

# 初值自适应的磁性目标跟踪方法

戴忠华<sup>1</sup>,周穗华<sup>1</sup>,张宏欣<sup>2</sup>,单 珊<sup>1</sup>

(1. 海军工程大学兵器工程学院,湖北武汉 430033;2. 解放军91439部队43分队,辽宁大连 116041)

**摘 要:** 针对在初始先验信息缺失时磁性目标滤波跟踪方法发散问题进行研究,本文提出了一种多初值模型的解决框架,并以平方根形式的中心差分卡尔曼滤波器(Square-Root Central Difference Kalman Filter, SRCDKF)为例,结合多初值模型得到了SRCDKF自适应磁性目标跟踪算法.文章首先根据远距离磁偶极子的磁场等效性,建立了多初值滤波跟踪模型,然后基于最大似然选择理论推导了如何从多模型中选择最佳结果,即多初值模型的选择方法,最后以SRCDKF滤波器为滤波单元,得到了基于SRCDKF的自适应磁性目标跟踪算法.经过仿真试验表明:(1)多初值模型建立和选择方法的有效性;(2)基于SRCDKF的自适应磁性目标跟踪算法,在初始位置信息缺失的情况下,能够有效完成对磁性目标的跟踪;(3)以不同滤波器为滤波单元的自适应跟踪算法跟踪试验结果表明,多初值模型的解决框架可解决初值先验未知下的跟踪问题.

**关键词:** 磁性目标跟踪;磁偶极子;多初值模型;最大似然选择;自适应跟踪算法

**中图分类号:** TM155 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)12-2457-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.12.002

## Initial Value Adaptive Method for Magnetic Target Tracking

DAI Zhong-hua<sup>1</sup>, ZHOU Sui-hua<sup>1</sup>, ZHANG Hong-xin<sup>2</sup>, SHAN Shan<sup>1</sup>

(1. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China;

2. Unit 43 of PLA Troop 91439, Dalian, Liaoning 116041, China)

**Abstract:** In order to solve the divergence of the magnetic target filter tracking method when the initial prior information is missing, this paper proposes a solution framework of multiple initial value models. Taking the square-root central difference Kalman filter (SRCDKF) as an example, the SRCDKF adaptive magnetic target tracking algorithm is obtained by combining multiple initial value models. Firstly, based on the magnetic field equivalence of long-distance magnetic dipoles, a multi-initial filter tracking model is established. Then based on the maximum likelihood selection theory, the method of how to choose the best result from multiple models is derived. Finally, using SRCDKF filter as the filtering unit, an adaptive magnetic target tracking algorithm based on SRCDKF is obtained. The simulation experiments show that: (1) the validity of the multi-initial model establishment and selection method; (2) the adaptive magnetic target tracking algorithm based on SRCDKF can effectively complete the tracking of magnetic targets in the absence of initial position information; (3) the tracking results of the adaptive tracking algorithm with different filters as the filtering unit show that the solution framework of the multi-initial value model can provide a method to solve the tracking problem under the initial value unknown.

**Key words:** magnetic target tracking; magnetic dipole; multiple initial value model; maximum likelihood selection; adaptive tracking algorithm

## 1 引言

对于水面非合作目标的跟踪与定位<sup>[1,2]</sup>,常常使用被动磁定位技术,利用磁测平台的测量数据,基于目标磁场的数学等效模型,采用相应的方法进行求解,以获

取水面非合作目标的位置参数、磁矩参数、尺度参数等.

目前,被动磁定位方法主要分为三类:第一类是基于静态等效模型的参数寻优方法<sup>[3,4]</sup>;第二类是基于磁梯度张量直接推导反演方法<sup>[5-7]</sup>;第三类是基于动态等效模型的滤波估值求解方法<sup>[8-13]</sup>,由于滤波估值方法

能够从带噪声的观测数据中实时的估计目标状态,因此得到了较为广泛的研究. 滤波估值方法是基于磁性目标的等效数学模型进行的,而磁性目标的等效模型(单椭球体、磁偶极子、磁偶极子阵列或混合模型)是高维、强非线性的<sup>[14]</sup>,因此采用滤波估值的磁性目标跟踪其实是高维、强非线性的滤波估值问题. 对于高维、强非线性的滤波估值问题,采用粒子滤波虽然能够克服非线性,但高维情况下会出现“维数灾”问题,无法实现实时跟踪;相对于粒子滤波,高斯近似滤波在初始状态偏差较小时,能够实时进行磁性目标的跟踪. 然而,对于水面非合作目标的跟踪,由于初始状态的不确定性,在大初始误差条件下,基于高斯近似滤波的磁性目标跟踪方法会出现跟踪发散. 所以,解决磁性目标滤波跟踪方法的关键在于如何获取精度较高的初始状态值,而求解初始状态值相当于求解磁性目标跟踪问题本身.

为此,本文将针对初值不确定条件下滤波跟踪发散问题,基于磁偶极子模型,提出一种多初值模型解决框架;在选用平方根形式的中心差分卡尔曼滤波器(SRCDKF)的基础上,结合最大似然选择,得到了一种初值自适应磁性目标滤波跟踪方法.

## 2 滤波跟踪多模型建立

### 2.1 跟踪模型建立

统计信号处理中,传感器量测模型为:

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_k \quad (1)$$

其中, $\mathbf{y}_k$ 为传感器输出, $\mathbf{x}_k$ 为系统状态, $\mathbf{e}_k$ 为测量过程中的噪声.

