

# 基于模型预测控制的电动汽车 轮毂电机转矩控制研究

肖祥慧<sup>1</sup>, 史 可<sup>2</sup>, 袁小芳<sup>2</sup>

(1. 佛山科学技术学院, 广东佛山 528000; 2. 湖南大学电气与信息工程学院, 湖南长沙 410082)

**摘 要:** 分布式驱动电动汽车(Distributed Drive Electric Vehicles, DDEV)采用内嵌式轮毂电机,使各车轮独立可控,具有调节形式多样化等突出优点.合理的轮毂电机转矩分配是保证DDEV稳定性的关键.本文为提高DDEV稳定性,分析了轮毂电机转矩分配与稳定性的关系,提出一种基于模型预测控制器的DDEV轮毂电机转矩分配控制系统.所提出的控制系统由上层控制器和下层控制器两个主要部分组成.上层控制器设计了基于拉盖尔函数的模型预测控制器,综合分析保证DDEV稳定性所需的轮毂电机转矩约束条件,实现轮毂电机最优转矩分配,提高DDEV稳定性.下层控制器对四个轮毂电机进行实时控制,执行上层控制器设计的最优转矩分配方案.最后在搭建的Matlab/Simulink环境下进行仿真验证.

**关键词:** 分布式驱动电动汽车; 稳定性; 轮毂电机; 转矩分配; 模型预测控制

**中图分类号:** TM      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2020)05-0953-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.05.016

## Model Predictive Controller-Based in-Wheel Motor Torque Control System for Distributed Drive Electric Vehicle

XIAO Xiang-hui<sup>1</sup>, SHI Ke<sup>2</sup>, YUAN Xiao-fang<sup>2</sup>

(1. Foshan University of Science and Technology, Foshan, Guangdong 528000, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract:** Distributed drive electric vehicles (DDEV) adopts in-wheel motor, which makes each wheel independently controllable. DDEV has advantages such as the diversified adjustment modes. Reasonable in-wheel motor torque distribution is a key factor to guarantee the stability of DDEV. In this paper, the relationship between in-wheel motor torque distribution and stability of DDEV is analyzed, and a model predictive controller-based in-wheel motor torque control system is proposed to improve the stability of DDEV. The proposed control system consists of two parts, including the upper controller and the lower controller. In the upper controller, a ragueel function-based model predictive controller is designed to obtain the optimal torque distribution scheme, by analyzing the constraints of in-wheel motor torque comprehensively. The lower controller implements the optimal torque distribution scheme of the upper controller in real time. Finally, the simulation under the Matlab/Simulink is implemented.

**Key words:** distributed drive; stability; in-wheel motor; torque distribution; model predictive control

### 1 引言

分布式驱动电动汽车(DDEV)是当今汽车行业发展的重要方向. DDEV在结构上采用四个内嵌在车轮里的轮毂电机,使各个车轮单独可控,具有传动率高及驱动形式多样化等突出优势<sup>[1]</sup>. 轮毂电机转矩控制是保证DDEV运行稳定性的关键因素,因此,有必要对轮毂电机转矩控制进行研究.

传统的DDEV稳定性主要通过分析车辆横摆角速

度、质心侧偏角与主动前轮转向角、横摆力矩的关系来实现稳定性控制. 文献[2]研究了通过主动前轮转向角实现稳定性控制. 文献[3]研究通过横摆力矩实现稳定性控制. 文献[4]提出横摆力矩和主动前轮转向角控制结合的稳定性控制. 文献[5]、文献[6]分别利用滑模控制、模糊逻辑等算法,通过驱/制动协调控制实现更快的横摆控制. 这些研究在一定程度上解决了不足转向和过度转向的难题. 然而,只考虑主动前轮转向角和横摆力矩的不全面性依然可能导致车辆转向不稳定<sup>[7]</sup>,使

得 DDEV 稳定性问题存在较大的改进空间。

本文根据 DDEV 轮毂电机转矩单独可控的特点,从轮毂电机转矩分配的角度出发,研究 DDEV 稳定性问题.利用模型预测控制在解决约束和优化难题上的先进性,本文提出了一种基于模型预测控制的轮毂电机转矩分配控制系统.上层控制器设计了基于拉盖尔函数的模型预测控制器,得到保证 DDEV 稳定性所需的最优轮毂电机转矩期望值,实现最优转矩分配.下层控制器实施上层控制器输出的最优轮毂电机转矩期望值,执行最优转矩分配方案。

该控制系统弥补了传统稳定性控制系统仅考虑主动前轮转向角或横摆力矩的不足,通过合理分配四个轮毂电机转矩,较好地保证了 DDEV 稳定性.最后,本文在搭建的 Matlab/Simulink 环境下验证该控制系统在不同运行工况下的控制性能。

