

高斯混合多伯努利滤波器 基于柯西施瓦兹散度的传感器控制方法

陈 辉, 贺忠良, 邓东明, 李国财
(兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃兰州 730050)

摘 要: 针对多目标跟踪中的传感器控制问题, 本文基于有限集统计(FISST)理论, 利用高斯混合多伯努利滤波器研究并提出相应的传感器控制策略. 首先, 文中给出容积卡尔曼高斯混合势均衡多目标多伯努利滤波器(CK-GM-CBMeMBerF)的实现形式, 并提取高斯混合分量近似多伯努利密度. 然后, 研究两个高斯混合之间的柯西施瓦兹(Cauchy-Schwarz)散度的求取, 推导多目标概率密度变化所对应的信息增益, 并以此为基础提出相应的传感器控制策略. 此外, 结合CK-GM-CBMeMBerF, 详细推导了目标势的后验期望(PENT)准则的高斯混合(GM)实现过程, 以GM-PENT作为评价准则进行相应的传感器控制方法的研究. 最后, 仿真实验验证了所提算法的有效性.

关键词: 多目标跟踪; 传感器控制; 有限集统计; 高斯混合; 信息增益

中图分类号: TP274 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)04-0706-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.04.012

Sensor Control Using Cauchy-Schwarz Divergence via Gaussian Mixture Multi-Bernoulli Filter

CHEN Hui, HE Zhong-liang, DENG Dong-ming, LI Guo-cai

(School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: In consideration of the sensor control for multi-target tracking, this paper proposes the corresponding sensor control strategy using Gaussian mixture multi-Bernoulli filter based on the Finite Set Statistics (FISST) theory. First, this paper gives the implementation of the Cubature Kalman Gaussian Mixture Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli Filter (CK-GM-CBMeMBerF), and extracts the Gaussian mixture component to approximate multi-Bernoulli density. In addition, we study the solution of the Cauchy-Schwarz divergence between the two Gaussian mixture distributions, and derive the information gain corresponding to the change of multi-target probability density. Then, the corresponding sensor control strategy is proposed. Moreover, a detailed Gaussian Mixture (GM) implementation of the posterior expected number of targets (PENT) criteria is given based on CK-GM-CBMeMBerF, and the corresponding sensor control strategy is studied with GM-PENT as the evaluation criteria. Finally, simulation results verify the effectiveness of these proposed algorithms.

Key words: multi-target tracking; sensor control; finite set statistics; Gaussian mixture; information gain

1 引言

在目标跟踪系统中, 控制传感器的运动变化意图影响并最大程度优化接收信息的质量, 从而提升信息融合的水平, 这就是传感器控制. 一般情况下, 传感器控制依据特定的任务规划, 结合评价准则, 动态优化并配置传感器的工作方式及运行参数, 最终使得监控系统

基于规划任务的性能达到最优^[1-3]. 这类问题的解决通常在部分可观测马尔可夫决策过程(Partially Observable Markov Decision Process, POMDP)的理论框架下^[4]进行. 然而, 多目标跟踪中存在目标的随机新生和消亡(目标数的不确定性), 需要应对传感器检测的不确定性以及杂波和多目标量测共存带来的量测起源的不确定性. 这些不确定性因素使得传感器控制方法的研究也变得

收稿日期: 2018-07-30; 修回日期: 2019-04-26; 责任编辑: 孙瑶

基金项目: 国防基础科研项目(No. JCKY2018427C002); 国家自然科学基金(No. 61873116, No. 51668039, No. 61763029); 甘肃省科技计划项目(No. 18JR3RA137)

尤为复杂.

近几年来,基于有限集统计(Finite Set Statistics, FISST)理论^[1,5,6]的多目标跟踪方法得到了空前的发展. FISST 直接把单目标跟踪的 Bayes 递推公式拓展到多目标跟踪问题,统一了单目标跟踪和多目标跟踪的数学形式. 基于 FISST 理论的多目标跟踪方法本质上是一个时变联合决策与估计(Joint Decision and Estimation, JDE)^[7]的过程,避免了直接应对棘手的数据关联问题. 在 FISST 理论框架下,已经有一些传感器选择和传感器控制方法应用于多目标跟踪问题. 这些方法依据控制的决策评价体系可分为两大类,一类是基于任务准则的决策,另一类是基于信息准则的决策. 基于任务准则的传感器控制直接对明确任务指标. 例如,目标势估计的方差^[8,9],目标势的后验期望(Posterior Expected Number of Targets, PENT)^[10],势和状态误差的后验期望(Posterior Expected Error of Cardinality and States, PEECS)^[11,12],鲁棒势和状态误差的后验期望(Robust PEECS)^[13],最优子模式分配(Optimal SubPattern Assignment, OSPA)距离^[14,15]等. 基于任务准则通常只适用于那些单一指标优化问题,存在多个任务指标进行竞争优化时便难以胜任. 基于信息准则的传感器控制一般通过多目标概率密度函数之间的信息测度(通常为散度)来建立,可使涵盖多个任务的整体信息增益最大化,所以它可以权衡多任务指标的竞争优化^[13]. Ristic 和 Vo 利用 Rényi 散度,借助最优多目标贝叶斯滤波器(Multi-Target Bayes Filter, MTBF)直接进行传感器控制^[16]. 为了降低对多目标概率密度函数直接粒子采样求解评价函数的难度, Ristic 等又利用概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波器^[17]进行传感器控制^[18]. 此后, Ristic 等利用(单)伯努利滤波器去解决纯方位跟踪(Bearing-Only Tracking, BOT)的传感器控制问题^[19]. Hoang 等利用 Rényi 散度提出了基于多伯努利滤波器^[20]的传感器控制策略^[8]. 文献[21]选用 PHD 函数之间 Cauchy-Schwarz(柯西施瓦兹)散度作为评价函数,基于多伯努利滤波器求解出最优传感器控制方案. 文献[22]在此基础上对后验标签多伯努利(Labeled Multi-Bernoulli, LMB)^[23]参数集进行约束,进而提出一种受约束传感器控制方法.

但是,以上这些基于信息准则(各类散度)方法大多都是借助序贯蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC),即粒子滤波(Particle Filtering, PF)的实现体系去完成评价函数的求解,粒子多目标滤波器(Particle Multi-Target Filter, P-MTF)的核心优势在于求解评价函数的便利,因为狄拉克德尔塔函数(Dirac Delta Function)的正交特性和便于求解积分的特性可比较容易地得到信息测度的近似解. 相比较而言,高斯混合(Gauss-

ian Mixture, GM)分布间的信息增益(散度)大都不存在闭式解. 所以,这种 GM 分布间求解各类以信息测度为代表的评价函数的实质性难度很大程度上限制了高斯混合多目标滤波器(GM-MTF)在传感器控制中的应用. 所以,目前国内外对于借助 GM-MTF 进行传感器控制问题的研究并没有得到实质性的成果. 同时,考虑到 GM-MTF 实现相对于 P-MTF 实现具有算法执行效率上的明显优势,本文以下专门针对 MTF 的高斯实现,基于高斯混合多伯努利滤波器研究相应的传感器控制策略.

