

# 基于自适应支配准则的高维多目标进化算法

孙文静, 李军华, 黎 明

(南昌航空大学江西省图像处理与模式识别重点实验室, 江西南昌 330063)

**摘 要:** 基于松弛支配的高维多目标进化算法 (Many-objective Evolutionary Algorithms, MaOEAs) 由于能够有效地提高区分解的能力, 受到广泛关注, 但该类大多数算法处理不同目标的优化问题时普适性较差. 针对这个问题, 本文提出一种基于自适应支配准则的高维多目标进化算法 (Adaptive Dominance Criterion Based Evolutionary Algorithm for Many-objective Optimization, ADCEA). 首先, 自适应准则 (Adaptive Dominance Criterion, ADC) 根据目标空间中相邻解间的角度信息和目标数目, 设计一种自适应小生境方法, 并结合收敛性指标信息, 实现对候选解的非支配排序. 然后, 为了进一步增强种群的多样性, 在环境选择中引入参考向量分割种群技术; 最后, 构建合理的适应度函数, 并根据适应度值大小选取收敛性和多样性较好的非支配解集. 实验证明, 本文所提的方法在处理不同目标的优化问题时普适性提高, 并在平衡种群的收敛性和多样性上取得显著效果.

**关键词:** 松弛支配; 高维多目标进化算法; 普适性; 自适应支配准则

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2020)08-1596-09

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.08.019

## Adaptive Dominance Criterion Based Evolutionary Algorithm for Many-objective Optimization

SUN Wen-jing, LI Jun-hua, LI Ming

(Key Laboratory of Jiangxi Province for Image Processing and Pattern Recognition, Nanchang Hangkong University, Nanchang, Jiangxi 330063, China)

**Abstract:** Relaxed dominance relation based evolutionary algorithms for many-objective optimization (MaOEAs) are widely concerned because they effectively improve the ability to identify solutions, however, the most of these algorithms show poor versatility in solving different objectives of optimization problems. To address this issue, this paper proposes an adaptive dominance criterion based evolutionary algorithm for many-objective optimization (ADCEA). Firstly, the ADC designs an adaptive niche method based on the angle information and the number of objectives between adjacent solutions in the objective space, and combines the convergence indicator information to achieve non-dominated sorting of candidate solutions. Then, in order to further enhance the diversity of the population, the reference vector population technique is introduced in the environment selection. Finally, a reasonable fitness function is constructed, and the non-dominated solution set with better convergence and diversity is selected according to the fitness value. The experimental results demonstrate that the proposed method improves the versatility in solving different objectives of optimization problems, and achieves significant effects in balancing convergence and diversity.

**Key words:** relaxed dominance relations; many-objective evolutionary algorithms; versatility; adaptive dominance criterion

### 1 引言

科学实践和工程设计中往往需要考虑多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Problems, MOPs)<sup>[1]</sup>, 该

类问题包括 2 个或 3 个优化目标. 当优化的目标超过 4 个及以上时, 称为高维多目标问题 (Many-objective Optimization Problems, MaOPs)<sup>[2,3]</sup>. 随着目标数目增加, 一般的多目标进化算法 (Multi-objective Evolutionary Algo-

收稿日期: 2019-11-16; 修回日期: 2020-01-10; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61440049, No. 61866025, No. 61866026); 江西省自然科学基金 (No. 2018BAB202025); 江西省优势科技创新团队计划 (No. 2018BCB24008); 江西省研究生创新基金 (No. YC2019-S400)

gorithms, MOEAs) 在处理 MaOPs 时会出现性能退化, 普适性下降等问题, 原因是<sup>[4]</sup>: (1) 非支配解比例呈指数增加, Pareto 支配关系择优个体的方法面临失效的困境, 削弱了算法的搜索能力; (2) 基于欧式距离的多样性度量指标 (如拥挤距离) 不适合评价候选解分布的多样性; (3) 一般的性能评价指标 (如超体积指标) 计算代价较高。

为应对 MaOPs 带来的挑战, 近年来研究者们相继提出许多优秀的算法, 这些算法大致分为三类:

(1) 基于增强收敛性的算法: 该类算法通过改进 Pareto 支配或应用新的多样性管理策略以提高选择压力. 改进 Pareto 支配有: g 支配<sup>[5]</sup>、S-CDAS<sup>[6]</sup>、网格支配<sup>[7]</sup>、RP 支配<sup>[8]</sup>、SDR<sup>[9]</sup>等, 而一些算法并不是改进 Pareto 支配来显式地增强收敛性, 而是通过应用多样性管理来隐式地提高收敛速度. 例如: SDE<sup>[10]</sup>、KnEA<sup>[11]</sup>等。

(2) 基于分解的算法: 该类算法将一个 MOP 分解为一组单目标子问题或易于管理的 MOPs<sup>[12,13]</sup>, 并通过聚合函数对这些子问题进行协同发展, 从而有效地选择出候选解. 例如: AMOEAD<sup>[14]</sup>和 MOEA/D-AWA<sup>[15]</sup>等。

(3) 基于性能指标的算法: 该类算法通过直接优化 Pareto 近似解集的评估指标来间接优化原问题, 其本质是将 MaOPs 转化成单目标问题求解, 在一定程度上降低了问题的难度. 这类算法的典型代表包括 EDV<sup>[16]</sup>和 DIR<sup>[17]</sup>。

尽管大多数多目标进化算法提高了解决 MaOPs 的能力, 但它们在平衡种群收敛性和多样性时仍有局限; 并且在处理不同目标优化问题时普适性不足. 针对上述问题, 本文提出了一种基于自适应支配准则的高维多目标进化算法 (ADCEA), 该算法具体步骤如下: (1) 为了适应不同目标优化问题, 提出一种自适应支配准则 (ADC), 该支配准则根据目标空间中相邻解间的角度信息和目标数目设计新的自适应小生境方法, 并结合收敛性指标信息, 实现对候选解的非支配排序; (2) 为了进一步增强种群的多样性, 在环境选择中引入参考向量分割种群技术为辅助工具; (3) 结合上述两步, 构建合理的适应度函数, 根据适应度值进行精英选择, 最终选取收敛性和多样性较好的非支配解集。

## 2 基础知识和相关工作

### 2.1 基础知识

不失一般性, 一个具有  $n$  个决策变量、 $M$  个目标函数的 MOPs, 以最小化问题为例, 可表述为:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{x}) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x))^T \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in \Omega \subseteq R^n \end{cases} \quad (1)$$

其中  $M$  是目标数目,  $\mathbf{x}$  是决策向量;  $f(\mathbf{x})$  是  $M$  维目标向量;  $f_i(x)$  为第  $i$  个目标函数. 当  $M \geq 4$  时, 称式 (1) 为 MaOPs. 求解 MaOPs 的最终目的是得到一组尽可能收敛于真实 Pareto 前沿 (Pareto Front, PF) 且均匀分布的 Pareto 解集<sup>[18]</sup>。