## 2 采用轮毂电机的分布式电动汽车动力学模型

DDEV 轮毂电机转矩单独可控,在保证车辆稳定性中具有关键的作用.因此,本文分别建立了 DDEV 整车模型、DDEV 轮胎模型和 DDEV 轮毂电机模型,并分析了轮毂电机转矩与车辆稳定性之间的关系。

### 2.1 DDEV 整车模型

本文建立了横摆运动和侧向运动的 8 自由度车辆动力学模型,如图 1 所示.在车辆动力学理论的基础上<sup>[8]</sup>,简化的 DDEV 整车动力学模型如下,

$$\dot{\beta} = \frac{F_{yf} + F_{yr}}{mV} - \gamma \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L_f F_{yf} - L_r F_{yr} + M_z}{I_z} \quad (2)$$

其中  $\beta$  定义为质心侧偏角,  $\gamma$  定义为横摆角速度.  $F_{yf}$ ,  $F_{yr}$  分别表示前轮和后轮的侧向力,  $m$  为汽车质量,  $V$  表示车辆速度,  $L_f$ ,  $L_r$  分别表示重心到前轴和后轴的距离,  $I_z$  表示车辆横摆惯量.  $M_z$  为横摆力矩。

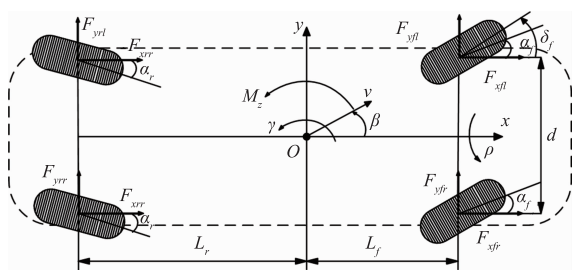


图1 8自由度车辆动力学模型

### 2.2 轮胎模型

从轮胎动力学易知,轮胎纵向力  $F_x$  是车轮滑移率  $\kappa$  的动态响应,动力学方程如式(3)所示.附加横摆力矩

$M_z$  如式(4)所示.滑移率  $\kappa$  动力学方程如式(5)所示<sup>[8]</sup>:

$$F_x = C_k \cdot \kappa \quad (3)$$

$$M_z = \frac{d}{2} \cdot (F_{xrr} - F_{xrl} + F_{xfl} - F_{xfr}) \quad (4)$$

$$\dot{\kappa} = \left( -\frac{r^2}{JV} - \frac{\kappa + 1}{4mV} \right) \cdot C_k \cdot \kappa + \frac{r}{JV} \cdot T_e \quad (5)$$

其中  $V$  为车辆速度,  $C_k$  为轮胎纵向刚度,  $\kappa$  为轮胎滑移率.  $J$  为轮胎转动惯量,  $r$  为车轮半径。

### 2.3 轮毂电机模型

假设每个车轮都有一个电动机转矩控制器,理想的电动机闭环动力学简化如下,

$$T_e = r \cdot F_x \quad (6)$$

其中  $F_x$  是车轮纵向力,  $T_e$  是轮毂电机转矩。

从车辆动力学方程易知,同侧的前后轮毂电机转矩为线性关系,则四个轮毂电机转矩关系可表示为:

$$M_z = \frac{d}{2r} \cdot ((\sigma_1 - 1)T_{xrl} + (1 - \sigma_2)T_{xrr}) \quad (7)$$

其中,  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  为线性关系系数,在本文中为方便研究,设定  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  为定值。

### 2.4 参考模型

传统的稳定性控制只考虑横摆角速度和质心侧偏角<sup>[9]</sup>.本文主要研究轮毂电机转矩分配的问题,因此,综合考虑了轮毂电机转矩、横摆角速度和质心侧偏角三类变量对 DDEV 稳定性的影响.本文为此设计了三个参考模型,包括期望侧偏角  $\beta_d$ 、期望横摆角速度  $\gamma_d$ 、期望轮毂电机转矩  $T_d$ . 表达式如下:

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{\omega_1^2 G_{r1}(s)}{s^2 + 2\omega_1 \varepsilon_1 \cdot s + \omega_1^2} \quad (8)$$

$$\frac{\gamma(s)}{\delta(s)} = \frac{\omega_2^2 G_{r2}(s)}{s^2 + 2\omega_2 \varepsilon_2 \cdot s + \omega_2^2} \quad (9)$$

$$\frac{T_d(s)}{\delta(s)} = \frac{\omega_3^2 G_{r3}(s)}{s^2 + 2\omega_3 \varepsilon_3 \cdot s + \omega_3^2} \quad (10)$$

对上述动力学模型分析可以得出结论:通过合理分配轮毂电机转矩  $T_e$ ,能使  $\gamma$  和  $\beta$  满足稳定性条件,提高 DDEV 运行稳定性。

## 3 基于模型预测控制器的轮毂电机转矩控制系统

本文利用 DDEV 轮毂电机转矩单独可控的特点,研究 DDEV 在各种运行工况下的最优转矩分配,保证 DDEV 稳定性.考虑到模型预测控制在解决约束优化难题上的先进性,提出一种基于模型预测控制器的 DDEV 轮毂电机转矩分配控制系统.控制系统框架如图 2 所示。