本文的主要贡献描述如下:在 POMDP 理论框架下,基于高斯混合多伯努利滤波器,提出基于信息论的传感器控制方法. 首先,利用 RFS 进行多目标跟踪问题的建模,并给出基于信息论的多目标跟踪中传感器控制的一般性方法. 其次,为了解决更为一般性的非线性传感器控制问题,本文给出容积卡尔曼高斯混合势均衡多目标多伯努利(Cubature Kalman Gaussian Mixture Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli, CK-GM-CBMeMBer)非线性滤波算法,并且基于该滤波器,研究如何从多伯努利过程中提取相应高斯分量的混合来近似多目标概率密度函数,并利用两个 GM 之间的柯西施瓦兹(Cauchy-Schwarz, CS)散度作为评价函数,在近似求解 CS 散度的基础上,以信息增益的最大化准则决策最优的传感器控制方案. 此外,本文的另外一个工作是结合 GM-CBMeMBerF,我们详细推导了目标势的后验期望(PENT)^[8]准则的 GM 实现过程,以 GM-PENT 作为评价准则进行相应传感器控制方法的研究. 随后,给出算法实现的具体伪码. 并构造仿真场景验证所提控制方案的有效性.

2 问题提出

2.1 多伯努利随机有限集

多目标概率密度可用多个伯努利过程去近似. 首先,假设在状态空间 \mathbf{X} 上对应一个单伯努利 RFS 可表示为 X . 该 RFS 为空集的概率记作 $1-r$, 它为非空的单元素集合的概率表示为 r , 且该元素服从概率分布 p . 那么, X 的概率密度可表示为

$$\pi(X) = \begin{cases} 1-r, & X = \emptyset \\ r \cdot p(\mathbf{x}), & X = \{\mathbf{x}\} \end{cases} \quad (1)$$

进一步,假设状态空间 \mathbf{X} 上对应一个多伯努利 RFS 表示为 X , 它是由多个单伯努利 RFS 的组合而构成. 即 $X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}$. 其中, $X^{(i)}$ 表示组成 X 的第 i 个伯努利 RFS, 其存在概率为 $r^{(i)}$, 概率密度为 $p^{(i)}$. 在这些条件下, X 的势平均可表示为 $\sum_{i=1}^M r^{(i)}$. 此外, X 的概率密度 π 可表示为 $\pi(\emptyset) = \prod_{i=1}^M (1-r^{(i)})$, 且

$$\pi(\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}) = \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(\mathbf{x}_j)}{1 - r^{(i_j)}} \quad (2)$$

其中, i 代表的是构成 M 个伯努利 RFS 的航迹组合假设, i_j 是第 i 种组合假设下第 j 个目标, $r^{(i)}$ 即代表目标 i_j 对应的伯努利 RFS 的存在概率. 为了描述形式上的简洁, 可将上述多伯努利概率密度简写为参数集合的表达形式, 即 $\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$.

2.2 RFS 下的多目标跟踪建模

假设在目标状态空间 $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{R}^n$ 上, 对应 k 时刻存在着 $n_x(k)$ 个目标, 他们的状态分别表示为 $\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{n_x(k),k}$. 此外, 传感器在量测空间 $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R}^m$ 中接收到 k 时刻的 $n_z(k)$ 个量测取值分别为 $\mathbf{z}_{1,k}, \dots, \mathbf{z}_{n_z(k),k}$. 分别用 X_k 和 Z_k 表示 k 时刻多目标状态 RFS 和多目标量测 RFS, 则

$$X_k = \{\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{n_x(k),k}\} \in F(\mathbf{X}) \quad (3)$$

$$Z_k = \{\mathbf{z}_{1,k}, \dots, \mathbf{z}_{n_z(k),k}\} \in F(\mathbf{Z}) \quad (4)$$

其中, $F(\mathbf{X})$ 和 $F(\mathbf{Z})$ 分别代表所有 \mathbf{X} 和 \mathbf{Z} 的有限子集组成的集合.

假设在目标运动过程中, $k-1$ 时刻的目标 $\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}$ 继续存活在 k 时刻的概率可表示为 $p_{s,k}(\mathbf{x}_{k-1})$. 若不考虑衍生目标, 那么 k 时刻的多目标状态 RFS 为 X_k , 它可描述为

$$X_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right] \cup \Gamma_k \quad (5)$$

其中, $S_{k|k-1}$ 表示从 $k-1$ 时刻到 k 时刻存活目标状态 RFS, Γ_k 表示 k 时刻新生目标状态 RFS.

假设存活和新生目标的状态转移方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (6)$$

其中, \mathbf{F}_k 是状态转移矩阵, $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$ 为过程噪声向量.

另外, k 时刻传感器以概率 $p_{d,k}(\mathbf{x}_k)$ 检测到目标 $\mathbf{x}_k \in X_k$ 对应的量测 $\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_k \in Z_k$. 若量测噪声表示为 \mathbf{v}_k , 可假设量测方程具有如下形式

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{s,k}(\nu)) + \mathbf{v}_k \quad (7)$$

其中, k 时刻传感器的位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu) = [x_{s,k}(\nu), y_{s,k}(\nu)]^T$ 由传感器控制方案 ν 所决定. 传感器对应目标量测是一个 RFS, 可表示为 $\Theta_k(\mathbf{x}_k)$, 若考虑杂波的影响, 则传感器在 k 时刻所接收到的多目标量测集合 Z_k 可描述为

$$Z_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_k \in X_k} \Theta_k(\mathbf{x}_k) \right] \cup \kappa_k \quad (8)$$

其中, κ_k 表示 k 时刻的杂波分布.

2.3 基于信息论的传感器控制一般方法

首先, 定义在 POMDP 理论框架下传感器控制的相关要素. 可用 U_k 表示 k 时刻可实现的传感器控制集合, 每一个控制元素 $\nu \in U_k$ 对应了传感器的新位置. 其次,

在 FISST 理论框架下, 可用多目标后验密度 $p_k(X_k | Z_{1:k})$ 来描述 k 时刻多目标状态的不确定性. 最后, 每个传感器控制元素 ν 对应评价函数 $R(\nu)$. 若用 u_k 表示最优控制序列, 则该序列按以下准则确定:

$$u_k = \arg \max_{\nu \in U_k} E[R(\nu)] \quad (9)$$

为了便于计算, 式(9)采用“近视”控制方案 (“Myopic”方案)^[24]. 其中, 评价函数 $R(\nu)$ 可选择多目标先验概率密度和多目标后验概率密度之间的信息距离 $D_c(\cdot, \cdot)$, 表示为

$$R(\nu) = D_c(p_k(X | Z_{1:k-1}), p_k(X | Z_{1:k-1}, Z_k(\nu))) \quad (10)$$

其中, $Z_k(\nu)$ 是由控制方案 ν 决定的量测集.

2.4 容积卡尔曼-高斯混合 CBMeMBer 滤波器

多目标跟踪中的传感器控制, 其本质上属于最优非线性控制问题. 在众多非线性滤波器算法中, 扩展卡尔曼滤波^[25] (Extended Kalman Filtering, EKF) 是其中最传统的算法, 其实质是通过泰勒展开将非线性函数近似为线性函数, 进而可继续沿用传统的卡尔曼滤波算法. 但众所周知的是, 虽然其处理方法简便, 但由于省略了高阶项, 随着系统非线性强度的增加, EKF 效果会越来越差. 进一步研究发现, 近似概率分布比直接近似非线性函数更加合理. 因此, 另一类是利用不同的采样策略进行多点采样近似非线性分布, 典型的有无迹卡尔曼滤波^[26] (Unscented Kalman Filtering, UKF), 容积卡尔曼滤波^[27,28] (Cubature Kalman Filtering, CKF). UKF 滤波精度高于 EKF, 且受系统非线性强度的影响较小, 然而滤波过程中可能出现的协方差不正定情况, 以及随着系统维数的增加采样点与中心点的距离增大会严重影响滤波精度. Arasaratnam 从数值积分角度导出了基于容积变换的 CKF, 采用三阶球面-径向容积准则对非线性函数的高斯加权积分进行近似, 具有比 UKF 更高的滤波精度和数值稳定性. 本文通过研究容积卡尔曼-高斯混合 CBMeMBer 滤波器 (CK-GMCBMeMBerF), 将在很大程度上提升多目标跟踪中传感器控制问题求解的适应性和稳定性.

