

基于波形调度的机动目标跟踪算法

张浩为¹, 谢军伟¹, 葛佳昂¹, 宗彬锋², 路文龙³

(1. 空军工程大学防空反导学院, 陕西西安 710051; 2. 94710 部队, 江苏无锡 214000; 3. 95899 部队, 北京 100085)

摘要: 针对机动目标的跟踪问题, 提出一种结合自适应匀速 (Constant Acceleration, CA) 模型和波形调度的平方根容积卡尔曼滤波 (Square-Root Cubature Kalman Filter, SCKF) 算法. 在 CA 模型的基础上, 通过构建 Jerk 分量与速度、加速度的近似关系, 使得状态过程噪声与滤波器输出的状态协方差矩阵相联系, 以实现模型的自适应调整. 另外, 利用分数阶傅里叶变换 (Fractional Fourier Transform, FrFT) 旋转发射波形的模糊函数, 使得量测误差椭圆与滤波算法中的状态预测误差椭圆正交, 得到最优的发射波形, 以从数据处理和信号处理两方面共同提升系统的跟踪性能. 仿真结果表明, 相比于基于改进当前统计 (current statistical, CS) 模型的无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF) 算法、基于 CS 模型的 SCKF 算法、基于 CA 模型的 SCKF 算法和交互式多模型 (IMM) SCKF 算法, 所提算法结构简单且跟踪精度更高.

关键词: 机动目标跟踪; 匀加速模型; 波形调度; 平方根容积卡尔曼滤波

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)03-0560-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.03.007

Maneuvering Target Tracking Based on Waveform Scheduling

ZHANG Hao-wei¹, XIE Jun-wei¹, GE Jia-ang¹, ZONG Bin-feng², LU Wen-long³

(1. Air and Missile Defense College Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China;

2. Troop 94710, PLA Wuxi, Jiangsu 214000, China; 3. Troop 95899, PLA, Beijing 100085, China)

Abstract: Aiming at the maneuvering target tracking problem, a novel square-root cubature Kalman filter (SCKF) is proposed by the integration of the adaptive constant acceleration (CA) model and the waveform scheduling. On the basis of the CA model, the approximation relationship between the Jerk and the velocity as well as the acceleration is established in order to make the connection of the state process noise with the state error covariance matrix. As such, the adaptive adjustment of the proposed model is realized. Additionally, the fractional Fourier transform (FrFT) is utilized to rotate the ambiguity function of the transmitted waveform to maintain the orthogonality between the measurement error ellipse and the state prediction error ellipse. Thereby, the optimal transmitting waveform can be obtained and the tracking performance is systematically improved in both of the data processing and the signal processing. The simulation results show that the proposed algorithm possess a simpler structure and higher accuracy than the unscented Kalman filter based on the modified current statistical (CS) model, the SCKF based on the CS model, the SCKF based on the CA model and the interactive multiple model SCKF (IMM-SCKF).

Key words: maneuvering target tracking; constant acceleration model; waveform scheduling; square-root cubature Kalman filter

1 引言

机动目标跟踪, 由于其复杂性高、随机性强, 日益成为研究热点. 传统的研究大多从以下两方面着手: 提升目标运动模型的鲁棒性以及提升滤波算法的精度. 对

于目标运动的建模, 可大致分为单模型算法和多模型算法两类. 多个模型的并行工作会使得算法的计算量剧增, 降低算法的实时性, 因此, 不便于实际应用. 对于单模型算法, 文献[1~3]先后提出了 Singer 模型^[1]、CS 模型^[2]、Jerk 模型^[3]. 其中, CS 模型^[2]具有更全面描述

