup>是最为经典且应用广泛的稀疏解混算法, 其采用  $\ell_{1,1}$  稀疏正则化进行高光谱混合像元分解. 因光谱库中的端元数量与混合像元中实际包含的端元数量不平衡问题,  $\ell_1$  稀疏正则化并不能很好地刻画丰度系数的稀疏度, 进而导致解的稳健性不好<sup>[10]</sup>. 针对该问题, 代表性的研究有: Iordache 等<sup>[11]</sup>提出的协同稀疏回归解混方法(Collaborative SUnSAL, CLSUnSAL); Chen 等<sup>[12]</sup>提出的  $\ell_p$  ( $0 < p < 1$ ) 稀疏正则化解混方法; Sun 等<sup>[13]</sup>提出的  $\ell_{1/2}$  稀疏正则化解混方法; Deng 等<sup>[14]</sup>提出的平滑  $\ell_0$  稀疏正则化解混算法, 这些方法主要是通过引入新的稀疏正则项以更好地表征丰度系数的稀疏性. 此外, 受迭代加权  $\ell_1$  正则化方法在图像处理领域取得的成功影响<sup>[15]</sup>, 一些方法通过引入加权因子对解的非零系数进行约束, 进一步增强解的稀疏性. 代表性的研究有: 吴泽彬等<sup>[16]</sup>提出的迭代加权  $\ell_1$  正则化解混方法; Wang 等<sup>[17]</sup>提出的双重加权稀疏解混算法(Double Reweighted Sparse Unmixing, DRSU); Zheng 等<sup>[18]</sup>将迭代加权技术分别作用于  $\ell_1$  和  $\ell_{2,1}$  稀疏正则化解混模型, 以更好地表征像元丰度系数稀疏性. 实验结果表明, 与其他解混方法相比, 基于迭代加权的稀疏解混算法展现出了较大优势, 获得了更好的解混效果.

上述稀疏解混算法虽然在一定程度上刻画了丰度系数的稀疏特性, 但是这类算法仅从高光谱图像的光谱信息方面进行分析, 忽略了像元间的邻域关系、形状特点等空间信息, 没有把高光谱数据当作一幅图像而只是作为随机排列的光谱信号来处理<sup>[19]</sup>. 然而图像中的空间信息是不可忽略的重要特征, 考虑图像中所包含的丰富空间信息对端元的丰度估计以及使丰度图像更加一致性的重要性, 因此在稀疏解混模型中纳入图像

的空间信息成为当务之急.

在考虑了图像空间信息的稀疏解混方法中, 代表性的研究有: Iordache 等提出的基于全变差(Total Variation, TV)空间正则化的稀疏解混算法(SUnSAL-TV)<sup>[20]</sup>, 该方法通过全变差空间正则项促进像元间的空间平滑性. 受 SUnSAL-TV 算法启发, Zhao 等在全变差正则化解混模型下提出了去模糊的稀疏解混算法, 以更好地利用高光谱图像的空间邻域信息, 并取得了好的解混效果<sup>[21]</sup>; 陈等提出了基于协同稀疏和全变差正则化的解混算法(CLSUnSAL-TV)<sup>[22]</sup>, 一方面利用协同稀疏刻画丰度系数的行稀疏性, 另一方面用 TV 正则项对高光谱邻域像元进行约束. 相较于 SUnSAL-TV 算法, CLSUnSAL-TV 算法虽提升了混合像元分解的精度, 但是其采用的协同稀疏方法在促进丰度系数的行稀疏性方面依然不足. 针对该问题, He 等提出全变差正则化的重加权稀疏非负矩阵分解解混算法(Total Variation regularized Reweighted Sparse Nonnegative Matrix Factorization, TV-RSNMF)<sup>[23]</sup>, 该算法一方面利用迭代重加权技术刻画丰度矩阵的稀疏性, 另一方面利用全变差空间正则项促进丰度矩阵的空间平滑性. 实验结果表明, 该算法在端元提取和丰度估计方面都取得了较好的结果. 在文献[24]中, Zhai 等联合协同稀疏与全变差正则化对高光谱图像进行聚类, 取得了显著的效果. Sun 等提出  $\ell_1$ - $\ell_2$  稀疏和全变差正则化解混算法<sup>[25]</sup>, 增强丰度系数稀疏性的同时促进图像的空间平滑性, 获得了较好的解混效果.

综上, 受迭代加权稀疏和全变差正则化在高光谱图像处理领域取得的优势启发, 考虑到高光谱图像包含的丰富空间信息以及丰度系数表征的行稀疏性, 本文提出了一种基于光谱加权协同稀疏和全变差正则化的高光谱解混算法, 称为 Reweighted CLSUnSAL-TV (RCLSUnSAL-TV). 本文提出的 RCLSUnSAL-TV 方法, 一方面在协同稀疏解混模型的基础上引入光谱加权因子, 以促进所有像元之间的联合稀疏性, 另一方面引入各向异性全变差正则化促进图像同质区域的空间平滑性, 进而达到提高混合像元分解精度的目的.

## 2 稀疏解混

若  $\mathbf{Y}$  为一幅高光谱遥感图像, 则稀疏解混模型描述如下:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1 \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$  表示高光谱遥感图像,  $d$  是波段数,  $n$  表示图像的像元个数,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times m}$  为端元光谱库,  $m$  表示光谱库中端元光谱的数目,  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m] \in \mathbb{R}^{m \times n}$  是对应于图像的  $m$  种端元的丰度图像(即丰度矩阵),  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{d \times n}$  表示系统噪声或模型误差. 此外, 线性