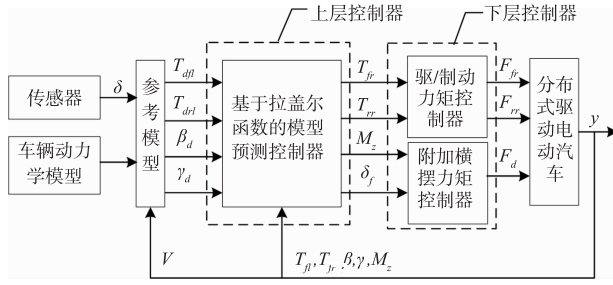


图2 基于模型预测控制的轮毂电机转矩控制系统框图

该控制系统分为上层控制器和下层控制器,上层控制器实现最优转矩分配,下层控制器执行最优转矩分配方案.上层控制器通过左前轮期望转矩 $T_{df}$ 、左后轮期望转矩 $T_{dl}$ 、期望横摆角速度 $\gamma_d$ 和期望质心侧偏角 $\beta_d$ 计算保证稳定性所需的右前轮转矩 $T_{fr}$ 、右后轮转矩 $T_{rr}$ 、横摆力矩 $M_z$ 和主动转向角 $\delta_f$ ,并采用基于拉盖尔函数的模型预测控制器实现.下层控制器将上层控制器输出的右前轮转矩 $T_{fr}$ 和右后轮转矩 $T_{rr}$ 转化成驱/制动力矩 $F_{fr}$ 和 $F_{rr}$ ,并在轮毂电机 $s_i, i=fl, fr, rl, rr$ 上实施附加横摆力矩.

该控制系统全面考虑了轮毂电机转矩优化分配,同时,改进的模型预测控制器能够提高控制器的实时性,较大地提升了DDEV稳定性能.

### 3.1 基于拉盖尔函数的模型预测控制器

针对传统模型预测控制器中控制精度与实时性矛盾的问题<sup>[10]</sup>,考虑到DDEV稳定控制中实时性的要求,利用拉盖尔函数特性对状态量 $x = [T_{fl}, T_{rl}, \beta, \gamma]^T$ 进行近似转化,减少控制时域,获得控制变量 $u = [T_{fr}, T_{rr}, M_z, \delta_f]^T$ ,保证控制精度的同时提高实时性.控制器的状态方程为:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) = & T_s \cdot \left( r \cdot C_k^2 \cdot \kappa \cdot \left( -\frac{r^2}{JV} - \frac{\kappa+1}{4mV} \right) \right. \\ & + \frac{r^2 \cdot C_k}{JV} \cdot \frac{\sigma_1(1+\sigma_2)}{\sigma_2(1+\sigma_1)} \cdot u_1(k) \\ & \left. - \frac{2r^3 \cdot C_k \cdot \sigma_1}{JVd \cdot (\sigma_1+1)} \cdot u_3(k) \right) \\ & + x_1(k) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x_2(k+1) = & T_s \cdot \left( r \cdot C_k^2 \cdot \kappa \cdot \left( -\frac{r^2}{JV} - \frac{\kappa+1}{4mV} \right) \right. \\ & + \frac{r^2 \cdot C_k}{JV} \cdot \frac{(1-\sigma_2)}{\sigma_1-1} \cdot u_2(k) \\ & \left. - \frac{2r^3 \cdot C_k}{JVd \cdot (\sigma_1-1)} \cdot u_3(k) \right) \\ & + x_2(k) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} x_3(k+1) = & \left( \frac{2C_r}{mV} - \frac{V}{l_f+l_r} \frac{2l_f l_r C_r}{VI_z} \right) T_s x_4(k) \\ & + \left( \left( \frac{2C_r}{mV} - \frac{V}{l_f+l_r} + \frac{2l_f^2 C_f}{VI_z} \right) T_s + 1 \right) x_3(k) \\ & + \left( -\frac{V}{l_f+l_r} u_1 - u_2 + \frac{l_f}{VI_z} u_3 \right) T_s \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} x_4(k+1) = & \left( \frac{2C_f}{mV} - \frac{V}{l_f+l_r} \frac{2l_f l_r C_f}{VI_z} \right) T_s x_3(k) \\ & + \left( \left( \frac{2C_r}{mV} + \frac{V}{l_f+l_r} + \frac{2l_r^2 C_r}{VI_z} \right) T_s + 1 \right) x_4(k) \\ & + \left( -\frac{V}{l_f+l_r} u_1 - \frac{l_f}{VI_z} u_3 \right) T_s \end{aligned} \quad (14)$$

根据拉盖尔函数性质分析<sup>[11]</sup>,设 $n$ 阶离散拉盖尔函数为 $\Gamma_n(z)$ ,对离散拉盖尔函数进行逆 $Z$ 变换得到,

$$\begin{cases} L(m) = [l_1(m), l_1(m), \dots, l_N(m)]^T \\ L(m+1) = \Omega L(m) \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\Omega$ 为关于 $\tau, \rho$ 的 $N \times N$ 矩阵.