目标机动特性的能力,但其存在需要设置先验参数和自适应性不足等问题.尽管文献[4,5]对其做了改进,实现了机动加速度方差和机动频率的自适应调整,但状态维度的扩展势必导致额外的计算开销.对于滤波算法的研究,也取得了一些进展.常用的非线性滤波器有扩展卡尔曼滤波(EKF)^[6,7]、无迹卡尔曼滤波(UKF)^[4,8,9]、高斯-阿米特积分滤波(GHQF)^[10,11]和容积卡尔曼滤波(CKF)^[12]等.相比较而言,CKF具有计算量小、鲁棒性强等优势,因而得到广泛运用^[13-15].平方根容积卡尔曼滤波算法(SCKF)在CKF的基础上引入正交三角分解,通过对协方差矩阵的平方根进行迭代运算,进一步提高了滤波精度和稳定性.尽管上述方法取得了一定成效,但均是单纯从数据处理的角度获得最优效果.若将信号处理与数据处理相结合,则可从整体层面提升对机动目标的跟踪性能.文献[16]首次目标跟踪过程中增加了波形选择模块,利用参数估计理论将发射信号的模糊函数与量测噪声相联系,建立了发射波形与跟踪滤波间的关系.文献[17~19]利用这一结论,分别研究了基于CKF和粒子滤波的波形选择问题.但三者进行波形选择时,需要对波形参数逐个进行寻优,计算量较大.文献[20]指出,可以利用估计误差椭圆和量测误差椭圆正交的方法来选择最优线性脉冲调制频率,这也是误差椭圆正交法的雏形.文献[21~23]在此基础上进行推广,利用分数阶傅里叶变换(FrFT)来旋转发射波形的模糊函数,从而旋转量测误差椭圆以实现正交.相比于对参数逐个寻优的计算方法,误差椭圆正交法计算量小,且具有更直观的物理意义^[23].

综上所述,目标运动的自适应建模、滤波精度的提高以及合理的发射波形选择,均在机动目标跟踪中发挥着重要作用,三者相辅相成,互为补充.因此,本文利用以上三种思想,提出一种基于自适应匀加速(CA)模型和波形调度的SCKF跟踪算法,以从整体层面提升对机动目标的跟踪性能:

首先,提出一种新的自适应CA模型.在CA模型的基础上构建了Jerk分量与速度、加速度的近似关系,充分利用滤波器的状态协方差信息以实现模型过程噪声的完全自适应调整.然后,采用SCKF进行滤波,以提升算法的滤波精度.最后,利用FrFT旋转基础发射波形的模糊函数,使得量测误差椭圆与滤波算法中的状态预测误差椭圆正交,来实现波形参数的最优选择.相比于对波形参量逐个寻优的方法^[16-19],可以获得更高的运行效率.仿真结果表明,所提算法能够对目标的弱机动和强机动状态进行准确跟踪,在跟踪精度方面要明显优于改进CS模型的UKF算法^[4]、基于CS模型的SCKF算法和交互式多模型SCKF算法,且结构简单,耗时更短.

2 自适应 CA 模型

文献[24]和[25]指出,CA模型具有和CS模型相当的性能.传统的设计思想认为,当加速度为常数或小范围波动时,则采用CA模型,并假设系统建模误差为具有固定均值和方差的高斯过程;当加速度不仅包含随机机动,同时包含确定机动时,用有色噪声描述机动加速度更加合理,但有色噪声模型一般都需要进行额外的先验参数设置,如Singer模型和CS模型.文献[25]指出在适当选择CA模型的建模误差方差后,可以用CA模型等价有色噪声模型.本节利用这一结论,以CA模型为基础,提出了一种自适应CA模型.与CS模型及其改进模型^[4,5]相比,该模型无需参数调整和状态维数扩展,利用滤波器的状态协方差信息便可实现模型过程噪声的完全自适应调整.

根据泰勒级数展开,目标加速度可表示为:

$$a(t) \approx a(t_0) + \frac{1}{1!}a^{(1)}(t_0)(t-t_0) + \frac{1}{2!}a^{(2)}(t_0)(t-t_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!}a^{(n)}(t_0)(t-t_0)^n \quad (1)$$

式中, $a^{(1)}(t_0)$ 为 $t=t_0$ 时刻的加加速度值, $a^{(n)}(t_0)$ 为 $a(t)$ 在 $t=t_0$ 时刻的 n 阶导数.令 $t_0=kT$, $t=(k+1)T$, T 为采样间隔,则式(1)可表示为:

$$a_{k+1} = a_k + Ta_k^{(1)} + \frac{T^2}{2!}a_k^{(2)} + \frac{T^3}{3!}a_k^{(3)} + \dots + \frac{T^n}{n!}a_k^{(n)} \quad (2)$$