光谱混合模型通常需要满足丰度“非负性”约束 (Abundance Nonnegativity Constraint, ANC, 即  $\mathbf{X} \geq 0$ , 每个元素非负) 以及丰度“和为一”约束 (Abundance Sum-to-one Constraint, ASC, 即  $\mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1$ ). 根据文献[9]所述, 因对端元光谱库  $\mathbf{A}$  的选择具有随机性, 不能保证涵盖目标图像中所有的端元光谱, 故在稀疏解混中一般不考虑 ASC 约束. 如前所述, 端元光谱库  $\mathbf{A}$  中包含成百上千条端元光谱, 而每个混合像元只由几条端元光谱混合而成, 则丰度矩阵  $\mathbf{X}$  表现出“稀疏性”. 则基于稀疏约束的解混模型可以表示为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{AX} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_0 \\ \text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\|\mathbf{AX} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2$  为数据拟合项,  $\|\cdot\|_{\text{F}}$  表示 F 范数,  $\lambda \geq 0$  为正则化参数.  $\|\mathbf{X}\|_0$  表示稀疏约束, 其用  $\ell_0$  范数统计丰度矩阵  $\mathbf{X}$  中非零元素的个数.  $\ell_0$  范数虽能够很好地刻画丰度系数的稀疏性, 但是对于  $\ell_0$  范数的求解是典型的非凸优化 NP (Non-deterministic Polynomial) 难问题, 求解困难. 直到 Tao 和 Candès 在 2006 合作证明了在满足有限等距条件 (Restricted Isometry Property, RIP) 时,  $\ell_0$  优化问题和  $\ell_1$  优化问题可以相互转化, 具有相同的最优解<sup>[26]</sup>. 因  $\ell_1$  优化问题是凸优化问题, 则求解变得容易. 基于此, 利用  $\ell_1$  范数代替  $\ell_0$  范数, 则目标函数式(2)转化如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{AX} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{1,1} \\ \text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\|\mathbf{X}\|_{1,1} = \sum_{j=1}^n \|\mathbf{x}_j\|_1$  表示  $\ell_{1,1}$  范数,  $\mathbf{x}_j$  表示丰度矩阵  $\mathbf{X}$  的第  $j$  列.

考虑到高光谱图像中构成所有像元的端元个数比较少, 即高光谱数据只是由端元光谱库中少量的端元线性混合而成, 基于此, 相对于端元光谱库中大量的端元光谱来说, 其对应的丰度矩阵中只有少数几行含有非零数值, 则该矩阵是行稀疏矩阵<sup>[11]</sup>. 对于这一特性, 协同稀疏回归方法在很多文献中被证明能很好与其契合, 相对于其他稀疏回归方法展现出了较大的优势. 基于此, Bioucas 等采用  $\ell_{2,1}$  混合范数, 提出了基于协同稀疏的混合像元分解模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{AX} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \sum_{k=1}^m \|\mathbf{x}^k\|_2 \\ \text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{x}^k$  表示丰度矩阵  $\mathbf{X}$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) 的第  $k$  行,  $\sum_{k=1}^m \|\mathbf{x}^k\|_2$  表示  $\ell_{2,1}$  混合范数, 用于促进丰度矩阵  $\mathbf{X}$  中的少量非零行.

CLSUnSAL 算法与 SUnSAL 算法的区别是前者采用

了  $\ell_{2,1}$  混合范数, 基于丰度系数特有的行稀疏特性, 施加协同稀疏以促进所有像元间的联合稀疏性, 此外协同稀疏解混的另一个优点是其能够弱化端元光谱之间的高相关性, 解决端元光谱库中谱特征相似性过高造成的稀疏求解不精确问题. 对于式(4)中的优化问题, 一般采用交替方向乘子法进行求解, 得到解混结果.

协同稀疏解混算法虽然有效刻画了丰度系数的行稀疏特性, 但是该解混算法在促进丰度矩阵  $\mathbf{X}$  中的行稀疏性方面依然不足. 另一方面, 没有将高光谱图像像元间的邻域关系、形状特点等空间信息纳入解混模型, 导致图像空间信息的缺失, 进而影响了解混精度. 因此, 结合图像的空间信息, 提出新的稀疏解混算法变得关键.

### 3 本文提出的稀疏解混方法

#### 3.1 光谱加权协同稀疏和 TV 空间正则化的解混模型

上述提到每个混合像元只由端元光谱库中少量端元的线性组合而成, 那么, 光谱数据对应的丰度矩阵表现出行稀疏特性. 一方面, 为进一步刻画丰度系数的稀疏性, 本文提出光谱加权因子  $\mathbf{W}_{\text{spe}}$ , 用以增强所有像元之间的联合稀疏性; 另一方面, 引入 TV 空间正则项挖掘图像的空间先验信息, 以促进像元间的平滑性. 具体解混模型表示如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{AX} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{X}\|_{2,1} \\ + \lambda_{\text{TV}} (\text{TV}(\mathbf{X})) \quad \text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\odot$  表示变量的点乘, 权重  $\mathbf{W}_{\text{spe}} = \{w_{ij} | i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  则依据前一步的迭代结果计算出来, 权值  $\mathbf{W}$  与  $\mathbf{X}$  成反比, 与文献[27]中介绍的权重一样, 目的在于对解 (即丰度矩阵  $\mathbf{X}$ ) 中的非零系数进行惩罚. 设  $t$  表示迭代次数, 其更新公式如下:

$$\mathbf{W}_{\text{spe}}^{(t+1)}(i, j) = \frac{1}{\mathbf{X}^{(t)}(i, j) + \varepsilon} \quad (6)$$

其中  $\varepsilon$  是一个取值趋于零的正实值. 因权值  $\mathbf{W}$  与  $\mathbf{X}$  成反比, 如丰度矩阵中对应的丰度系数值小, 那么其对应的权值较大, 进而在下一次的迭代过程中会对该向量施加更大的约束, 反之, 如丰度系数值大, 那么其对应的权值小, 在下一次迭代过程中对其施加的约束也小. 基于此, 利用该方法进一步刻画像元丰度系数的稀疏性.