在  $M$  维目标空间中, 一个解支配另一解的概率为  $1/2^{M-1}$ , 此概率随  $M$  增加而呈指数下降, 称这种现象为“支配阻抗”. 为此, 研究者们通过改进支配关系, 解决 MaOPs 时具有区分解的能力; 并将这类改进支配关系归类为 4 种: (1) 基于扩展支配区域的支配关系; (2) 基于网格的支配关系; (3) 基于参考点的支配关系和 (4) 基于小生境的支配关系. 下面将具体阐述这 4 种改进支配关系。

### 2.2 改进支配关系的方法

第一种支配关系: 通过扩大每个解的支配区域来提升其支配其它解的概率, 从而达到区分解的目的. 如: Sato 提出的 S-CDAS<sup>[6]</sup>. 第二种是将目标空间划分为若干个网格, 并利用每个解的网格坐标来代替目标值进行 Pareto 支配关系的判断. 如: Yang 提出了网格支配方法<sup>[7]</sup>. 而第三种支配关系引入参考点来提高种群的多样性. 如: Elarbi 提出了融合 Pareto 支配和参考点思想的 RP 支配<sup>[8]</sup>. 第四种是利用小生境机制来判断候选解间的支配关系<sup>[9]</sup>。

以上为改进支配关系的方法总结, 该类方法可以很好地增强 PF 的选择压力, 但通常以拥挤距离算子作为环境选择的唯一标准; 而拥挤距离在解决 MaOPs 时会失效<sup>[10]</sup>. 为此, 寻求用于解决 MaOPs 的新标准或开发其它算法是研究的重点. 而基于分解的方法近年来也受到研究者的广泛关注. 虽然这类方法没有使用任何支配关系, 但也能较好地求解 MaOPs.

### 2.3 基于分解的方法

基于分解的方法有助于维持候选解的多样性以及提高算法的选择压力, 因此被广泛地应用于 MaOEAs.

为了提高种群的多样性, RVEA<sup>[19]</sup>通过一组均匀分布的参考向量来划分目标空间, 引导种群对 MOEAs 的搜索. 具体来说, 通过选择与参考向量最近的解, 从而建立解与参考向量之间的联系; 最近, Bai 提出了 SP-SAT<sup>[20]</sup>, 该算法通过空间分割选择机制来增加选择压力和维持多样性. 具体来说, 该机制首先产生一组参考向量将目标空间分割, 然后在每个子空间内选择一个收敛性最好的解。

综合以上基础知识和相关工作, 表明改进的支配方法在一定程度上缓解了支配阻抗的现象, 但仍在平衡种群的收敛性和多样性和处理不同目标测试问题时的普适性存在局限性. 为此, 本文提出一种新的自适应支配准则, 该支配准则根据候选解间的角度和目标数

目来自适应小生境,达到动态调整解的支配区域的目的;另外考虑到基于分解的方法有助于提高种群的多样性,加以参考向量为辅助工具,最终提出基于自适应支配准则的高维多目标进化算法.

### 3 基于自适应支配准则的高维多目标进化算法

#### 3.1 自适应支配准则

ADC 的定义为:当解  $i$  与  $j$  处于同一小生境内,且  $i$  的收敛性指标值小于  $j$ ;或者当解  $i$  与  $j$  不在同一小生境内, $i$  的收敛性指标值远远小于  $j$  时;满足上述任一条件,解  $j$  被解  $i$  支配 ( $i <_{ADC} j$ ). 具体公式如下:

$$\begin{cases} c(i) < c(j), \theta_{ij} \leq \bar{\theta} & \textcircled{1} \\ c(i) \cdot \theta_{ij} / \bar{\theta} < c(j), \theta_{ij} > \bar{\theta} & \textcircled{2} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$c(i) = \sum_{x=1}^M f_x(i) \quad (3)$$

$\theta_{ij}$  是解  $i$  和  $j$  的目标值之间的锐角值; $\bar{\theta}$  是小生境大小; $c(i)$  是衡量解  $i$  收敛性的指标.

如图 1 所示,已知  $\bar{\theta}$  为 0.8,  $\theta_{ac}$  为 0.98,  $a$ 、 $b$  和  $c$  三个解的目标值分别为  $(0.42, 0.42)$ ,  $(0.50, 0.60)$ ,  $(1.00, 0.65)$ ;首先根据式(3)计算解的收敛性指标值  $c(i)$ ,所求值分别为  $\{0.84, 1.10, 1.65\}$ ;然后根据式(2)分析,  $a$  与  $b$  处于同一小生境内,且  $a$  的收敛性指标值小于  $b$ ,则  $a <_{ADC} b$ ;而  $c$  位于小生境外,且  $c$  的收敛性指标值远大于  $a$ ,则  $a <_{ADC} c$ .

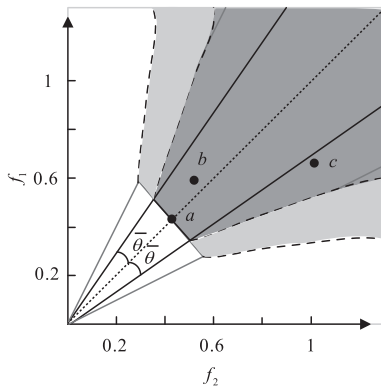


图1 解在两目标空间中获得的支配区域

根据式(2)可知,解的支配区域由式(1)和式(2)两部分组成:第①部分通过保留小生境内收敛性最好的解来保证多样性;而第②部分通过支配收敛性较差的解来保证收敛性.如图 1,当小生境大小为  $\bar{\theta}$  时,支配区域为深灰色部分;当小生境大小增加时,支配区域随之增加,增加的支配区域为浅灰色部分,说明控制小生境能够影响解的支配区域.在本文中,根据候选解间的角度和目标数来自适应小生境大小,具体过程为:首

先计算目标空间中任意解间的最小角度,从而建立每个解的最小角度集合,如下:

$$\{ \min_{a \in P \setminus \{b\}} \theta_{ab} \mid b \in P \} \quad (4)$$

其中,  $P$  表示种群,  $\theta_{ab}$  表示任意一对候选解  $a$  和  $b$  之间的夹角;然后,根据种群大小和目标数目对最小角度集合进行阈值的设定,方法如下:

$$rank = |P| / (\beta + 1/M) \quad (5)$$

其中,  $M$  是目标数目,  $|P|$  是当前种群大小,  $\beta$  是预设参数,  $rank$  表示最小角度集合中的阈值;在获得最小角度集合后,接着去除集合中的重复角度并重新排序角度,从而得到新的角度集合;最终,小生境大小  $\bar{\theta}$  为新角度集合中的第  $rank$  个角度.