远距离的磁性目标可以看成点磁偶极子,则由磁偶极子磁场计算模型可知:

$$h(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{m})\mathbf{r} - \|\mathbf{r}\|^2 \mathbf{m}}{\|\mathbf{r}\|^5} \right) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{r}$ 为目标相对于磁传感器的位置矢量, $\mathbf{m}$ 为目标磁矩, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 为真空磁导率.

由(1)、(2)可建立磁传感器的量测模型为:

$$\mathbf{y}_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\mathbf{r}_k \cdot \mathbf{m}_k)\mathbf{r}_k - \|\mathbf{r}_k\|^2 \mathbf{m}_k}{\|\mathbf{r}_k\|^5} \right) + \mathbf{e}_k \quad (3)$$

水面非合作目标通常为一些低动态运动舰船、潜艇目标,此类目标在短时间内都在同一平面上匀速直线运动. 因此,可建立传感器与磁性目标运动模型,假设磁性目标在某一高度平面,直线匀速经过传感器. 匀速运动的目标运动模型可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_k = \mathbf{r}_{k-1} + T_s \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{k-1} \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{r}_k = (x_k, y_k)^T$ 为目标位置参数, $\mathbf{v}_k = (v_x, v_y)^T$ 是目标运动速度, $T_s$ 为采样时间. 对于匀速直线运动,量测模型式(3)中的磁矩参数是常量,即:

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{m}_{k-1} = (m_x, m_y, m_z)^T \quad (5)$$

根据运动模型和观测模型,可确定目标状态参数 $\mathbf{x}_k$ 为:

$$\mathbf{x}_k = (\mathbf{r}_k^T, \mathbf{v}_k^T, \mathbf{m}_k^T)^T \quad (6)$$

建立状态转移方程,状态转移过程符合高斯-马尔科夫过程,用线性变换矩阵表示:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{W}_k \quad (7)$$

其中 $\mathbf{W}_k$ 为转移噪声,转移矩阵 $\mathbf{A}$ 为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

联合式(3)和式(7)建立了磁性目标跟踪模型.

### 2.2 静态多模型方法

静态多模型方法的主要思想是将多个模型的滤波结果通过模型的后验概率加权融合,融合的结果作为系统的滤波估计输出.

假设真实系统模型不发生变化,系统的真实模型从 $N$ 个候选模型中选取, $M \in \{M_j\}_{j=1}^N$ 代表 $j$ 个模型,真实模型为其中一个,模型 $M_j$ 的先验概率为 $\mu_0^j, \mu_0^j$ 满足 $\sum_{j=1}^N \mu_0^j = 1$ .

根据贝叶斯原理,若给定观测序列 $\mathbf{y}_{1:k}$ ,则 $M_j$ 作为系统真实模型的后验概率为:

$$\mu_k^j = \frac{p(\mathbf{y}_k | M_j, \mathbf{y}_{1:k-1}) \Pr(M_j | \mathbf{y}_{1:k-1})}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}_k | M_i, \mathbf{y}_{1:k-1}) \Pr(M_i | \mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (9)$$

式中, $p(\mathbf{y}_k | M_j, \mathbf{y}_{1:k-1})$ 为模型 $M_j$ 的似然函数, $\Pr(M_j | \mathbf{y}_{1:k-1})$ 为上一时刻的后验模型概率,则式(9)可改写为:

$$\mu_k^j = \frac{p(\mathbf{y}_k | M_j, \mathbf{y}_{1:k-1}) \mu_{k-1}^j}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}_k | M_i, \mathbf{y}_{1:k-1}) \mu_{k-1}^i} \quad (10)$$

即得到模型概率更新递推公式. 记 $L_k^j = p(\mathbf{y}_k | M_j, \mathbf{y}_{1:k-1})$ ,由高斯假设可得:

$$L_k^j = \mathcal{N}(\mathbf{e}_k^j; \mathbf{0}, \mathbf{S}_k^j) \quad (11)$$

式中, $\mathbf{e}_k^j$ 为滤波器的残差, $\mathbf{S}_k^j$ 为滤波器的协方差.

由式(10)可知,模型 $M_j$ 的后验概率可由上一时刻的后验概率及各个模型对应滤波器的似然函数得到. 由于各模型的对应的滤波估值服从高斯分布,利用后验概率加权融合各个模型的估值结果,即可得多模型估值结果:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) = \sum_{j=1}^N \mu_k^j \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{klk}^j, \hat{\mathbf{P}}_{klk}^j) \quad (12)$$

对式(12)取均值和方差可得:

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk} = \sum_{j=1}^N \mu_k^j \hat{\mathbf{x}}_{klk}^j \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{klk} = \sum_{j=1}^N \mu_k^j (\hat{\mathbf{P}}_{klk}^j + (\hat{\mathbf{x}}_{klk}^j - \hat{\mathbf{x}}_{klk}) (\hat{\mathbf{x}}_{klk}^j - \hat{\mathbf{x}}_{klk})^T) \quad (14)$$

即为多模型滤波的估计值和协方差。

### 2.3 初值多模型建立

假设目标的真实初始状态在空间中是均匀分布的,现有多个初始状态,真实的系统状态为其中一个,即:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &\in \{\mathbf{x}_0^j\}_{j=1}^N \\ \mathbf{x}_0^{(j)} &\sim \mathcal{N}(\hat{\mathbf{x}}_0^j, \hat{\mathbf{P}}_0^j) \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $\mathbf{x}_0$  为系统真实的初始状态,  $\mathbf{x}_0^j$  为  $N$  个假设初始状态中的第  $j$  个,对应的第  $j$  个初始状态的均值为  $\hat{\mathbf{x}}_0^j$ ,协方差为  $\hat{\mathbf{P}}_0^j$ . 因此,  $N$  个初始状态结合滤波器,可以看作  $N$  个模型,即可利用静态多模型方法进行滤波估值。