全变差正则化算子  $\text{TV}(\mathbf{X}) \equiv \sum_{i,j \in \xi} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ , 其中  $\xi$  表示图像中 (水平和垂直) 像元的邻域的集合,  $\lambda_{\text{TV}}$  是另一个正则化参数用来控制空间信息的平滑度<sup>[20]</sup>.  $\mathbf{x}_j$  表示丰度图像  $\mathbf{X}$  中像元  $\mathbf{x}_i$  的一阶邻域像元;  $\mathbf{x}_i$  及  $\mathbf{x}_j$  表示丰度矩阵  $\mathbf{X}$  的第  $i$  列及第  $j$  列.  $\mathbf{H}_h$  表示一个线性算子, 用于计算丰度矩阵  $\mathbf{X}$  中相邻像元之间的水平差值,

即  $\mathbf{H}_h \mathbf{X} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_n]$ , 其中  $\mathbf{d}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{ih}$ ,  $\mathbf{x}_i$  表示一个像元,  $\mathbf{x}_{ih}$  表示  $\mathbf{x}_i$  的水平邻域像元. 同样的  $\mathbf{H}_v$ , 用于计算丰度矩阵  $\mathbf{X}$  中相邻像元之间的垂直差值, 即  $\mathbf{H}_v \mathbf{X} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]$ , 其中  $\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{iv}$ ,  $\mathbf{x}_{iv}$  表示  $\mathbf{x}_i$  的垂直邻域像元. 基于此, 可以定义

$$\mathbf{H}\mathbf{X} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{H}_h \mathbf{X} \\ \mathbf{H}_v \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据  $\mathbf{H}$  的定义, 可写为如下形式

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{X}\|_{2,1} + \lambda_{\text{TV}} \|(\mathbf{H}\mathbf{X})\|_{1,1} + \iota_{R_+}(\mathbf{X}) \quad (8)$$

其中,  $\iota_{R_+}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \iota_{R_+}(\mathbf{x}_i)$  表示“非负性”约束的示范函数, 当  $\mathbf{x}_i \geq 0$  时,  $\iota_{R_+}(\mathbf{x}_i) = 0$ , 当  $\mathbf{x}_i < 0$  时,  $\iota_{R_+}(\mathbf{x}_i) = \infty$ .

### 3.2 模型求解

对于式(8)模型的求解问题, 受文献[10]中的求解方法启发, 主要利用内外双循环迭代方案进行处理. 其中内部循环通过交替方向乘法(ADMM)<sup>[28]</sup>更新系数  $\mathbf{X}$ , 外部循环更新权重  $\mathbf{W}_{\text{spe}}$ , 具体来说, 对于每个内部循环, 给定  $\mathbf{W}_{\text{spe}}$ , 系数  $\mathbf{X}$  可以通过 ADMM 优化. 详细的求解流程如下:

式(8)模型扩展的拉格朗日为

$$\mathcal{L}(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{D}) \equiv g(\mathbf{U}, \mathbf{V}) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{B}\mathbf{V} - \mathbf{D}\|_{\text{F}}^2$$

$$\min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}} g(\mathbf{V}) \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{B}\mathbf{V} = 0 \quad (9)$$

其中,  $\mu \geq 0$  表示一个常数, 设  $\mathbf{U} = \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{D} \equiv (\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4, \mathbf{D}_5)$  表示在  $\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{B}\mathbf{V} = 0$  约束下的拉格朗日乘子, 此外,  $\mathbf{V} \equiv (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3, \mathbf{V}_4, \mathbf{V}_5)$ ,  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{B}$  分别表示如下

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (10)$$

目标函数  $g(\mathbf{V}) \equiv \frac{1}{2} \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{V}_2\|_{2,1} + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{V}_4\|_{1,1} + \iota_{R_+}(\mathbf{V}_5)$  的优化问题表示下

$$\min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3, \mathbf{V}_4, \mathbf{V}_5} \frac{1}{2} \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{V}_2\|_{2,1} + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{V}_4\|_{1,1} + \iota_{R_+}(\mathbf{V}_5)$$

$$\text{s. t.} \quad \mathbf{V}_1 = \mathbf{A}\mathbf{U}, \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{U}, \quad \mathbf{V}_3 = \mathbf{U}, \quad \mathbf{V}_4 = \mathbf{H}\mathbf{V}_3, \quad \mathbf{V}_5 = \mathbf{U} \quad (11)$$

对于 RCLSunSAL-TV 模型中涉及的优化问题, 可以利用 ADMM 方法求解, 具体求解流程如算法 1 所示, 其中  $\text{vect-soft}(\cdot, \tau)$  表示行软阈值法,  $b \mapsto \max\{\|y\|_2 - \tau, 0\} / \max\{\|y\|_2 - \tau, 0\} + \tau$ ,  $\text{soft}(\cdot, \tau)$  表示软阈值函数, 表示为  $y \mapsto \text{sign}(y) \max\{|y| - \tau, 0\}$ , 另外  $\xi_{2,r} = \mathbf{U}^{(k)}$

$-\mathbf{D}_2^{(k)}$ ,  $\mathbf{M} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{I})^{(-1)}$ ,  $\mathbf{I}$  表示单位矩阵. 对于该求解算法, 在实际中, 当达到最大迭代次数或满足  $\|\mathbf{G}\mathbf{U}^{(t)} + \mathbf{B}\mathbf{V}^{(t)}\|_{\text{F}} \leq \text{threshold}$  时, 算法终止. 在算法 1 的外循环中, 光谱权重  $\mathbf{W}_{\text{spe}}$  通过步骤 4 更新, 在内部循环中, 利用 ADMM 更新拉格朗日乘子.

需要指出的是, 因证明算法 1 的收敛较困难. 然而, 在实验中当达到最大迭代次数或者  $\|\mathbf{G}\mathbf{U}^{(t)} + \mathbf{B}\mathbf{V}^{(t)}\|_{\text{F}} \leq \text{threshold}$  满足时, 则算法停止, 我们经验性地发现这是相当普遍的. 图 1 显示了每次迭代过程中函数  $\|\mathbf{G}\mathbf{U}^{(t)} + \mathbf{B}\mathbf{V}^{(t)}\|_{\text{F}}$  获得的残差值. 从图中可以看出, 整个方法的收敛速度很快, 并展现出了良好的收敛性. 此外, 根据经验分析, 算法中内部循环的迭代次数  $k$  设置为 5, 外部循环的迭代次数  $t$  设置为 200.