为了 ADC 特性,在环境选择中对初始种群进行 ADC 非支配排序.如算法 1 所示,首先计算目标空间中解的收敛性指标值和小生境大小;然后判断解之间的支配关系;最后对种群进行一次 ADC 非支配排序,使得每个解获得相应的非支配层数;并保留每个解的非支配层数,用于环境选择中的下一步.下面具体阐述环境选择的组成部分.

#### 算法 1 ADC 非支配排序

输入:进化代数  $t$ , 种群  $P$ ;

输出:非支配层  $FrontNo$ ;

- 1: 根据式(3)计算种群中解的收敛性指标  $c(i)$ ;
- 2: 计算种群中相邻解的最小角度并排序  $\theta$ ;
- 3: 根据式(4)和(5)计算小生境大小  $\bar{\theta}$ ;
- 4: %% 判断支配关系:
- 5: for  $i = 1$  to  $N - 1$
- 6: for  $j = i + 1$  to  $N$
- 7: if  $c(i) \cdot \theta / \bar{\theta} < c(j)$
- 8: dominate( $i, j$ ) = 1;
- 9: elseif  $c(j) \cdot \theta / \bar{\theta} < c(i)$
- 10: dominate( $j, i$ ) = 1;
- 11: end if
- 12: end if
- 13: end
- 14: end

#### 3.2 ADCEA 环境选择

如算法 2 所示,首先将合并种群进行目标值平移,该操作是为了保证所有平移目标值后的解位于第一象限内,并且每个目标函数的极值点在相应的坐标轴上,从而在目标空间中最大程度地覆盖参考向量;然后对种群进行一次 ADC 非支配排序,该步骤是环境选择中的重要一步,为了获得种群中的解所对应的非支配层数,从而用于最终的适应度计算和精英选择. ADC 非支配排序在环境选择中优先对候选解进行排序,为接下来的种群分割奠定基础.

**算法 2 环境选择**

```

输入:  $P_t$  (合并种群),  $V$  (参考向量);
输出:  $P_{t+1}$  (下一代种群),  $FrontNo$  (非支配层数);
1: %% 目标值平移
2: for  $i = 1$  to  $|P_t|$  do
3:  $f'_{t,i} = f_{t,i} - z_i^{\min}$ ;
4: end
5: %% ADC 非支配排序
6:  $(F_1, F_2, \dots) = \text{NondominatedSort-ADC}(P_t)$ ;
7: %% 种群分割
8: for  $i = 1$  to  $|P_t|$  do
9:   for  $j = 1$  to  $NV$  do
10:     $\theta_{t,i,j} = \arccos\left(\frac{f'_{t,i} \cdot v_{t,j}}{\|f'_{t,i}\| \|v_{t,j}\|}\right)$ ;
11:   end for
12: end for
13: %% 适应度计算
14: for  $j = 1$  to  $NV$  do
15:   for  $i = 1$  to  $|P_{t,j}|$  do
16:     $fitness = FrontNo(i) + \theta_{t,i,j} / (\pi/2)$ ;
17:   end for
18: end for
19: %% 精英选择
20: for  $j = 1$  to  $NV$  do
21:    $k = \operatorname{argmin}_{i \in \{F_1, \dots, F_j\}} fitness$ ;
22:    $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \{I_{t,k}\}$ ;
23: end for

```

**3.2.1 种群分割**

为了进一步增强种群的多样性管理,引入参考向量对整个目标空间进行分割;并在每个子空间内建立每个解与参考向量之间的联系,从而获得一组多样性较好的子种群.具体来说,一组参考向量将种群 $|P|$ 分解为一组子种群,并利用角度来衡量解和参考向量之间的空间关系:

$$\theta_{t,i,j} = \arccos\left(\frac{f'_{t,i} \cdot v_{t,j}}{\|f'_{t,i}\| \|v_{t,j}\|}\right) \quad (6)$$

其中, $t$ 、 $i$ 和 $j$ 分别表示第 $t$ 代,第 $i$ 个解和第 $j$ 条参考向量, $f'_{t,i}$ 是目标值平移后的目标向量, $v_{t,j}$ 表示第 $j$ 条参考向量, $\theta_{t,i,j}$ 是目标向量与参考向量之间的夹角.

若一个解和参考向量之间的夹角最小,那么该解会被分配到这个参考向量所代表的子种群中.由于可能存在多个解与参考向量的夹角最小,因此这些解将组成子种群.如何从每个子种群中获得精英个体是研究重点.在下小节将通过设计一种合理的适应度函数来进行精英选择.

**3.2.2 适应度计算和精英选择**

本文提出的适应度函数是根据种群的 ADC 非支配排序和种群分割而构建的,其定义为:

$$fitness = FrontNo(i) + \theta_{t,i,j} / (\pi/2) \quad (7)$$

其中 $t$ 、 $i$ 和 $j$ 分别表示第 $t$ 代,第 $i$ 个解和第 $j$ 条参考向量, $FrontNo(i)$ 为解 $i$ 的非支配层数, $\theta_{t,i,j}$ 为解 $i$ 与参考向量 $j$ 之间的夹角.

由于构建适应度函数是为了精英选择,所以在本文中,将子种群中适应度值最小的解作为精英传递给下一代.式(7)对选择个体具有两重标准:第一,当子种群的解位于不同的非支配层时,优先选择非支配层数较小的解;第二,若当子种群的解位于同一非支配层时,将进一步选择与参考向量之间的夹角最小的解.如图2(a)所示,目标空间中的解 $a$ 和 $b$ 位于不同的非支配层数,由于目标空间中归一化后的角度值小于非支配层数,所以 $a$ 的适应度最小而被选择;而在图2(b)中,当 $a$ 与 $b$ 位于同一非支配层,进一步判断与参考向量之间的夹角,由于 $\theta_1$ 更小,从而使得解 $b$ 适应度值最小而被选择.

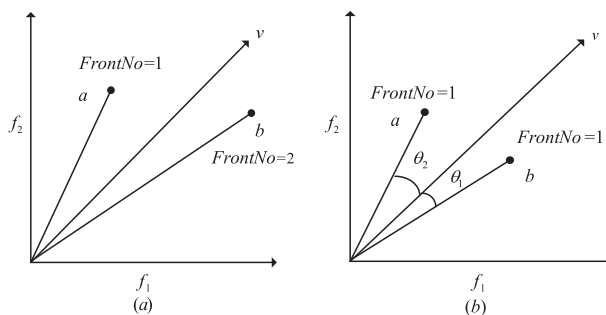


图2 解在子空间内两种情况下的选择方式

**3.3 ADCEA 的算法框架**

如算法3所示:首先分别在 $P_0$ 和 $V$ 中初始化产生 $N$ 个候选解和参考向量;然后在主循环中,采用遗传算子(交叉和变异)生成子代种群;最后为了保留精英机制,将父代种群和子代种群合并,并对合并种群进行环境选择,最终选择用于下一代的非支配解集.

