

基于代数连通度优化的 空间信息网络分布式拓扑控制方法

张泰江¹, 李勇军¹, 赵尚弘¹, 郑永兴², 辛 宁³

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安 710077; 2. 西安科诺网络与信息安全技术研究所, 陕西西安 710068;
3. 中国空间技术研究院通信卫星事业部, 北京 100094)

摘 要: 针对空间信息网络中节点高速运动导致的网络拓扑结构难以长期稳定的问题, 本文提出了基于代数连通度优化的网络动态拓扑控制方法, 通过少量链路调整来维持网络拓扑的稳定性. 为减小空间信息网络节点持续相对运动对网络拓扑结构稳定性造成的不利影响, 针对网络初始化和网络重构场景, 采用图论中的拉普拉斯矩阵特征值优化思想, 构建了星上资源约束条件下的加权代数连通度最大化模型. 为降低计算复杂度来实现网络拓扑的捷变控制, 提出了基于连通矩阵弱扰动的动态网络拓扑控制策略. 研究结果表明, 提出的算法能够通过内点法, 可高效地得到次优解, 且次优解与全局最优解十分接近.

关键词: 空间信息网络; 图论; 分布式算法; 代数连通度; 凸优化; 拓扑控制

中图分类号: TN927 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)06-1162-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.06.017

Distributed Topology Control Method Based on the Algebraic Connectivity Optimization in Space Information Networks

ZHANG Tai-jiang¹, LI Yong-jun¹, ZHAO Shang-hong¹, ZHENG Yong-xing², XIN Ning³

(1. Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China;

2. Xi'an Kono Network and Information Security Technology Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710068, China;

3. Institute of Telecommunication Satellite, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: Aiming at the problem of long-term stability of the network topology caused by high-speed movement of nodes in a space information network, a dynamic topology control method based on the algebraic connectivity optimization is proposed to reduce the number of links so as to maintain the stability of the network topology. In order to reduce the adverse effect of the continuous relative motion of the space information network nodes on the stability of the network topology, according to the network initialization and network reconstruction scenarios, the Laplacian eigenvalue optimization in graph theory is used to construct the algebraic connectivity optimization model with resource constraints. To reduce the computational complexity and achieve agile control of network topology, a dynamic network topology control strategy based on weak perturbation of connectivity matrix is proposed. The results show that the proposed algorithm can obtain suboptimal solutions very efficiently through the interior point method, and the suboptimal solution is very close to the global optimal solution.

Key words: space information networks; graph theory; distributed algorithm; algebraic connectivity; convex optimization; topology control

1 引言

空间信息网络是以各类航天器平台为载体, 利用微波/激光链路实现平台间一体化互联组网, 是天地一体化信息网络的重要组成部分. 空间信息网络存在节点动态变化、星间距离较长、星上资源受限、星间链路易损等特点, 这些特点使得网络运行过程中会出现连通

度随时间不断变化的情况, 进而影响网络的整体效能. 拓扑控制能够使网络的连通度稳定维持在一个较高的水平, 因此需要设计一种基于动态规划的星间链路建立机制, 允许卫星节点在满足一定网络性能约束的条件下, 通过最优化方法来生成和更新具有最佳连通度性能的网络结构.

1973年, Miroslav Fiedler从图论的角度出发, 首次

收稿日期: 2019-05-20; 修回日期: 2019-09-17; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(No. 91638101); 国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 61701522); 陕西省自然科学基金项目(No. 2018JM6069)

提出了代数连通度的相关理论^[1]. 代数连通度的最大化问题已被证明是一个 NP-hard 问题,需要在一定的假设条件下转化为凸优化问题或采用启发式算法求解^[2,3]. 代数连通度在各类网络的设计中都扮演着重要的角色^[4-7],对网络中同步、随机行走和泛洪等动态处理的性能产生影响^[8,9]. Kim 和 Mesbahi^[10,11]提出了一种基于半正定规划的迭代算法,并证明了算法通常可以得到最优解. Xiao 和 Boyd^[12]考虑了分布式均衡协议快速收敛条件下的边权重优化问题,提出了基于半正定规划的求解算法. 在求解方法方面,凸优化通过松弛化处理,能够得到问题的上界^[13]. 混合马尔科夫过程对随机网络中的代数连通度演化问题提供了高效的求解方案^[14]. 通过逐边调整的方法来获得网络最大化代数连通度是各类启发式算法的主要思想^[15,16].

本文将代数连通度扩展为加权代数连通度加以分析,针对网络初始化和网络重构两种典型场景,通过对拉普拉斯矩阵特征值在矩阵摄动条件下演化规律的分析,得出一种新的逐边调整的启发式算法. 通过数学分析和仿真实验,证明了算法的运算结果能够在较小的计算复杂度下实现局部最优化,且与全局最优解之间的误差较小.