为了近似式(10)中的多目标概率密度 p_k , 以下结合容积卡尔曼滤波 (CKF), 给出 CK-GMCBMeMBerF 的实现过程.

(1) 预测步

假设 $k-1$ 时刻后验多目标多伯努利密度表示为 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 每一个概率密度具有的高斯混合形式为

$$p_{k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)}) \quad (11)$$

则预测的多伯努利多目标密度为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ (r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ (r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{r,k}} \quad (12)$$

其中, $\left\{ (r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{r,k}}$ 是 k 时刻新生多伯努利密度.

$$p_{\Gamma,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{\Gamma,k}^{(i,j)}) \quad (13)$$

而存活目标预测伯努利密度依据式(6)的模型得

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \quad (14)$$

$$p_{P,k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)}) \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)} \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)} (\mathbf{F}_{k-1})^T \quad (17)$$

CKF 滤波算法的基本思想是: 采用容积原则选择 d 个基本容积点计算高斯加权积分. 假设第 l 个基本容积点为

$$\chi_l = \sqrt{d/2} [1]_l \quad (18)$$

其中, $d=2n$, d 为容积点个数, n 为目标状态的维数. 容积点相应的权值 $q_l = 1/d$, $[1]_l$ 表示点集中在 $[1]$ 的第 l 个点, 符号 $[1]$ 为完整对称点集.

分解 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}$ 计算容积点

$$\zeta_{l,k|k-1}^{(i,j)} = \sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}} \chi_l + \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (19)$$

参考本文中非线性条件下多目标量测模型, 计算传播后的容积点 $\varepsilon_{l,k|k-1}^{(i,j)}$, 进而依据 $\varepsilon_{l,k|k-1}^{(i,j)}$ 得到容积点的预测量测

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)} = \sum_{l=1}^d q_l \varepsilon_{l,k|k-1}^{(i,j)} \quad (20)$$

(2) 更新步

令 k 时刻预测的多目标密度为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ (r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \quad (21)$$

每一个预测概率密度 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 可用高斯混合的形式表达, 即

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (22)$$

那么更新后的多目标密度可以表示为

$$\pi_k \approx \left\{ (r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ (r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z})) \right\}_{\mathbf{z} \in Z_k} \quad (23)$$

其中, 继承航迹(漏检) $\left\{ (r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$ 参数为

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - p_{D,k}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}} \quad (24)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \quad (25)$$

更新多伯努利密度 $\left\{ (r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z})) \right\}_{\mathbf{z} \in Z_k}$ 的参数为

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k-1}} r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \ell_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k})^2} \quad (26)$$

$$\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \ell_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}}$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)})}{\sum_{i=1}^{M_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z})} \quad (27)$$

其中

$$\ell_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) = p_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (28)$$

$$q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) = N(\mathbf{z}; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)}) \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{R}_k + \sum_{l=1}^d q_l \varepsilon_{l,k|k-1}^{(i,j)} (\varepsilon_{l,k|k-1}^{(i,j)})^T - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)} (\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)})^T \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)} = \sum_{l=1}^d q_l \zeta_{l,k|k-1}^{(i,j)} (\zeta_{l,k|k-1}^{(i,j)})^T - \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} (\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)})^T \quad (31)$$

$$w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}} p_{D,k} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) \quad (32)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + \mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} - \mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} \mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)} (\mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)})^T \quad (34)$$

$$\mathbf{K}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)} (\mathbf{P}_{z,k|k-1}^{(i,j)})^{-1} \quad (35)$$

以下基于 CK-GMCMBerF, 研究相应传感器控制策略的制定.

3 高斯混合多伯努利滤波器基于柯西施瓦兹散度的传感器控制方法

令 p_0 和 p_1 表示两个概率密度函数, 则他们之间的 CS 散度可表示为

$$D_c(p_0, p_1) = -\log \left(\frac{\int p_0(\mathbf{x}) p_1(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\sqrt{\int p_0(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} \int p_1(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x}}} \right) \quad (36)$$

依据式(10)和(36), 评价函数可以表示为

$$R_c(\nu) = \frac{1}{2} \log \int p_{k|k-1}(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} + \frac{1}{2} \log \int p_{klk}(\mathbf{x}; \nu)^2 d\mathbf{x} - \log \int p_{klk-1}(\mathbf{x}) p_{klk}(\mathbf{x}; \nu) d\mathbf{x} \quad (37)$$

在 CK-GMCMBer 滤波过程中, 利用高斯分量的混合近似了多目标概率密度. 显然, 每个高斯分量对整体多伯努利密度的贡献值不同. 为了简化计算, 可以提取存在概率 r 较大的伯努利过程 ($r > r_m$), 以这些伯努利过程在空间上的联合去近似多目标概率密度, 继而研究相应传感器控制评价函数的求取. 首先, 从预测的多目标多伯努利密度 $\left\{ (r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$ 中提取存在概率 $r_{k|k-1}^{(i)} > r_m$ 的伯努利过程, 这些伯努利过程事实上通

近了状态空间中真实目标的空间分布. 对于已提取出的每个伯努利过程, 可确定其高斯混合中权值最大的高斯分量去近似该过程状态空间的分布. 那么, 从多目标空间分布的整体角度上看, 预测多目标概率密度可用这些高斯分量的混合近似表示为

$$p_{klk-1}(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} w_{m',klk-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i)}) \quad (38)$$

$$w_{m',klk-1}^{(i)} = \frac{r_{m',klk-1}^{(i)} w_{m',klk-1}^{(i)}}{\sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} r_{m',klk-1}^{(i)} w_{m',klk-1}^{(i)}} \quad (39)$$

其中, M'_{klk-1} 代表提取出的伯努利过程的个数, $r_{m',klk-1}^{(i)}$ 和 $w_{m',klk-1}^{(i)}$ 分别代表第 i 个伯努利过程中的存在概率和所提取的高斯分量的权值.

其次, 在“Myopic”方案下, 对于每种控制方案 $\nu \in U_k$ 确定传感器的位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu)$. 一般来说, 可依据检测概率 $p_{D,k}(\mathbf{x})$ 和杂波强度 λ_c 按照式(7)和(8)生成量测, 但这样会造成极大的计算负担. 可借鉴传统的处理方法, 即在检测概率 $p_{D,k}(\mathbf{x}) = 1$, 以及不考虑量测噪声和杂波的理想情况下, 对于每一个 $\nu \in U_k$ 仅生成一个相应的量测集, 这个理想量测集可表示为

$$Z(\nu) = \bigcup_{\hat{\mathbf{x}} \in \hat{\mathbf{X}}_{klk-1}} \{h(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{s,k}(\nu))\} \quad (40)$$

其中, $\hat{\mathbf{X}}_{klk-1}$ 表示 k 时刻的预测多目标状态估计.

