

亚奈奎斯特采样雷达的运动目标 回波信号的快速重构

张素玲, 陈胜焱, 席 峰, 刘 中

(南京理工大学电子工程系, 江苏南京 210094)

摘 要: 亚奈奎斯特采样雷达是利用回波信号的稀疏性, 基于模信转换系统发展起来的欠采样雷达系统. 本文研究亚奈奎斯特采样雷达的运动目标回波信号快速重构问题. 与单脉冲回波重构不同, 运动目标在脉冲积累时间内可能产生跨距离单元现象, 使得回波信号表示系数呈现稀疏时变性. 本文采用概率分布模型描述稀疏位置的变化, 首先将多脉冲回波信号重构转化为加权稀疏重构问题; 然后根据分段滑动重构思想, 提出一种基于正交投影的加权稀疏分段滑动重构方法来实现快速重构. 该方法利用前一个脉冲稀疏位置估计信息, 构造分段产生干扰的正交补空间, 将子段压缩测量投影到构造的正交补空间, 有效地抑制了相邻段引入的干扰. 数值仿真验证了方法的有效性.

关键词: 压缩采样; 稀疏时变; 加权稀疏重构; 分段滑动重构; 正交投影

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)10-2098-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.10.011

Fast Reconstruction of Moving Target Echoes Based on Sub-Nyquist Radar

ZHANG Su-ling, CHEN Sheng-yao, XI Feng, LIU Zhong

(Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

Abstract: Sub-Nyquist radar is an analog-to-information based radar system with the assumption of sparse echo signals. We study the reconstruction of moving target echoes obtained from the sub-Nyquist radar. Different from the reconstruction of echo signals from a single pulse, the moving targets may be across range cells in a coherent processing interval and thus the echo signals have the property of the time-varying sparsity. However, it has been found that the sparse positions obey a probabilistic distribution and then a random model is adopted to describe the sparsity. The reconstruction of the multiple echoes is transformed into a weighted sparse reconstruction problem. An orthogonal-projection-based weighted sparse segment-sliding reconstruction (OP-WSegSR) scheme is proposed in this paper. Utilizing the estimation of sparse positions in the previous pulse, the scheme projects the measurements of the current segment onto the orthogonal complement subspace spanned by the interference generated in the segmentation process and then the adjacent interference is greatly rejected. Simulations show the effectiveness of the OP-WSegSR scheme.

Key words: compressive sampling; time-varying sparsity; weighted sparse reconstruction; segment-sliding reconstruction; orthogonal projection

1 引言

模信转换是基于压缩采样或压缩感知理论^[1,2]建立起来的亚奈奎斯特采样理论. 当前, 人们将随机解调^[3]、正交压缩采样^[4]和多带正交压缩采样^[5]等模信转换分别应用于基带、带通和多带雷达回波信号采样, 发展了

亚奈奎斯特采样雷达或欠采样雷达, 验证了模信转换在雷达信号采样中的可行性^[3-6]. 然而, 在一些应用场景, 我们常常要恢复雷达回波的奈奎斯特率采样信号. 从信号重构角度, 这是一个大规模稀疏重构问题. 采用现有稀疏重构算法直接求解计算量大, 难以实现实时重构. 为此, 人们开展了快速重构奈奎斯特率雷达回波

信号的研究. 文献[7~9]分别基于随机解调、正交压缩采样和多带正交压缩采样系统,研究了静止点目标场景下雷达脉冲回波信号的快速重构. 文献[7]基于随机解调系统测量矩阵的带状结构,提出了分段滑动重构(Segment-Sliding Reconstruction, SegSR)方法. 该方法将大规模稀疏重构问题分解为一系列小规模稀疏重构子问题,通过依次求解每个子问题实现快速重构. 文献[8]将正交压缩采样系统的测量矩阵近似成带状结构矩阵,然后采用 SegSR 方法实现快速重构. 文献[9]基于多带正交压缩采样系统,利用多带回波信号表示系数稀疏位置相同的特性,将多带回波信号重构问题转化为块稀疏重构问题,发展了块稀疏分段滑动重构(Block-sparsity-based SegSR, BSegSR)方法. 本文以随机解调系统为例,研究运动点目标场景下多脉冲基带回波信号快速重构问题.

通常,运动目标可分为两种情形:一种是在脉冲积累时间内不存在跨距离单元和跨多普勒单元的情形,另一种是在脉冲积累时间内发生跨距离单元或跨多普勒单元的情形^[10-13]. 对于欠采样雷达而言,在第一种情形中,不同脉冲回波信号表示系数的稀疏位置相同,因而多脉冲回波信号重构可转化为块稀疏重构问题,继而采用 BSegSR 方法实现快速重构. 在第二种情形中,由于多脉冲回波信号表示系数的稀疏位置和幅度会发生变化,多脉冲回波信号重构可转化为稀疏时变信号重构问题. 现有稀疏时变信号重构方法^[14-17]中,加权稀疏重构方法^[14]采用概率分布模型拟合稀疏时变向量的稀疏位置变化,通过求解加权稀疏重构问题实现信号重构,非常适用于第二种情形下运动目标多脉冲回波信号重构^[15]. 然而,实际雷达应用中,加权稀疏重构问题的规模大,直接求解计算量大,难以实现实时重构. 本文主要针对跨距离单元的运动目标情形,研究大规模加权稀疏重构问题的快速求解方法,实现运动目标多脉冲基带回波信号快速重构.

本质上,加权稀疏重构问题是一种基于先验信息的稀疏重构问题. 我们可将针对大规模稀疏重构问题提出的快速重构方法拓展到加权稀疏重构情形. 本文考虑将 SegSR 方法^[7]应用于加权稀疏重构,发展快速求解大规模加权稀疏重构问题的方法. 一种最直接的拓展方法是首先根据 SegSR 方法的分段方式,将大规模压缩测量模型分解为一系列小规模压缩测量子模型,然后构造加权稀疏重构子问题,并通过依次求解每个子问题实现快速重构. 然而,根据文献[7]对 SegSR 方法的分析可知,受分段方式的影响,子模型中的压缩测量包含了相邻段引入的干扰(文献[7]称之为“虚拟噪声”). 为便于描述,文献[7]将前后段引入的干扰分别称为前向和后向虚拟噪声. 文献[7]的分析表明,在虚

拟噪声中,后向虚拟噪声水平较高,对子问题重构性能的影响较大. 这就意味着,对于上述的直接拓展方法而言,加权稀疏重构子问题的性能会受虚拟噪声的影响.

为了抑制后向虚拟噪声以提高重构性能,本文根据相邻脉冲系数向量稀疏位置变化的概率分布模型,提出了一种基于正交投影的后向虚拟噪声抑制策略. 其思想是利用前一个系数向量的稀疏位置估计,构造当前压缩测量子模型中后向虚拟噪声的正交补空间,然后将子模型中的压缩测量投影到这一正交补空间以抑制后向虚拟噪声. 继而,本文在 SegSR 方法基础上,将基于正交投影的后向虚拟噪声抑制策略与加权稀疏重构的加权思想相结合,提出了一种基于正交投影的加权稀疏分段滑动重构(Orthogonal-Projection-based Weighted sparse SegSR, OP-WSegSR)方法. 数值仿真验证了方法的有效性.