2 系统模型

令一个无方向加权图 $G = (V, E)$ 表示一个空间信息网络拓扑,其中端点集合 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示网络节点集,边集合 $E = \{e_{ij} \mid i, j \in V, i \neq j\}$ 表示星间链路集. 引入变量 a_{ij} 来表示节点 i 与 j 之间是否存在直连星间链路,即当节点 i 与节点 j 之间存在直接相连的链路时, $a_{ij} = a_{ji} = 1$, 否则 $a_{ij} = a_{ji} = 0$. 假设任意节点内不存在自环链路,则 $a_{ii} = 0, \forall i$. 定义 $N \times N$ 对称矩阵 $A \triangleq \{a_{ij}\}$ 为图 G 的邻接矩阵. 另外,在网络中,每条链路 e_{ij} 都存在一个非负、双向的权重值 $w_{ij} = w_{ji}$ 来表示链路强度, w_{ij} 的值越大,表示链路 e_{ij} 的稳定性越高. 当 $a_{ij} = 0$ 时, i 与 j 之间不存在直连链路,故 $w_{ij} = 0$; 否则, w_{ij} 将在 $[\alpha, \beta]$ 范围内选择一个值,其中 α 和 β 分别表示链路权重的下限和上限. 设置下限 α 的目的是避免链路强度过低导致的链路实质上无效,设置上限 β 的目的是避免一味增大链路强度导致的链路开销过大. 所以, w_{ij} 可以表示为 $a_{ij}\alpha \leq w_{ij} \leq a_{ij}\beta$. 则图 G 对应的拉普拉斯矩阵 L 的元素 l_{ij} 定义为:

$$l_{ij} = \begin{cases} -w_{ij}, & a_{ij} = 1, i \neq j \\ 0, & a_{ij} = 0, i \neq j \\ \sum_{p=1}^N w_{ip}, & i = j \end{cases} \quad (1)$$

显然, L 为半正定矩阵,则 L 的 n 个特征值经排序后可以表示为 $0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$. 由于 $Le = 0$, 故最小特征值 $\lambda_1 = 0$, 对应的特征向量为 e , 其中 $e \in R^n$ 为元素

均为 1 的 n 阶列向量. 第二小特征值 λ_2 定义为图 G 的代数连通度,对应的特征向量被称为 Fiedler 向量. 当且仅当网络是连通时, $\lambda_2 > 0$. 由于 λ_2 越大,网络的抗毁性和鲁棒性越好,因此本文将在空间信息网络实际场景的一系列约束下,研究最大化 λ_2 的方法.

下面考虑实际情况下的约束条件,假设卫星 i 具有自由度限制,用 d_i 表示,它等于 i 上天线波束的数量,表示 i 能够同时连接的节点数量上限,即 $\sum_{j=1}^N a_{ij} \leq d_i, \forall i$. 简便起见,可以将上述 N 个不等式约束表示成矩阵形式: $Ae = d$, 其中 e 表示 N 维列向量且 e 中的元素全为 1, d 表示由 d_i 构成的 N 维自由度列向量.

为了使链路保持可用,每条星间链路都需要提供相应的链路开销,包括 PAT 开销、功率放大与前置放大开销和机械开销等. 令维持链路 e_{ij} 中每个单位权重的开销为 c_{ij} , 则链路 e_{ij} 的总体开销为 $w_{ij}c_{ij}$. 另一方面,对卫星 i 而言,存在一个总的资源上限 $C_{\text{lim}}^{(i)}$, 表示 i 能提供的链路资源总和. 因此,星上资源约束不等式 $\sum_{j=1}^N w_{ij}c_{ij} \leq C_{\text{lim}}^{(i)}, \forall i$ 必须满足. 为了便于描述,将该不等式表示为矩阵形式,即 $\text{diag}(W^T C) \leq C_{\text{lim}}$, 其中 W 为链路权重矩阵, C 为链路代价矩阵, C_{lim} 为卫星资源上限列向量, $\text{diag}(Y)$ 表示矩阵 Y 的对角线值组成的列向量.

与地面网络不同,星间组网时卫星之间还存在可视性问题. 通常情况下,同时满足下列两个条件时,两颗卫星之间是“可视的”:一是两颗卫星之间的连线没有被地球阻挡;二是两颗卫星之间的距离不超过双方的有效通信距离. 定义矩阵 χ 表示网内所有卫星的可视性关系, χ 中的元素为 0-1 变量 x_{ij} , 表示卫星 i 与卫星 j 之间的可视性,定义为:当且仅当 i 与 j 可视时, $x_{ij} = x_{ji} = 1$; 否则 $x_{ij} = x_{ji} = 0$. 显然, χ 为对称矩阵,且满足 $A \leq \chi$.