在这种理想情况下, 不存在继承航迹(漏检)的伯努利 RFS, 而对于量测更新的伯努利 RFS, 即 $\mathbf{z} \in Z_k(\nu)$, 参考式(26), 此时

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \frac{r_{m',klk-1}^{(i)} (1 - r_{m',klk-1}^{(i)}) \ell_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{(1 - r_{m',klk-1}^{(i)})^2}}{\sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \frac{r_{m',klk-1}^{(i)} \ell_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{1 - r_{m',klk-1}^{(i)}}} = 1 \quad (41)$$

这表明, 每个理想量测的伯努利 RFS(航迹)的存在概率都恒为 1. 进而结合我们给出的 CK-GMCMBMeM-

$$\begin{aligned} & \log \left(\int \sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \sum_{i' < i} w_{m',klk-1}^{(i)} w_{m',klk-1}^{(i')} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i)}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i')}, \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i')}) d\mathbf{x} \right) \\ &= \log \left(\sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \sum_{i' < i} w_{m',klk-1}^{(i)} w_{m',klk-1}^{(i')} \int N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i)}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i')}, \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i')}) \right) \\ &= \log \left(\sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \frac{(w_{m',klk-1}^{(i)})^2}{(2\pi)^2} \left| \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i)} \right|^{1/2} + 2 \sum_{i=1}^{M'_{klk-1}} \sum_{i' < i} w_{m',klk-1}^{(i)} w_{m',klk-1}^{(i')} \mathbf{z}_{ii'} \right) \end{aligned} \quad (53)$$

其中

$$\mathbf{z}_{ii'} = N(\mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(i')}, (\mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i)} + \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(i')})) \quad (54)$$

从式(54)可以看出, 等式右端的第一项为平方项, 第二

Ber 滤波算法, 利用理想量测集对式(38)中各高斯分量进行更新, 此时更新后的多目标概率密度也具有高斯混合的形式, 即

$$p_{klk}(\mathbf{x}; \nu) \approx \sum_{\mathbf{z} \in Z_k(\nu)} \sum_{j=1}^{M'_{klk-1}} w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), \mathbf{P}_{m',klk}^{(j)}(\nu)) \quad (42)$$

$$w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)}{\sum_{j=1}^{M'_{klk-1}} w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)} \quad (43)$$

$$w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{r_{m',klk-1}^{(j)} w_{m',klk-1}^{(j)} q_k^{(j)}(\mathbf{z})}{1 - r_{m',klk-1}^{(j)}} \quad (44)$$

$$q_k^{(j)}(\mathbf{z}) = N(\mathbf{z}; \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{mzz,klk-1}^{(j)}) \quad (45)$$

$$\mathbf{P}_{mzz,klk-1}^{(j)} = \mathbf{R}_k + \sum_{l=1}^d q_l \boldsymbol{\varepsilon}_{l,klk-1}^{(j)} (\boldsymbol{\varepsilon}_{l,klk-1}^{(j)})^T - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(j)} (\hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(j)})^T \quad (46)$$

$$\mathbf{P}_{mzx,klk-1}^{(j)} = \sum_{l=1}^d q_l \boldsymbol{\zeta}_{l,klk-1}^{(j)} (\boldsymbol{\varepsilon}_{l,klk-1}^{(j)})^T - \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(j)} (\hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(j)})^T \quad (47)$$

$$\mathbf{m}_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \mathbf{m}_{m',klk-1}^{(j)} + \mathbf{K}_{m,k}^{(j)}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(j)}) \quad (48)$$

$$\mathbf{P}_{m',klk}^{(j)}(\nu) = \mathbf{P}_{m',klk-1}^{(j)} - \mathbf{K}_{m,k}^{(j)} \mathbf{P}_{mzz,klk-1}^{(j)} (\mathbf{K}_{m,k}^{(j)})^T \quad (49)$$

$$\mathbf{K}_{m,k}^{(j)} = \mathbf{P}_{mzx,klk-1}^{(j)} (\mathbf{P}_{mzz,klk-1}^{(j)})^{-1} \quad (50)$$

那么, 此时更新后的多目标概率密度可近似表示

$$p_{klk}(\mathbf{x}; \nu) \approx \sum_{j=1}^{M'_{klk-1}} w_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m',klk}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), \mathbf{P}_{m',klk}^{(j)}(\nu)) \quad (51)$$

利用两个高斯分布之间的乘积公式, 即

$$N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{A}_1^{-1}) N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{A}_2^{-1}) = \mathbf{z}_{12}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{12}, \mathbf{A}_{12}^{-1}) \quad (52)$$

其中, $\mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$, $\boldsymbol{\mu}_{12} = \mathbf{A}_{12}^{-1}(\mathbf{A}_1 \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\mu}_2)$, $\mathbf{z}_{12} = N(\boldsymbol{\mu}_1; \boldsymbol{\mu}_2, (\mathbf{A}_1^{-1} + \mathbf{A}_2^{-1}))$

结合式(38)和(51), 式(37)等号右端的第一项给出以下推导过程

项为一次项. 式(37)等式右端的第二项推导类似式(53)(54), 这里不再赘述.

结合式(38)和(51), 式(37)等式右端的第三项给出以下推导过程

$$\begin{aligned}
& \log \left(\int \sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k-1}} w_{m,k-1}^{(i)} w_{m,k-1}^{(j)} (\mathbf{z}; \nu) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{m,k-1}^{(i)}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{m,k-1}^{(j)}(\nu)) \right) \\
&= \log \left(\sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k-1}} w_{m,k-1}^{(i)} w_{m,k-1}^{(j)} (\mathbf{z}; \nu) \int N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{m,k-1}^{(i)}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{m,k-1}^{(j)}(\nu)) \right) \\
&= \log \left(\sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k-1}} w_{m,k-1}^{(i)} w_{m,k-1}^{(j)} (\mathbf{z}; \nu) \mathbf{z}_{ij} \right)
\end{aligned} \quad (55)$$

其中

$$\mathbf{z}_{ij} = N(\mathbf{m}_{m,k-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m,k-1}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), (\mathbf{P}_{m,k-1}^{(i)} + \mathbf{P}_{m,k-1}^{(j)}(\nu))) \quad (56)$$

综上所述,最后将评价函数写成如下形式:

$$\begin{aligned}
R_c(\nu) &\approx -\log \left(\sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k-1}} w_{m,k-1}^{(i)} w_{m,k-1}^{(j)} (\mathbf{z}; \nu) \mathbf{z}_{ij} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \log \left(\sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \frac{(w_{m,k-1}^{(i)})^2 |\mathbf{P}_{m,k-1}^{(i)}|^{1/2}}{(2\pi)^2} + 2 \sum_{i=1}^{M'_{k-1}} \sum_{i' < i} w_{m,k-1}^{(i)} w_{m,k-1}^{(i')} \mathbf{z}_{ii'} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \log \left(\sum_{j=1}^{M'_{k-1}} \frac{(w_{m,k-1}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu))^2 |\mathbf{P}_{m,k-1}^{(j)}(\nu)|^{1/2}}{(2\pi)^2} + 2 \sum_{j=1}^{M'_{k-1}} \sum_{j' < j} w_{m,k-1}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) w_{m,k-1}^{(j')}(\mathbf{z}; \nu) \mathbf{z}_{jj'} \right)
\end{aligned} \quad (57)$$

其中

$$\mathbf{z}_{ij} = N(\mathbf{m}_{m,k-1}^{(i)}(\mathbf{z}; \nu); \mathbf{m}_{m,k-1}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), (\mathbf{P}_{m,k-1}^{(i)}(\nu) + \mathbf{P}_{m,k-1}^{(j)}(\nu))) \quad (58)$$

4 高斯混合多伯努利滤波器基于 PENT 准则的传感器控制方法

基于 PENT 准则的传感器控制是从一套可实现的控制集合 U_k 中决策出相应的控制方案,使得传感器检测到目标势的后验期望值(PENT)达到最大.文献[14]给出了 PENT 准则的表达式,即对控制方案 $\nu \in U_k$ 有如下形式

$$R_p(\nu) = C + p_{D,k}(\mathbf{x}) \sum_{m=1}^{\hat{n}_k} \left(1 - \frac{\kappa_k(\mathbf{z}_{m,k})}{\kappa_k(\mathbf{z}_{m,k}) + p_{D,k}(\mathbf{x}) I_k(\nu)} \right) \quad (59)$$

其中, C 为独立于控制方案 ν 的常数, \hat{n}_k 为量测个数, $\mathbf{z}_{m,k}$ 属于理想量测集 $Z_k(\nu)$.