2 信号模型和问题描述

2.1 信号模型

设雷达以脉冲重复间隔 T_r 发射 J 个脉冲信号照射观测场景,其中每个脉冲信号的载频、带宽和脉冲宽度分别为 f_c 、 B 和 T_p . 雷达发射的第 j 个脉冲信号可表示为

$$u^j(t) = \text{Re}\{\tilde{s}_0(t - (j-1)T_r)e^{i2\pi f_c t}\}, t \in [(j-1)T_r, jT_r] \quad (1)$$

其中 $\tilde{s}_0(t)$ 表示复包络, $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示取实部, i 表示虚数单位. 若观测场景中存在 K 个运动点目标,则雷达接收的第 j 个脉冲回波信号可表示为

$$r^j(t) = \text{Re}\left\{\sum_{k=1}^K \sigma_k^j \tilde{s}_0(t - (j-1)T_r - t_k^j) e^{i[2\pi f_c(t-t_k^j) + \varphi_k^j]}\right\} \quad (2)$$

其中 σ_k^j 、 t_k^j 和 φ_k^j 分别是第 k 个目标对于第 j 个发射脉冲的反射系数、时延和相位偏移. 假设目标的回波起伏在脉冲与脉冲之间完全不相关^[10],则每个脉冲的反射系数 σ_k^j 是独立随机变量.

回波信号 $r^j(t)$ 的复包络可表示为

$$\tilde{s}^j(t) = \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k^j \tilde{s}_0(t - (j-1)T_r - t_k^j) \quad (3)$$

其中 $\tilde{\sigma}_k^j = \sigma_k^j e^{i(\varphi_k^j - 2\pi f_c t_k^j)}$ 为第 k 个目标的复反射系数.

记 $\tilde{\psi}(t)$ 是由 $\tilde{s}_0(t)$ 以时延分辨率 $\tau_0 = 1/B_0$ 为间隔进行时移产生的波形匹配字典^[4],即 $\tilde{\psi}(t) = \{\tilde{\psi}_n(t)\}_0^{N-1}$,其中 $\tilde{\psi}_n(t) = \tilde{s}_0(t - n\tau_0)$, $N = \lfloor (T_r - T_p)/\tau_0 \rfloor$. 若目标时延均是 τ_0 的整数倍,则 $\tilde{s}^j(t)$ 可表示为

$$\tilde{s}^j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{\sigma}_n^j \tilde{\psi}_n(t - (j-1)T_r) = \tilde{\psi}(t - (j-1)T_r) \tilde{\sigma}^j \quad (4)$$

其中 $\tilde{\sigma}^j = [\tilde{\sigma}_0^j, \tilde{\sigma}_1^j, \dots, \tilde{\sigma}_{N-1}^j]^T$ 是复反射系数向量. 令 Γ^j 表示向量 $\tilde{\sigma}^j$ 的支撑集,则有 $|\Gamma^j| = K$,即 $\tilde{\sigma}^j$ 中非零元素

的个数(稀疏度)等于目标个数 K . 若 $K \ll N$, 则称 $\tilde{s}^j(t)$ 为 K -稀疏信号.

对于高速机动目标^[11,12]而言,在 JT_r 内目标回波很可能发生跨距离分辨单元的现象. 根据式(4)可知,向量 $\tilde{\sigma}^1, \tilde{\sigma}^2, \dots, \tilde{\sigma}^j$ 中非零元素的位置(稀疏位置)不完全相同. 由于目标的回波起伏在脉冲与脉冲之间完全不相干,向量 $\tilde{\sigma}^1, \tilde{\sigma}^2, \dots, \tilde{\sigma}^j$ 中非零元素的幅度不同. 可见,向量 $\tilde{\sigma}^j$ 属于稀疏时变向量.

考虑到在单目标情形下,向量 $\tilde{\sigma}^j$ 的稀疏位置出现在向量 $\tilde{\sigma}^{j-1}$ 的稀疏位置或其附近区域的可能性很大,出现在越远区域的可能性越小. 本文采用高斯概率分布模型拟合 $\tilde{\sigma}^j$ 的稀疏位置概率分布. 令 p_n^j 表示向量 $\tilde{\sigma}^j$ 中第 n 个元素不为零的概率. 若向量 $\tilde{\sigma}^{j-1}$ 的稀疏位置为 λ , 则 p_n^j 可表示为

$$p_n^j = \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} e^{-(n-\lambda)^2/(2b^2)} \quad (5)$$

其中 b^2 表示高斯分布的方差. 由高斯概率分布可知,向量 $\tilde{\sigma}^j$ 的稀疏位置主要分布在 $[\lambda - 3b, \lambda + 3b]$ 内. 实际中,可以根据相邻脉冲间目标可能跨越的距离单元个数来设置方差 b^2 .

对于多目标情形, p_n^j 可用累积概率分布^[14]来描述,即

$$p_n^j = \sum_{\lambda \in \Gamma^{j-1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} e^{-(n-\lambda)^2/(2b^2)} \quad (6)$$

其中 Γ^{j-1} 表示向量 $\tilde{\sigma}^{j-1}$ 的支撑集.

2.2 加权稀疏重构问题

本小节采用随机解调系统获取运动目标每个脉冲回波信号的压缩采样. 根据随机解调系统的工作原理^[3,6],第 j 个脉冲的压缩测量模型可表示为

$$\tilde{y}^j = \tilde{A}^j \tilde{\sigma}^j \quad (7)$$

其中 $\tilde{y}^j \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示第 j 个脉冲基带回波信号 $\tilde{s}^j(t)$ 的复压缩测量, $\tilde{A}^j \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 表示测量矩阵,其第 n 列向量是波形匹配字典 $\tilde{\psi}(t - (j-1)T_r)$ 中第 n 个原子 $\tilde{\psi}_n(t - (j-1)T_r)$ 的复压缩测量.

根据式(7),我们可以通过求解稀疏重构问题

$$\hat{\tilde{\sigma}}^j = \arg \min_{\tilde{\sigma}^j} \|\tilde{\sigma}^j\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \tilde{y}^j = \tilde{A}^j \tilde{\sigma}^j \quad (8)$$

获取 $\tilde{\sigma}^j$ 的估计值 $\hat{\tilde{\sigma}}^j$. 然而,式(8)没有考虑 $\tilde{\sigma}^j$ 的稀疏时变特性,并不是一种有效的重构方法.

在压缩感知理论中,根据式(7)重构稀疏时变向量 $\tilde{\sigma}^j$ 的问题通常被称为稀疏时变信号重构问题. 目前,人们已提出了多种稀疏时变信号重构方法^[14-17]. 文献[14]采用高斯概率分布模型来拟合稀疏时变向量的稀疏位置变化,提出了一种加权稀疏重构方法. 该方法利用前一个系数向量的稀疏位置估计,计算当前系数向量的稀疏位置概率分布,然后以稀疏位置概率分布的函数为权值构建加权稀疏重构问题,最后通过求解加

权稀疏重构问题获取当前系数向量的估计.