3 问题描述

由于空间信息网络的拓扑时变特性,拓扑的初始化与重构是两个同样重要的问题. 为了区分这两种情形下的拓扑优化问题,分别对这两种情况进行建模.

3.1 网络初始化问题

空间信息网络加权代数连通度最大化拓扑控制的初始化问题指的是:在网络初始状态下或网络需要完全重新构建时,构建具有最大加权代数连通度的网络拓扑问题. 因此,原始问题可以构建为:

$$\begin{aligned} & \max \lambda_2 \\ & \text{s. t. } \text{diag}(W^T C) \leq C_{\text{lim}} \\ & \quad \alpha A \leq W \leq \beta A \\ & \quad Ae \leq d \\ & \quad A \leq \chi \\ & \quad a_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (2)$$

其中,优化参数为 \mathbf{A} 和 \mathbf{W} ,输入参数包括:所有节点的瞬时位置、可视性矩阵 χ 、自由度约束向量 \mathbf{d} 、开销矩阵 \mathbf{C} 、单星资源总量向量 \mathbf{C}_{lim} 和权重分布区间 $[\alpha, \beta]$. 而目标函数 $\max \lambda_2$ 是一个严格凹函数,因为根据 Courant-Fischer 定理, $\max \lambda_2$ 事实上是 \mathbf{W} 对应的拉普拉斯矩阵的一个线性函数集的逐点上确界^[9]:

$$\lambda_2 = \inf \{ \mathbf{y}^T \mathbf{L} \mathbf{y} \mid \|\mathbf{y}\| = 1, \mathbf{e}^T \mathbf{y} = 0 \} \quad (3)$$

其中, $\|\mathbf{y}\|$ 表示向量 \mathbf{y} 的模.

为了在多项式时间内求得问题的次优解,将原始问题中有关整型约束的条件取消,从而将问题松弛为凸优化形式:

$$\begin{aligned} \max \lambda_2 \\ \text{s. t. } \text{diag}(\mathbf{W}^T \mathbf{C}) \leq \mathbf{C}_{\text{lim}} \\ \alpha \mathbf{A} \leq \mathbf{W} \leq \beta \mathbf{A} \\ \mathbf{A} \leq \chi \end{aligned} \quad (4)$$

另一方面,对于小规模的空间信息网络,可以采用穷举法来获得原始问题的最优解. 在穷举法中,满足约束条件的所有可能性拓扑都将做优化计算,即根据可视性矩阵 χ 和自由度约束向量 \mathbf{d} ,穷举所有满足 $\mathbf{A} \leq \chi$ 和 $\mathbf{A} \mathbf{e} = \mathbf{d}$ 的邻接矩阵 \mathbf{A} ,而针对每个给定的邻接矩阵,求解其加权代数连通度最大化问题则退化为求解如下凸优化问题:

$$\begin{aligned} \max \lambda_2 \\ \text{s. t. } \text{diag}(\mathbf{W}^T \mathbf{C}) \leq \mathbf{C}_{\text{lim}} \\ \alpha \mathbf{A} \leq \mathbf{W} \leq \beta \mathbf{A} \end{aligned} \quad (5)$$

每个可视性条件下,采用穷举算法需要计算约 $2^{e^{\chi} e/2}$ 次最优化计算,其中 $e^{\chi} e/2$ 为每个可视性条件内的所有潜在边的数量. 再考虑到可视性情况随着时间不断变化,因此当网络规模较小时,穷举算法能够作为最优解的求取方法;而当网络规模较大时,穷举算法因其呈指数增长的计算量而变得不再适用. 因此,考虑采用贪婪算法来求取问题的次优解. 其思路为:

(1) 首先假设可视性条件下所有的潜在链路全部建立,然后计算出全连通状态下的最优化权重分布 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(0)}$;

(2) 贪婪迭代:根据 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(i)}$,根据矩阵摄动理论和自由度约束条件删除一条“最差”的链路,再通过最优化计算得到 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(i+1)}$;

(3) 判断:若 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(i+1)}$ 满足自由度约束,则为算法最优解(通常是原始问题次优解),否则返回(2).

上述算法的最优化问题计算次数为 $\mathbf{e}^T (\chi - \mathbf{A}_{\text{opt}}) \mathbf{e}$,远小于穷举算法所需的计算次数 $2^{e^{\chi} e/2}$,而且当卫星自由度较大时,所需计算复杂度极小.