文献[14]和文献[16]都只是结合粒子滤波的实现方法对 PENT 准则进行求解.本文以下将结合 CK-GMCMBerF,推导 PENT 准则的详细求解过程

$$I_k(\nu) = \int g_k(\mathbf{z}_{m,k} | \mathbf{x}, \nu) D_{k|k-1}(\mathbf{x} | Z_{1:k-1}) d\mathbf{x} \quad (60)$$

在 CK-GMCMBerF 的实现过程中,强度函数(PHD)可以表示为

$$D_{k|k-1}(\mathbf{x} | Z_{1:k-1}) = \sum_{i=1}^{M_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} r_{k|k-1}^{(i,j)} w_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (61)$$

$$g_k(\mathbf{z}_{m,k} | \mathbf{x}, \nu) = N(\mathbf{z}_{m,k}(\nu); \mathbf{H}_k \mathbf{x}, \mathbf{R}_k) \quad (62)$$

将式(61)和(62)代入式(60)中,并利用高斯乘积的积分引理,可得

$$I_k(\nu) = \int g_k(\mathbf{z}_{m,k} | \mathbf{x}, \nu) D_{k|k-1}(\mathbf{x} | Z_{1:k-1}) d\mathbf{x}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{M_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} r_{k|k-1}^{(i,j)} w_{k|k-1}^{(i,j)} \int N(\mathbf{z}_{m,k}; \mathbf{H}_k \mathbf{x}, \mathbf{R}_k) \\
&\quad \cdot N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}) d\mathbf{x} \\
&= \sum_{i=1}^{M_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} r_{k|k-1}^{(i,j)} w_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{z}_{m,k}; \tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)}, \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (63)
\end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (64)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} (\mathbf{H}_k)^T \quad (65)$$

结合 CK-GMCMBerF 的实现方法,式(64)(65)中高斯分布的均值及协方差可参照式(19)(20)和式(34)(35)进行求解.

5 算法程序的伪码

为了说明算法流程,列出算法伪码如算法1.

算法1 基于高斯混合多伯努利滤波器的传感器控制策略算法

输入: $\{r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{1:k-1}$,

$$p_{k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)})$$

步骤1:预测和新生

for $i = 1 : M_{k-1}$

for $j = 1 : J_{k-1}^{(i)}$

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k}$$

$$p_{P,k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)})$$

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}$$

$$\mathbf{P}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)} (\mathbf{F}_{k-1})^T$$

end for

end for

给定新生多伯努利密度为 $\{r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$, 依据式(13)生成新生多伯努利密度,包括第 j 个高斯分量的权值、均值和协方差.

步骤2:传感器控制

a) 基于柯西施瓦兹散度的传感器控制

按预测多目标密度 $\{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$ 提取目标状态集合 $\hat{X}_{k|k-1}$.

依据式(38)和式(39)提取高斯分量来混合近似预测多目标概率

密度.

确定所有可能的控制集合 U_k , 并对每种控制方案 $\nu \in U_k$ 确定传感器位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu)$, 并按式(40)生成相应量测集合 $Z_k(\nu)$.

通过式(53)~(58)得到 GM 条件下评价函数(CS 散度)的闭式解.

按式(57)计算 $R_p(\nu)$, 并确定最终控制方案 u_k .

传感器在新控制位置 $\mathbf{x}_{s,k}(u_k)$ 接收实际量测 $Z_k(u_k)$.

b) 基于 GM-PENT 准则的传感器控制

按预测多目标密度 $\{(r_{klk-1}^{(i)}, p_{klk-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$ 提取目标状态集合 \hat{X}_{klk-1} .

确定所有可能的控制集合 U_k , 并对每种控制方案 $\nu \in U_k$ 确定传感器位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu)$, 并按式(40)生成相应量测集合 $Z_k(\nu)$.

根据式(60)~(65)给出 PENT 准则的高斯混合实现形式.

按式(59)计算 $R_p(\nu)$, 并确定最终控制方案 u_k .

传感器在新控制位置 $\mathbf{x}_{s,k}(u_k)$ 接收实际量测 $Z_k(u_k)$.

步骤 3: 更新

for $i = 1 : M_{k-1}$

采用容积卡尔曼滤波算法, 按式(23)~(27)得到更新后的多目标密度

$$\{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}))\}_{\mathbf{z} \in Z_k(u_k)}.$$

end for

步骤 4: 航迹删减

对每个假设的航迹进行高斯分量的修剪和合并.

步骤 5: 状态提取

target_index = find($r_k^{(i)} > 0.5$).

求取目标个数, $\hat{N}_k = \text{length}(\text{target_index})$.

选取航迹($r_k^{(i)} > 0.5$)中权值最大的高斯分量作为目标状态集合 \hat{X}_k 的输出.

输出: 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{s,k}$, 目标状态集合 \hat{X}_k , 目标数 \hat{N}_k . 多伯努利参数集 $\{(r_k^{(i)}, p_k^{(i)})\}_{i=1}^{J_n}$, 其中 $p_k^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_n} w_k^{(i,j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i,j)}, \mathbf{P}_k^{(i,j)})$.

6 仿真实验

6.1 场景

设定相应纯距离跟踪(Range-Only Tracking, ROT)实验场景并进行 Monte Carlo 仿真. 设置场景参数如下: $T = 1\text{s}$ 为量测采样周期, 总共采样 50 次. 检测概率 $p_{D,k} = 0.98$, 杂波是一个泊松 RFS, 每周期杂波的平均数为 0.5, 且在 $[0, 1000 \times \sqrt{2}m]$ 上服从均匀分布, 目标最大运行速率 $v_{\max} = 7$, 目标存活概率 $p_{S,k} = 0.99$. 航迹删除的阈值 $r_T = 10^{-3}$, 伯努利过程的阈值 $r_m = 0.5$, 高斯分量的截断阈值 $T_c = 10^{-3}$, 高斯分量合并的马氏距离阈值 $U = 4$, 高斯项的最大数 $J_{\max} = 100$.

在 CK-GMCBMeMBerF 中, k 时刻的目标新生过程被建模成一个多伯努利 RFS, 其多目标密度参数集为 $\{(r_{\Gamma,k}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^5$. 其中:

$$r_{\Gamma,k} = 0.01, p_{\Gamma,k}^{(i)} = N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{\Gamma,k}), \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(1)} = [1000, 100, 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(2)} = [800, 900, 0, 0]^T, \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(3)} = [200, 700, 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(4)} = [0, 220, 0, 0]^T, \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(5)} = [700, 200, 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{P}_{\Gamma,k} = \text{diag}([100, 100, v_{\max}^2, v_{\max}^2]^T).$$

本文采用 OSPA(Optimal SubPattern Assignment) 距离^[29]联合评价多目标状态以及多目标势估计的综合性能, 其定义如下.

设真实的和估计的多目标状态集合分别为 $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 和 $Y = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_m\}$, 若 $n \leq m$, 则 OSPA 距离定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \left(\frac{1}{m} \left(\min_{\pi \in \Pi_m} \sum_{i=1}^n d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_{\pi(i)})^p + c^p(m-n) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (66)$$

其中, $\bar{d}^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min(c, \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|)$, Π_m 表示所有 $\{1, \dots, m\}$ 的排列构成的集合, 距离阶次 $p \geq 1$, 截断系数 $c > 0$. 若 $n > m$, 则 $\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \bar{d}_p^{(c)}(Y, X)$. 实验中选取 $p = 1, c = 400$. 仿真实验的软硬件条件为: MATLAB 2012a, Windows 7, Inter Core i5-4590 CPU 3.30GHz, RAM 8GB.