这里的多个初始状态在于不同的初始位置参数  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)^T$ . 对于初始位置参数  $\mathbf{r}_0$  的确定,可以根据磁性目标磁场的分布特征获得粗略的多个初始值. 对式(2)进行化简,求磁场模值为:

$$\|h(\mathbf{r})\|_2^2 \approx \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{4\|\mathbf{r}\|_2^4 \|\mathbf{m}\|_2^2}{\|\mathbf{r}\|_2^{10}} \quad (16)$$

则可得标量模值:

$$\|h(\mathbf{r})\|_2 \approx \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{\|\mathbf{m}\|_2}{\|\mathbf{r}\|_2^3} \quad (17)$$

利用磁传感器测量的三轴矢量值以及磁矩模,可根据式(17)可大概得到磁性目标与磁传感器的距离  $\|\mathbf{r}\|_2$  为:

$$\|\mathbf{r}\|_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{\|\mathbf{m}\|_2}{\|h(\mathbf{r})\|_2}} \quad (18)$$

式(18)中,  $\|\mathbf{m}\|_2$  为磁矩参数模,该值的大小与磁性目标的尺寸有关. 因此,多个滤波初始位置参数  $\mathbf{r}_0$ ,可根据式(18)利用初始测量磁场强度  $\|h(\mathbf{r}_0)\|_2$  和磁矩模  $\|\mathbf{m}\|_2$  计算获得。

式(18)中磁矩参数  $\|\mathbf{m}\|_2$  的大小与目标本身磁源强度相关,对于磁性舰船,  $\|\mathbf{m}\|_2$  可根据大小舰船的磁矩典型值确定. 经过统计舰船的最大磁矩模  $\|\mathbf{m}\|_2^{\max}$ ,最小磁矩模为  $\|\mathbf{m}\|_2^{\min}$ ,则可将  $\|\mathbf{m}\|_2^K$  设为  $\|\mathbf{m}\|_2^{\max}$  的 2 至 3 倍,  $\|\mathbf{m}\|_2^1$  设为  $\|\mathbf{m}\|_2^{\min}$ . 在  $\|\mathbf{m}\|_2^K$  与  $\|\mathbf{m}\|_2^{\min}$  进行等比分配,即:

$$\|\mathbf{m}\|_2^i = \|\mathbf{m}\|_2^1 \left(\frac{\|\mathbf{m}\|_2^K}{\|\mathbf{m}\|_2^1}\right)^{\frac{i-1}{K-1}}, i \neq 1, i \neq K \quad (19)$$

假设确定  $K$  个磁矩模,则可利用式(18)可得可能的  $K$  个初始距离:

$$\|\mathbf{r}_0\|_2^i = \sqrt[3]{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{\|\mathbf{m}\|_2^i}{\|h(\mathbf{r}_0)\|_2}}, i = 1, 2, \dots, K \quad (20)$$

式(20)得到磁性目标相对于磁传感器的距离,现假设

磁性目标可在磁传感器  $l$  个方位上,则由距离与方位得到位置初始参数值,总共可获得  $K \times l$  个初始位置参数,由初始位置参数可得  $K \times l$  个滤波初始状态值。

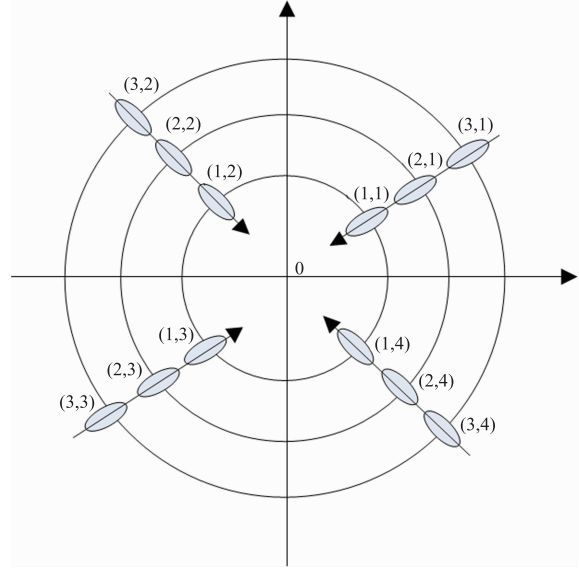


图1 目标初始位置的多初值示意图

如图 1 所示,当磁矩模数  $K$  设置为 3 时,则根据式(18)可得三个距离数,若在每个距离上等方位间隔选取方位数  $l=4$ ,那么将形成 12 个初值,由初值和滤波单元构成 12 个滤波器. 那么每个初值模型的参数,即初始状态  $\hat{\mathbf{X}}_0^{(K,l)}$  可设置为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_0^{(K,l)} &= [\hat{\mathbf{r}}_0^{(K,l)}, \hat{\mathbf{v}}_0^{(K,l)}, \hat{\mathbf{m}}_0^{(K,l)}]^T \\ \hat{\mathbf{r}}_0^{(K,l)} &= [\hat{r}_0^{(K,l)} \cos \varphi^l, \hat{r}_0^{(K,l)} \sin \varphi^l] \\ \hat{\mathbf{v}}_0^{(K,l)} &= [v_{x,0}, v_{y,0}], \hat{\mathbf{m}}_0^{(K,l)} = [0, 0, 0] \end{aligned} \quad (21)$$