3.2 参数测试

由于卫星的可视性关系和相对距离会不断发生变化,网络的可视性矩阵和权重矩阵也会随之不断地改变. 网络的动态性理解为:在某个参考时刻 t_0 ,对应的可

视性矩阵为 χ 、开销矩阵为 \mathbf{C} ,经过持续时间 t 之后,在时刻 $t_1 = t_0 + t$,由于卫星空间位置的变化,可视性矩阵变为 $\hat{\chi}$ 、开销矩阵变为 $\hat{\mathbf{C}}$. 则 t_0 时的最优化拓扑 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{t_0}$ 不再最优,甚至不再可行. 因此需要重新计算 t_1 时的最优或次优拓扑. 综合考虑网络重构时面临的拓扑控制问题,构建网络重构时的原始最优化问题如下:

$$\begin{aligned} \max \hat{\lambda}_2 \\ \text{s. t. } \text{diag}(\hat{\mathbf{W}}^T \hat{\mathbf{C}}) \leq \mathbf{C}_{\text{lim}} \\ \alpha \hat{\mathbf{A}} \leq \hat{\mathbf{W}} \leq \beta \hat{\mathbf{A}} \\ \hat{\mathbf{A}} \mathbf{e} \leq \mathbf{d} \\ \hat{\mathbf{A}} \leq \hat{\chi} \\ \mathbf{e}^T (\hat{\mathbf{A}} \oplus \mathbf{A}) \mathbf{e} \leq 2k \\ \hat{a}_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\hat{\lambda}_2$ 、 $\hat{\mathbf{W}}$ 、 $\hat{\mathbf{A}}$ 和 \hat{a}_{ij} 分别表示重构之后的加权代数连通度、权重矩阵、邻接矩阵和邻接矩阵中的元素; k 表示网络重构前后允许调整的星间链路的数量;运算符“ \oplus ”表示布尔计算中的异或(XOR)运算,所以 $\mathbf{e}^T (\hat{\mathbf{A}} \oplus \mathbf{A}) \mathbf{e} \leq 2k$ 表示重构前的最优化邻接矩阵 \mathbf{A} 与重构后的最优化邻接矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 之间不相同的元素数量不大于 $2k$ 个,也就意味着重构前后变化的星间链路数量不大于 k 条.

同样地,网络重构的原始最优化问题是一个 MIP 问题,作为非凸问题无法在多项式时间内求解. 采用穷举法需要面对计算量过大的问题. 因此,采取贪婪算法,基于可视性条件变化后残余的链路,通过每次迭代增加一条“最佳”的链路,直至满足 k 条调整链路的约束,从而得到次优解.

4 基于矩阵摄动的启发式贪婪算法

在本节中,将提出两种启发式贪婪算法来处理网络初始化和网络重构时的加权代数连通度最大化问题. 算法的主要思想来自矩阵摄动理论. 在文献[17]中,提出了关于代数连通度在无权网络随拓扑变化的规律,证明了当一个图出现一阶摄动时其代数连通度的变化规律. 下面针对网络初始化和重构的情形分别讨论.

4.1 网络初始化问题中的边移除算法

对于网络初始化问题,可以简单地求得其松弛问题的最优解. 考虑到星上自由度约束,需要从 χ 中逐一移除链路,直至其满足整型约束条件. 当图 G 移除一条边形成的图 G' 时,有 $\lambda_2(G') \leq \lambda_2(G) \leq \lambda_3(G) \leq \dots \leq \lambda_N(G)$. 将其代入针对加权网络代数连通度的变化规律的改进型式(7).

$$\sum_{n=2}^N \frac{(v_{n_i} - v_{n_j})^2}{\lambda_2(G') - \lambda_n(G)} = \frac{\rho}{w_{ij}} \quad (7)$$

重写为下述不等式形式:

$$\lambda_2(G') \leq \lambda_n(G) - w_{ij} (v_{n_i} - v_{n_j})^2, e_{ij} \in G \quad (8)$$

将 G 中所有边对应的不等式相加,则得到:

$$\begin{aligned}\lambda_2(G') &\leq \frac{1}{N-1} \sum_{n=2}^N [\lambda_n(G) - w_{ij}(v_{n_i} - v_{n_j})^2] \\ &= \lambda_n(G) - \overline{w_{ij}(v_{n_i} - v_{n_j})^2}, e_{ij} \in G\end{aligned}\quad (9)$$

其中,符号 \bar{x} 表示 x 的平均值. 简便起见,定义 $\Delta_{ij} = w_{ij}(v_{n_i} - v_{n_j})^2$. 式(8)取等号的充要条件为 G 为一个全连通图. 移除具有最小 Δ_{ij} 值的边 e_{ij} 会导致 G' 经过最优化权重分配后具有最大的加权代数连通度. 即 Δ_{ij} 能够表示图 G 的加权代数连通度的近似一阶退化情况. 因此,边移除算法的主要思想是每次迭代都从图中移除一条具有最小 Δ_{ij} 的边,再对移除后的拓扑进行最优化计算来重新分配链路权重. 另外,考虑到移除边的主要目的是满足星上自由度的约束条件,因此每次移除动作还需要优先移除具有最大自由度的节点所连接的边. 基于上述思想,边移除算法的简略伪代码如表 1 所示.