场景中目标轨迹均为近常速运动模型(Nearly Constant Velocity Model, NCVM), 共计出现 5 个目标. 状态转移密度

$$f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = N(\mathbf{x}_k; \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_k) \quad (67)$$

其中

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & T\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{0}_2 & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_k = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4}\mathbf{I}_2 & \frac{T^3}{2}\mathbf{I}_2 \\ \frac{T^3}{2}\mathbf{I}_2 & T^2\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (68)$$

其中, \mathbf{I}_n 代表 $n \times n$ 的单位阵, $\sigma_v = 2.5\text{m/s}^2$.

对于纯距离跟踪(ROT), 式(7)有如下形式

$$z_k = \left[\sqrt{(x_k - x_{s,k})^2 + (y_k - y_{s,k})^2} \right] + v_k \quad (69)$$

量测噪声 $v_k \sim N(\cdot; 0, R_k)$, $R_k = \sigma_r^2$, $\sigma_r = 5\text{m}$.

6.2 传感器控制集合

如果 k 时刻传感器的实际控制位置为 $\mathbf{x}_{s,k} = [x_{s,k}, y_{s,k}]^T$, 那么 $k+1$ 时刻传感器所有可能出现的位置为

$$U_{k+1} = \left\{ \left(x_{s,k} + jv_{s,c} \frac{T}{N_R} \cos\left(l \frac{2\pi}{N_\theta}\right); \right. \right. \\ \left. \left. y_{s,k} + jv_{s,c} \frac{T}{N_R} \sin\left(l \frac{2\pi}{N_\theta}\right) \right), \right. \\ \left. j = 1, \dots, N_R; l = 1, \dots, N_\theta \right\} \quad (70)$$

本文选择 $N_R = 2, N_\theta = 8$, 则总共对应 17 种控制方案(包含传感器处于静默状态). $v_{s,c}$ 是传感器自身的容许控制速度, 设为 20m/s .

6.3 仿真分析

仿真实验中选择典型的纯距离跟踪(ROT)作为传感器控制的分析对象. 目标轨迹如图 1 所示, 传感器的初始位置处于坐标原点.

首先利用 CK-GMCBMeMBerF 递推多伯努利密度, 用以跟踪场景中的多目标. 设定 4 种传感器的控制方

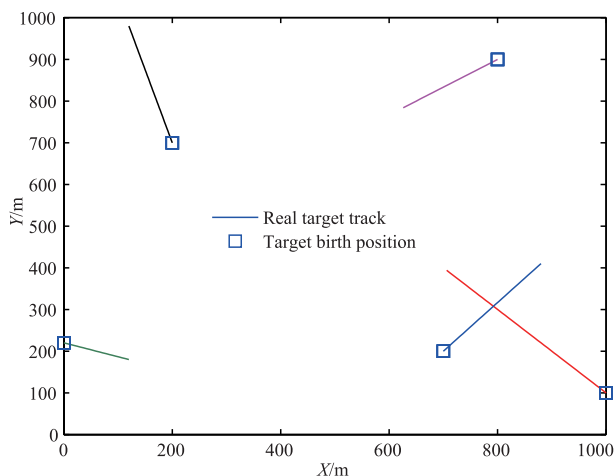


图1 实际的目标轨迹

案来对比验证本文所提出的控制方案对多目标的跟踪效果. 其中, 方案一是“Stationary”, 代表传感器处于静默保持状态, 即原位不动. 方案二是“GM-PENT”, 即本文第 3 节所推导给出的高斯混合目标势的后验期望最大化准则的详细实现过程. 方案三是“Random control”, 代表每个时刻的传感器控制方案在可实现的控制集合中随机选取. 方案四是“Proposed control”, 即基于 CK-GMCMBMeBerF 求解 Cauchy-Schwarz 散度作为评价准则的传感器控制方案.

图 2 给出了方案四在单次实验中对传感器控制的最优轨迹. 可以看出, 在整个控制过程中, 传感器会始终依据当前的滤波结果不断地对自身的位置进行自适应调节, 即基于最优评价准则求解出当前时刻传感器相对于所有目标的最佳观测位置. 图 3 为单次实验中每个目标到传感器之间的距离变化. 跟踪最初时刻能够观察到目标运动的规律比较平稳, 传感器距离目标比较远, 传感器控制几乎沿着固定趋势靠近目标(图 2). 而随着时间的推移, 随着不同目标的新生和消亡, 传感器会产生明显的机动控制作用第一时间响应目标的变化, 从而去适应总体多目标概率密度(多伯努利密度)函数的变化. 同时, 从图 2 和图 3 联合来看, 距离传感器较近的目标越多, 此时多目标空间分布也比较复杂, 传感器与目标的距离变化波动也就越大, 在跟踪过程中, 传感器会始终遵循着多目标信息增益测度达到最大的准则去进行相应的轨迹控制.

选用 OSPA 距离评价多目标跟踪性能, 做 200 次独立的 Monte Carlo (MC) 仿真实验, 四种控制方案的多目标状态估计的 OSPA 距离统计如图 4 所示. 可以看出, 方案一的跟踪效果最差, 这是由于 ROT 量测信息具有不完备性, 在传感器静默状态下, 很难有效抑制跟踪过程中的滤波器发散. 基于 GM-PENT 准则的传感器控制方案的跟踪性能也比较差, 这种现象可归结于不同的

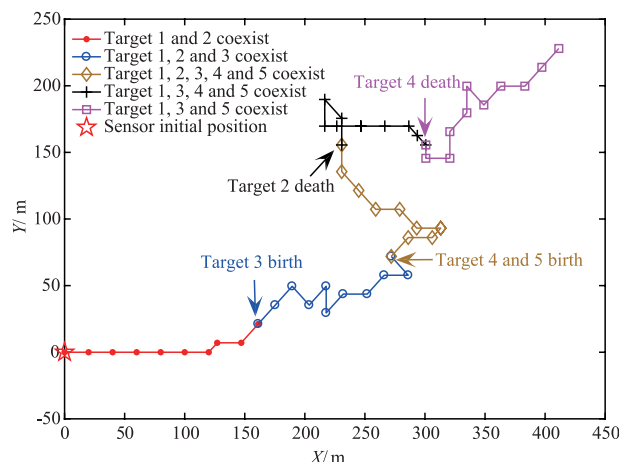


图2 方案四中的传感器轨迹控制

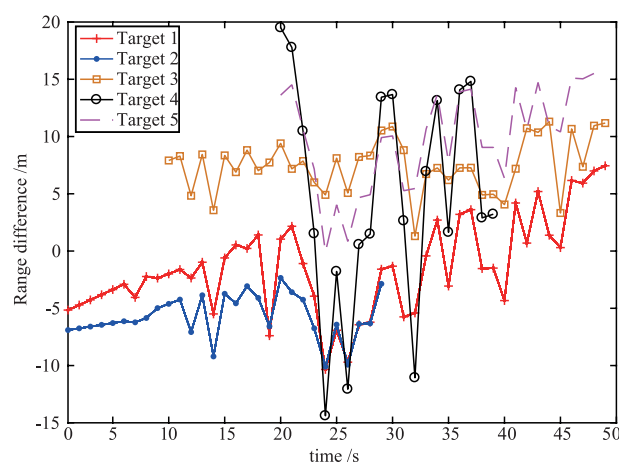


图3 每个目标到传感器之间的距离变化

任务规划, 即源自该控制方案基于目标势后验期望值 (PENT) 最大化为任务准则, 并没有以多目标跟踪精度达到最优作为任务. 此外, 方案四的跟踪效果明显优于其他三种控制方案. 原因是该控制方案基于所给出的 CK-GMCMBMeBerF, 依据所提出的高斯混合分布之间的 Cauchy-Schwarz 散度求解了多目标先验概率密度和多目标后验概率密度之间的信息增益, 从而在信息增益最大化的准则下, 决策得到最优的传感器控制方案.