即 $(k+1)T$ 时刻的加速度可能的极限值 $a_{\pm\max}$ 可由 kT 时刻的加速度、加加速度(Jerk)及更高阶分量递推得到.并且,CS模型中加速度均值的近似关系^[26]:

$$\bar{a}_{k+1} = E[a_{k+1} | \mathbf{Z}^k] \approx E[a_k | \mathbf{Z}^k] = \hat{a}_k$$

也可更加准确地表示为:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{k+1} &\triangleq E[a_{k+1} | \mathbf{Z}^k] \\ &= E[a_k | \mathbf{Z}^k] + E[a_k^{(1)} | \mathbf{Z}^k]T + \dots + E[a_k^{(n)} | \mathbf{Z}^k] \frac{T^n}{n!} \\ &= \hat{a}_k + T\hat{a}_k^{(1)} + \frac{T^2}{2!}\hat{a}_k^{(2)} + \frac{T^3}{3!}\hat{a}_k^{(3)} + \dots + \frac{T^n}{n!}\hat{a}_k^{(n)} \end{aligned} \quad (3)$$

则CS模型中 σ_k^2 可写为:

$$\sigma_k^2 = \frac{4-\pi}{\pi} \left(\bar{a}_k + T\bar{a}_k^{(1)} + \frac{T^2}{2!}\bar{a}_k^{(2)} + \frac{T^3}{3!}\bar{a}_k^{(3)} + \dots + \frac{T^n}{n!}\bar{a}_k^{(n)} \right)^2 \quad (4)$$

式中, $\bar{a}_k^{(n)}$ 为 $a_k^{(n)}$ 的估计误差.

CA模型的离散时间状态方程可表示为:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_{CA} \mathbf{X}_k + \mathbf{W}_k^{CA} \quad (5)$$

过程噪声 \mathbf{W}_k^{CA} 的协方差阵为 $\mathbf{Q}_k^{CA} = C_q \text{blkdiag}(\sigma_{x,k}^2 \mathbf{q}_{CA}, \sigma_{y,k}^2 \mathbf{q}_{CA})$.式中, C_q 为设计参数; $\sigma_{x,k}^2$ 和 $\sigma_{y,k}^2$ 满足式(4).若忽略Jerk误差分量以上的高阶分量,式(4)可近似为:

$$\sigma_k^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (\bar{a}_k \bar{a}_k + T^2 \bar{a}_k^{(1)} (\bar{a}_k^{(1)}) + T\bar{a}_k (\bar{a}_k^{(1)}) + T\bar{a}_k^{(1)} \bar{a}_k) \quad (6)$$

式中, $\bar{a}_k^{(1)}$ 为 Jerk 分量的估计误差. 由于 CA 模型状态维数的限制, Jerk 误差协方差不能直接获取, 所以根据匀加速模型加速度状态递推 $a_k = a_{k-1}$, 令 $t = kT, t_0 = (k-1)T$, 近似可得:

$$a(t) \approx \frac{\dot{x}(t) - \dot{x}(t_0)}{t - t_0} \quad (7)$$

以 t 为自变量, 对式(7)求导得:

$$a^{(1)}(t) \approx \frac{\ddot{x}(t)}{(t-t_0)} - \frac{\dot{x}(t) - \dot{x}(t_0)}{(t-t_0)^2} \quad (8)$$

以 $\ddot{x}(t)$ 、 $\dot{x}(t)$ 和 $\dot{x}(t_0)$ 为自变量构建变量向量 $\mathbf{x} = [\dot{x}(t), \ddot{x}(t), \dot{x}(t_0)]^T$, $a^{(1)}(t)$ 可表示为 \mathbf{x} 的线性函数:

$$a^{(1)}(t) \approx \left[-\frac{1}{(t-t_0)^2} \quad \frac{1}{(t-t_0)} \quad \frac{1}{(t-t_0)^2} \right] \mathbf{x} \quad (9)$$

上式的离散形式为:

$$a_k^{(1)} \approx \left[-\frac{1}{T^2} \quad \frac{1}{T} \quad \frac{1}{T^2} \right] \mathbf{x}_k = \mathbf{B} \mathbf{x}_k \quad (10)$$