控制量可以用拉盖尔函数近似表示,

$$u(k+m) \approx \sum_{j=1}^N l_j(m) c_j(k) = L(m)^T \eta \quad (16)$$

式中, $N$ 为多项式展开项数; $c_j(k)$ 是采样 $k$ 时刻的系数 $\eta = [c_1(k), c_2(k), \dots, c_N(k)]^T$ .

对于式(11)~式(14)所示的模型预测系统方程组,其预测模型转化为:

$$\begin{aligned} x(k+m|k) = & A^m x(k) + \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-1-i} B L(i)^T \eta \\ y(k+m|k) = & C A^m x(k) + \sum_{i=0}^{m-1} C A^{m-1-i} B L(i)^T \eta \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $x(k+m|k), y(k+m|k)$ 为系统在 $k$ 时刻对未来 $m$ 步的状态预测.

根据性能指标侧偏角状态响应 $\beta_d$ 、横摆角速度状态响应 $\gamma_d$ 、左前轮转矩 $T_{df}$ 以及左后轮转矩 $T_{dl}$ 建立二次型目标函数:

$$\begin{aligned} J = & \|\beta - \beta_d\|_Q^2 + \|\gamma - \gamma_d\|_R^2 \\ & + \|T_{fl} - T_{df}\|_F^2 + \|T_{rl} - T_{dl}\|_S^2 + \|u\|_M^2 \end{aligned} \quad (18)$$

模型预测控制律对式(17)所示的系统,根据相应的目标函数式(18),忽略与优化变量无关的项,利用二次规划算法<sup>[12]</sup>,求解在每次预测时间域里的预测控制序列 $u = [T_{fr}, T_{rr}, M_z, \delta_f]^T$ .

### 3.2 基于轮毂电机力矩控制的下层控制器

下层控制器包含轮毂电机转矩控制器和附加横摆力矩控制器两个部分.轮毂电机转矩控制器将上层控制器输出的 $T_{fr}$ 和 $T_{rr}$ 根据式(6)转化为纵向轮毂电机转矩并实施转矩分配.附加横摆力矩控制器根据 $\delta_f, M_z$ 和 $\gamma$ 三个指标的关系判断车辆状态,找到施加附加横摆力

最优车轮  $s_i, i = fl, fr, rl, rr$ . 最优车轮决策如表 1 所示, 注意: 表中各物理量都是以逆时针方向为正。

表 1 最优车轮决策表

$r - r_d$	$\delta_f$	$M_z$	汽车状态	作用车轮
+	+		过多转向	右前轮
+	-	0	不足转向	右后轮
+	-	+		不操作
+	0	+	过多转向	右前轮
+	+	0	不足转向	右后轮
-	+	0/+	不足转向	左后轮
-	+	-		不操作
-	-		过多转向	左前轮
-	0	+	不足转向	左后轮
-	0	-	过多转向	左前轮

将上层控制器输出的  $M_z$  换算成最优车轮  $s_i, i = fl, fr, rl, rr$  的附加力  $F_d^{[12]}$ , 然后将  $F_d$  转化为压力变化量  $P_w$ .

轮毂电机模型中  $M_z$  可表示如下,

$$M_z = \frac{1}{2} F_d (D_f \cos \delta_f + D_r) \quad (19)$$

由第二节中分析可知,  $\cos \delta_f \approx 1$ , 因此有  $\cos \delta_f \approx 1$ . 车轮运动模型如下

$$J \cdot \dot{\omega} = T - F_x \cdot r \quad (20)$$

式中  $\omega$  为车轮角速度,  $J$  为车轮转动惯量,  $T$  为轮毂电机力矩,  $r$  为车轮半径, 则  $F_x$  为

$$F_x = -\frac{1}{R_c} (J \cdot \dot{\omega} + T) \quad (21)$$

由轮毂电机模型  $T = CP_w$ , 因此最优车轮附加力  $F_d$  为

$$F_d = -\frac{1}{r} (J \cdot \dot{\omega} + CP_w) \quad (22)$$

其中  $C = A_w u_b R_b$ ,  $A_w$  为轮毂电机面积,  $u_b$  为摩擦系数,  $R_b$  为轮毂电机蹄与轮心的距离. 故  $P_w$  为轮毂电机压力, 并在 DDEV 上实施控制作用.

#### 4 仿真结果分析

本文搭建了基于 Simulink 的转向稳定性控制系统仿真平台, 如图 3 所示.