2.1 小节采用高斯概率分布模型拟合 $\tilde{\sigma}^j$ 的稀疏位置变化. 根据文献[14],我们可求解加权稀疏重构问题

$$\hat{\tilde{\sigma}}^j = \arg \min_{\tilde{\sigma}^j} \|\mathbf{W}^j \tilde{\sigma}^j\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \tilde{y}^j = \tilde{A}^j \tilde{\sigma}^j \quad (9)$$

获取 $\tilde{\sigma}^j$ 的估计值 $\hat{\tilde{\sigma}}^j$, 其中 $\mathbf{W}^j = \text{diag}([w_0^j, w_1^j, \dots, w_{N-1}^j])$ 是加权矩阵, $w_n^j = 2(1 - p_n^j)$ 是 $\tilde{\sigma}^j$ 第 n 个元素的权值.

在一些应用场景中,测量矩阵 \tilde{A}^j 的规模大. 例如,对于以脉冲重复间隔 $T_r = 2.5 \text{ms}$ 发射带宽 $B = 100 \text{MHz}$ 、脉冲宽度 $T_p = 10 \mu\text{s}$ 的脉冲雷达,若以 $1/5$ Nyquist 采样速率获取回波信号复包络的压缩测量, \tilde{A}^j 占据的内存空间约为 184GB, 从而使得式(9)属于大规模加权稀疏重构问题. 然而,直接求解大规模加权稀疏重构问题计算量大,难以实现实时重构.

根据随机解调系统特性和波形匹配字典结构^[7]可知,测量矩阵 \tilde{A}^j 中列向量最大非零区域的长度为 d , 行向量间的偏移量为 R , 见图 1. 本文利用测量矩阵 \tilde{A}^j 的带状结构,将针对大规模稀疏重构问题提出的 SegSR 方法^[7]应用于加权稀疏重构问题,提出一种基于正交投影的加权稀疏分段滑动重构(OP-WSegSR)方法.

3 基于正交投影的加权稀疏分段滑动重构方法

3.1 加权稀疏分段滑动重构

按照 SegSR 方法的分段方式,如图 1 所示,将系数向量 $\tilde{\sigma}^j$ 、测量向量 \tilde{y}^j 和测量矩阵 \tilde{A}^j 划分为 L 个系数子向量 $\tilde{\sigma}^{j,l} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 、测量子向量 $\tilde{y}^{j,l} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 和测量子矩阵 $\tilde{A}^{j,l} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, $l = 1, 2, \dots, L$, 其中 $\tilde{N} = SN_p$ ($1 < S \ll P$, $P = \lceil N/N_p \rceil$), $\tilde{M} = (S+1)M_p$, $L = P - S + 1$, $N_p = (d-1)R$ 表示相邻系数子向量间的偏移量, $M_p = d-1$ 表示相邻测量子向量间的偏移量.

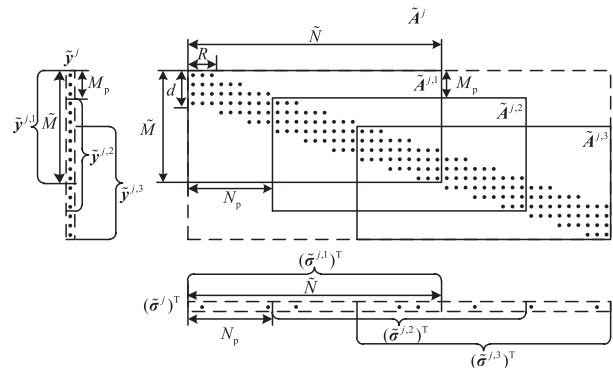


图1 SegSR方法的划分示意图

此外,将 $\tilde{\sigma}^{j,l}$ 等分成 S 个长度为 N_p 的子向量,即 $\tilde{\sigma}^{j,l} = [(\tilde{\sigma}_1^{j,l})^T, (\tilde{\sigma}_2^{j,l})^T, \dots, (\tilde{\sigma}_S^{j,l})^T]^T$; 将 $\tilde{A}^{j,l}$ 等分成 S 个 $\tilde{M} \times N_p$ 的子矩阵,即 $\tilde{A}^{j,l} = [\tilde{A}_1^{j,l}, \tilde{A}_2^{j,l}, \dots, \tilde{A}_S^{j,l}]$. 定义

$$\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1^{j,l-1}(M_p + 1; \tilde{M}, 0; N_p - 1) \\ \mathbf{0}_{M_p \times N_p} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M_p \times N_p} \\ \tilde{\mathbf{A}}_S^{j,l+1}(1; \tilde{M} - M_p, 0; N_p - 1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

则 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 可表示为

$$\tilde{\mathbf{y}}^{j,l} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} + \tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}, & l=1 \\ \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} + \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} + \tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}, & l=2, \dots, L-1 \\ \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} + \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}, & l=L \end{cases} \quad (12)$$

令 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 表示 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 的估计值, $\Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 表示 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 之间的误差. 定义

$$\tilde{\mathbf{y}}^{j,l} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}^{j,l}, & l=1 \\ \tilde{\mathbf{y}}^{j,l} - \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}, & l=2, 3, \dots, L \end{cases} \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}^{j,l} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}, & l=1 \\ \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} + \tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}, & l=2, 3, \dots, L-1 \\ \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}, & l=L \end{cases} \quad (14)$$

则式(7)可分解为 L 个噪声背景下的压缩测量子模型, 即

$$\tilde{\mathbf{y}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} + \tilde{\mathbf{n}}^{j,l}, \quad l=1, 2, \dots, L \quad (15)$$

但是, $\tilde{\mathbf{n}}^{j,l}$ 并不是通常意义下的背景噪声, 而是分段产生的, 由前一段估计误差 $\Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 和后一段系数子向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$ 引入的测量 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$ 组成. 为了便于描述, 称 $\tilde{\mathbf{n}}^{j,l}$ 为虚拟噪声子向量, 称 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$ 分别为前向和后向虚拟噪声子向量. 类似地, 称 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 为虚拟测量子向量.

下面利用 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的稀疏位置估计, 构造加权稀疏重构子问题来估计 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$. 具体步骤为: 提取估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}^{j-1}$, 并根据式(6)计算向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 中每个元素的稀疏位置概率分布, 即

$$p_n^j = \sum_{\lambda \in \hat{\Gamma}^{j-1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} e^{-(n-\lambda)^2/(2b^2)}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

然后计算向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 中每个元素的权值 $w_n^j = 2(1 - p_n^j)$, $n=0, 1, \dots, N-1$, 并构造第 l 个加权子矩阵 $\mathbf{W}^{j,l} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 即

$$\mathbf{W}^{j,l} = \text{diag}([w_{(l-1)N_p}^j, w_{(l-1)N_p+1}^j, \dots, w_{(l-1)N_p+\tilde{N}-1}^j]) \quad (17)$$

根据式(15), 第 l 个加权稀疏重构子问题可表示为

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} = \arg \min_{\boldsymbol{\sigma}^{j,l}} \|\mathbf{W}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}\|_1 \text{ s. t. } \|\tilde{\mathbf{y}}^{j,l} - \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}\|_2 \leq \eta^{j,l} \quad (18)$$

这样, 式(9)的大规模加权稀疏重构问题就转化为式(18)的 L 个加权稀疏重构子问题. 那么, 依次求解式(18)的 L 个子问题获取 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$, $l=1, 2, \dots, L$, 并对 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l}$ ($l=1, 2, \dots, L-1$) 和 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 进行拼接可得 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^j$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j$, 即 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j = [(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,1})^\top, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,2})^\top, \dots, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,L-1})^\top, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,L})^\top]^\top$. 本文将上述方法称为加权稀疏分段滑动重构 (Weighted sparse SegSR, WSegSR) 方法.