式中,  $\hat{\mathbf{r}}_0^{(K,l)}$  为按上述方式选取的初始距离;  $\varphi^l$  为假设的方位所对应的角度;  $\hat{\mathbf{v}}_0^{(K,l)}$  为初始速度参数,每个滤波器选择同样的初始速度值,其值可根据典型的舰船速度得到;  $\hat{\mathbf{m}}_0^{(K,l)}$  为磁矩参数,由于不同舰船目标磁化情况的不同,因此在设定各磁矩分量时,可将滤波器的所有的初始磁矩参数值都设为 0。

## 3 基于 SRCDF 的自适应跟踪算法

### 3.1 基于最大似然选择的多模型选择方法

2.2 小节利用模型后验概率加权融合和的方式得到多模型滤波估值结果,由于本文建立的多初值模型数量较多,如图 1 所示,建立了 12 个模型. 当模型数太多时,利用加权融合的方式会增加算法的复杂程度,使整体的滤波性能以及效率降低. 在众多初值模型中,真实的系统初值只有一个,从最大似然意义来说,该最优的目标初始状态仅有一个,因此,对于多模型的选择,本文采用最大似然选择算法。

首先假设目标的多初值模型是均匀分布的,即每

个初值模型具有相同的先验概率,此时  $k$  时刻初值后验概率权值  $\mu_k^j$  等于归一化的似然函数值,根据式(10)给出的递推公式可得:

$$\mu_j^0 = \frac{1}{N}, \mu_k^j = \frac{L_k^j \mu_{k-1}^j}{\sum_{i=1}^N L_k^i \mu_{k-1}^i}, j = 1, \dots, N \quad (22)$$

根据式(22)可知,由于各模型先验概率是相等的,则可将它重写为:

$$\mu_k^j = \frac{\prod_{i=1}^k L_i^j}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^k L_i^j}, j = 1, \dots, N \quad (23)$$

在  $k$  时刻时,对似然值的归一化并不会改变分子项  $\prod_{i=1}^k L_i^j, j = 1, \dots, N$  的相对大小,因此,可直接利用似然函数进行判别,根据最大似然选择算法,对似然函数  $L_k^j$  式(11)取对数得:

$$\ln L_k^{(j)} = -\frac{1}{2} (\ln(2\pi) + \ln |S_k^j| + (\boldsymbol{\varepsilon}_k^j)^T (S_k^j)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_k^j) \quad (24)$$

可得对数似然函数  $\tilde{\mu}_k^j$  为:

$$\tilde{\mu}_k^j = \ln \mu_k^j = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\ln(2\pi) + \ln |S_k^j| + (\boldsymbol{\varepsilon}_k^j)^T (S_k^j)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_k^j) \quad (25)$$

对各模型中的最大似然值进行归一化,即:

$$\tilde{\mu}_k^j = \tilde{\mu}_k^j - \max_j (\tilde{\mu}_k^j) \quad (26)$$

选取  $\max_j (\tilde{\mu}_k^{(j)})$  所对应的初值模型滤波估值结果作为系统的滤波估值输出,该输出结果应为最准确初值滤波器的滤波结果。

下面将选取合适的滤波器作为滤波跟踪单元,得到相应的磁性目标自适应跟踪算法。

### 3.2 SRCDKF 滤波单元自适应跟踪算法

考虑到观测方程是高度非线性的, EKF (Extended Kalman Filter) 需要求解雅可比矩阵,而 UKF (Unscented Kalman Filter) 和 CDKF (Central Difference Kalman Filter) 在计算过程中需要对协方差进行开方运算,算法不太稳定,因此,选用 SRCDKF,该算法采用协方差的平方根代替协方差参加递推运算,过程中利用 QR 分解,cholesky 因子更新等高速算法更新状态协方差矩阵的平方根,提高了 SRCDKF 的运算速率和算法的稳定性。

基于 SRCDKF 滤波单元,结合第 2.3 节和第 3.1 小节可得磁性目标 SRCDKF 自适应跟踪算法,如下所示。

#### SRCDKF 自适应跟踪算法

Input:  $\|m\|_2^{\max}, \|m\|_2^{\min}, \mathbf{y}_k$ , SRCDKF parameters  
Select parameter  $K$  and  $l$

Calculate filter initial value  $\mathbf{x}_0^{(i,j)}, \mathbf{P}_0^{(i,j)}, i = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, l$  according to equation (18) ~ (20)

For  $k = 1$  to  $N$  do the following:

SRCDKF time update:

$$\mathbf{x}_{klk-1}^{(i,j)} = \mathbf{A} \mathbf{x}_{k-1k-1}^{(i,j)}$$

$$\mathbf{P}_{klk-1}^{(i,j)} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_{k-1k-1}^{(i,j)} \mathbf{A} + \mathbf{Q}_{k-1}$$

SRCDKF Observation update:

$$\hat{\mathbf{X}}_{klk}^{(i,j)}, \hat{\mathbf{P}}_{klk}^{(i,j)}, \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(i,j)}, S_k^{(i,j)}$$

Calculate log-likelihood value  $\tilde{\mu}_k^{(i,j)}$ :

$$\tilde{\mu}_k^{(i,j)} = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^k (\ln(2\pi) + \ln |S_n^{(i,j)}| + (\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i,j)})^T (S_n^{(i,j)})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i,j)})$$