算法 1 边移除算法伪代码

输入: $\chi, C, C_{\text{lim}}, d, \alpha, \beta$;
1: Solve (5) with $A = \chi$ to obtain a solution W ;
2: while $\sum_i x_{ij} \leq d_i$ are not satisfied for every i do
3: Calculate λ_n and v_n from W ;
4: Find $i = \arg \max \sum_j x_{ij}$;
5: Find $e_{ij} = \arg \min \Delta_{ij}, j \neq i$;
6: Update $\chi: \chi = \chi - e_{ij}$;
7: Solve (5) and update W, λ_n and v_n ;
8: end while
输出: W .

4.2 网络重构问题中的边增加算法

在重构问题中,令 A_{old} 为重构前网络的旧的邻接矩阵,它由上一次优化计算得到. 随着网络中的卫星随轨道持续变化,星间位置变化使得原有的一些链路被迫中断,新的可视性矩阵 $\hat{\chi}$ 形成. 为了使拓扑结构的变化尽可能小,在新的可视性矩阵 $\hat{\chi}$ 中,继续保持 A_{old} 中仍然可用的链路,这就形成了一个由 A_{old} 退化而形成的残留拓扑 A_{rem} . 接下来,逐一增加 k 条链路到 A_{rem} 中,每一条链路的增加服从提出的边增加算法.

当在图 G 中增加边 e_{ij} 形成新的图 G' 时,必然有 $\lambda_2(G') \geq \lambda_2(G)$, 其中 $G' = G + e_{ij}$. 因此,令 $\rho = 1$, 将式(6)重写为:

$$\lambda_2(G') \leq \lambda_2(G) + w_{ij}(v_{2_i} - v_{2_j})^2, e_{ij} \notin G \quad (10)$$

不同于初始化问题,由于卫星节点位置已经发生了变化,重构问题中待增加的候选链路的权重 w_{ij} 在新的可视性矩阵中已经不是最优化的了,需要对优先级进行估计. 根据约束 $\sum_{j=1}^N w_{ij} c_{ij} \leq C_{\text{lim}}^{(i)}$, 可以粗略的认为 w_{ij} 与 c_{ij} 成反比. 虽然这种估计不是精确的,但是由于只对

$w_{ij}(v_{2_i} - v_{2_j})^2$ 的相对值感兴趣,并不需要很高的精度. 所以可采用 $A_{ij} = (v_{2_i} - v_{2_j})^2 / c_{ij}$ 来概略地反映 $w_{ij}(v_{2_i} - v_{2_j})^2$. 这意味着增加具有最大 A_{ij} 的候选边 e_{ij} 到图 G 中,将使重构后的图 G' 具有最大化的加权代数连通度 $\lambda_2(G')$.

基于上述思想,首先给出算法中所需的定义:令 $A_{\text{rem}} = A_{\text{old}} \oplus \hat{\chi}$ 为 A_{old} 在新的可视性矩阵 $\hat{\chi}$ 约束下的残留拓扑. 考虑到残留拓扑中尚未达到自由度限制的节点才能作为候选链路的端节点,因此将候选链路矩阵定义为 A_{can} , 其中元素为 $e_{ij}^{\text{can}}, \sum a_i < d_i, \sum a_j < d_j$, 其中 e_{ij}^{can} 是 A_{can} 中的边. 接下来,将从候选链路矩阵 A_{can} 中逐一增加 k 个边到残留拓扑 A_{rem} 中,并使其加权代数连通度最大. 提出的启发式贪婪算法的伪代码如表 2 算法所示.

算法 2 边增加算法伪代码

输入: $\hat{\chi}, A_{\text{old}}, k$;
1: $A_{\text{rem}} = A_{\text{old}} \oplus \hat{\chi}$;
2: $A_{\text{can}} = \hat{\chi} - A_{\text{rem}}$;
3: Solve (5) with $A = A_{\text{rem}}$ to obtain a solution \hat{W} ;
4: while $k > 0$ do
5: Select all e_{ij}^{can} ;
6: Find $e_{ij}^{\text{can}} = \arg \max A_{ij}, i \neq j$;
7: Update $A_{\text{rem}}: A_{\text{rem}} = A_{\text{rem}} + e_{ij}^{\text{can}}$;
8: $k = k - 1$;
9: end while
10: Solve (5) and update \hat{W} ;
输出: W .