**算法 3 ADCEA 的框架**

```

输入:  $N$  (种群大小);
输出:  $P_{t_{\max}}$  (最终种群);
1: %% 初始化
2:  $V = \text{UniformReferenceVector}(N)$ ;
3:  $P_0 = \text{Initialization}(N)$ ;
4: %% 主循环
5: While  $t < t_{\max}$  do
6:    $Q_t = \text{OffspringCreation}(P_t)$ ;
7:    $P_t = P_t \cup Q_t$ ;
8:    $P_{t+1} = \text{EnvironmentalSelection}(P_t, V)$ ;
9:    $t = t + 1$ ;
10: end while

```

## 4 实验研究与结果分析

### 4.1 实验设置

#### 4.1.1 基准测试问题

在实验中采用目标数目可以任意扩展的 DTLZ<sup>[21]</sup> 和 WFG<sup>[22]</sup> 测试问题集, 本文研究  $M$  为 3、5、8、10 和 15 的情况. 对于 DTLZ, 决策变量的数目由  $n = M + k - 1$  决定, 其中 DTLZ1 的  $k$  设置为 5, DTLZ2-DTLZ4 的  $k$  设置为 10; 对于 WFG, 决策变量的数目设置为  $n = k + l$ , 其中  $k = 2 * (M - 1)$  是位置相关变量的数目,  $l = 20$  是距离相关变量的数目.

#### 4.1.2 对比算法

本文采用四种 MaOEA: GrEA<sup>[7]</sup>、RPEA<sup>[8]</sup>、KnEA<sup>[11]</sup>、MOMBI-II<sup>[23]</sup> 和 ADCEA 进行对比. 所有算法在每个测试实例上执行 30 次独立运行. 并采用显著性水平为 0.05 的 Wilcoxon 秩和检验来分析结果.

(1) 种群大小: 本着公平对比的原则, 对比算法: GrEA<sup>[7]</sup>、RPEA<sup>[8]</sup>、KnEA<sup>[11]</sup> 和 MOMBI-II<sup>[23]</sup> 和 ADCEA 的种群大小取决于参考向量的数目设置, 而参考向量的数目遵循表 1 的相关设置.

(2) 交叉和变异算子: 实验中 MOEAs 生成子代的遗传算子采用模拟二元交叉 (SBX<sup>[23,24]</sup>) 和多项式突变 (PM<sup>[25]</sup>).

(3) 对比算法中特定参数的设置: GrEA 中  $div$  表示网格划分的数目, 设置为 5; RPEA 中  $\alpha$  表示生成参考点的个体比例, 设置为 0.4,  $\delta$  表示参考点和个体之间的差异, 设置为 0.1; ADCEA 中  $\beta$  取 3.

(4) 终止条件: 每一次运行的终止条件是最大代数. 对于任意目标数目的所有测试问题, 最大代数都设置为 1000.

表 1 种群大小  $N$ 、边界层参数  $H_1$  和内层参数  $H_2$  的设置

目标数目	$M=3$	$M=5$	$M=8$	$M=10$	$M=15$
$(H_1, H_2)$	(13, 0)	(6, 0)	(3, 2)	(3, 2)	(2, 1)
$N$	105	210	156	275	135

#### 4.1.3 性能指标

为了评估算法性能, 在实验中采用 HV<sup>[26]</sup> 指标, 该

指标可同时评估收敛性和多样性; 并通过给定的参考点来计算 HV, 对于 DTLZ1, 参考点设置为  $z' = (1, \dots, 1)^T$ ; 对于 DTLZ2-DTLZ4, 参考点设置为  $z' = (2, \dots, 2)^T$ ; 对于 WFG1-WFG9, 参考点设置为  $z' = (3, \dots, 2 * M + 1)^T$ . 随着  $M$  增加, HV 的计算代价呈指数增加, 则当  $M$  超过 5 时, 使用具有 1,000,000 个采样点的蒙特卡洛方法来获得近似 HV 值<sup>[26]</sup>.

### 4.2 结果分析

#### 4.2.1 在 DTLZ 测试集上的性能比较

本实验中选取 DTLZ1-DTLZ4 对算法性能进行评估, 并结合表 2 具体分析. DTLZ1 的 PF 是一个线性超平面, 与其它算法相比, ADCEA 在处理不同目标该测试问题时 HV 指标值突出; 这与采用的收敛性指标有关, 收敛性指标值越小收敛性越好, 则处于超平面上的解集收敛最佳; 虽然 DTLZ2 具有凹型 PF, 但 ADCEA 总体性能表现良好, 尤其在解决 5、10 和 15 目标测试实例性能显著; DTLZ3 存在大量局部的 PF, 虽然 MOMBI-II 只在 3 目标的 DTLZ3 中性能突出, 但 ADCEA 在 5、8、10 和 15 目标下明显优于其它四种算法, 说明了 ADCEA 不仅能够处理局部 PF 且在处理不同目标数目的测试实例时普适性较好; DTLZ4 测试 PF 高度偏向时算法能否保持候选解分布的能力, 在此测试问题上, ADCEA 在不同目标下的 HV 值突出, 由此说明 ADCEA 在处理该测试问题时能够保持种群的多样性.

由于文献[27]介绍了衡量解集质量的四个指标: 收敛性、覆盖性、均匀性和扩展性, 所以将该指标结合图 3 进行具体分析. 如图 3 所示, MOMBI-II、RPEA 和 ADCEA 的目标值范围在 0~1, 扩展性较好; 而 DTLZ1 是归一化问题, 与 GrEA 与 KnEA 相比, MOMBI-II、RPEA 和 ADCEA 的收敛性较好; 覆盖性可通过观察在任意目标上是否有解集来衡量, 根据图(c)和(d)所示, MOMBI-II 和 RPEA 在 1~10 目标轴上严重缺失解集, 覆盖性较差; 均匀性可通过观察图中是否有一组均匀分布的折线来衡量, 与其它算法对比, 图(e)中 ADCEA 的均匀性总体较好.

表 2 GrEA、KnEA、MOMBI-II、RPEA 以及 ADCEA 在 DTLZ1-DTLZ4 上获得 HV 值的统一结果(均值和标准差)

问题	$M$	GrEA	KnEA	MOMBI-II	RPEA	ADCEA
DTLZ1	3	6.7499e-1(1.35e-1) -	7.2699e-1(6.66e-2) -	<b>8.4409e-1(2.34e-4) +</b>	6.0065e-1(3.86e-2) -	8.4365e-1(7.90e-4)
	5	7.4086e-1(1.80e-1) -	5.3102e-1(1.19e-1) -	9.7468e-1(2.71e-4) =	7.3243e-1(8.41e-2) -	<b>9.7975e-1(1.65e-4)</b>
	8	5.4519e-1(1.81e-1) -	6.2363e-1(2.99e-1) -	9.3817e-1(3.87e-2) -	8.3756e-1(5.23e-2) -	<b>9.9730e-1(2.24e-4)</b>
	10	4.3157e-1(2.29e-1) -	0.0000e+0(0.00e+0) -	7.8027e-1(7.90e-2) -	8.2994e-1(9.28e-2) -	<b>9.9965e-1(3.21e-5)</b>
	15	3.2801e-1(2.09e-1) -	0.0000e+0(0.00e+0) -	5.0803e-1(7.10e-2) -	8.5053e-1(4.09e-2) -	<b>9.9990e-1(2.18e-5)</b>