Calculate normalize log-likelihood value  $\tilde{\mu}_k^j$ :

$$\tilde{\mu}_k^j = \tilde{\mu}_k^j - \max_j (\tilde{\mu}_k^j)$$

Select  $(i_{\max}, j_{\max}) = \max_{i,j} (\tilde{\mu}_k^{(i,j)})$  form  $i = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, l$

Output:  $\hat{\mathbf{X}}_k^{(i_{\max}, j_{\max})}, \hat{\mathbf{P}}_k^{(i_{\max}, j_{\max})}$

End

## 4 自适应跟踪算法仿真试验与分析

本文所提出的自适应跟踪算法关键在于多初值模型建立和多初值模型选择两部分,多初值模型建立是根据磁偶极子模型函数化简而来,多初值模型选择是利用最大似然选择进行。因此,自适应跟踪算法能否收敛需要考虑最大似然选择能否有效从多个初值中选择初值偏差最小的结果输出,同时,也需考虑初值偏差最小的一个初值能否满足 SRCDKF 跟踪收敛的要求(即多个初值中必须包含与真实初值偏差较小的一个,且该初值偏差必须满足 SRCDKF 跟踪收敛的要求)。接下来将通过仿真试验对多初值模型建立有效性和最大似然选择有效性进行验证。

### 4.1 多初值模型建立有效性验证

对于多初值模型建立有效性验证,首先需要知道 SRCDKF 跟踪收敛最大的初值偏差,然后考察多初值设置方法得到的多个初值中是否包含偏差小于最大偏差的初值。

表 1 跟踪真实初始参数

| 参数/单位                                      | 值                                   |
|--|-------------------------------------|
| $\mathbf{r}_0/\text{m}$                    | $[-140 \quad -100]^T$               |
| $\mathbf{v}_0/(\text{m/s})$                | $[6 \quad 6]^T$                     |
| $\mathbf{m}_0/(\text{A} \cdot \text{m}^2)$ | $[8 \quad 2 \quad 4]^T \times 10^7$ |
| $T_s/\text{s}$                             | 0.1                                 |
| $N$  | 300                                 |

为了获取 SRCDKF 收敛的最大初值偏差,分别设置不同偏差大小的初值进行跟踪。跟踪场景如图 2 所示,磁传感器位于坐标原点,目标在高位 20m 的平面上直线运动,其初始参数如表 1 所示,表中  $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{m}_0$  分别为目标的真实初始位置、速度、磁矩,  $T_s$  为磁传感器的采样

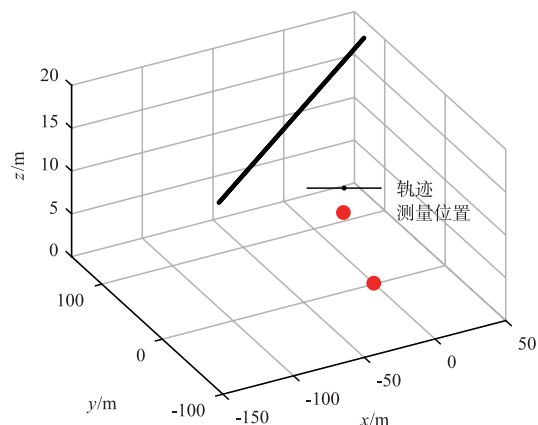


图2 仿真实验真实跟踪轨迹

时间间隔,  $N$  为采样点数, 观测噪声强度  $\sigma_r = 8$ , 方程为  $R = \sigma_r I_{3 \times 3}$ , 由这些参数生成观测数据, 根据这些观测数据, 利用 SRCDKF 滤波器在不同初值设置下进行跟踪, 这些初值具有不同的偏差, 初值偏差可由下式计算:

$$\Delta r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (27)$$

其中,  $(x_0, y_0)^T$  为真实位置初始位置,  $(x, y)^T$  设置的初始位置. 现设置  $\Delta r = \{10, 30, 50, 100, 200\}$ ,  $(x, y)^T$  的取值在以  $(x_0, y_0)^T$  为圆心、半径为  $\Delta r$  的圆上, 方向随机选取, 分别进行 200 次随机角度取值的跟踪. 为量化算法跟踪效果, 计算各时刻的均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)  $RMSE(r)$ :

$$RMSE(r) = \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{n=1}^{200} [(x_k^n - \hat{x}_k^n)^2 - (y_k^n - \hat{y}_k^n)^2]} \quad (28)$$

其中,  $(x_k^n, y_k^n)^T$  为第  $n$  次试验在  $k$  时刻的真实位置,  $(\hat{x}_k^n, \hat{y}_k^n)^T$  为第  $n$  次试验在  $k$  时刻的滤波估计值. 在进行 SRCDKF 滤波时, 设置状态转移过程的噪声强度为  $\sigma_q = 0.1$ , 噪声方差  $Q = \sigma_q I_{7 \times 7}$ , 得到不同初值偏差下跟踪估计结果, 计算随时间变化的均方根误差如图 3 所示.