5 仿真结果及分析

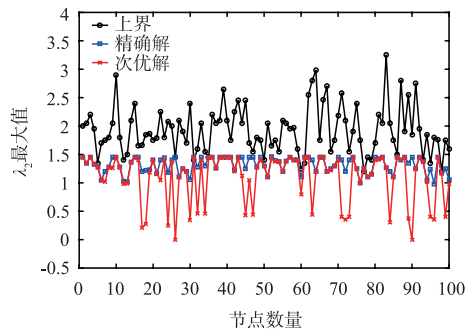
5.1 仿真环境设置

考虑一个由 N 个卫星节点组成的空间信息网络. 卫星分别在随机高度的轨道上运行,轨道参数随机决定. 可视性矩阵 χ 根据卫星当前位置计算,链路开销矩阵 C 根据星间链路瞬时距离平方的倒数归一化后计算得到代价矩阵的取值范围为 $0 < c_{ij} \leq 1$. 为了简化仿真过程,假设每颗卫星的资源上限均为 1, 即 $C_{\text{lim}} = \mathbf{1}$, 并且各卫星的星载天线的数量 d 是相等的.

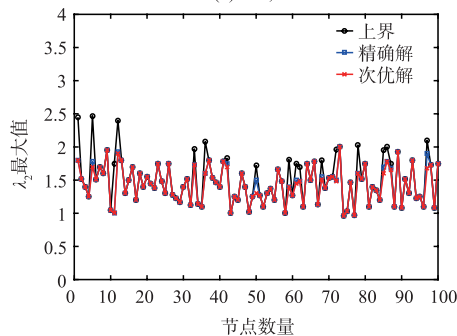
5.2 网络初始化中边移除算法仿真

为了考察边移除算法的平均性能,随机构建 100 个拓扑,每个拓扑中均具有 5 个节点,但可视性矩阵 χ 和链路开销矩阵 C 均随机生成. 为了对比不同自由度对算法的影响,分别仿真了 $d = 2$ 和 $d = 3$ 两种情况. 图 1 显示了这 100 个随机拓扑下的运算结果.

图 1(a) 中,有 2% 的结果为 0, 说明算法存在失效的可能. 在 $d = 2$ 时,存在约 16% 的情况出现了次优解与最优解相差较大的情况,说明算法在星上自由度较低时效果不甚理想; 当 $d = 3$ 时,未出现结果为 0 的情



(a) $d=2, N=5$



(b) $d=3, N=5$

图1 100个随机产生的节点分布情况中, 上界、精确解和次优解的仿真结果

况,可认为算法失效的概率大大降低. 而且从图1(b)中可以看出,次优解都十分接近最优解,表明星上自由度增大时,需要被移除的边相对减少,此时算法效果较好.

图2中,针对 $N=20$ 规模的网络,分别考察了 $d=2 \sim 10$ 时的算法结果,每个结果由100次随机网络计算

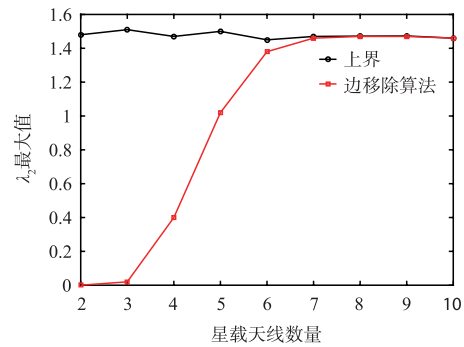


图2 边移除算法平均性能

的平均值得到. 由于取消了整型约束,自由度对问题的上界不造成影响,这在图中得到了验证. 当节点自由度较低时,随机产生的节点分布情况导致网络无法连通的可能性较大,当 $d=2,3$ 时,采用边移除算法得到的网络拓扑的加权代数连通度较低,与上界相差较大;而随着 d 的增大,边移除算法的运算结果逐渐接近上界,当 $d=7 \sim 10$ 时,算法运算结果几乎与上界相等,这也说明了算法在节点自由度较大的网络中性能良好.