另外, 我们对 200 次 MC 仿真中方案四所决策的最大 Cauchy-Schwarz 散度做均值统计, 如图 5 所示. 图中的每一个时刻的最大散度值都是由本文提出的基于 GM-MTF 所计算的信息评价函数来确定, 可以很明确地看到, 最大散度值的变化和图 4 多目标 OSPA 的变化趋势有很大的相似性, 这种现象也可以得到很好的解释, 因为随着跟踪过程中随机多目标状态(随机集)不确定性越大, 传感器控制对多目标信息增益的可变范围也就越大, 多目标相对熵(信息散度)也会逐步增大. 所以, 所提控制方案确实以高斯混合分布间的 Cauchy-Schwarz 散度为基础, 始终以信息增益最大化为准则进

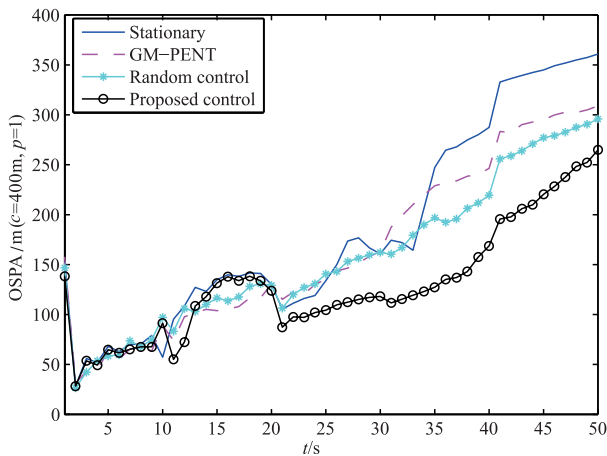


图4 多目标状态估计的OSPA比较

行传感器控制。

目标数估计效果如图6所示。可以看出,各控制方案的势估计均值都接近实际的目标势。但通过统计目标势估计误差在时间上的平均值,并结合图6中目标势估计的标准差统计,反映出GM-PENT准则下的传感器控制方案对目标个数的估计效果略好于其他三种控制方案。这其实不难理解,因为GM-PENT就是以目标势的后验期望值最大化作为评价准则,只是针对目标势优化的单一任务规划,虽然在这种情况下,并不能使多目标整体定位的性能得到提升,但却可以提升滤波器对于多目标的检测性能,这为那些以多目标检测为首要任务(例如多目标初始跟踪阶段)的规划决策提供了有效的传感器控制的解决方案。

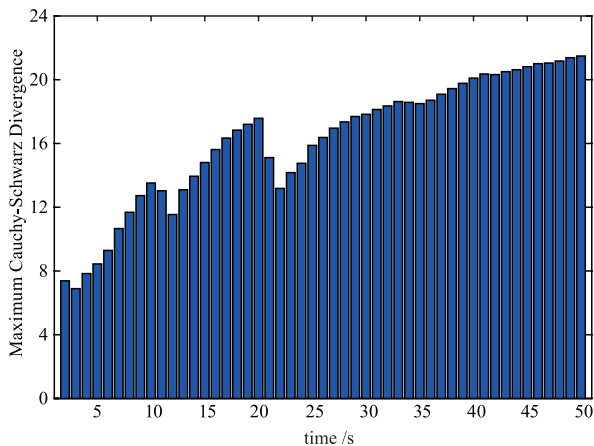


图5 方案四中最大Cauchy-Schwarz散度的均值

各方案的平均运行时间如图7所示。可以看出,方案一传感器处于静默状态和方案三采用随机决策的平均执行时间都很短,所耗费时间基本都是由多目标跟踪滤波所花费。方案二基于GM-PENT准则控制的平均执行时间较长,这是因为它需要对预测多伯努利密度的所有元素进行相应的更新操作,继而完成相应评价

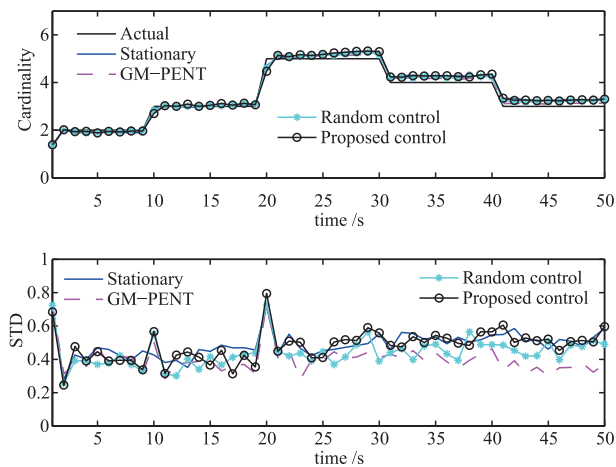


图6 纯距离跟踪中目标个数估计的比较

函数的求取。方案四需要花费一定的时间,并且方案四所花费的时间随着目标势的增大而急剧增大。这可以得到预期,原因是多伯努利密度中的高斯混合分量随着目标数的增多而增多,而该控制方案不仅需要计算所有预测高斯分量和更新后的高斯分量之间的信息增益,还需要分别计算所有预测高斯分量之间以及所有更新后的高斯分量之间的信息距离,这样就以时间为代价,换取更好的多目标跟踪性能。

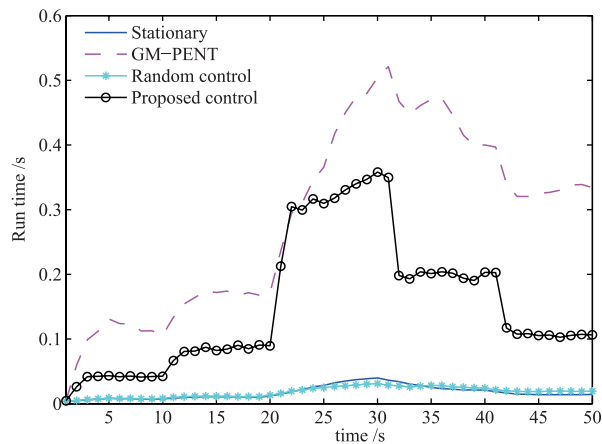


图7 控制方案的平均运行时间

设定不同多伯努利RFS存在概率的阈值 r_m ,分别都进行200次独立的MC仿真实验,统计单步平均运行时间和OSPA的均值如表1所示。可以看到,存在概率 r_m 越小,多伯努利密度的近似程度也就越高,所提出的多目标概率密度间的信息增益的计算也就越精确,传感器控制的效果也就越好(基于OSPA评价),这也充分验证了本文所提出的基于高斯混合计算信息增益的有效性。但是阈值越小,用于信息散度所花销的时间也就越大,当阈值小到一定程度后,多目标跟踪性能的提升也就越加有限。所以,进行传感器控制时,阈值取值过小其实没有必要。例如,当选取 $r_m = 0.5$,

即 r_m 设定为多目标状态提取的阈值时,此时基于信息增益最大化的传感器控制已表现出较好的多目标跟踪效果(图 4).