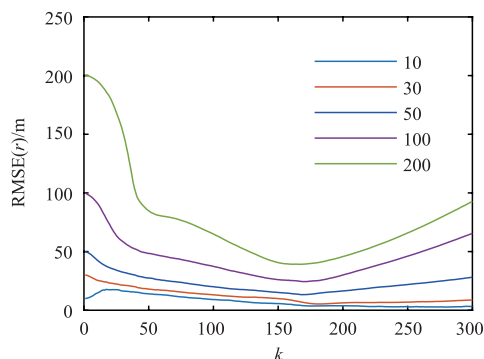


图3 不同初值偏差下的跟踪位置平均误差

从图 3 可知, 当初始位置偏差大于 50m 时, SRCDKF 跟踪会出现发散, 即 SRCDKF 跟踪收敛的初值偏差最大为 50m.

下面将分析利用 2.3 节的方法能否获得包含偏差小于 50m 的初值. 由表 1 中的参数生成的测量数据, 初始点位置为  $r_0 = (-140, -70, 20)^T$ , 该点的测量值为  $\|h(r_0)\|_2$ , 真实磁矩  $\|m_0\|_2 = 9.156 \times 10^7 \text{ A} \cdot \text{m}$ , 设置等比磁矩模分别为  $\|m_0\|_2^K = \{0.1, 1, 10\} \times 10^7 \text{ A} \cdot \text{m}$ ,  $K = 1, 2, 3$ , 利用式 (18) 可以计算出大概的距离  $\|r_0\|_2^K$ , 结果如表 2 所示, 表 2 中  $\|r_0\|_2$  为真实距离, 偏差一栏是指  $\|r_0\|_2^K$  与真实距离的偏差, 该偏差是假设方位与真实方位一致时的初值偏差, 从表中可以看出  $\|r_0\|_2^3$  偏差为 17.9 小于 50m, 说明当假设方位与真实方位一致时, 按照上面的磁矩设置能够满足 SRCDKF 跟踪收敛的要求.

表 2 不同磁矩模量计算的距离大小

| 距离   | $\ r_0\ _2$ | $\ r_0\ _2^1$ | $\ r_0\ _2^2$ | $\ r_0\ _2^3$ |
|------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| 大小/m | 157.8       | 37.7          | 81.2          | 174.9         |
| 偏差/m | 0           | 120.1         | 76.6          | 17.1          |

由于初始方位是未知的, 可以假设多方位来生成初值, 假设方位分别设置为  $\pi/3, 2\pi/3, 4\pi/3, 5\pi/3$  时, 根据上面的  $\|r_0\|_2^K$ ,  $K = 1, 2, 3$ , 可获得 12 个初值, 其分布如图 4 所示, 图中最小偏差圆的半径为 50m, 从图中可知, 在最小偏差圆内有一个初值, 说明该初值与真实初值的偏差小于 50m, 即 2.3 节中的多初值模型建立方法能够生成满足 SRCDKF 跟踪收敛的初值模型.

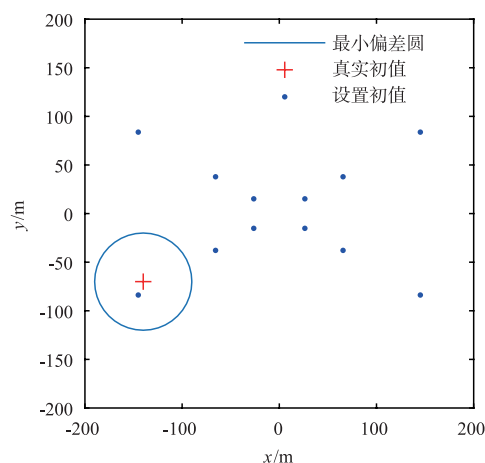


图4 初值分布情况

从上面的分析可知: (1) SRCDKF 跟踪收敛的初值最大偏差为 50m; (2) 在表 1 中的跟踪场景中, 按照 2.3 节的初值模型建立方法是有效的. 然而, 磁矩模量设置和方位设置需要根据具体应用环境而定, 但是可以确定的是, 只要磁矩模量等比划分越细, 方位设置越多, 2.3 节的多初值模型建立方法是有效的.

## 4.2 最大似然选择算法的有效性验证

下面将对多初值模型选择算法的有效性进行验

证,考察最大似然选择能否输出最佳结果.

根据 4.1 节中的跟踪场景设置及初值条件,进行 200 次 Monte-Carlo 运算,根据每个初值条件下的滤波结果,计算其总均方根误差(Total Root Mean Square Error, TRMSE):

$$\text{TRMSE}(r) = \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{k=1}^{300} \sum_{n=1}^{200} [(x_k^n - \hat{x}_k^n)^2 + (y_k^n - \hat{y}_k^n)^2]} \quad (29)$$

总均方差计算结果如图 5 所示,图 6 给出了对应初值条件下 200 次 Monte-Carlo 实验的平均对数似然函数值.

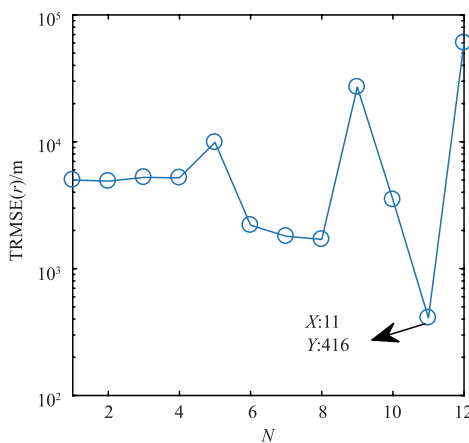


图5 各个初值模型滤波的总均方误差TRMSE(r)