针对式(18)的小规模加权稀疏重构子问题, 考虑到相邻系数子向量间的重叠性, 可将估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 的后 $(\tilde{N} - N_p)$ 个系数作为第 $(l+1)$ 段的先验信息, 继而采用基于先验信息的稀疏重构算法求解, 如部分支撑集已知的正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit with Partially Known Support, OMP-PKS)^[18] 算法.

然而, 由式(15)可知, 虚拟测量子向量 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 中存在相邻段引入的虚拟噪声 $\tilde{\mathbf{n}}^{j,l}$, 包括前向虚拟噪声 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 和后向虚拟噪声 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$. 根据文献[7]对虚拟噪声的分析可知, 后向虚拟噪声水平较高, 对子问题重构性能的影响较大. 可见, 式(18)的重构性能受后向虚拟噪声的影响较大. 文献[7]在正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP)^[19] 和 OMP-PKS 算法基础上, 提出了一种两步正交匹配追踪 (Two-step OMP, TOMP) 算法, 可以降低后向虚拟噪声的影响, 提高重构性能. 但是, TOMP 算法无法消除后向虚拟噪声. 3.2 小节将从后向虚拟噪声的构成入手, 提出一种基于正交投影的后向虚拟噪声抑制策略.

3.2 基于正交投影的后向虚拟噪声抑制

根据后向虚拟噪声的定义可知, 在第 j 个脉冲的第 l 个压缩测量子模型 (式(15)) 中, 后向虚拟噪声为 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$. 令 $\Gamma_S^{j,l+1}$ 表示 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$ 的支撑集, 则有 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_S^{j,l+1}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Gamma_S^{j,l+1}}^{j,l+1}$. 令 $V^{j,l+1}$ 表示 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_S^{j,l+1}}^{j,l+1}$ 的列向量张成的子空间, 则后向虚拟噪声在 $V^{j,l+1}$ 的正交补空间上的投影为零向量.

考虑到支撑集 $\Gamma_S^{j,l+1}$ 未知, 我们利用系数向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的稀疏位置估计以及稀疏位置概率分布模型, 构造后向虚拟噪声 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j,l+1}$ 的正交补空间 $\hat{V}^{j,l+1}$, 然后将虚拟测量子向量 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 投影到此正交补空间 $\hat{V}^{j,l+1}$ 以抑制后向虚拟噪声. 下面给出详细步骤.

从系数向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 中提取子向量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j-1,l+1}$, 并计算 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_S^{j-1,l+1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}_S^{j-1,l+1}$, 然后对 $\hat{\Gamma}_S^{j-1,l+1}$ 进行扩充得到 $\Lambda_S^{j-1,l+1}$, 即

$$\Lambda_S^{j-1,l+1} = \bigcup_{\lambda \in \hat{\Gamma}_S^{j-1,l+1}} \{\max\{0, \lambda - b\}, \dots, \lambda, \dots, \min\{\lambda + b, N_p - 1\}\} \quad (19)$$

其中 $|\Lambda_s^{j-1,l+1}| < M_p$.

令 $\mathbf{P}^{j,l+1}$ 表示到 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1}$ 的列向量张成的子空间 $\hat{V}^{j,l+1}$ 上的投影算子, 则 $\tilde{\mathbf{P}}^{j,l+1}$ 可表示为

$$\tilde{\mathbf{P}}^{j,l+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1} (\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1})^+ \quad (20)$$

其中 $(\cdot)^+$ 表示 Moore-Penrose 逆, 则相应的正交投影算子可表示为

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{P}}^{j,l+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1} (\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1})^+ \quad (21)$$

记 $\tilde{\mathbf{h}}^{j,l}$ 为虚拟测量子向量 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 的正交投影, 即 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 在 $\hat{V}^{j,l+1}$ 的正交补空间上的投影, 则有

$$\tilde{\mathbf{h}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{y}}^{j,l} \quad (22)$$

这样, 式(15)的压缩测量子模型转化为

$$\tilde{\mathbf{h}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} + \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{n}}^{j,l} \quad (23)$$

我们称式(23)为基于正交投影的压缩测量子模型.

根据 $\tilde{\mathbf{n}}^{j,l}$ 的定义, 可将 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{n}}^{j,l}$ 表示为

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{n}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} + \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \quad (24)$$

由 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1}$ 中列向量的非零元素分布情况可知, $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1}$ 的列向量均与 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1}$ 的列向量正交, 那么

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} &= (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1} (\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1})^+) \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} \\ &= \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} \end{aligned} \quad (25)$$

可见, 前向虚拟噪声 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$ 经过正交投影没有发生变化. 这样, 式(24)可表示为

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{n}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1} \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1} + \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \quad (26)$$

若 $\Gamma_s^{j,l+1} \subseteq \Lambda_s^{j-1,l+1}$, 即 $|\Gamma_s^{j,l+1} \cap \Lambda_s^{j-1,l+1}| = |\Gamma_s^{j,l+1}|$, 则 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} = \mathbf{0}$. 可见, 后向虚拟噪声得到完全抑制.

若 $|\Gamma_s^{j,l+1} \cap \Lambda_s^{j-1,l+1}| < |\Gamma_s^{j,l+1}|$, 则 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Gamma_s^{j,l+1}}^{j,l+1} \neq \mathbf{0}$. 那么, 后向虚拟噪声仅得到部分抑制. 4.2 小节将通过数值仿真说明后向虚拟噪声的抑制情况.

3.3 基于正交投影的加权稀疏分段滑动重构方法

本小节将 WSegSR 和基于正交投影的后向虚拟噪声抑制策略相结合, 提出了 OP-WSegSR 方法. 下面详细阐述 OP-WSegSR 方法的流程.

按照 SegSR 方法的分段方式, 将压缩测量模型式(7)分解为 L 个压缩测量子模型式(15). 从估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 中提取子向量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_s^{j-1,l+1}$, 并计算 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_s^{j-1,l+1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}_s^{j-1,l+1}$, 然后根据式(19)对 $\hat{\Gamma}_s^{j-1,l+1}$ 进行扩充得到 $\Lambda_s^{j-1,l+1}$, 接着计算正交投影算子 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1} (\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1})^+$ 和正交投影 $\tilde{\mathbf{h}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$, 获取基于正交投影的压缩测量子模型式(23).

提取估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}^{j-1}$, 按照式(16)计算 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^j$ 中每个元素的稀疏位置概率分布 $p_n^j, n=0, 1, \dots, N-1$, 然后计算 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^j$ 中每个元素的权值 $w_n^j = 2(1-p_n^j), n=0, 1, \dots, N-1$.

利用式(17)构造第 l 个加权子矩阵 $\mathbf{W}^{j,l} \in \mathbb{R}^{\tilde{N} \times \tilde{N}}$, 然后根据式(23), 依次求解 L 个加权稀疏重构子问题

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l} = \arg \min_{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}} \|\mathbf{W}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}\|_1 \text{ s. t. } \|\tilde{\mathbf{h}}^{j,l} - \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}\|_2 \leq \eta^{j,l} \quad (27)$$

获取 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}, l=1, 2, \dots, L$, 最后根据 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l} (l=1, 2, \dots, L-1)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,L}$ 获取 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^j$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j$, 即 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j = [(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,1})^T, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,2})^T, \dots, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,L-1})^T, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,L})^T]^T$.