5.3 网络重构中边增加算法仿真

设有一个动态的空间信息网络,其中 $N=50, d=4, k=30$,仿真结果如图3所示. 随着卫星节点的运动,选取了 t_0, t_1 和 t_2 三个时刻($t_0 < t_1 < t_2$) 的可视性情况作为参考,如图3(a)、3(c)、3(e)所示. 其中, t_0 时刻的优化拓扑根据网络初始化中的边移除算法得到,如图3(b)所示,其最大化的加权代数连通度: $\max \lambda_2(t_0) = 0.6851$. t_1 和 t_2

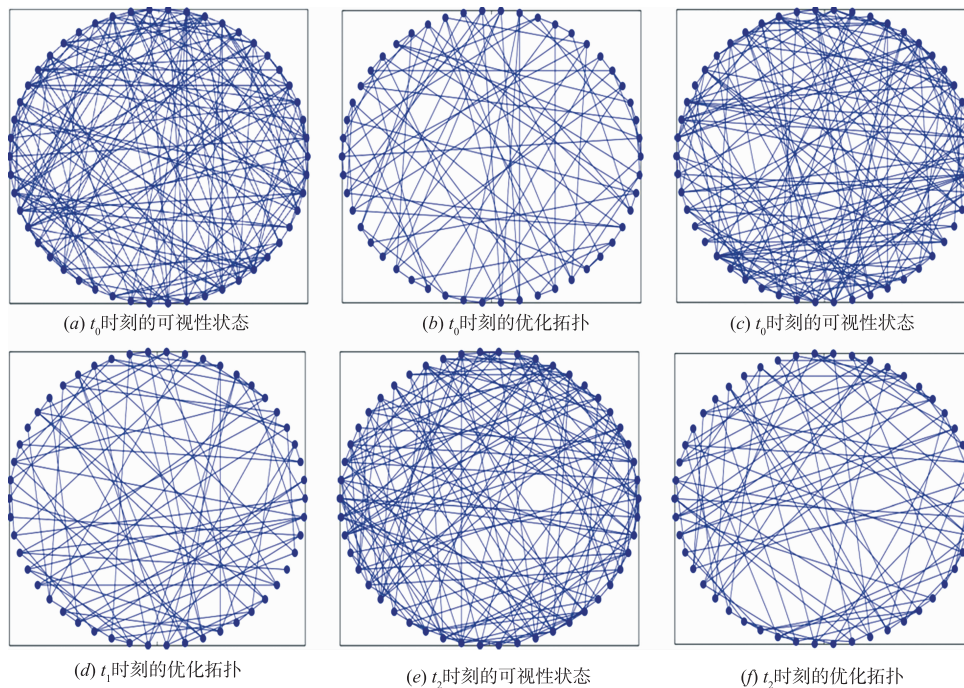


图3 边增加算法性能示例

时刻的优化拓扑根据前文提出的边增加算法,根据当前的可视性矩阵和上一时刻的优化拓扑运算得到,分别如图 3(d)和(f)所示,其中 $\max \lambda_2(t_1) = 0.3598$, $\max \lambda_2(t_2) = 0.5986$.从仿真结果中可以看出,提出的边增加算法能够在自由度约束下保持网络的连通性,并使网络在动态状态下保持较高的加权代数连通度.

考察参数 k 对边增加算法性能的影响.选择规模为 $N = 50$ 的网络,令 $k = 10 \sim 60$,分别考察 $d = 2, 4, 6, 8, 10$ 情况下的优化结果.结果如图 4 所示.随着 k 的增加, $\max \lambda_2$ 随之增大,最终趋向稳定.当 $k \leq 30$ 时,增加 k 的数值能够快速提升 $\max \lambda_2$ 值,但是当 $k > 30$ 之后, $\max \lambda_2$ 几乎维持不变,表明每次实施网络重构时只需调整少数链路即可,同时这也反映了边增加算法随 k 的收敛较快,算法具有实用价值.

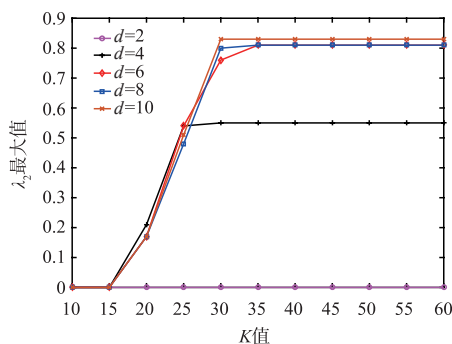


图4 边增加算法中不同自由度情况下 $\max \lambda_2$ 与 k 的关系

6 总结

本文针对空间信息网络中的加权代数连通度最大化问题,采用“松弛”的思想去除问题中的整型约束,将问题转化为 SDP 形式,能够高效地得到问题的解上界.对网络中各卫星节点的可视性矩阵,采用贪婪迭代的思想,在初始化时提出了基于边移除策略的启发式算法,在重构时提出了基于边增加策略的启发式算法.