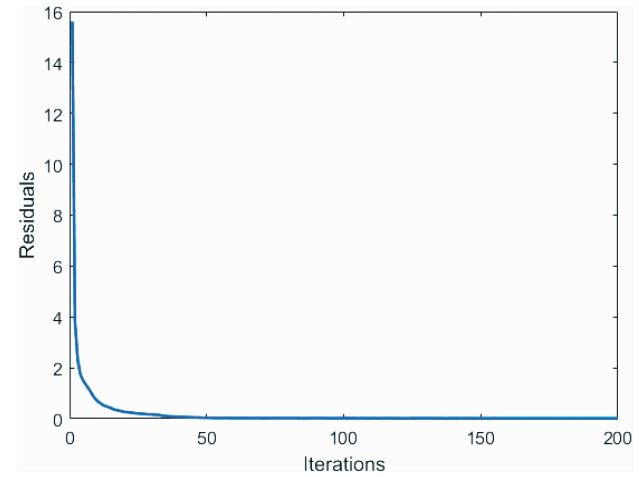


图 1 每次迭代过程中函数  $\|\mathbf{G}\mathbf{U}^{(t)} + \mathbf{B}\mathbf{V}^{(t)}\|_{\text{F}}$  获得的残差值

#### 算法 1 RCLSunSAL-TV 算法流程

- 1: 初始化:
- 2: 设  $k, t = 0, \mu, \lambda, \lambda_{\text{TV}}, \varepsilon > 0, \mathbf{U}^{(0)}, \mathbf{V}_1^{(0)}, \mathbf{V}_2^{(0)}, \mathbf{V}_3^{(0)}, \mathbf{V}_4^{(0)}, \mathbf{V}_5^{(0)}, \mathbf{D}_1^{(0)}, \mathbf{D}_2^{(0)}, \mathbf{D}_3^{(0)}, \mathbf{D}_4^{(0)}, \mathbf{D}_5^{(0)}$
- 3: 循环:
- 4:  $\mathbf{W}_{\text{spe}}^{(t+1)}(i, j) = \frac{1}{(\mathbf{U} - \mathbf{D}_2)^{(i)}(i, j) + \varepsilon}$
- 5: 循环:
- 6:  $\mathbf{U}^{(k+1)} \equiv (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + 3\mathbf{I})^{-1} (\mathbf{A}^T (\mathbf{V}_1^{(k)} + \mathbf{D}_1^{(k)}) + \mathbf{V}_2^{(k)} + \mathbf{D}_2^{(k)} + \mathbf{V}_3^{(k)} + \mathbf{D}_3^{(k)} + \mathbf{V}_5^{(k)} + \mathbf{D}_5^{(k)})$
- 7:  $\mathbf{V}_1^{(k+1)} = \frac{1}{1 + \mu} [\mathbf{Y} + \mu (\mathbf{A}\mathbf{U}^{(k+1)} - \mathbf{D}_1^{(k)})]$
- 8:  $\mathbf{V}_{2,r}^{(k+1)} = \text{vect-soft}(\xi_{2,r}, \frac{\lambda}{\mu} \mathbf{W}_{\text{spe}}^{(k)})$
- 9:  $\mathbf{V}_3^{(k+1)} = \mathbf{M}(\mathbf{U}^{(k+1)} - \mathbf{D}_3^{(k)} + \mathbf{H}^T(\mathbf{V}_4^{(k)} + \mathbf{D}_4^{(k)}))$
- 10:  $\mathbf{V}_4^{(k+1)} = \text{soft}(\mathbf{H}\mathbf{V}_3^{(k+1)} - \mathbf{D}_4^{(k)}, \frac{\lambda_{\text{TV}}}{\mu})$
- 11:  $\mathbf{V}_5^{(k+1)} = \max(\mathbf{U}^{(k+1)} - \mathbf{D}_5^{(k)}, 0)$
- 12: 更新拉格朗日乘子:
- 13:  $\mathbf{D}_1^{(k+1)} = \mathbf{D}_1^{(k)} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{(k+1)} + \mathbf{V}_1^{(k+1)}$
- 14:  $\mathbf{D}_2^{(k+1)} = \mathbf{D}_2^{(k)} - \mathbf{U}^{(k+1)} + \mathbf{V}_2^{(k+1)}$

```

15:  $\mathbf{D}_3^{(k+1)} = \mathbf{D}_3^{(k)} - \mathbf{U}^{(k+1)} + \mathbf{V}_3^{(k+1)}$ 
16:  $\mathbf{D}_4^{(k+1)} = \mathbf{D}_4^{(k)} - \mathbf{H}\mathbf{V}_3^{(k+1)} + \mathbf{V}_4^{(k+1)}$ 
17:  $\mathbf{D}_5^{(k+1)} = \mathbf{D}_5^{(k)} - \mathbf{U}^{(k+1)} + \mathbf{V}_5^{(k+1)}$ 
18: 更新迭代次数:  $k \leftarrow k + 1$ 
19:  $\mathbf{U}^{(t+1)} \leftarrow \mathbf{U}^{(k+1)}$ 
20:  $\mathbf{D}_2^{(t+1)} \leftarrow \mathbf{D}_2^{(k+1)}$ 
21: 更新迭代次数:  $t \leftarrow t + 1$ 
22: until 满足终止条件

```

## 4 实验与分析

实验方面,本文将分别利用模拟的高光谱数据和真实的高光谱数据验证所提出的光谱加权稀疏与全变差正则化解混方法(RCLSunSAL-TV)的性能.首先,从模拟数据实验角度出发,在模拟实验中采用信号与重建误差比(Signal Reconstruction Error, SRE)对各解混算法进行定量评价,衡量各算法解混的精度,这个定量精度评价指标在稀疏解混领域受到广泛应用.信号与重建误差比(SRE)用 dB 来衡量,其定义如下:

$$\text{SRE}(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10}(\mathbb{E}(\|\mathbf{x}\|_2^2)/\mathbb{E}(\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2)) \quad (12)$$

其中  $\mathbb{E}(\cdot)$  表示期望函数,  $\mathbf{x}$  表示真实的或参考的丰度图像,  $\hat{\mathbf{x}}$  表示解混算法估计获得的丰度图像.此外,另一个定量评价指标,即丰度重构正确率(Probability of Success,  $p_s$ )也被用来验证各解混算法所得结果的精度.定义如下:

$$p_s \equiv P\left(\frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2}{\|\mathbf{x}\|_2^2} \leq \text{threshold}\right) \quad (13)$$

其中,假设定义阈值  $\text{threshold} = 10$  且重构正确率  $p_s = 1$ ,则意味着组分丰度的总相对误差功率(概率为 1)小于  $1/10$ .该评价函数能进一步判断各解混算法的性能.文献[9]中对于阈值的确定给出了说明:当  $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2 / \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq 3.16$  (5dB) 时,丰度估计的结果是成功的,即重构正确率是 100%.通常来说, SRE(dB) 和  $p_s$  的值越大,表明解混的精度越高,算法的性能更好.