上述 OP-WSegSR 方法的流程见算法 1.

算法 1 OP-WSegSR

输入: $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}, b, M_p, N_p, S, \tilde{M}, \tilde{N}$ 和 L

输出: $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j$

步骤:

- (1) 初始化 $l=1$.
- (2) 提取 $\tilde{M} \times 1$ 维测量子向量 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 和 $\tilde{M} \times \tilde{N}$ 维测量子矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l}$.
- (3) 根据式(13)计算虚拟测量子向量 $\tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$.
- (4) 从 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 中提取 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_s^{j-1,l+1}$, 计算 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_s^{j-1,l+1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}_s^{j-1,l+1}$, 根据式(19)获取支撑集 $\Lambda_s^{j-1,l+1}$.
- (5) 根据式(11)产生 $\tilde{M} \times N_p$ 维子矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1}$, 计算正交投影算子 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1} (\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1})^+$.
- (6) 计算正交投影 $\tilde{\mathbf{h}}^{j,l} = \tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$.
- (7) 计算 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j-1}$ 的支撑集 $\hat{\Gamma}^{j-1}$, 根据式(16)计算 $p_n^j (n=0, 1, \dots, N-1)$.
- (8) 计算权值 $w_n^j = 2(1-p_n^j), n=0, 1, \dots, N-1$.
- (9) 求解式(27)得到稀疏向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$.
- (10) 令 $l=l+1$. 若 $l>L$, 执行步骤(11); 否则, 根据式(10)产生 $\tilde{M} \times N_p$ 维子矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}^{j,l-1}$, 并从估计向量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l-1}$ 中提取子向量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,l-1}$, 然后执行步骤(2).
- (11) 形成 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^j = [(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,1})^T, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,2})^T, \dots, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,L-1})^T, (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1^{j,L})^T]^T$.

根据算法 1 可知, OP-WSegSR 方法需要利用前一个系数向量的稀疏位置估计, 因而适用于快速求解式(9)中 $2 \leq j \leq J$ 时的加权稀疏重构问题. 对于 $j=1$ 时的情形, 可采用 SegSR 方法实现快速重构.

针对式(27)的小规模加权稀疏重构子问题, 考虑到相邻系数子向量间的重叠性, 可将估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{j,l}$ 的后 $(\tilde{N} - N_p)$ 个系数作为第 $(l+1)$ 段的先验信息, 继而采用基于部分先验信息的稀疏重构算法求解, 如 OMP-PKS 算法等.

下面分析 OP-WSegSR 方法的运算量. 该方法需要求解式(27)中的 L 个加权稀疏重构子问题. 对于第 l 个子问题, 由于 $\tilde{\mathbf{A}}_{\Lambda_s^{j,l+1}}^{j,l+1}$ 的前 $(\tilde{M} - M_p)$ 行元素均为零, 计算 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{y}}^{j,l}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp}^{j,l+1} \tilde{\mathbf{A}}^{j,l}$ 的运算量可表示为 $O(M_p^2 + M_p^2 \tilde{N})$; 对

向量 $\hat{\sigma}^{j,l}$ 和测量矩阵 $\tilde{A}^{j,l}$ 的每个元素进行加权的运算量为 $O(\tilde{M} + \tilde{M}\tilde{N})$. 那么,采用 OMP-PKS 算法求解第 l 个子问题的运算量为 $O(M_p^2 + M_p^2\tilde{N} + \tilde{M} + \tilde{M}\tilde{N} + i_{\text{OMP-PKS}}^{(l)}\tilde{M}\tilde{N})$, 其中 $i_{\text{OMP-PKS}}^{(l)}$ 表示迭代次数. 由于 $\sum_{l=1}^L i_{\text{OMP-PKS}}^{(l)} \leq K$, 因而 OP-WSegSR 方法的总运算量可表示为 $C_{\text{OP-WSegSR}} = O(M_p^2L + M_p^2\tilde{N}L + \tilde{M}L + \tilde{M}\tilde{N}L + K\tilde{M}\tilde{N})$.

WSegSR 由于缺少 OP-WSegSR 的正交投影步骤,总运算量为 $C_{\text{WSegSR}} = O(\tilde{M}L + \tilde{M}\tilde{N}L + K\tilde{M}\tilde{N})$. 对于直接重构方法而言,采用 OMP 算法^[19] 求解加权稀疏重构 (Weighted Sparse Reconstruction, WSR) 问题(式(9))的运算量为 $C_{\text{WSR}} = O(M + MN + KMN)$. 表 1 总结了上述三种方法的运算量,也给出了采用 OMP 算法直接求解稀疏重构 (Sparse Reconstruction, SR) 问题式(8)的运算量以及 SegSR 方法的运算量.

表 1 运算量比较

方法	运算量
SR	KMN
SegSR	$K\tilde{M}\tilde{N}$
WSR	$M + MN + KMN$
WSegSR	$\tilde{M}L + \tilde{M}\tilde{N}L + K\tilde{M}\tilde{N}$
OP-WSegSR	$M_p^2L + M_p^2\tilde{N}L + \tilde{M}L + \tilde{M}\tilde{N}L + K\tilde{M}\tilde{N}$

由表 1 可知,WSR、WSegSR 和 OP-WSegSR 方法的运算量分别由 KMN 、 $\tilde{M}\tilde{N}(L + K)$ 和 $M_p^2\tilde{N}L$ 决定. 根据 $\tilde{M} = (S + 1)M/P$, $\tilde{N} = SN/P$ 和 $M_p = M/P$, 可得 $\tilde{M}\tilde{N}(L + K) = (S + 1)SMN(L + K)/P^2$ 和 $M_p^2\tilde{N}L = SM^2NL/P^3$. 可见,对于给定的 N ,若 $S^2/P^2 \ll K/(P + K)$, 则 $\tilde{M}\tilde{N}(L + K) \ll KMN$, 从而有 $C_{\text{WSegSR}} \ll C_{\text{WSR}}$; 若 $S/P^2 \ll K/M$, 则 $M_p^2\tilde{N}L \ll KMN$, 从而有 $C_{\text{OP-WSegSR}} \ll C_{\text{WSR}}$. 4.2 小节将基于 MATLAB 仿真平台,评估上述方法的运行时间. 需要注意的是, $C_{\text{OP-WSegSR}} \ll C_{\text{WSR}}$ 的条件是基于采用原始方法直接计算矩阵相乘得到的. 考虑到 MATLAB 采用优化算法计算矩阵相乘,可将该条件放宽.

4 仿真分析

本节通过仿真实验评估 OP-WSegSR 方法的重构性能,并与 WSegSR 和 SegSR 方法相比较. 为便于比较,将上述三种方法中用于调整测量子矩阵大小的参数 S 均设置为 3. 仿真采用 OMP-PKS 算法^[18] 求解 OP-WSegSR 方法的子问题,采用 TOMP 算法^[7] 求解 WSegSR 和 SegSR 方法的子问题. 此外,作为对比,本节评估了采用 OMP 算法^[19] 直接求解稀疏重构问题式(8)和加权稀疏重构问题式(9)的性能,并用 SR 和 WSR 分别表示这两种直接重构方法的结果. 除特别说明外,本节的仿真结果均是 500 次蒙特卡洛实验的平均结果. 仿真采用的计算机硬件配置为主频 3.1GHz 的英

特尔酷睿 i5-2400 处理器和 4GB 内存,仿真环境为 MATLAB 2011B.