式中, $\mathbf{B} = [-1/T^2, 1/T, 1/T^2]$, $\mathbf{x}_k = [\dot{x}_k, \ddot{x}_k, \dot{x}_{k-1}]^T$. Jerk 分量误差 $\bar{a}_k^{(1)}$ 与 \mathbf{x}_k 误差 $\bar{\mathbf{x}}_k$ 的关系为:

$$\sigma_k^2 = \frac{4-\pi}{\pi} (\tilde{\dot{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k T + \tilde{\dot{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T \mathbf{B}^T T + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T \mathbf{B}^T T^2) \quad (11)$$

假定不同时刻的状态误差不相关, 即 $E[\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{x}}_{k-1}^T] = \mathbf{0}$, 则上式中的分量可采用状态协方差矩阵元素近似表示为:

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k &\approx f_1(E[\tilde{\dot{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k]) = \mathbf{P}_k(\dot{x}, \dot{x}) \\ \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k &\approx f_2(E[\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k]) = [\mathbf{P}_k(\dot{x}, \dot{x}), \mathbf{P}_k(\dot{x}, \ddot{x}), 0] \\ \tilde{\dot{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T &\approx f_2(E[\tilde{\dot{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T]) = [\mathbf{P}_k(\dot{x}, \dot{x}), \mathbf{P}_k(\dot{x}, \ddot{x}), 0] \\ \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T &\approx f_3(E[\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T]) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_k(\dot{x}, \dot{x}) & \mathbf{P}_k(\dot{x}, \ddot{x}) & 0 \\ \mathbf{P}_k(\dot{x}, \ddot{x}) & \mathbf{P}_k(\ddot{x}, \ddot{x}) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P}_{k-1}(\dot{x}, \dot{x}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

根据式(12)的近似, 自适应 CA 模型的加速度方差可表示为:

$$\sigma_k^2 = \frac{4-\pi}{\pi} [f_1(E[\tilde{\dot{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k]) + \mathbf{B} f_2(E[\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\dot{x}}_k]) T + f_2(E[\tilde{\dot{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T]) \mathbf{B}^T T + \mathbf{B} f_3(E[\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T]) \mathbf{B}^T T^2] \quad (13)$$

式中, \mathbf{B} 与采样周期成反比, 但是通常认为采样周期越短, 目标对观测方所表现出的机动性越弱, 因此取设计参数 $C_q = T^2$, 使过程噪声与采样周期成正比.

由式(13)可以看出, 通过构建 Jerk 分量与速度、加速度的近似关系, Jerk 方差和 Jerk 方差与加速度的互协方差由速度、加速度的方差和互协方差间接近似得到, 充分的利用了滤波器中已有的状态协方差信息, 避免了状态扩展, 降低了模型的复杂度和估计算法的运算量.

3 基于波形捷变的平方根容积卡尔曼滤波算法

3.1 平方根容积卡尔曼滤波

SCKF 本质上是一种求积近似的高斯滤波, 其将高斯分布下的非线性滤波问题, 归结为积分计算问题. 由于 SCKF 算法较为成熟, 在此省略具体步骤, 读者可以参考相关文献[12~15].

3.2 波形捷变方式

在跟踪目标过程中, 考虑雷达同时进行距离和速度测量, 则可在距离和速度二维空间进行波形捷变: 通过建立 2 个变量误差的克拉美罗下界(CRLB), 利用椭圆误差正交法实现发射最优波形.

3.2.1 量测误差的 CRLB

在完全检测情况下, 量测噪声的协方差 \mathbf{R}_k 与 k 时刻发射波形的参数有关. 若令 $A(\tau, f_d)$ 为发射波形 $s(t)$ 对应的模糊函数:

$$A(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(t - \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (14)$$

则关于时延 τ 和多普勒频移 f_d 的 Fisher 信息矩阵为^[16]:

$$\mathbf{J} = -\eta \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 A}{\partial \tau \partial f_d} \\ \frac{\partial^2 A}{\partial f_d \partial \tau} & \frac{\partial^2 A}{\partial f_d^2} \end{bmatrix}_{\tau=0, f_d=0} \quad (15)$$