续表

问题	M	GrEA	KnEA	MOMBI-II	RPEA	ADCEA
DTLZ2	3	5.5971e-1(5.66e-4) =	5.4234e-1(4.22e-3) -	<b>5.6291e-1(3.45e-5) +</b>	5.3175e-1(1.56e-2) -	5.5931e-1(6.44e-4)
	5	7.4825e-1(2.09e-2) -	7.6934e-1(1.86e-2) =	7.9445e-1(5.04e-4) +	7.1982e-1(7.96e-3) -	<b>8.0959e-1(6.18e-4)</b>
	8	9.0369e-1(2.01e-3) -	8.8137e-1(7.34e-3) -	<b>9.2590e-1(3.15e-4) +</b>	8.7239e-1(6.81e-3) -	9.2324e-1(1.31e-3)
	10	6.4708e-2(2.46e-1) -	9.4322e-1(1.57e-2) =	7.4991e-1(1.29e-1) -	9.0451e-1(8.44e-3) -	<b>9.7015e-1(4.70e-4)</b>
	15	6.5903e-2(2.49e-1) -	9.7949e-1(3.46e-3) +	3.3383e-1(5.00e-2) -	9.2367e-1(1.28e-2) =	<b>9.9046e-1(1.27e-4)</b>
DTLZ3	3	4.8543e-1(1.35e-1) -	4.9311e-1(4.63e-2) -	<b>5.6061e-1(1.34e-3) +</b>	4.8131e-1(3.04e-2) -	5.5622e-1(3.36e-3)
	5	2.1435e-1(1.45e-1) -	4.3841e-1(1.59e-1) -	7.9155e-1(1.84e-3) +	6.2442e-1(6.13e-2) -	<b>8.0928e-1(1.41e-3)</b>
	8	1.2023e-1(5.21e-2) -	0.0000e+0(0.00e+0) -	8.6775e-1(1.02e-1) =	6.2561e-1(6.27e-2) -	<b>9.2217e-1(2.74e-3)</b>
	10	2.4452e-2(5.60e-2) -	0.0000e+0(0.00e+0) -	4.2419e-1(7.44e-2) -	6.1894e-1(8.19e-2) -	<b>9.7010e-1(8.65e-4)</b>
	15	0.0000e+0(0.00e+0) -	0.0000e+0(0.00e+0) -	2.7073e-1(4.18e-2) -	5.5609e-1(1.16e-1) -	<b>9.5428e-1(1.80e-1)</b>
DTLZ4	3	4.9766e-1(1.50e-1) =	5.4545e-1(2.62e-3) -	5.3252e-1(1.00e-1) -	3.3389e-1(1.84e-1) -	<b>5.5992e-1(4.67e-4)</b>
	5	7.4998e-1(2.11e-2) -	7.7737e-1(1.77e-2) =	7.7288e-1(3.89e-2) +	5.6751e-1(1.82e-1) -	<b>8.0894e-1(7.87e-4)</b>
	8	9.0585e-1(2.25e-3) -	9.0215e-1(5.83e-3) -	9.2355e-1(1.13e-2) +	8.5067e-1(6.14e-2) -	<b>9.2508e-1(6.71e-3)</b>
	10	9.7122e-2(2.96e-1) -	9.4487e-1(1.28e-2) =	8.7677e-1(3.96e-2) -	9.2569e-1(2.74e-2) -	<b>9.7228e-1(5.24e-4)</b>
	15	9.8181e-2(3.00e-1) -	9.8062e-1(3.21e-3) +	4.8347e-1(6.10e-2) -	9.6333e-1(3.96e-3) +	<b>9.8625e-1(1.28e-3)</b>
+/-/≈	1/18/1	0/20/0	4/15/1	0/20/0		