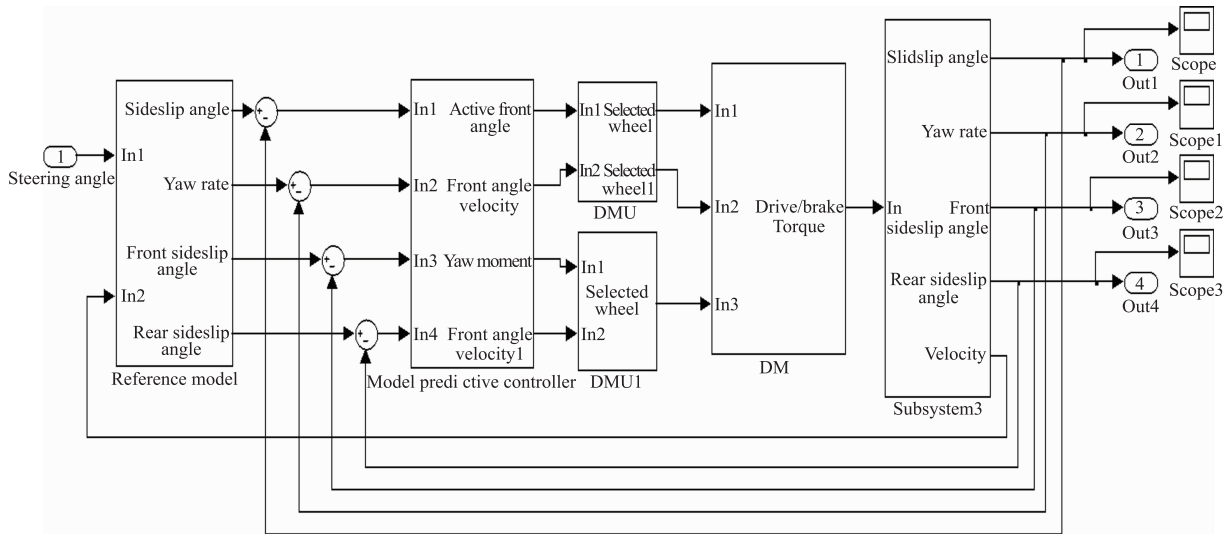


图3 Simulink仿真框架图

为验证所提出控制系统的有效性, 本文比较不同工况下轮毂电机转矩分配控制系统和主动前轮转向 (AFS) 单独控制效果. 分布式电动汽车参数配置如下: 汽车质量  $m = 1359.8 \text{ kg}$ , 汽车横摆惯量  $I_z = 1992.54 \text{ kgm}^2$ , 重心到前轴的距离  $L_f = 1.0628 \text{ m}$ , 重心到后轴的距离  $L_r = 1.4852 \text{ m}$ , 前轴长度  $D_f = 1.0828 \text{ m}$ , 后轴长度  $D_r = 1.0828 \text{ m}$ , 前轮侧偏刚度  $C_f = 23540 \text{ N/rad}$ , 后轮侧偏刚度  $C_r = 23101 \text{ N/rad}$ , 重心高度  $h = 0.512 \text{ m}$ , 汽车速度  $V = 60 \text{ km/h}$ , 车轮惯性惯量  $J = 0.3534 \text{ kgm}^2$ , 道路摩擦系数  $\mu = 0.6$ .  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.8$ . 仿真参数配置如下: 采样周期  $T_s = 0.005 \text{ s}$ .

工况 1 驾驶员转角为  $0.12 \text{ rad}$  范围内输入的工

况. 图 4(a) 表示四个轮毂电机转矩分配情况. 同侧轮毂电机转矩趋势相同, 满足线性关系, 转向过程的两侧轮毂电机转矩分配满足既定转向关系, 能够保证 DDEV 稳定性. 图 4(b) 表示  $\beta$  能较好跟踪  $\beta_d$ , 与  $\beta_d$  之间最大差值为  $0.0006 \text{ rad}$ . 单独进行 AFS 控制时, 最大差值为  $0.01 \text{ rad}$ . 图 4(c) 中  $\gamma$  与期望横摆角速度  $\gamma_d$  之间最大差值仅为  $0.01 \text{ rad/s}$ , 能较好地跟踪  $\gamma_d$ . 单独进行 AFS 控制时, 最大差值为  $0.15 \text{ rad}$ . 由图 4(d) 可知, 在轮毂电机转矩控制系统作用下, 主动前轮转向  $\delta_f$  能较好跟踪驾驶员输入  $\delta$ . 单独进行 AFS 控制时, 虽然能够在一定程度上跟踪趋势, 但其波动依然会导致转向过程中的不稳定. 图 4(e) 为上层控制器计算出的横摆力矩  $M_z$ , 符合转向过程中稳定性要求.