### 4.1 模拟数据实验

为了验证光谱加权协同稀疏和全变差正则化解混算法(RCLSunSAL-TV)的有效性,本节将先使用模拟数据集进行实验分析,并与经典的 SUnSAL 算法<sup>[9]</sup>和 CLSUnSAL 算法<sup>[11]</sup>,考虑了空间信息的 SUnSAL-TV<sup>[20]</sup>和 CLSUnSAL-TV 算法<sup>[22]</sup>,以及先进的双权重 DRSU 算法<sup>[17]</sup>获得的结果进行比较,需要注意的是涉及全变差正则化的算法均采用采用各向异性(non-isotropic)全变差形式.在这个模拟数据实验中,采用美国地质勘探局(United States Geological Survey, USGS)的端元光谱库.从 USGS 端元光谱库中分别随机选择了 222 条光谱曲线作为端元光谱库 A1,光谱波段数为  $L = 221$ ,即  $\mathbf{A1} \in \mathbb{R}^{221 \times 222}$ .对于所有

测试的解混算法,各算法涉及到的参数都经过仔细调整,从而获得最佳性能,取 30 次均值作为最终结果.

根据文献[29]中的工作以及论文作者发布的软件工具 HyperMix 中自带的标准数据集,模拟数据是使用分形技术生成的大小为  $100 \times 100$  的丰度图像.该数据结构可以逼真地模拟地面水体、植被、海岸线、山体等在自然界能找到的地物类型,目前被广泛用于不同基于空间信息的稀疏解混算法的测试.本章利用该模拟丰度及从端元光谱库 A1 中选择的 9 种光谱合成高光谱图像.9 种端元光谱分别为:Alunite GDS83 Na63, Dumortierite HS190.3B, Halloysite NMNH106236, Kaolinite CM9, Kaolinite KGa-1 (wxyz), Muscovite GDS108, Nontronite GDS41, Pyrophyllite PYS1A fine g 和 Sphene HS189.3B.最后,加入信噪比(SNR)分别为 30dB, 40dB 和 50dB 的高斯噪声生成三组不同的数据集,真实的丰度图像分布如图 2 所示.

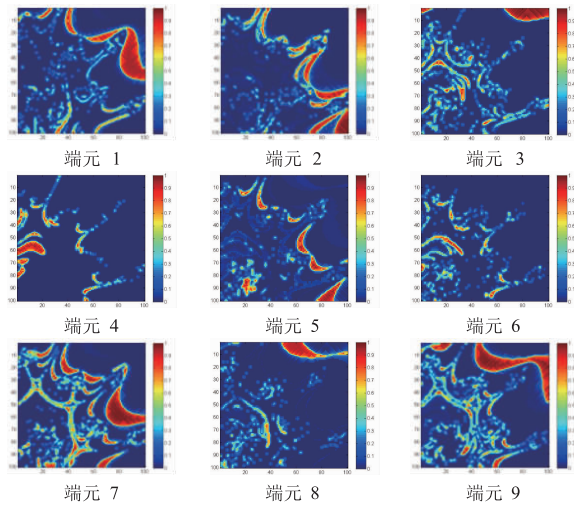


图2 模拟数据中9个端元的真实丰度图

从表 1 中可以得出几个重要结论:(1)无论在何种情况下,本文提出的算法都获得了最好的 SRE(dB)值,且相比于 SUnSAL、CLSUnSAL、SUnSAL-TV 和 CLSUnSAL-TV 算法展现出了非常明显的优势.此外,与先进的双权重稀疏解混算法(DRSU)相比,在信噪比低的情况下展现出了较大的优势;(2)在信噪比低的情况下, RCLSunSAL-TV 算法获得的  $p_s$  值也比其他算法高且优势明显,这表明联合光谱加权协同稀疏和全变差正则化的解混算法具有更好的鲁棒性;(3) RCLSunSAL-TV 算法与 CLSUnSAL 算法得到的结果相比,保留了丰度图像更多的空间细节信息,与 CLSUnSAL-TV 算法得到的结果相比,增强了丰度的稀疏性,这与我们的预期相符.基于此,通过该模拟数据实验,可以得出结论, RCLSunSAL-TV 算法在提高解混性能方面展现出了较大的潜力.

表 1 各解混算法对模拟数据解混获得的 SRE (dB) 和  $P_s$  值 (括号中给出了各算法获得最优结果的正则化参数取值)

算法	SNR = 30dB		SNR = 40dB		SNR = 50dB	
	SRE (dB)	$P_s$	SRE (dB)	$P_s$	SRE (dB)	$P_s$
SUnSAL	6.4313	0.6337	11.5845	0.8890	19.0040	0.9993
	$\lambda = 8 \times 10^{-3}$		$\lambda = 2 \times 10^{-3}$		$\lambda = 3 \times 10^{-4}$	
CLSunSAL	6.6679	0.7313	14.8452	0.9997	26.3823	1
	$\lambda = 3 \times 10^{-1}$		$\lambda = 2 \times 10^{-2}$		$\lambda = 2 \times 10^{-3}$	
SUnSAL-TV	9.0384	0.7856	15.4536	0.9872	25.3567	1
	$\lambda = 4 \times 10^{-3}; \lambda_{TV} = 2 \times 10^{-3}$		$\lambda = 6 \times 10^{-5}; \lambda_{TV} = 9 \times 10^{-4}$		$\lambda = 5 \times 10^{-5}; \lambda_{TV} = 9 \times 10^{-5}$	
CLSunSAL-TV	9.0740	0.9387	15.6912	0.9881	28.3553	1
	$\lambda = 9 \times 10^{-2}; \lambda_{TV} = 3 \times 10^{-3}$		$\lambda = 1 \times 10^{-4}; \lambda_{TV} = 7 \times 10^{-4}$		$\lambda = 1 \times 10^{-3}; \lambda_{TV} = 2 \times 10^{-5}$	
DRSU	14.2998	0.9453	26.0683	1	34.5096	1
	$\lambda = 2 \times 10^{-3}$		$\lambda = 6 \times 10^{-4}$		$\lambda = 1 \times 10^{-4}$	
RCLSunSAL-TV	18.1747	0.9997	27.2777	1	35.6971	1
	$\lambda = 2 \times 10^{-3}; \lambda_{TV} = 2 \times 10^{-3}$		$\lambda = 1 \times 10^{-2}; \lambda_{TV} = 3 \times 10^{-4}$		$\lambda = 3 \times 10^{-3}; \lambda_{TV} = 8 \times 10^{-5}$	