“+”表明该算法优于 ADCEA,“-”劣于 ADCEA,“=”则表示与 ADCEA 性能相似

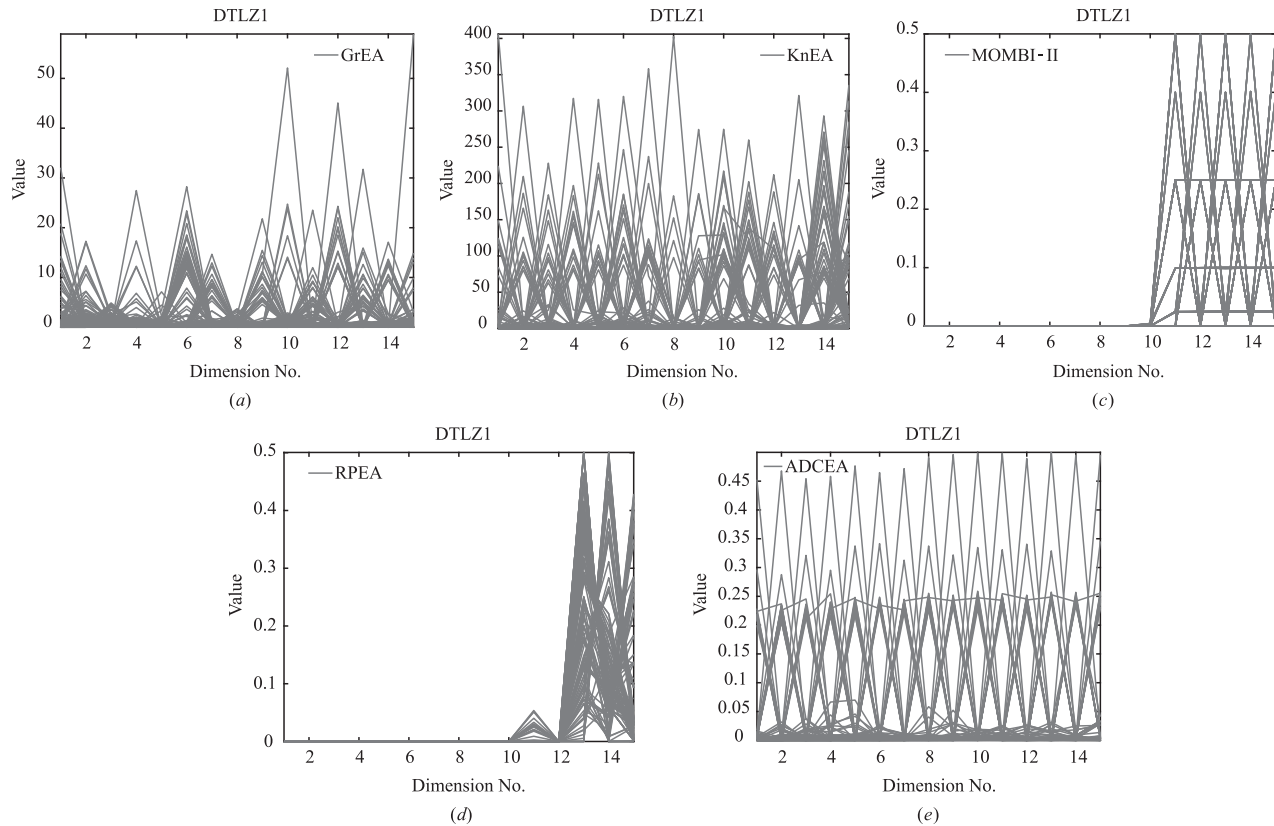


图3 GrEA、KnEA、MOMBI-II、RPEA和ADCEA在15目标DTLZ1实例上获得的非支配解

4.2.2 在 WFG 测试集上的性能比较

在本实验中选取 WFG1-WFG9 来更真实地评估算

法处理不同问题的能力,并结合表 3 来具体分析. WFG1 具有平坦偏差和混合结构的 PF,ADCEA 不仅在

5 和 15 目标测试实例中明显优于其它算法,而且在其它目标下的性能总体良好;WFG2 具有断开的 PF,在该测试问题上,KnEA 和 ADCEA 的整体算法性能明显优于其它算法;WFG3 的 PF 是线性且退化的,RPEA 在处理 PF 退化的测试问题时算法性能最显著;剩余 6 个测试问题在目标空间中具有相同的 PF,但在决策变量空间中的设计存在不同的困难.虽然 WFG4 具有凹型和多模态的 PF,但是 KnEA 和 ADCEA 在处理该测试问题时明显优于其它算法;同时,在处理时 WFG5,虽然该测试问题引入欺骗性特征,但 KnEA 和 ADCEA 在该测试问题上的 HV 值明显地超过其它算法;WFG6 具有不可分离且缩放的 PF,ADCEA 在 5、8、10 和 15 目标测试实例中性能表现显著且普适性较好;WFG7 是一个具有参数依赖性的可分离单峰问题,MOMBI-II 只在 3 目标测试实例上性能最优,而 ADCEA 在处理 5、8、10 和 15 目标 WFG7 时性能表现突出,说明 ADCEA 在该测试问题

上处理不同目标数目的普适性较好;WFG8 在 WFG7 的基础上增加了不可分特性,GrEA 仅在 3 目标测试实例上性能较为突出,但 ADCEA 在其余不同目标下性能总体良好;WFG9 是一个难题,KnEA 和 ADCEA 在该测试问题上表现出一定的竞争力.

由表 2 分析出,本文提出的 ADCEA 在处理不同目标的 DTLZ1-DTLZ4 测试问题时,性能显著且在处理不同目标优化问题时普适性较高;根据表 3 分析出,虽然 KnEA 和 ADCEA 在处理 WFG1-WFG9 测试实例时表现一定的竞争性,性能较好,但从总体性能来看,ADCEA 的整体性能最为突出.因此,综合以上分析,总结出 ADCEA 在处理 MaOPs 上性能显著,就 HV 值而言,ADCEA 不仅能有效地平衡非支配解集的收敛性和多样性,且在不同目标测试实例中仍然能够保持算法的性能,普适性较好.

表 3 GrEA、KnEA、MOMBI-II、RPEA 以及 ADCEA 在 WFG1-WFG9 上获得 HV 值的统一结果(均值和标准差)

问题	M	GrEA	KnEA	MOMBI-II	RPEA	ADCEA
WFG1	3	9.2550e-1(4.09e-3) +	<b>9.2926e-1(3.47e-3) +</b>	9.2325e-1(1.09e-3) +	8.5124e-1(1.55e-2) -	9.0192e-1(1.46e-2)
	5	9.7368e-1(3.85e-3) -	9.9171e-1(1.40e-3) -	9.6292e-1(6.29e-2) =	9.8448e-1(2.34e-3) -	<b>9.9436e-1(2.48e-3)</b>
	8	9.8135e-1(5.31e-3) =	<b>9.9572e-1(1.13e-3) +</b>	9.9431e-1(2.64e-2) +	9.9534e-1(1.52e-3) +	9.6228e-1(3.93e-2)
	10	9.9062e-1(2.53e-3) -	9.9733e-1(9.56e-4) =	9.0487e-1(1.57e-1) =	<b>9.9829e-1(4.70e-4) +</b>	9.9610e-1(4.20e-3)
	15	9.9101e-1(2.91e-3) +	8.8693e-1(1.65e-1) -	7.5910e-1(2.69e-1) -	<b>9.9686e-1(9.03e-4) =</b>	9.6611e-1(5.23e-2)
WFG2	3	9.2794e-1(2.26e-3) +	9.2428e-1(3.27e-3) -	9.1910e-1(1.10e-2) =	8.8136e-1(1.49e-2) -	<b>9.3006e-1(2.42e-3)</b>
	5	9.7264e-1(4.69e-3) -	<b>9.9374e-1(5.68e-4) +</b>	9.9319e-1(1.19e-2) +	9.5278e-1(9.19e-3) -	9.8921e-1(2.56e-3)
	8	9.8344e-1(2.99e-3) -	9.8722e-1(3.22e-3) -	9.9096e-1(8.47e-3) +	9.7797e-1(7.36e-3) -	<b>9.9331e-1(1.11e-3)</b>
	10	9.8883e-1(4.81e-3) =	<b>9.9498e-1(8.28e-4) +</b>	9.2244e-1(1.17e-1) =	9.8301e-1(7.48e-3) -	9.8976e-1(2.43e-3)
	15	9.6846e-1(1.11e-2) -	<b>9.9027e-1(1.13e-2) +</b>	6.5252e-1(3.20e-1) -	9.8733e-1(5.04e-3) =	9.8650e-1(3.44e-3)
WFG3	3	3.9575e-1(1.71e-3) +	3.8441e-1(4.57e-3) +	4.0411e-1(3.63e-4) +	<b>4.1265e-1(1.09e-3) +</b>	3.2101e-1(1.53e-2)
	5	2.0557e-1(5.92e-3) +	7.9370e-2(2.74e-2) -	9.2232e-2(4.54e-3) -	<b>2.7969e-1(1.34e-3) +</b>	1.0713e-1(3.34e-2)
	8	7.8079e-2(2.81e-2) +	0.0000e+0(0.00e+0) =	1.1026e-1(1.20e-2) +	<b>1.8904e-1(7.62e-3) +</b>	0.0000e+0(0.00e+0)
	10	6.5588e-2(1.79e-2) +	0.0000e+0(0.00e+0) =	7.4943e-2(1.95e-2) +	<b>1.4926e-1(1.04e-2) +</b>	0.0000e+0(0.00e+0)
	15	0.0000e+0(0.00e+0) =	0.0000e+0(0.00e+0) =	0.0000e+0(0.00e+0) =	<b>4.3814e-3(9.77e-3) +</b>	0.0000e+0(0.00e+0)
WFG4	3	<b>5.5982e-1(4.97e-4) +</b>	5.4326e-1(2.98e-3) -	5.5937e-1(5.73e-3) +	5.3442e-1(8.86e-3) -	5.5895e-1(7.61e-4)
	5	7.5520e-1(3.57e-3) -	7.8943e-1(2.34e-3) -	7.9084e-1(6.59e-3) -	7.2653e-1(7.23e-3) -	<b>7.9997e-1(1.52e-3)</b>
	8	8.6302e-1(4.55e-3) -	8.9838e-1(4.69e-3) -	8.9332e-1(4.76e-2) -	8.2418e-1(1.38e-2) -	<b>9.0864e-1(3.12e-3)</b>
	10	6.6848e-1(2.85e-2) -	<b>9.6166e-1(8.80e-4) +</b>	7.4657e-1(2.36e-1) =	9.0787e-1(7.75e-3) -	9.2219e-1(7.42e-3)
	15	4.2976e-1(2.38e-2) -	<b>9.8336e-1(1.45e-3) +</b>	4.4029e-1(1.57e-1) -	8.8880e-1(1.42e-2) =	8.9117e-1(2.53e-2)
WFG5	3	<b>5.2455e-1(1.30e-4) +</b>	5.0620e-1(2.54e-3) -	5.0494e-1(3.04e-3) -	4.9786e-1(5.78e-3) -	5.2008e-1(4.30e-4)
	5	6.9769e-1(3.43e-3) -	7.4391e-1(3.67e-3) -	7.1778e-1(1.21e-2) -	6.6673e-1(7.27e-3) -	<b>7.5711e-1(1.19e-3)</b>
	8	8.2484e-1(3.52e-3) -	8.3879e-1(7.44e-3) -	7.6564e-1(1.89e-2) -	7.6127e-1(9.26e-3) -	<b>8.5272e-1(3.59e-3)</b>
	10	6.3758e-1(2.19e-2) -	<b>8.9779e-1(6.61e-4) +</b>	6.2241e-1(2.78e-1) -	8.1850e-1(8.97e-3) -	8.8376e-1(4.49e-3)
	15	3.8226e-1(2.57e-2) -	<b>9.1205e-1(8.65e-4) +</b>	1.8316e-1(6.26e-2) -	7.8507e-1(1.51e-2) =	7.8664e-1(2.40e-2)