4.1 参数设置

设雷达发射线性调频脉冲信号,带宽 $B = 100\text{MHz}$, 脉冲宽度 $T_p = 10\mu\text{s}$, 脉冲重复间隔 $T_r = 2.5\text{ms}$. 假设目标朝向雷达匀速运动,径向速率为 600m/s ; 目标反射系数在 $(0, 1]$ 上均匀分布,且脉冲间相互独立. 为使测量矩阵的规模适中以便评估直接重构的性能,设目标的距离范围为 $[150\text{km}, 163.5\text{km}]$; 目标初始距离在 $[150.6\text{km}, 162.9\text{km}]$ 的分辨率格点上(分辨单元 1.5m),且 K 个目标呈均匀分布. 以 1.5m 为距离分辨单元,可将 $[150\text{km}, 163.5\text{km}]$ 划分为 $N = 9000$ 个距离单元.

图 2 给出了一次仿真实验中 32 个脉冲内单个目标的位置和幅度分布情况. 图 2 中,目标反射系数在脉冲间变化;目标初始距离为 152.34km ,位于第 1560 个距离单元;第 32 个脉冲时目标距离为 152.2935km ,位于第 1529 个距离单元. 可见,目标在 32 个脉冲内走过的距离是 46.5m ,共跨越了 31 个距离单元.

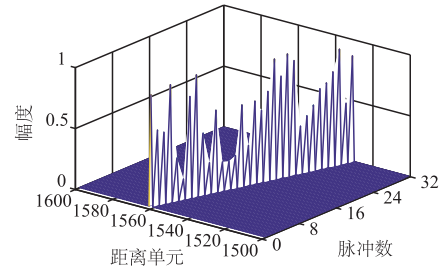


图2 目标的位置和幅度分布

仿真中,设高斯概率分布模型式(6)的方差 $b^2 = 4$; 脉冲个数 $J = 32$, 每个脉冲的观测时间长度为 $T = 100\mu\text{s}$, 第 j 个脉冲的测量数据由 $[(j - 1)T_r + 1000\mu\text{s}, (j - 1)T_r + 1100\mu\text{s}]$ 内基带回波信号的复压缩测量构成. 除特别说明外,设随机解调系统以 $1/5\text{Nyquist}$ 采样速率获取每个脉冲基带回波信号的复压缩测量,则每个脉冲的复压缩测量个数 $M = 2000$. 此外,基于上述参数,根据文献[7]可知 $N_p = 1000$ 和 $M_p = 200$.

4.2 无噪声背景下的重构

本小节通过系数向量 $\hat{\sigma}^j$ 的重构误差和稀疏位置正确发现率,以及仿真所需运行时间来评估无噪声背景下的重构性能. 其中,重构误差的评估标准为 $\hat{\sigma}^j$ 与估计值 $\hat{\hat{\sigma}}^j$ 之间的相对重构误差

$$E_r^j = \|\hat{\hat{\sigma}}^j - \hat{\sigma}^j\|_2 / \|\hat{\sigma}^j\|_2 \quad (28)$$

稀疏位置正确发现率是指 $\hat{\sigma}^j$ 中非零元素被正确发现的个数与非零元素总数的比值,运行时间采用 CPU 时间来说明.

图 3(a) 和 (b) 分别给出了稀疏度 $K = 100$ 时每个脉冲系数向量的相对重构误差和稀疏位置正确发现率. 图 3(a) 和 (b) 中, SR 和 WSR 方法的相对重构误差达到 10^{-15} 数量级, 稀疏位置正确发现率为 1, 实现了精确重构. 由图 3(a) 可知, OP-WSegSR 方法的相对重构误差小于 SegSR 和 WSegSR 方法; 当脉冲个数 $j \geq 3$ 时, OP-WSegSR 方法的相对重构误差接近于 0. 由图 3(b) 可知, OP-WSegSR 方法的稀疏位置正确发现率高于 SegSR 和 WSegSR 方法; 当脉冲个数 $j \geq 3$ 时, OP-WSegSR 方法的稀疏位置正确发现率为 99% 以上. 这是由于 OP-WSegSR 方法采用了基于正交投影的后向虚拟噪声抑制策略, 有效地抑制了后向虚拟噪声.

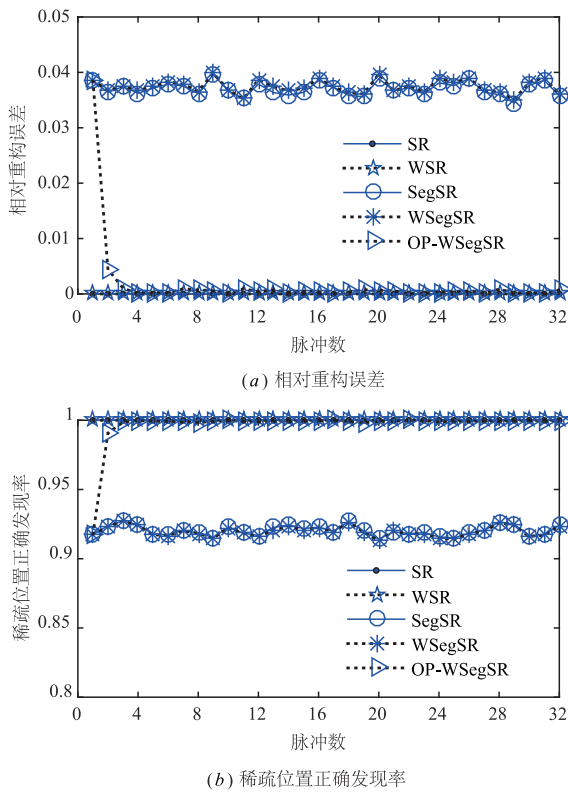


图3 相对重构误差和稀疏位置正确发现率($K=100$)

为了说明 OP-WSegSR 方法对后向虚拟噪声的抑制情况, 图 4(a) ~ (d) 给出了脉冲个数 $j = 2$ 和 $j = 3$ 时第 2 段 ($l = 2$) 虚拟噪声子向量在正交投影前后的幅度. 图 4 是稀疏度 $K = 100$ 时一次仿真实验的结果.

根据 $S = 3$ 和 $M_p = 200$ 可知, 虚拟噪声子向量的长度 $\tilde{M} = 800$. 由前向和后向虚拟噪声的定义可知, 前向和后向虚拟噪声的存在范围分别是 $[1: 200]$ 和 $[601: 800]$. 从图 4 中可以看出, 经过正交投影, 后向虚拟噪声得到抑制.