为了直观的展现所提出算法 RCLSunSAL-TV 在解混方面的优势,图 3 显示了各解混算法对信噪比为 30dB 情况下的模拟数据进行解混获得的丰度图,这里只展示端元 9 的丰度图(如展示其他丰度图,其得到的结果与端元 9 的丰度图是一致的).另外,为从视觉上更好分析各算法的性能,也将各算法估计出的丰度图与真实丰度图之间的差值图进行了展示.从图中可以看出,SUnSAL 和 CLSunSAL 算法获得的丰度图中含有较多的噪声,SUnSAL-TV 和 CLSunSAL-TV 算法虽然通过全变差空间正则化项提高了解混质量,但是它们获得的丰度图出现了过平滑模糊现象.此外,如图 3 所展示的丰度图,SUnSAL、CLSunSAL-TV、SUnSAL-TV 和 CLSunSAL-TV 这四种算法所估计的丰度图都较不准确.然而,与其他算法得到的结果相比,本文所提算法估计出的丰度图与真实的丰度图更加接近,表明了

RCLSunSAL-TV 算法具有显著的优势,特别是跟 SUnSAL、CLSunSAL-TV、SUnSAL-TV 和 CLSunSAL-TV 这四种算法相比,其优势更加明显.此外,从这些差值图可以看出,与 DRSU 算法获得的结果相比,RCLSunSAL-TV 算法估计出的丰度图保留了图像更精细的空间结构信息,获得了更好的丰度估计结果.这进一步表明,同时利用光谱加权稀疏和全变差空间正则化方法不仅可以增强解的稀疏性,也能促进丰度图像空间信息的一致性,进而提高解混精度.

#### 4.2 真实数据实验

在真实数据实验方面,我们采用广泛用于高光谱遥感图像分析的机载可见红外成像光谱仪(Airborne Visible Infrared Imaging Spectrometer, AVIRIS)采集的内华达州的 Cuprite 矿区数据,该数据中矿物之间的混合现象比较普遍.实验中 Cuprite 矿区数据的大小为  $350 \times 350$ ,波长范围为  $0.4 \sim 2.5 \mu\text{m}$ ,光谱分辨率为  $10\text{nm}$ .该实验数据已将低信噪比和水蒸气吸收的波段( $1 \sim 2, 105 \sim 115, 150 \sim 170$  和  $223 \sim 224$ )剔除,剩下 188 个光谱波段数.实验中,同样使用 USGS 端元光谱库,从该端元光谱库中随机选择了 240 条不同的光谱曲线(不同的矿物种类)组成第二个端元光谱库  $A_2$ ,从  $A_2$  中去除了噪声带,最终剩下 188 个波段,即  $A_2 \in \mathbb{R}^{188 \times 240}$ .为了便于分析,图 4 展示了 USGS 利用 Tricorder 3.3 软件<sup>[30]</sup>制作的矿物分类图,利用该软件产品来反映 Cuprite 矿区数据中各矿物的分布情况.同样需要注意的是,由于缺乏真实丰度数据,故对结果进行定量分析变得困难.故在该实验中,以图 4 展示的矿物图对各算法进行定性分析,用其判断各算法是否能够将该数据的矿物分解出来.本实验用最大迭代次数来保证各解混算法的收敛.