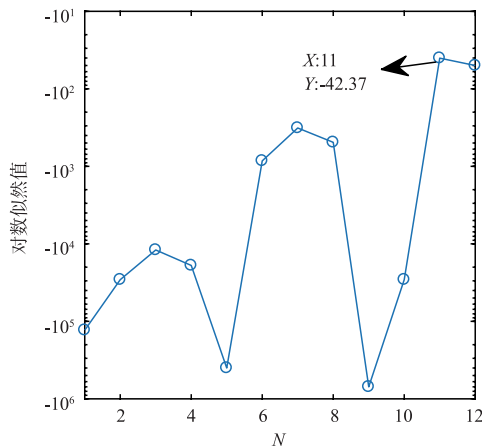


图6 各个初值条件下滤波器的对数似然值

分析图 6 和图 7 可知,当对数似然函数值最大时对应的模型所得滤波总均方误差最小,如图 6 和图 7 中的 11 号滤波器,这说明使用最大似然法选择可以从众多初值多模型中选择最佳的跟踪结果作为输出.

最大似然函数选择的是跟踪结果最好的,而跟踪结果最好的输出应该是初值设置与真实初值最接近的滤波模型.图 7 给出了对数似然函数最大的前三个初值模型跟踪结果,图 7 中的#1~#3 滤波器对应的是图 6 和图 7

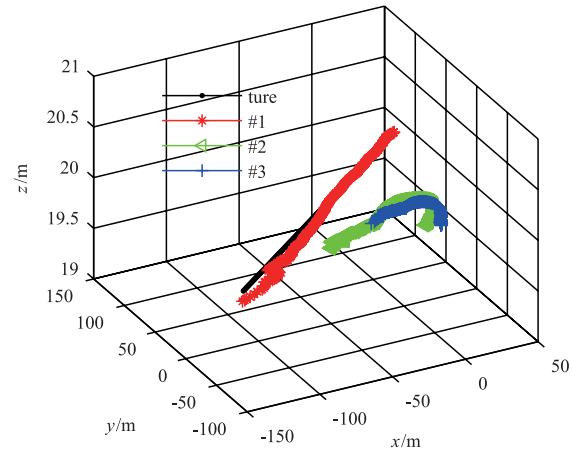


图7 前三个最大似然初值跟踪结果

中的 11、12 和 7 号滤波器,滤波器#1 是对数似然函数值最大(11 号滤波器)对应的初值模型,从图 7 可知,滤波器#1 的初值与真实初始状态最接近,该初值模型可以收敛到真实轨迹,进一步验证了最大似然选择的正确性.

表 3 跟踪平均误差

| 滤波序号 | $x/m$ | $y/m$ | $r/m$ |
|------|-------|-------|-------|
| #1   | 2.94  | 2.93  | 4.65  |
| #2   | 33.25 | 35.95 | 70.68 |
| #3   | 50.49 | 32.39 | 90.60 |

表 2 给出对数似然函数最大的前三个初值模型跟踪结果的时间平均均方根误差(Mean Root Mean Square Error, MRMSE),包括位置参数平均均方根误差 MRMSE( $x$ )、MRMSE( $y$ )和位置平均均方根误差 MRMSE( $r$ ),位置参数均方根误差计算公式为:

$$\text{MRMSE}(x) = \sqrt{\frac{1}{300} \frac{1}{200} \sum_{k=1}^{300} \sum_{n=1}^{200} \|x_k^n - \hat{x}_k^n\|^2} \quad (32)$$

$$\text{MRMSE}(y) = \sqrt{\frac{1}{300} \frac{1}{200} \sum_{k=1}^{300} \sum_{n=1}^{200} \|y_k^n - \hat{y}_k^n\|^2} \quad (33)$$

$$\text{MRMSE}(r) = \sqrt{\frac{1}{300} \frac{1}{200} \sum_{k=1}^{300} \sum_{n=1}^{200} [(x_k^n - \hat{x}_k^n)^2 + (y_k^n - \hat{y}_k^n)^2]} \quad (34)$$

从表 2 中可以看出本方法的跟踪误差 MRMSE( $x$ )和 MRMSE( $y$ )不大于 3m,MRMSE( $r$ )不大于 5m,验证了本文提出的自适应跟踪算法具有较高的跟踪精度,能够有效对磁性目标进行跟踪.

### 4.3 跟踪算法对比分析

4.1 和 4.2 节就多初值设置和多初值选择的有效性进行验证,本文提出的自适应跟踪算法是解决初值先验未知下的一种解决框架,也可选用其他非线性滤

波器作为基础滤波器,下面将对 UKF、CDKF、SRCDF 和 CKF 作为基础滤波器的跟踪效果。

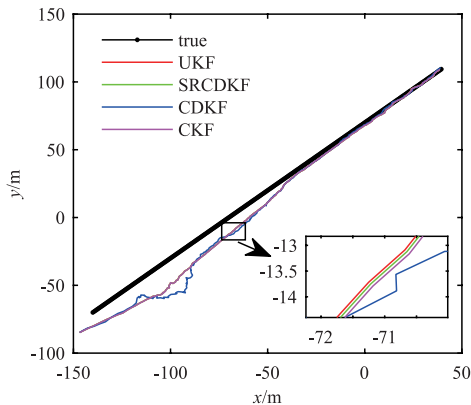


图8 各种滤波器轨迹跟踪效果

仿真参数设置与 5.1 节一样,分别进行 200 次 Monte-Carlo 仿真,得到跟踪结果如图 8 和图 9 所示,图 8 为轨迹跟踪效果,图 9 为各时刻的位置均方根误差,从图 8 和图 9 可知,将这几种滤波器作为基础的自适应滤波跟踪算法都能收敛,并且具有较好的跟踪精度。