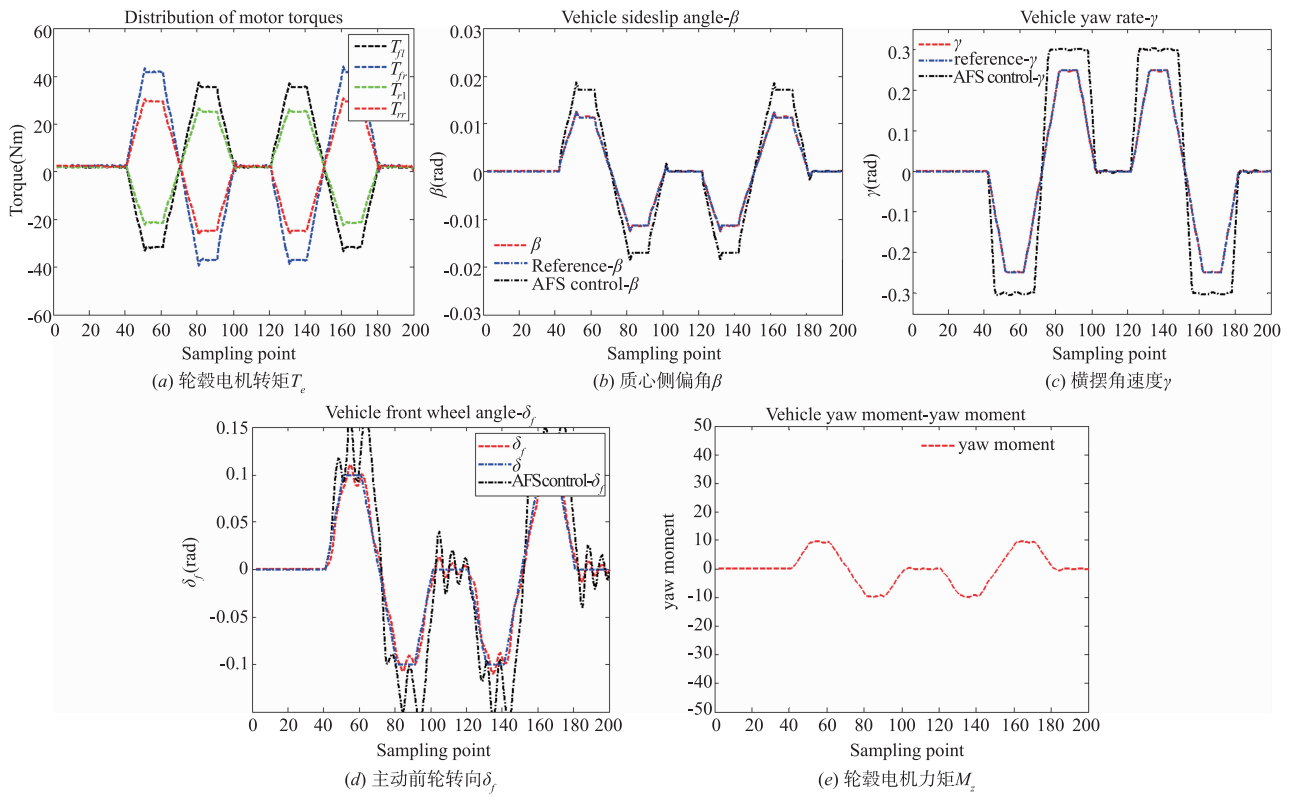


图4 工况1下转向稳定性控制系统与AFS控制系统仿真对比图

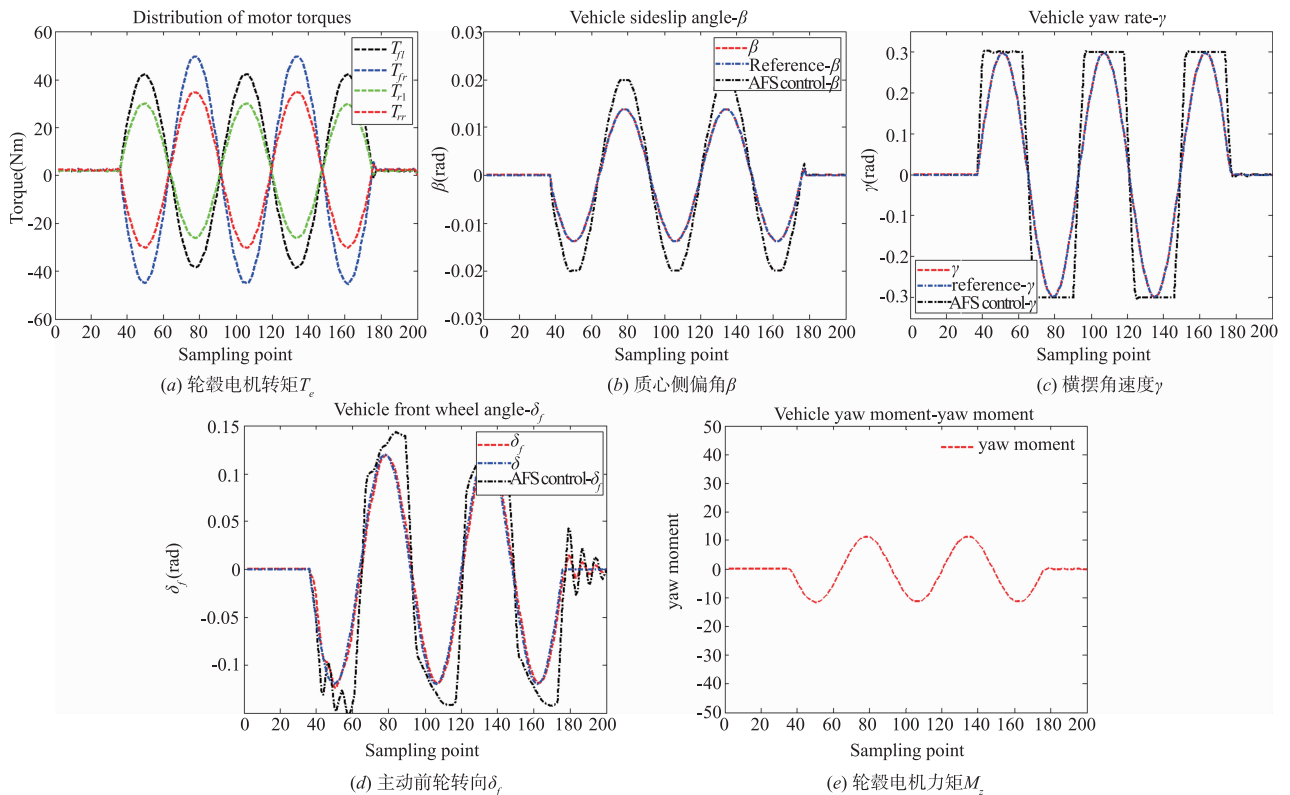


图5 工况2下转向稳定性控制系统与AFS控制系统仿真对比图

工况2 验证驾驶员转角为0.12rad 范围内正弦输入的工况. 图5(a)表示表示四个轮毂电机转矩分配情

况. 同侧轮毂电机转矩趋势相同, 满足线性关系, 转向过程的两侧轮毂电机转矩分配满足既定转向关系, 能够保证 DDEV 稳定性. 图 5(b) 表示  $\beta$  与期望质心侧偏角  $\beta_d$  之间最大差值为 0.0006rad. 单独进行 AFS 控制时, 最大差值为 0.01rad. 图 5(c) 表示  $\gamma$  与  $\gamma_d$  之间最大差值仅为 0.01rad/s, 能较好地跟踪  $\gamma_d$ . 单独进行 AFS 控制时, 最大差值为 0.15rad. 由图 5(d) 可知, 在轮毂电机转矩控制系统作用下, 主动前轮转向能较好跟踪驾驶员输入. 单独进行 AFS 控制时, 虽然在一定程度上跟踪趋势, 但其波动依然会导致转向过程中的不稳定. 图 5(e) 为上层控制器计算出的横摆力矩  $M_z$ , 其值符合转向稳定性的要求.