式中, η 为信噪比. \mathbf{R}_k 与 $A(\tau, f_d)$ 存在如下对应关系:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{T}^T \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{T} = \text{diag}(c/2, c/(2f_c))$, 为时延 τ 、多普勒频移 f_d 到当前目标的位置和速度的变换矩阵; \mathbf{J}^{-1} 为波形参数的克拉美罗下界(CRLB). 由式(16)可以看出, k 时刻发射的波形参数决定了 \mathbf{R}_k 的大小. 同时, 在对目标的跟踪过程中, \mathbf{R}_k 与目标状态的估计误差紧密相关. 因此, 对于发射波形参数的选取, 应使得对于下一时刻的目标状态估计误差最小. 文献[27]通过仿真得出, 若将后验估计误差协方差 $\mathbf{P}_{k+1|k+1}$ 替换为预测误差协方差 $\mathbf{P}_{k+1|k}$, 可以获得最佳的跟踪效果, 即:

$$\boldsymbol{\theta}_{k+1}^* = \arg \min \det(\mathbf{P}_{k+1|k}) \quad (17)$$

式中, $\boldsymbol{\theta}^* = [\tau, f_d]^T$, 为发射波形参数组成的矢量. 由式(14)~(17)可知, 在对目标跟踪过程中, k 时刻发射的波形参数通过影响量测噪声协方差矩阵进而影响 $k+1$ 时刻目标的状态估计误差. 因此, 可以通过波形捷变的方式来获得最佳的波形参数, 提升系统对于机动目标跟踪的性能.

3.2.2 基于 FrFT 的最优波形选择

若令基础发射波形为 $s_0(t)$, 对应的模糊函数为 $A_0(\tau, f_d)$, Fisher 信息矩阵为 \mathbf{J}_0 , 量测噪声协方差矩阵为 \mathbf{R}_0 , 则可以通过对基础发射波形 $s_0(t)$ 进行分数阶

因子为 φ_k 的分数阶傅里叶变换 (FrFT), 使得量测误差椭圆与估计误差的预测误差椭圆正交, 以使式 (17) 成立^[21].

所谓误差椭圆, 即用下图方式来描述两个随机变量的协方差: 若对于随机变量 $[x, y]$, 有协方差矩阵为 $\text{diag}[\sigma_x^2, \sigma_y^2]$, 则其对应的误差椭圆如图 1 所示.

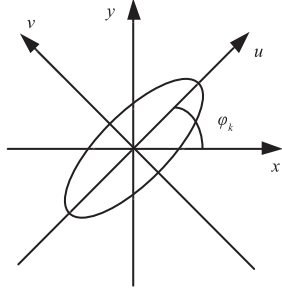


图1 误差椭圆图示

这里, 有式 (18) 成立:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_k & -\sin\varphi_k \\ \sin\varphi_k & \cos\varphi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (18)$$

此时, 误差椭圆的旋转角度 φ_k 由式 (19) 计算可得.

$$\varphi_k = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}\right) \quad (19)$$

若将距离、速度二维随机变量扩展到距离、速度和角度三维空间, 利用误差椭圆法实现正交, 则相当于对模糊函数在 $\tau-f_d$ 平面进行了角度为 φ_k 的旋转 (由于模糊函数与角度无关, 相当于在角度维度不进行旋转), 即得到:

$$\mathbf{J}_k = [\mathbf{L}(\varphi_k)]^T \mathbf{J}_0 \mathbf{L}(\varphi_k) \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_k = [\mathbf{L}(\varphi_k)]^T \mathbf{R}_0 \mathbf{L}(\varphi_k) \quad (21)$$

式中, \mathbf{J}_k 和 \mathbf{R}_k 分别进行角度旋转后的 Fisher 信息矩阵和量测误差协方差矩阵; $\mathbf{L}(\varphi_k)$ 为旋转矩阵, 满足:

$$\mathbf{L}(\varphi_k) = \begin{bmatrix} \cos\varphi_k & -\sin\varphi_k & 0 \\ \sin\varphi_k & \cos\varphi_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

相比于对波形参数逐个寻优^[16-19]的方法, 误差椭圆正交法运算量小, 且具有直观的物理意义, 如图 2, 图 2(a) 和图 2(b) 均为两个误差椭圆不正交的情况, 图 2(c) 为两个误差椭圆正交的情况. 显然, 当两个误差椭圆正交时, 重叠区域面积最小, 即跟踪误差最小^[23]. 对于旋转角度 φ_k 的选择问题, 可以通过式 (22) 得出.