仿真结果表明:算法具有较低的运算复杂度,且获得的次优解与全局最优解十分接近,在仿真场景中,计算误差低于 1.31%,计算耗时约为穷举法的 1%.最后,分析了节点自由度和网络重构规模对算法结果的影响,节点自由度越大,或网络重构规模越大,算法的精确度越高.但节点自由度越大意味着星载天线的数量越多,对卫星的硬件要求也相应提高;而网络重构规模越大意味着重构时需要调整的链路数量越多,从而导致重构时延的增加.算法可以推广至任意卫星组网系统,为未来卫星网络拓扑控制技术提供了理论指导.

参考文献

[1] M Fiedler. Algebraic connectivity of graphs[J]. Journal of

Czechoslovak Mathematics, 1973, 23(2): 298 - 305.

- [2] Abreu N. Old and new results on algebraic connectivity of graphs[J]. Linear Algebra and Its Applications, 2007, 423(1): 53 - 73.
- [3] Moskaoyama D. Maximum algebraic connectivity augmentation is NP-hard[J]. Operations Research Letters, 2008, 36(6): 677 - 679.
- [4] Cuomo F, Cianfrani A, Polverini M, et al. Network pruning for energy saving in the Internet[J]. Computer Networks, 2012, 56(10): 2355 - 2367.
- [5] Wei P, Chen L, Sun D. Algebraic connectivity maximization of an air transportation network; The flight routes' addition/deletion problem[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(2): 685 - 698.
- [6] Abbagnale A, Cuomo F. Leveraging the algebraic connectivity of a cognitive network for routing design[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2012, 11(99): 1 - 1.
- [7] Simonetto A, Keviczky, Tamás. Constrained distributed algebraic connectivity maximization in robotic networks[J]. Automatica, 2013, 49(5): 1348 - 1357.
- [8] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2002, 35(1): 115 - 120.
- [9] Alexander Bertrand, Marc Moonen. Seeing the bigger picture: How nodes can learn their place within a complex ad hoc network topology[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(3): 71 - 82.
- [10] Kim Y, Mesbahi M. On maximizing the second smallest eigenvalue of a state-dependent graph Laplacian[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(1): 116 - 120.
- [11] Kim Y. Bisection algorithm of increasing algebraic connectivity by adding an edge[J]. Automatic Control IEEE Transactions on, 2009, 55(1): 170 - 174.
- [12] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging[J]. Systems & Control Letters, 2004, 53(1): 65 - 78.
- [13] Ghosh A, Boyd S. Upper bounds on algebraic connectivity via convex optimization[J]. Linear Algebra and Its Applications, 2006, 418(2-3): 693 - 707.
- [14] Sun J, Boyd S, Diaconis X P. The fastest mixing Markov process on a graph and a connection to a maximum variance unfolding problem[J]. SIAM Review, 2006, 48(4): 681 - 699.
- [15] Ogiwara K, Fukami T, Takahashi N. Maximizing algebraic connectivity in the space of graphs with fixed number of vertices and edges[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2017, 4(2): 359 - 368.
- [16] Sydney A, et al. Optimizing algebraic connectivity by edge

rewiring [J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(10):5465 – 5479.

[17] Bunch J R. Rank-one modification of the symmetric

eigenproblem [J]. Numerische Mathematic, 1978, 31(1):31 – 48.

作者简介



张泰江 男,1994 年生于江西萍乡. 现为空军工程大学信息与导航学院硕士研究生. 主要研究方向为卫星光通信与网络,空间信息网络拓扑控制.

E-mail: taijiangzhang@163. com



李勇军(通信作者) 男,1979 年生于陕西西安. 现为空军工程大学信息与导航学院副教授、博士生导师. 主要研究方向为卫星光通信与网络,空间微波光子技术.

E-mail: tz_228@163. com



赵尚弘 男,1964 年生于甘肃兰州. 现为空军工程大学信息与导航学院教授、博士生导师. 主要研究方向为激光原理技术,卫星光通信与网络,空间微波光子技术.

E-mail: zhaoshangh@ aliyun. com



郑永兴 男,1982 年生于江西永新. 现为西安科诺网络与信息安全技术研究所研究员. 主要研究方向为卫星光通信与网络,分布式星群拓扑控制,网络资源优化.

E-mail: zhengyx_afeu@ hotmail. com



辛宁 男,1982 年生于山东烟台, 现为中国空间技术研究院通信卫星事业部高级工程师,主要方向为天基信息网络架构设计.

E-mail: xinning7@ sina. cm