## 5 结论

本文以分布式驱动电动汽车轮毂电机转矩控制为研究方向, 分析了各工况下的最优转矩分配规律, 提出了一种基于模型预测控制器的转矩分配控制系统, 提高了各工况下的车辆稳定性. 搭建了基于 Matlab/Simulink 的仿真平台, 在两种典型工况下, 验证了该控制系统在车辆稳定性控制中的优势, 仿真结果证明了在双移线工况以及蛇形工况下, 与单独的 AFS 控制相比, 所提出的控制系统能够较好保证分布式驱动电动汽车稳定性, 具有较高的工程意义.

## 6 附录

$$\frac{\beta(s)}{\gamma(s)} = \frac{\omega_1^2 G_{r1}(s)}{s^2 + 2\omega_1 \varepsilon_1 \cdot s + \omega_1^2}$$

$$\text{其中 } \omega_1 = \sqrt{\frac{4c_f c_r (l_f + l_r)^2 + 2mV^2 (c_r l_r - c_f l_f)}{mI_z}}$$

$$G_{r1}(s) = \frac{2c_f V I_z + 2c_f c_r (2c_r (l_f + c_f) - mV^2)}{4c_f c_r (l_f + l_r)^2 + 2mV^2 (c_r l_r - c_f l_f)}$$