续表

问题	M	GrEA	KnEA	MOMBI-II	RPEA	ADCEA
WFG6	3	<b>5. 1078e-1 (1. 12e-2) =</b>	4. 9005e-1 (1. 37e-2) -	5. 0707e-1 (1. 31e-2) =	4. 7699e-1 (2. 07e-2) -	5. 0821e-1 (1. 54e-2)
	5	6. 7656e-1 (1. 45e-2) -	7. 1981e-1 (1. 32e-2) -	7. 2374e-1 (2. 26e-2) -	6. 4960e-1 (1. 89e-2) -	<b>7. 4269e-1 (1. 43e-2)</b>
	8	8. 0562e-1 (1. 56e-2) -	7. 9814e-1 (2. 04e-2) -	8. 2845e-1 (3. 84e-2) =	7. 8052e-1 (2. 79e-2) -	<b>8. 3779e-1 (1. 87e-2)</b>
	10	5. 8683e-1 (4. 07e-2) -	8. 7222e-1 (1. 57e-2) =	7. 2291e-1 (1. 84e-1) -	8. 5055e-1 (2. 21e-2) -	<b>8. 7331e-1 (2. 15e-2)</b>
	15	4. 1731e-1 (3. 47e-2) -	8. 7232e-1 (2. 54e-2) =	4. 2862e-1 (1. 61e-1) -	8. 0740e-1 (3. 22e-2) -	<b>8. 8679e-1 (2. 93e-2)</b>
WFG7	3	5. 6012e-1 (4. 50e-4) +	5. 4708e-1 (2. 73e-3) -	<b>5. 6238e-1 (8. 24e-4) +</b>	5. 2584e-1 (1. 62e-2) -	5. 5770e-1 (1. 00e-3)
	5	7. 4784e-1 (3. 13e-3) -	7. 9624e-1 (2. 03e-3) -	7. 8882e-1 (9. 74e-3) -	7. 1615e-1 (1. 30e-2) -	<b>8. 0979e-1 (7. 27e-4)</b>
	8	8. 8815e-1 (3. 14e-3) -	8. 9197e-1 (7. 06e-3) -	<b>9. 2061e-1 (6. 67e-3) +</b>	8. 5928e-1 (9. 81e-3) -	9. 1665e-1 (3. 19e-3)
	10	6. 5970e-1 (3. 15e-2) -	9. 5630e-1 (6. 10e-3) =	8. 1454e-1 (2. 02e-1) =	9. 2383e-1 (7. 57e-3) -	<b>9. 5858e-1 (3. 60e-3)</b>
	15	4. 3273e-1 (1. 88e-2) -	9. 8494e-1 (1. 83e-3) =	4. 5584e-1 (1. 41e-1) -	9. 0407e-1 (1. 57e-2) -	<b>9. 8510e-1 (2. 24e-3)</b>
WFG8	3	<b>4. 8603e-1 (1. 56e-3) +</b>	4. 5215e-1 (4. 19e-3) -	4. 5686e-1 (2. 53e-3) -	4. 4532e-1 (4. 77e-3) -	4. 6034e-1 (4. 29e-3)
	5	6. 3961e-1 (4. 55e-3) -	6. 6247e-1 (2. 92e-3) -	3. 2005e-1 (2. 79e-2) -	5. 7198e-1 (1. 56e-2) -	<b>6. 9108e-1 (2. 08e-3)</b>
	8	7. 5066e-1 (3. 37e-2) -	7. 5589e-1 (1. 77e-2) -	5. 9678e-1 (1. 65e-2) -	6. 6728e-1 (1. 26e-2) -	<b>7. 9331e-1 (1. 66e-2)</b>
	10	5. 3904e-1 (2. 35e-2) -	8. 3138e-1 (5. 67e-2) -	5. 3277e-1 (1. 51e-1) -	7. 4743e-1 (3. 78e-2) -	<b>8. 8291e-1 (2. 36e-2)</b>
	15	3. 8728e-1 (2. 10e-2) -	7. 9857e-1 (1. 08e-1) -	3. 1795e-1 (6. 80e-2) -	6. 8912e-1 (3. 29e-2) -	<b>9. 1533e-1 (1. 08e-2)</b>
WFG9	3	<b>5. 4821e-1 (1. 73e-3) +</b>	5. 2376e-1 (3. 18e-2) -	5. 1483e-1 (4. 65e-3) -	5. 0863e-1 (3. 55e-2) -	5. 3172e-1 (2. 26e-2)
	5	7. 3431e-1 (4. 42e-3) -	7. 6313e-1 (3. 71e-3) -	5. 0300e-1 (7. 10e-2) -	6. 7083e-1 (1. 12e-2) -	<b>7. 6818e-1 (3. 53e-3)</b>
	8	8. 0577e-1 (2. 73e-2) =	<b>8. 5382e-1 (4. 31e-2) +</b>	7. 2928e-1 (2. 92e-2) -	7. 5731e-1 (2. 90e-2) -	8. 0494e-1 (6. 63e-2)
	10	5. 5703e-1 (4. 25e-2) -	8. 6058e-1 (3. 24e-2) -	5. 9162e-1 (2. 77e-1) -	8. 1710e-1 (2. 94e-2) -	<b>9. 1980e-1 (2. 65e-3)</b>
	15	3. 5720e-1 (3. 85e-2) -	<b>8. 9413e-1 (7. 00e-2) +</b>	1. 6856e-1 (8. 69e-2) -	7. 4398e-1 (5. 03e-2) -	8. 0462e-1 (9. 73e-2)
+ / - / ≈		12/28/5	12/25/8	10/26/9	7/34/4	