图 5(a) 和 (b) 分别给出了不同稀疏度 K 下脉冲个数 $j = 2$ 和 $j = 3$ 时系数向量的相对重构误差. 图 6(a) 和

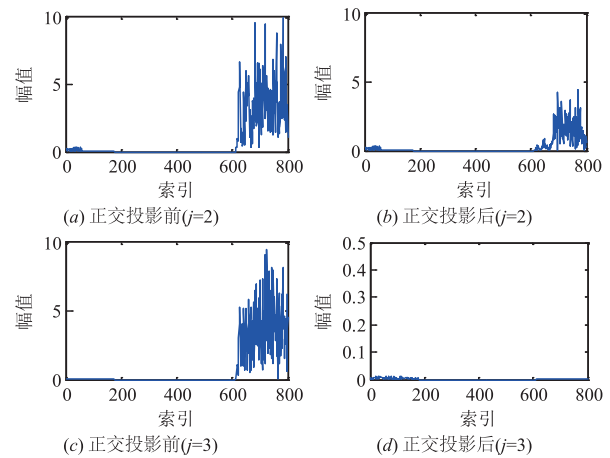


图4 正交投影前后的虚拟噪声子向量($l=2$)

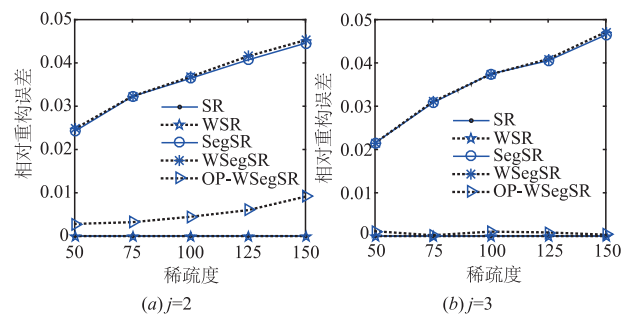


图5 相对重构误差与稀疏度的关系

(b) 分别给出了相应的稀疏位置正确发现率.

由图 5(a) 可知, 当脉冲个数 $j = 2$ 时, SR 和 WSR 方法均实现了精确重构; SegSR、WSegSR 和 OP-WSegSR 方法的相对重构误差均随稀疏度 K 增大而增大, 其中, OP-WSegSR 方法的相对重构误差小于 SegSR 和 WSegSR 方法. 由图 5(b) 可知, 当脉冲个数 $j = 3$ 时, 随着稀疏度 K 的增大, OP-WSegSR 方法的相对重构误差变化不大, 而 SegSR 和 WSegSR 方法的相对重构误差逐渐增大. 可见, OP-WSegSR 方法的重构性能优于 SegSR 和 WSegSR 方法. 此外, 由图 6 可知, 图 6 的结论与图 5 一致.

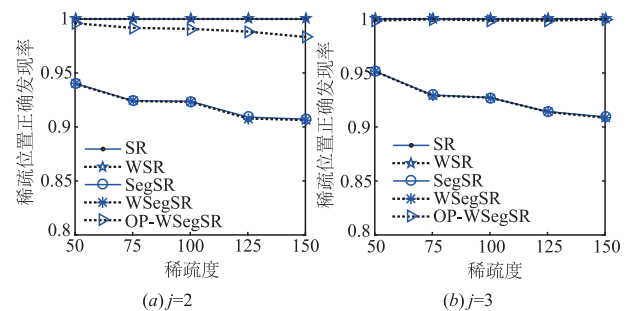


图6 稀疏位置正确发现率与稀疏度的关系

图 7(a) 和 (b) 分别给出了 $N = 9000$ 时不同稀疏度

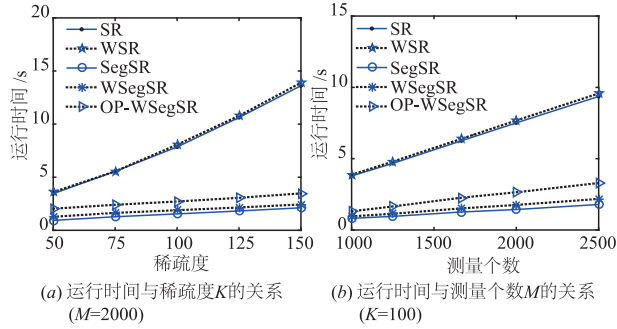
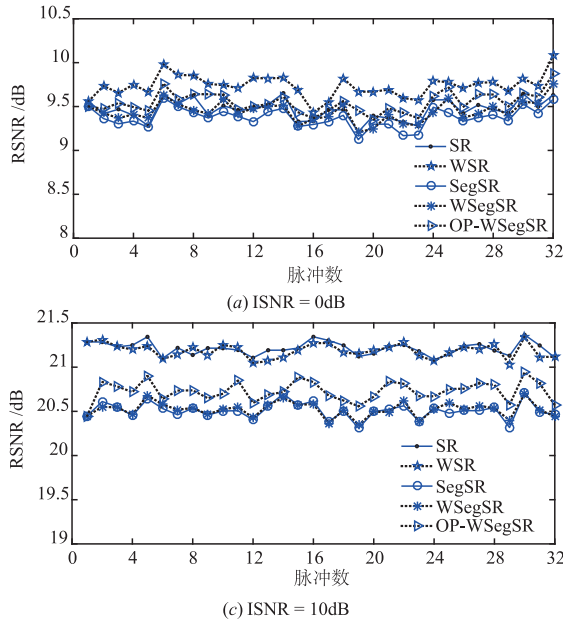


图7 运行时间(\$N=9000, j=3\$)

\$K\$ 和测量个数 \$M\$ 下重构脉冲个数 \$j=3\$ 时系数向量所需的运行时间。

由图 7(a) 和 (b) 可知,受加权步骤的影响,WSR 方法的运行时间大于 SR 方法,WSegSR 方法的运行时间大于 SegSR 方法. 相比于 WSR 方法,OP-WSegSR 和 WSegSR 方法的运行时间短. 可见,采用分段重构减少了运行时间,与 3.3 小节的运算量分析一致. 然而,OP-WSegSR 方法的运行时间大于 WSegSR 方法,这是 OP-WSegSR 方法中的正交投影步骤造成的. 综合考虑重构性能和运行时间,相比于 SegSR 和 WSegSR 方法,OP-WSegSR 方法以增加计算复杂度为代价,利用正交投影原理有效地抑制了分段产生的后向虚拟噪声,实现了重构性能的提高。



4.3 噪声背景下的重构

设复包络 \$\tilde{s}^j(t)\$ 受到带限、加性复高斯白噪声 \$\tilde{n}^j(t)\$ 的污染,其中 \$\tilde{n}^j(t)\$ 的带宽为 \$B/2\$、功率谱密度为 \$N_0/2\$. 定义输入信噪比 (Input Signal-to-Noise Ratio, ISNR) $ISNR^j = 2 \int_0^T |\tilde{s}^j(t)|^2 dt / (TBN_0)$. 仿真中每个脉冲重复间隔内的 ISNR 相同. 本小节采用重构信噪比 (Reconstruction Signal-to-Noise Ratio, RSNR) 评估噪声背景下的重构性能,其中第 \$j\$ 个脉冲重复间隔内的 RSNR 定义为

$$RSNR^j = \|\tilde{\psi}^j \tilde{\sigma}^j\|_2^2 / E[\|\tilde{\psi}^j(\hat{\sigma}^j - \tilde{\sigma}^j)\|_2^2] \quad (29)$$