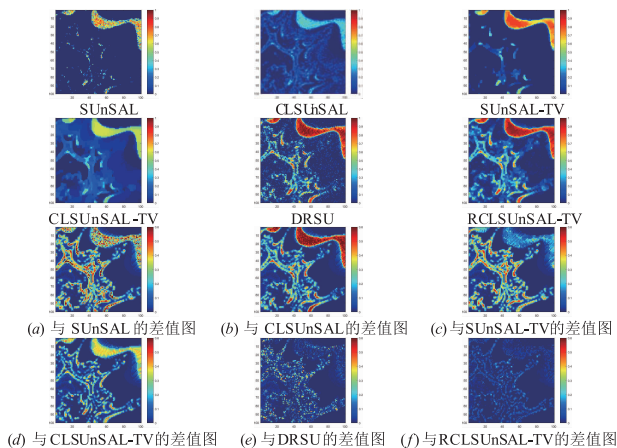


图 3 各算法对信噪比为 30dB 情况下的模拟数据进行解混获得的第 9 个端元丰度图以及真实丰度图与各算法所估计丰度图之间的差值图

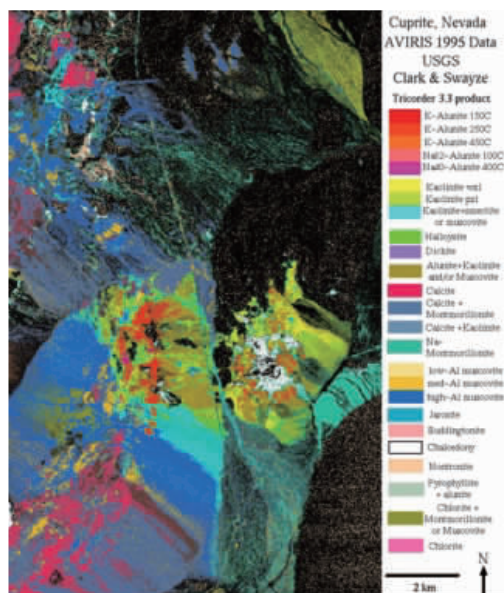


图4 USGS获得的内华达州矿区数据

分别利用 SUnSAL, CLSUnSAL, SUnSAL-TV, CLSUnSAL-TV, DRSU 和 RCLSUnSAL-TV 这六种算法对该 Cuprite 矿区数据进行混合像元分解, 估计出各端元的丰度图像并进行展示. 在这里, 选择明矾石 (Alunite)、水铍长石 (Buddingtonite) 和玉髓 (Chalcedony) 这三种显著的矿物与 Tricorder 分类图进行定性比较, 如图 5 所示. 将 SUnSAL、CLSUnSAL 和 DRSU 这三种算法所涉及的正则化参数经验性地分别设置为  $\lambda = 0.001$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $\lambda = 0.0001$ . SUnSAL-TV、CLSUnSAL-TV 和 RCLSUnSAL-TV 这三种算法涉及的两个正则化参数经验性地分别设置为  $\lambda = 0.001$ ,  $\lambda_{TV} = 0.001$  和  $\lambda = 0.002$ ,  $\lambda_{TV} = 0.0002$  以及  $\lambda = 0.02$ ,  $\lambda_{TV} = 0.002$ . 从图 5 中可以看出, SUnSAL、CLSUnSAL、SUnSAL-TV 和 CLSUnSAL-TV 这四种算法得到的一些丰度图 (例如 Buddingtonite) 噪声较多. 此外, 与 RCLSUnSAL-TV 算法得到的结果相比, DRSU 算法得到的丰度图空间一致性较差 (例如, 玉髓 Chalcedony), RCLSUnSAL-TV 算法估计出的丰度图更接近于 Tricorder 给出的参照图. 从这些差异可以得出结论, 本文提出的 RCLSUnSAL-TV 方法提高了丰度图像的稀疏性. 总的来说, 通过 Cuprite 矿区真实数据实验得出的定性结果表明, RCLSUnSAL-TV 算法是有效的, 能够提高混合像元分解的精度.

## 5 总结与展望

在本文中, 我们在稀疏解混模型的基础上, 引入了光谱加权协同稀疏和全变差空间正则化的解混算法 (RCLSUnSAL-TV) 来增强对高光谱数据的解译. 提出的 RCLSUnSAL-TV 算法一方面在协同稀疏解混模型中利用光谱加权因子增强解的稀疏性, 另一方面利用全变

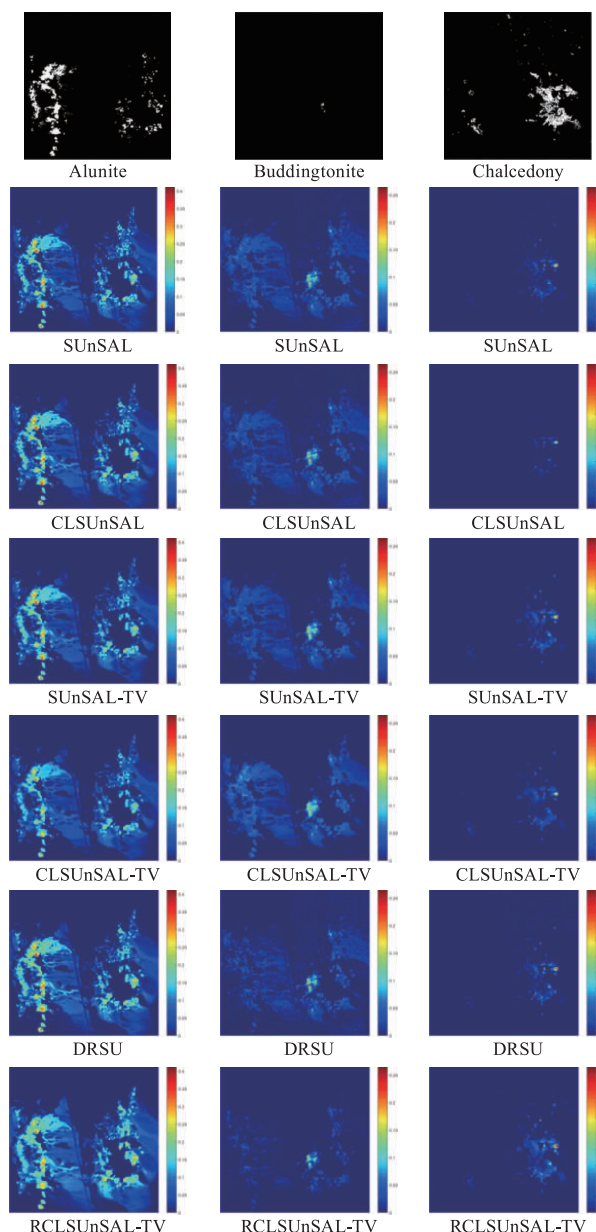


图5 各稀疏解混算法对真实数据Cuprite解混得到的丰度图

差空间正则化促进图像同质区域的空间平滑性. 此外, 该解混模型涉及的优化问题由内外部双循环迭代方案得以解决, 在内部循环中利用 ADMM 方法更新像元的丰度系数, 光谱权重则通过外部循环更新, 进一步加快了算法的收敛速度. 模拟和真实高光谱数据的实验表明, 与 SUnSAL、CLSUnSAL、SUnSAL-TV、CLSUnSAL-TV 和 DRSU 算法相比, 本文提出的 RCLSUnSAL-TV 算法提高了混合像元分解的精度且展现出较大的优势, 验证了本文所提出算法的有效性.