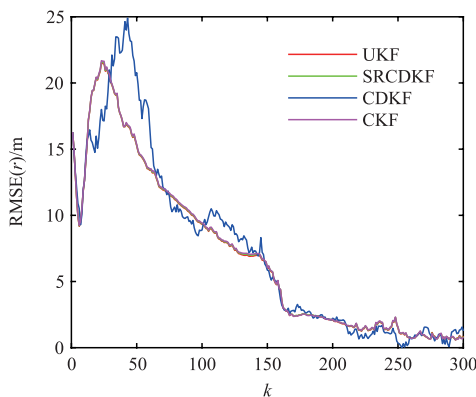


图9 各种滤波器跟踪位置均方误差

## 5 总结

本文就如何解决初值偏差过大而导致磁性目标滤波跟踪失效的问题进行研究,提出多初值模型的解决框架,并以 SRCDF 为滤波单元得到了 SRCDF 自适应跟踪算法。重点研究了如何建立多初值模型和如何从多模型中选取最佳结果。仿真试验结果表明,本文多初值模型建立方法和多模型选择方法的有效性,以不同滤波器单元的对比跟踪分析试验结果表明,在初始条件缺失的情况下,本文提出的解决框架都能够完成对磁性目标的跟踪。需要指出的是,文章是将磁性目标等效为磁偶极子,该等效在磁性目标较远的情况下(距离大于 2.5 倍目标尺度)是能够适用的,在近距离时,目标模型将不再适用,因此,接下来的工作是针对模型可调情况下的磁性目标跟踪方法进行研究。

## 参考文献

- [1] 林春生. 水雷引信系统设计原理[M]. 武汉:海军工程大学,2003.
- [2] 王金根,龚沈光. 基于运动标量磁强计的磁性目标定位问题研究[J]. 电子学报,2002,30(7),1057-1060.  
WANG Jin-gen, GONG Shen-guang. Research on the problem of location magnetic target based on motion scalar magnetometer[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(7): 1057-1060. (in Chinese)
- [3] Nara T, Suzuki S, Ando S, et al. A closed-form formula for magnetic dipole localization by measurement of its magnetic field and spatial gradients[J]. IEEE Transactions on Magnetic, 2006, 42(10): 3291-3293.
- [4] Alimi R, Weiss E, Ram-Cohen T, et al. A dedicated genetic algorithm for localization of moving magnetic objects. Sensors 2015, 15(23): 23788-23804.
- [5] Wynn W M, Frahm C P, Carroll R H, et al. Advanced superconducting gradiometer/magnetometer arrays and a novel signal processing technique[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1975, 11(2): 701-707.
- [6] Nara T, Suzuki S, Ando S, et al. A closed-form formula for magnetic dipole localization by measurement of its magnetic field and spatial gradients[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(10): 3291-3293.
- [7] 贾文抖,林春生,孙玉绘,等. 基于单个磁梯度计的磁目标定位方法研究[J]. 兵工学报,2017,38(08):1572-1577.  
JIA Wen-dou, LIN Chun-sheng, SUN Yu-hui. Research on magnetic target location method based on a single magnetic gradiometer[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(08): 1572-1577. (in Chinese)
- [8] Birsan M. Unscented particle filter for tracking a magnetic dipole target[A]. Karmenu V. Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE [C]. Washington: IEEE, 2005, 2: 1656-1659.
- [9] Birsan M. Recursive Bayesian method for magnetic dipole tracking with a tensor gradiometer[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(2): 409-415.
- [10] Wahlström, Niklas. Target Tracking Using Maxwell's Equations[D]. Linköping: Linköping University, 2010.
- [11] Wahlström N, Gustafsson F. Magnetometer modeling and validation for tracking metallic targets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 545-556.
- [12] 吴垣甫,孙跃. 基于递推更新卡尔曼滤波的磁偶极子目标跟踪[J]. 北京航空航天大学学报,2017,43(09): 1805-1812.  
WU Yuan-Fu, SUN Yue. Magnetic dipole target tracking based on recursive update Kalman filter[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017,

43(9):1805-1812. (in Chinese)

- [13] 姚振宁,刘大明,刘胜道,等. 基于不敏粒子滤波的水中非合作磁性目标实时磁定位方法[J]. 物理学报,2014,63(22):313-318.

YAO Zhen-ning, Liu Da-ming, Liu Sheng-dao, et al. A real-time magnetic localization method of underwater non-cooperative magnetic targets base on unscented particle filter[J]. Acta Phys Sin, 2014, 63(22):313-318.

- [14] 戴忠华,周穗华,单珊. 基于模拟退火算法的舰船磁场高精度建模方法[J]. 电子学报,2018,46(06):1524-1529.

Dai Zhong-hua, ZHOU Sui-hua, SHAN Shan. High accuracy method for ship magnetic field based on simulated annealing algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(06):1524-1529.

#### 作者简介



**戴忠华** 男,1992 年生于江西宁都. 现为海军工程大学兵器工程学院博士研究生. 主要研究方向为军用目标特性及其信息感知技术.  
E-mail:602024288@qq.com



**周穗华** 男,1962 年出生,生广东五华人,1983 年毕业于海军工程学院,2003 年在海军工程大学获得博士学位,现为海军工程大学教授、博士生导师. 从事军用目标特性信息处理及武器系统总体设计方面研究.