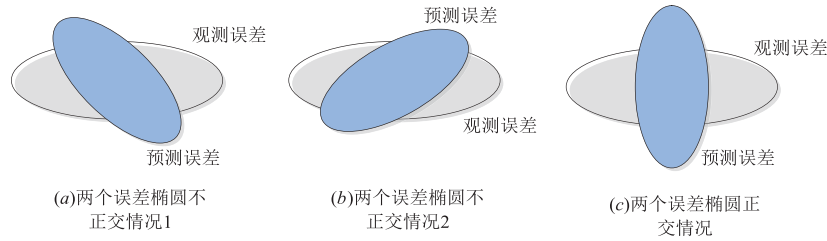


图2 误差椭圆相交的不同情况

假设 k 时刻目标状态估计预测误差协方差为 \mathbf{P}_{k+1k} , 则下一时刻应对基础发射波形做 FrFT 的分数阶因子 φ_{k+1} (即椭圆误差旋转角度) 为:

$$\varphi_{k+1} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan\left[\frac{2\det(\mathbf{P}_{12})}{\det(\mathbf{P}_{11}) - \det(\mathbf{P}_{22})}\right] \quad (22)$$

$$\text{式中, } \mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k+1k}(x, x) & \mathbf{P}_{k+1k}(x, y) \\ \mathbf{P}_{k+1k}(y, x) & \mathbf{P}_{k+1k}(y, y) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k+1k}(x, \dot{x}) & \mathbf{P}_{k+1k}(x, \dot{y}) \\ \mathbf{P}_{k+1k}(y, \dot{x}) & \mathbf{P}_{k+1k}(y, \dot{y}) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k+1k}(\dot{x}, \dot{x}) & \mathbf{P}_{k+1k}(\dot{x}, \dot{y}) \\ \mathbf{P}_{k+1k}(\dot{y}, \dot{x}) & \mathbf{P}_{k+1k}(\dot{y}, \dot{y}) \end{bmatrix}.$$

将式 (22) 求得的旋转角度 φ_{k+1} 代入式 (21), 得到 $k+1$ 时刻的 \mathbf{R}_{k+1} , 继而求得 $k+1$ 时刻的状态预测误差协方差 $\mathbf{P}_{k+2|k+1}$, 如此迭代进行下一时刻最优的发射波形参数选择.

4 仿真校验

为验证本文算法的实时性和有效性, 将本文算法与以下四种算法进行对比: 改进 CS 模型的 UKF 算法^[4] (MCS-UKF)、基于 CS 模型的 SCKF 算法 (CS-SCKF)、基于 CA 模型的 SCKF 算法 (CA-SCKF) 和交互式多模型 SCKF 算法 (IMM-SCKF). 其中, CS-SCKF 算法的加速度极限值设置为 $a_{\max} = 100\text{m/s}^2$, $a_{-\max} = -120\text{m/s}^2$. CS-SCKF 算法和 MCS-UKF 算法的初始机动频率均为 $\alpha_0 = 0.6$. CA-SCKF 算法中, 噪声标准差为 1. IMM-SCKF 算法采用 CV-CA-CA 模型, 模型噪声标准差分别为 0.1、1 和 100; 模型转换概率为 $\pi_{ii} = 0.9$, $\pi_{ij} = 0.05$, $i, j = 1, 2, 3$, $i \neq j$. 仿真进行 500 次 Monte Carlo 实验, 结果取平均值. 以 k 时刻的状态估计均方根误差和采样时间内均值误差为衡量指标:

$$E_{\text{RMSE}, k} = \left\{ \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \| \mathbf{X}_{i, k} - \hat{\mathbf{X}}_{i, k}^j \|^2 \right\}^{1/2} \quad (23)$$

$$E_{ME} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E_{RMSE,k} \quad (24)$$

式中, $\mathbf{X}_{i,k}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{i,k}^j$ 分别为第 j 次仿真过程中 k 时刻的目标状态向量第 i 个分量的真实值和估计值; M 为仿真次数; N 为仿真步数. 仿真中, 状态向量为 $\mathbf{X} = [x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}]^T$, 量测向量为 $\mathbf{Z} = [r, \dot{r}, \theta]^T + \mathbf{V}_k$. 其中, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\dot{r} = (\dot{x}x + \dot{y}y)/r$; $\theta = \arctan(y/x)$; $\mathbf{V}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$, $\mathbf{R}_k = \text{diag}[\sigma_r^2, \sigma_{\dot{r}}^2, \sigma_{\theta}^2]$ 为量测噪声的协方差阵, $\sigma_r = 100\text{m}$, $\sigma_{\dot{r}} = 10\text{m/s}$, $\sigma_{\theta} = 0.1\text{rad}$. 量测位置位于坐标原点, 雷达与目标运动轨迹位于同一平面. 采样间隔 $T = 1\text{s}$, $r_0 = 300\text{km}$.