对于真实高光谱图像的解混, 目前学界普遍缺乏定量的评价方法, 在未来的研究中, 我们将加强与相关研究单位的合作, 共同制作一套真实数据集的真实丰

度,为高光谱图像解混这个方向提供便利。

#### 参考文献

- [1] 张良培,张立福. 高光谱遥感 [M]. 武汉:武汉大学出版社,2005.  
Zhang L P, Zhang L F. Hyperspectral Remote Sensing [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2005. (in Chinese)
- [2] 陈允杰,马辰阳,孙乐,詹天明. 基于边缘修正的高光谱图像超像素空谱核分类方法 [J]. 电子学报, 2019, 47(1): 73 - 81.  
Chen Y J, Ma C Y, Sun L, Zhan T M. Edge-modified superpixel based spectral-spatial kernel method for hyperspectral image classification [J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(1): 73 - 81. (in Chinese)
- [3] Tong Q X, Xue Y Q, Zhang L F. Progress in hyperspectral remote sensing science and technology in China over the past three decades [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(1): 70 - 91.
- [4] Keshava N, Mustard J F. Spectral unmixing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19(1): 44 - 57.
- [5] 刘建军,吴泽彬,韦志辉,肖亮,孙乐. 基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混快速算法 [J]. 电子学报, 2013, 41(3): 432 - 437.  
Liu J J, Wu Z B, Wei Z H, Xiao L, Sun L. A fast algorithm for hyperspectral unmixing based on constrained nonnegative matrix factorization [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 432 - 437. (in Chinese)
- [6] Ma W K, Bioucas-Dias J M, Chan T H, et al. A signal processing perspective on hyperspectral unmixing: Insights from remote sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2014, 31(1): 67 - 81.
- [7] 陈雷,郭艳菊,葛宝臻. 基于微分搜索的高光谱图像非线性解混算法 [J]. 电子学报, 2017, 45(2): 337 - 345.  
Chen L, Guo Y J, Ge B Z. Nonlinear unmixing of hyperspectral images based on differential search algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(2): 337 - 345. (in Chinese)
- [8] Bioucas-Dias J M, Plaza A, Dobigeon N, et al. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(2): 354 - 379.
- [9] Iordache M, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Sparse unmixing of hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6): 2014 - 2039.
- [10] Zhang S Q, Li J, Li H C, et al. Spectral-spatial weighted sparse regression for hyperspectral image unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(6): 3265 - 3276.
- [11] Iordache M, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Collaborative sparse regression for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(1): 341 - 354.
- [12] Chen F, Zhang Y. Sparse hyperspectral unmixing based on constrained Lp-L2 optimization [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(5): 1142 - 1146.
- [13] Sun L, Wu Z, Xiao L, Liu J, Wei Z, Dang F. A novel L1/2 sparse regression method for hyperspectral unmixing [J]. International Journal of Remote Sensing, 2013, 34(20): 6983 - 7001.
- [14] Deng C Z, Zhang S Q, Wang S Q, et al. Sparse hyperspectral unmixing based on smoothed L0 regularization [J]. Infrared Physics and Technology, 2014, 67: 306 - 314.
- [15] Candès E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by reweighted L1 minimization [J]. Journal of Fourier Analysis Applications, 2008, 14(5): 877 - 905.
- [16] 吴泽彬,韦志辉,孙乐,刘建军. 基于迭代加权 L1 正则化的高光谱混合像元分解 [J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(4): 431 - 435.  
Wu Z B, Wei Z H, Sun L, Liu J J. Hyperspectral unmixing based on iterative weighted L1 regularization [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2011, 35(4): 431 - 435. (in Chinese)
- [17] Wang R, Li H-C, Liao W Z, Piurica A. Double reweighted sparse regression for hyperspectral unmixing [A]. Proceedings of the IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium [C]. Beijing, China: IEEE, 2016. 6986 - 6989.
- [18] Zheng C Y, Li H, Wang Q, Chen C L P. Reweighted sparse regression for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(1): 479 - 488.
- [19] Shi C, Wang L. Incorporating spatial information in spectral unmixing: A review [J]. Remote Sensing of Environment, 2014, 149: 70 - 87.
- [20] Iordache M, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(11): 4484 - 4502.
- [21] Zhao X, Wang F, Huang T, Ng M, Plemmons R. Deblurring and sparse unmixing for hyperspectral images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(7): 4045 - 4058.
- [22] 陈允杰,葛魏东,孙乐. 一种基于协同稀疏和全变差的高光谱线性解混方法 [J]. 自动化学报, 2018, 44(1): 116 - 128.  
Chen Y J, Ge W D, Sun L. A novel linear hyperspectral unmixing method based on collaborative sparsity and total

- variation[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(1): 116 – 128. (in Chinese)
- [23] He W, Zhang H, Zhang L. Total variation regularized reweighted sparse nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(7): 3909 – 3921.
- [24] Zhai H, Zhang H, Zhang L, Li P. Total variation regularized collaborative representation clustering with a locally adaptive dictionary for hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 57(1): 166 – 180.
- [25] Sun L, Jeon B, Zheng Y, Chen Y. Hyperspectral unmixing based on L1-L2 sparsity and total variation[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)[C]. Phoenix, USA; IEEE, 2016; 4349 – 4353.
- [26] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406 – 5425.
- [27] Wang R, Li H-C, Pizurica A, Li J, Plaza A, Emery W. Hyperspectral unmixing using double reweighted sparse regression and total variation [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 14(7): 1146 – 1150.
- [28] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. Alternating direction algorithms for constrained sparse regression: Application to hyperspectral unmixing [A]. Proceedings of the 2nd IEEE Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing [C]. Reykjavik, Iceland; IEEE, 2010. 1 – 4.
- [29] Martin G, Plaza A. Spatial-spectral preprocessing prior to endmember identification and unmixing of remotely sensed hyperspectral data [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(2): 380 – 395.
- [30] Clark R, Swayze G, et al. Imaging spectroscopy: Earth and planetary remote sensing with the USGS Tetracorder and expert systems [J]. Journal of Geophysical Research, 2003, 108(E12): 5131 – 5135.

### 作者简介



**张绍泉** 男, 1990 年生于江西抚州, 博士, 讲师, 主要研究方向为高光谱遥感图像处理, 机器学习等研究。  
E-mail: zhangshaoquan1@163.com



**黄志浩** 女, 1995 年生于云南曲靖, 硕士研究生, 主要研究方向为高光谱图像解混。  
E-mail: huangzhihao1119@163.com



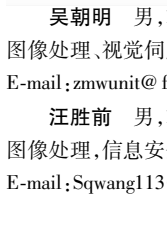
**邓承志 (通信作者)** 男, 1980 年生于江西赣州, 博士, 教授, 研究生导师, 主要研究方向为图像处理与机器视觉、高光谱遥感影像处理等。  
E-mail: dengcz@nit.edu.cn



**李 璠** 女, 1983 年生于湖北襄阳, 硕士, 讲师, 主要研究方向为高光谱图像解混、机器学习等。  
E-mail: lifan@nit.edu.cn



**徐晨光** 男, 1985 年生于江西抚州, 硕士, 讲师, 主要研究方向为高光谱图像解混、机器学习等。  
E-mail: xcg@nit.edu.cn



**吴朝明** 男, 1979 年生于江西抚州, 博士, 讲师, 主要研究方向为图像处理、视觉伺服, 高光谱遥感图像处理。  
E-mail: zmwunit@foxmail.com

**汪胜前** 男, 1965 年生于江西浮梁, 博士, 教授, 主要研究方向为图像处理, 信息安全等。  
E-mail: Sqwang113@263.com