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{mV I_z}{4c_f c_r (l_f + l_r)^2 + 2mV^2 (c_r l_r - c_f l_f)}} K_\beta$$

$$K_\beta = \left( \frac{2(c_f l_f^2 + c_r l_r^2)}{I_z} + \frac{2V(c_f + c_r)}{mV} \right)$$

$$\frac{\delta(s)}{\gamma(s)} = \frac{\omega_2^2 G_{r2}(s)}{s^2 + 2\omega_2 \varepsilon_2 \cdot s + \omega_2^2}$$

$$\text{其中 } \omega_2 = \frac{2(l_f + l_r)}{V} \sqrt{\frac{c_f c_r (1 + K_\gamma V^2)}{mI_z}}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{m(c_f l_f^2 + c_r l_r^2) + I_z(c_f + c_r)}{2(l_f + l_r) \sqrt{mI_z c_f c_r (1 + K_\gamma V^2)}}$$

$$G_{r2}(s) = \frac{mV^2 l_f}{2c_r (l_f + l_r)^2 (1 + K_\gamma V^2)} s + \frac{V}{(l_f + l_r) (1 + K_\gamma V^2)}$$

$$K_\gamma = -\frac{m(c_f l_f - c_r l_r)}{2c_f c_r (l_f + l_r)^2}$$

$$\frac{T_e(s)}{\delta(s)} = \frac{\omega_3^2 G_{r3}(s)}{s^2 + 2\omega_3 \varepsilon_3 \cdot s + \omega_3^2}$$

$$\text{其中 } \omega_3 = \frac{2(l_f + l_r)}{V} \sqrt{\frac{c_f c_r}{mI_z}}$$

$$G_{r3}(s) = \frac{s^2 mV^2 I_z}{4c_f c_r (l_f + l_r)^2} + \left( \frac{2c_r V I_z + 2l_r^2 c_r mV}{4c_f c_r (l_f + l_r)^2} \right)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{-4}{(l_f + l_r)} \left( \frac{c_f + c_r l_r l_f c_f + l_r^2 c_r}{m I_z} \right) \sqrt{\frac{I_z m}{c_f c_r}}$$

## 参考文献

- [1] 张志勇, 张淑芝, 黄彩霞. 基于自适应扩展卡尔曼滤波的分布式驱动电动汽车状态估计[J]. 机械工程学报, 2019, 55(6): 156 - 165.
- [2] 王晓. 分布式驱动电动汽车横向稳定性集成控制研究[D]. 安徽: 合肥工业大学, 2018.
- [3] 王明玉. 分布式驱动电动车直接横摆力矩控制研究[D]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [4] 杭鹏, 陈辛波, 张榜. 四轮独立转向独立驱动电动车主动避障路径规划与跟踪控制[J]. 汽车工程, 2019, 41(2): 170 - 176.
- [5] 于德亮, 任玉龙, 刘冬, 等. 纯电动汽车的再生制动力分配策略研究[J]. 机械科学与技术, 2019, 38(02): 134 - 139.
- [6] 高振海, 王竣, 郭健. 汽车稳定性多控制工况设计及其切换机制研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(4): 107 - 112. YU Zhuoping, GAO Xiaojie, ZHANG Lijun. A study on coordination of direct yaw moment control and variable wheel slip control for vehicle stability[J]. Automotive Engineering, 2014, 50(4): 107 - 112. (in Chinese)
- [7] 王悦, 李春明, 肖磊. 基于转矩优化分配的分布式电动车辆横摆力矩研究[J]. 车辆与动力技术, 2019, (1): 16 - 22.
- [8] Rajamani R. Vehicle Dynamics and Control[M]. Berlin: Springer Science, 2006.
- [9] 孔小兵, 刘向杰. 基于输入输出线性化的连续系统非线性模型预测控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(2): 217 - 224. KONG Xiao-bing, LIU Xiang-jie. Continuous-time nonlinear model predictive control with input/output linearization[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(2): 217 - 224. (in Chinese)
- [10] Ya kub F, Mori Y. Autonomous car in path following control under side wind effect bylaguerre function[A]. IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics [C]. US: IEEE, 2013. 61 - 66.
- [11] 李宁, 李颖晖, 朱喜华, 等. 基于可行解及移动闭塞策略的新型逆变电路模型预测控制[J]. 电子学报, 2014, 42(9): 1753 - 1759.

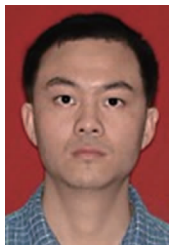
LI Ning, LI Ying-hui, ZHU Xi-hua, et al. The MPC for power electronic circuits based on feasibility and move blocking[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(9):1753 - 1759. (in Chinese)

[12] 彭亚丽,刘侍刚,孙增国,等. 迭代二次规划遮挡点恢复

[J]. 电子学报, 2018, 46(11):175 - 179.

PENG Ya-li, LIU Shi-gang, SUN Zeng-guo, et al. Iterative quadratic programming method for occlusion recovery [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(11):2733 - 2737. (in Chinese)

#### 作者简介



肖祥慧(通讯作者) 男,1983年生. 博士,讲师,研究方向为电机系统及其控制.  
E-mail: xiaoen3@126.com



史可 男,1993年生. 博士生,研究方向为分布式电动汽车及其控制.  
E-mail: samkieth@hnu.edu.cn



袁小芳 男,1979年生. 教授,博士生导师,研究方向为电机系统及智能控制.  
E-mail: yuanxiaofang@hnu.edu.cn