表 1 不同存在概率阈值 r_m 下的平均 OSPA 距离与运行时间对比

存在概率阈值 r_m	单步平均运行时间/s	平均 OSPA 距离
0.5	0.131	133.254
0.3	0.138	132.932
0.1	0.295	130.463
0.01	0.378	129.825
0.001	0.825	128.667

图 8 给出了多目标跟踪在 200 次 MC 仿真中,方案四所遍历的所有传感器控制位置,即 MC 仿真中的传感器轨迹云.由于跟踪环境的随机因素,虽然每次 MC 仿真中的传感器运动轨迹都不大可能一致,但该方案的轨迹云仍能够充分展示传感器轨迹控制的总体趋势.

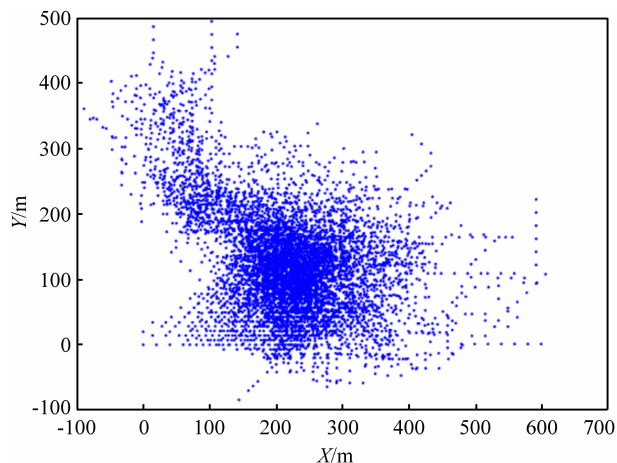


图 8 方案四中传感器的轨迹云

7 结论

本文的主要工作和创新在于提出了多目标跟踪中基于高斯混合实现的传感器控制方法.为增强多目标滤波器对复杂非线性跟踪问题的适应性,文中首先给出了容积卡尔曼高斯混合势均衡多目标多伯努利滤波器(CK-GMCMemBerF),并提取相应高斯分量混合逼近多伯努利预测密度,利用理想量测集对多目标密度进行更新.此外,文中详细推导了两个高斯分布的 Cauchy-Schwarz 散度,并基于该信息测度的最大化准则决策最优的传感器控制方案.随后,本文详细推导了 PENT 准则的高斯混合实现过程.最后,通过仿真实验结果验证了所提控制方案的有效性.这些方法的意义在于基于 GM-MTF,完全由高斯混合描述的多目标统计特性去为多目标跟踪中的传感器控制决策做指导.在今后的工作中,依然可以基于高斯混合实现的多伯努利滤波器,去研究更为一般性的传感器管理及其传感器配置问题.

参考文献

- [1] MAHLER R P S. Advances in Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion [M]. Norwood, MA: Artech House, 2014. 825 - 860.
- [2] HERO A O, COCHRAN D. Sensor management: Past, present, and future [J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11 (12): 3064 - 3075.
- [3] 罗开平,姜维,李一军. 传感器管理述评[J]. 电子学报, 2010, 38(8): 1900 - 1907.
LUO Kai-ping, JIANG Wei, Li Yi-jun. Review of sensor management[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(8): 1900 - 1907. (in Chinese)
- [4] CASTANÓN D A, CARIN L. Stochastic control theory for sensor management [A]. Foundations and Applications of Sensor Management [M]. US: Springer, 2008. 7 - 32.
- [5] MAHLER R P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion [M]. Norwood, MA: Artech House, 2007. 655 - 667.
- [6] 杨威,付耀文,龙建乾,等. 基于有限集统计学理论的目标跟踪技术研究综述[J]. 电子学报, 2012, 40(7): 1440 - 1448.
YANG Wei, FU Yao-wen, LONG Jian-qian, et al. The FIS-ST-based target tracking techniques: A survey [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(7): 1440 - 1448. (in Chinese)
- [7] CAO W, LAN J, LI X R. Conditional joint decision and estimation with application to joint tracking and classification [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(4): 459 - 471.
- [8] HOANG H G, VO B T. Sensor management for multi-target tracking via multi-Bernoulli filtering [J]. Automatica, 2014, 50(4): 1135 - 1142.
- [9] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A. Multi-Bernoulli sensor control for multi-target tracking [A]. The 8th International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing [C]. Melbourne, Australia: IEEE, 2013. 312 - 317.
- [10] MAHLER R P S, Zajic T R. Probabilistic objective functions for sensor management [A]. Proceedings of the Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XI-II [C]. Orlando, FL: Ivan Kadar, 2004. 233 - 244.
- [11] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A. Robust multi-Bernoulli sensor selection for multi-target tracking in sensor networks [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(12): 1167 - 1170.
- [12] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A. Multi-Bernoulli sensor control via minimization of expected estimation errors [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(3): 1762 - 1773.

- [13] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A. Multi-Bernoulli sensor-selection for multi-target tracking with unknown clutter and detection profiles[J]. Signal Processing, 2016, 119(2): 28–42.
- [14] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A, et al. OSPA-based sensor control [A]. International Conference on Control, Automation and Information Sciences[C]. Changshu, China; IEEE, 2015. 214–218.
- [15] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A, et al. Sensor-management for multitarget filters via minimization of posterior dispersion[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(6): 2877–2884.
- [16] RISTIC B, VO B N. Sensor control for multi-object state-space estimation using random finite sets[J]. Automatica, 2010, 46(11): 1812–1818.
- [17] MAHLER R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems, 2003, 39(4): 1152–1178.
- [18] RISTIC B, VO B N, CLARK D. A note on the reward function for PHD filters with sensor control [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(2): 1521–1529.
- [19] RISTIC B, ARULAMPALAM S. Bernoulli particle filter with observer control for bearings-only tracking in clutter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(3): 2405–2415.
- [20] VO B T, VO B N, CANTONI A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 409–423.
- [21] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, BAB-HADIASHAR A. Multi-Bernoulli sensor control using Cauchy-Schwarz divergence[A]. The 19th International Conference on Information Fusion[C]. US; IEEE, 2016. 651–657.
- [22] GOSTAR A K, HOSEINNEZHAD R, RATHNAYAKE T, et al. Constrained sensor control for labeled multi-Bernoulli filter using Cauchy-schwarz divergence [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(9): 1313–1317.
- [23] REUTER S, VO B T, VO B N, et al. The labeled multi-Bernoulli filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(12): 3246–3260.
- [24] MAHLER R P S. Multitarget Sensor Management of Dispersed Mobile Sensors [M]. US: Theory and Algorithms for Cooperative Systems World Scientific, 2004. 239–310.
- [25] LJUNG L. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(1): 36–50.
- [26] WAN E A, VAN DER MERWE R. The unscented Kalman Filter [M]. US: Kalman Filtering and Neural Networks, 2001. 221–280.
- [27] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254–1269.
- [28] 徐树生, 林孝工, 李新飞. 强跟踪自适应平方根容积卡尔曼滤波算法 [J]. 电子学报, 2014, 42(12): 2394–2440.
XU Shu-sheng, LIN Xiao-gong, LI Xin-fei. Strong tracking adaptive square root cubature Kalman filter algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(12): 2394–2440. (in Chinese)
- [29] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447–3457.

作者简介



陈辉(通讯作者) 男, 1978年11月出生, 山西闻喜县人, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为目标跟踪和传感器管理.
E-mail: huich78@hotmail.com



贺忠良 男, 1993年8月出生, 河北临漳县人, 硕士研究生. 主要研究方向为多目标跟踪中的传感器管理.
E-mail: zlhe93@163.com



邓东明 男, 1989年10月出生, 甘肃天水人, 硕士研究生. 主要研究方向为多目标跟踪中的传感器管理.
E-mail: dengdongming19@163.com



李国财 男, 1993年5月出生, 甘肃临洮县人, 硕士研究生. 主要研究方向为多扩展目标跟踪.
E-mail: liguocai93@163.com