“+”表明该算法优于 ADCEA,“-”劣于 ADCEA,“=”则表示与 ADCEA 性能相似

## 5 总结

本文提出了一种基于自适应支配准则的高维多目标进化算法(ADCEA),该算法致力于解决不同目标优化问题的普适性和提高种群收敛性和多样性的平衡.在算法中采用 ADC 为支配准则,该支配准则通过自适应小生境大小实现动态地控制解的支配区域;同时在环境选择中以参考向量为辅助工具,并结合两者构建合理的适应度表达式以完成精英选择.

实验结果证明 ADCEA 在处理不同目标优化问题时普适性较好,尤其在处理 MaOPs 时性能显著,同时在平衡种群的收敛性和多样性上效果明显.尽管 ADCEA 很好地应用于大多数 MaOPs,但在处理一些退化等测试问题时性能不足.因此,下一步的工作计划是继续改进 ADCEA 以适应不同 PF 的测试问题,并将 ADCEA 应用于解决约束等实际应用问题.

### 参考文献

[1] Zhou A, Qu B Y, Li H, et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art [J]. Swarm and

Evolutionary Computation, 2011, 1(1): 32 - 49.

- [2] Bingdong, Li, Jinlong, et al. Many-objective evolutionary algorithms: A survey [J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2015, 48(1): 1 - 35.
- [3] Schutze O, Lara A, Coello C A C. On the influence of the number of objectives on the hardness of a multiobjective optimization problem [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(4): 444 - 455.
- [4] 刘建昌, 李飞, 王洪海, 等. 进化高维多目标优化算法研究综述 [J]. 控制与决策, 2018, 33(5): 114 - 122.  
Liu J, Li F, Wang H, Li T, et al. Survey on evolutionary many-objective optimization algorithms [J]. Control and Decision, 2018, 33(5): 114 - 122. (in Chinese)
- [5] Julian Molina, Santana L V, Alfredo G. Hernandez-Diaz, et al. G-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2): 685 - 692.
- [6] Sato H, Hernan E. Aguirre, Tanaka K. Self-controlling dominance area of solutions in evolutionary many-objective optimization [J]. New Mathematics & Natural Computation, 2015, 11(2): 135 - 150.

- [7] Yang S, Li M, Liu X, et al. Agrid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2013, 17(5): 721–736.
- [8] Elarbi M, Bechikh S, Gupta A, et al. A new decomposition-based nsga-ii for many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(7): 1191–1210.
- [9] Tian Y, Cheng R, Zhang X, et al. A Strengthened dominance relation considering convergence and diversity for evolutionary many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(2): 331–345.
- [10] Li M, Yang S, Liu X. Shift-based density estimation for pareto-based algorithms in many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(3): 348–365.
- [11] Zhang X, Tian Y, Jin Y. Aknee point driven evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 19(6): 761–776.
- [12] Liu H L, Gu F, Zhang Q. Decomposition of a multiobjective optimization problem into a number of simple multiobjective subproblems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(3): 450–455.
- [13] Chen L, Liu H L, Lu C, et al. A novel evolutionary multi-objective algorithm based on S metric selection and M2M population decomposition [A]. Proceedings of the 18th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems [C]. 2015. 2: 441–452.
- [14] Zhou J, Yao X, Chan F, et al. A decomposition based evolutionary algorithm with direction vector adaption and selection enhancement [J]. Information Sciences, 2019, 501: 248–271.
- [15] Qi Y, Ma X, Liu F, et al. MOEA/D with adaptive weight adjustment [J]. Evolutionary Computation, 2014, 22(2): 231–264.
- [16] Yang Y, Luo J, Huang L, et al. A many-objective evolutionary algorithm with epsilon-indicator direction vector [J]. Applied Soft Computing, 2018, 76: 326–355.
- [17] Cai X, Sun H, Fan Z. A diversity indicator based on reference vectors for many-objective optimization [J]. Information Sciences, 2017, 430: 467–486.
- [18] Coello C A C, Lamont G B, Veldhuizen D A V. Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems [J]. 2002. 5–7.
- [19] Cheng R, Jin Y, Olhofer M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 773–791.
- [20] Hui, Bai, Jinhua, et al. A Pareto-based many-objective evolutionary algorithm using space partitioning selection and angle-based truncation [J]. Information Sciences, 2019, 478: 186–207.
- [21] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable Test Problems for Evolutionary Multiobjective Optimization. Evolutionary Multiobjective Optimization. Theoretical Advances and Applications [M]. London: Springer-Verlag, 2005. 105–145.
- [22] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(5): 477–506.
- [23] Raquel Hernández Gómez, Coello C A C. Improved metaheuristic based on the R2 indicator for many-objective optimization [A]. GECCO'15: Proceedings of the 2015 Genetic and Evolutionary Computation Conference [C]. New York: ACM Press. 2015. 679–686.
- [24] Agrawal R B, Deb K, Agrawal R B. Simulated binary crossover for continuous search space [J]. Complex Systems, 2000, 9(3): 115–148.
- [25] Deb K, Goyal M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design [J]. Computer Science and Informatics, 1996, 26: 30–45.
- [26] Bader J, Zitzler E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 19(1): 45–76.
- [27] Li M, Zhen L, Yao X. How to read many-objective solution sets in parallel coordinates [J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 88–100.

#### 作者简介



**孙文静** 女,汉族,1995 年生于安徽广德,现为南昌航空大学硕士研究生,主要研究方向为进化算法。  
E-mail: 18970941060@163.com



**李军华 (通信作者)** 男,汉族,1974 年出生于江西萍乡,现为南昌航空大学教授,博士学位,研究生导师,主要研究方向为进化算法和智能控制。  
E-mail: jhlee126@126.com