图 8(a) ~ (d) 给出了稀疏度 \$K=100\$ 时不同重构方法的 RSNR,其中 (a) ~ (c) 分别是 ISNR = 0dB、5dB 和 10dB 时每个脉冲的 RSNR,图 (d) 是脉冲个数 \$j=3\$ 时不同 ISNR 下的 RSNR. 由图 8(a) ~ (c) 可知,对于直接重构而言,WSR 方法的 RSNR 高于 SR 方法. 可见,在噪声背景下,WSR 方法通过加权处理提高了重构性能. 对比图 8(a) ~ (d) 中 OP-WSegSR、WSegSR 和 SegSR 三种方法的结果可知,OP-WSegSR 方法的 RSNR 最高. 可见,OP-WSegSR 方法结合了正交投影和加权稀疏的优势,使得重构性能优于 WSegSR 和 SegSR 方法. 由图 8(d) 可知,在 ISNR 较低 (ISNR < 0dB) 时,OP-WSegSR 方法的性能改善并不明显. 这是由于受背景噪声的影响,该方法对分段引入的虚拟噪声的抑制能力减弱. 然而,随着 ISNR 的增加,OP-WSegSR 方法的性能改善逐渐明显。

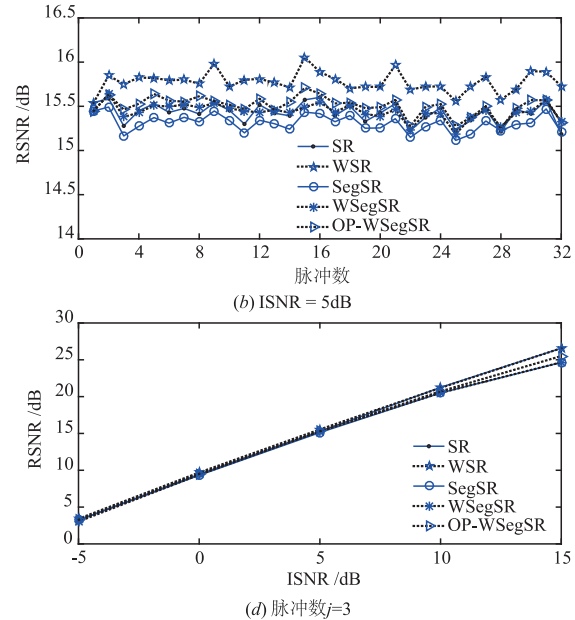


图8 重构信噪比RSNR (\$K=100\$)

5 结论

本文根据运动目标回波信号的稀疏时变性和测量

矩阵的带状结构,基于分段滑动重构思想,提出了一种多脉冲回波信号快速重构方法——OP-WSegSR 方法. 该方法通过构造由分段引入的后向虚拟噪声的正交补

空间,将子段压缩测量投影到构造的正交补空间,有效地抑制了后向虚拟噪声.数值仿真验证了该方法的有效性.在实际应用中,可根据测量矩阵的大小和软硬件资源情况,采用该方法提高信号重构的实时性.此外,虽然 OP-WSegSR 方法是基于随机解调压缩采样雷达系统提出的,但是,若其它压缩采样雷达系统能产生类似结构的测量矩阵,也可采用该方法实现运动目标多脉冲回波信号的快速重构.

参考文献

- [1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [2] Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406 – 5425.
- [3] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, et al. Beyond Nyquist: efficient sampling of sparse bandlimited signals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(1): 520 – 544.
- [4] Xi F, Chen S Y, Liu Z. Quadrature compressive sampling for radar signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(11): 2787 – 2802.
- [5] Chen S Y, Xi F. Quadrature compressive sampling for multiband radar echo signals[J]. IEEE Access, 2017, 5: 19742 – 19760.
- [6] Shi G M, Lin J, Chen X Y, et al. UWB echo signal detection with ultra-low rate sampling based on compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2008, 55(4): 379 – 383.
- [7] Zhang S L, Xi F, Chen S Y, et al. Segment-sliding reconstruction of pulsed radar echoes with sub-Nyquist sampling[J]. Science China Information Sciences, 2016, 59(12): 122309:1 – 122309:18.
- [8] 张素玲, 席峰, 陈胜垚, 等. 基于正交压缩采样系统的脉冲雷达回波信号实时重构方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(5): 1064 – 1071.
ZHANG Su-ling, XI Feng, CHEN Sheng-yao, et al. A real-time reconstruction scheme of pulsed radar echoes with quadrature compressive sampling[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2016, 38(5): 1064 – 1071. (in Chinese)
- [9] 张素玲, 陈胜垚, 席峰, 等. 多带正交压缩采样雷达回波信号的快速重构[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(9): 1971 – 1978.
ZHANG Su-ling, CHEN Sheng-yao, XI Feng, et al. Fast reconstruction of radar echoes with multiband quadrature compressive sampling[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(9): 1971 – 1978. (in Chinese)
- [10] Richards M A. Fundamentals of Radar Signal Processing [M]. New York: McGraw-Hill, 2005.
- [11] 陈小龙, 刘宁波, 王国庆, 等. 基于 Radon-分数阶傅里叶变换的雷达动目标检测方法[J]. 电子学报, 2014, 42(6): 1074 – 1080.
CHEN Xiao-long, LIU Ning-bo, WANG Guo-qing, et al. Radar detection method for moving target based on Radon-fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(6): 1074 – 1080. (in Chinese)
- [12] Chen X, Guan J, Liu N, et al. Maneuvering target detection via Radon-fractional Fourier transform-based long-time coherent integration[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(4): 939 – 953.
- [13] 陈小龙, 关键, 于晓涵, 等. 雷达动目标短时稀疏分数阶傅里叶变换域检测方法[J]. 电子学报, 2017, 45(12): 3030 – 3036.
CHEN Xiao-long, GUAN Jian, YU Xiao-han, et al. Radar detection for moving target in short-time sparse fractional Fourier transform domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(12): 3030 – 3036. (in Chinese)
- [14] Zonoobi D, Kassim A A. On the reconstruction of sequences of sparse signals—the weighted-CS[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2013, 24(2): 196 – 202.
- [15] 马硕骛. 稀疏时变信号压缩感知重构算法的研究[D]. 江苏南京: 南京理工大学, 2014.
MA Shuo-ao. Study on compressed sensing reconstruction algorithms for sparse time-varying signals[D]. Nanjing, Jiangsu: Nanjing University of Science and Technology, 2014. (in Chinese)
- [16] Vaswani N, Zhan J. Recursive recovery of sparse signal sequences from compressive measurements: a review[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(13): 3523 – 3549.
- [17] Charles A S, Balavoine A, Rozell C J. Dynamic filtering of time-varying sparse signals via l_1 minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(21): 5644 – 5656.
- [18] Carrillo R E, Polania L F, Barner K E. Iterative algorithms for compressed sensing with partially known support[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP) [C]. Dallas, TX, USA: IEEE, 2010. 3654 – 3657.
- [19] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 – 4666.

作者简介



张素玲 女,1985 年 12 月出生于河南博爱,南京理工大学博士生,研究方向为压缩采样、雷达信号处理.

E-mail: zsljust@163.com



陈胜焱 男,1985 年 10 月出生于安徽庐江,南京理工大学副教授,硕士生导师,研究方向为压缩采样、雷达信号处理.

E-mail: chenshengyao@njust.edu.cn



席峰 男,1980 年 11 月出生于江苏宜兴,南京理工大学副教授,硕士生导师,研究方向为压缩感知理论、雷达信号处理、传感器网络.

E-mail: xifeng@njust.edu.cn



刘中(通信作者) 男,1963 年 8 月出生于安徽灵璧,南京理工大学教授,博士生导师,研究方向为信号采样与处理、雷达和通信技术、混沌信息动力学等.

E-mail: eezliu@njust.edu.cn