目标初始位置为 $[432, 88]\text{m}$, 初始速度为 $[-2255, 397]\text{m/s}$. 在 $0 \sim 40\text{s}$ 期间, 目标在 x 方向做匀速运动, y 方向做加速度为 -10m/s^2 的匀减速运动. 在 $40 \sim 50\text{s}$ 期间, 目标 x 方向的加速度由 -20m/s^2 增加到 10m/s^2 , y 方向的加速度由 -10m/s^2 增加到 120m/s^2 . 在 $50 \sim 100\text{s}$ 期间, 恢复在 x 方向为匀速、 y 方向加速度为 -10m/s^2 的匀减速运动. 在 $100 \sim 110\text{s}$ 期间, 目标 x 方向的加速度由 -5m/s^2 增加到 5m/s^2 , y 方向的加速度由 -10m/s^2 增加到 40m/s^2 再减小为 -10m/s^2 . 在 $110 \sim 150\text{s}$ 期间, 目标恢复在 x 方向为匀速、 y 方向加速度为 -10m/s^2 的匀减速运动. 图 3 ~ 图 5 分别为运用本文算法(不采用波形调度与采用波形调度)与其它四种算法估计所得的位置误差均方差、速度误差均方差和加速度误差均方差曲线. 表 1 为本文算法与其它算法的平均估计误差和运行时间对比.

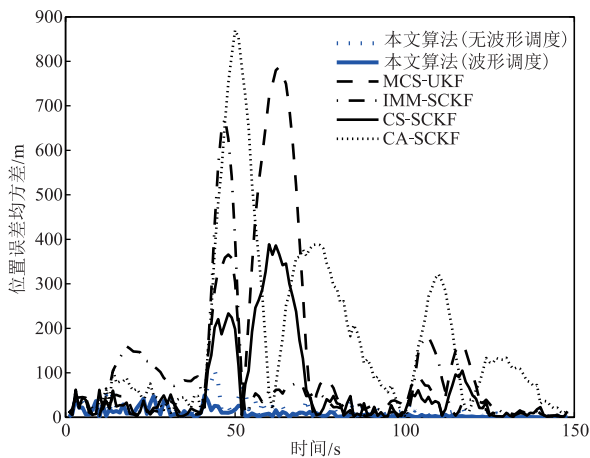


图3 算法位置误差均方差对比

从图 3 ~ 5 可以看出, 无论目标处于弱机动或强机动状态, 运用波形调度的本文算法和不运用波形调度的本文算法在位置、速度和加速度的跟踪精度方面均优于其它算法. 尤其在目标进行阶跃加速或减速阶段, 本文算法的峰值误差和收敛时间均小于其它算法. 尤其在运用波形调度后, 本文算法的跟踪精度得到进一

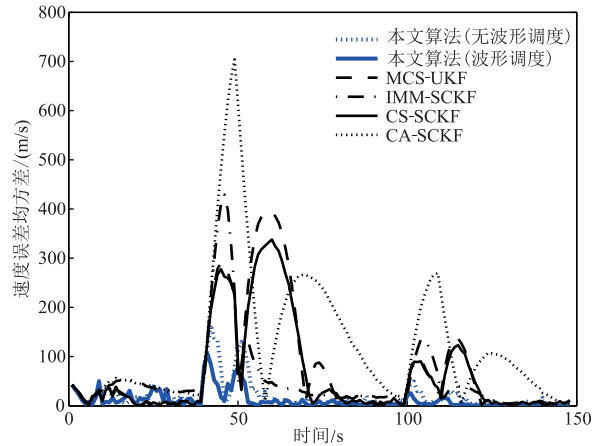


图4 算法速度误差均方差对比

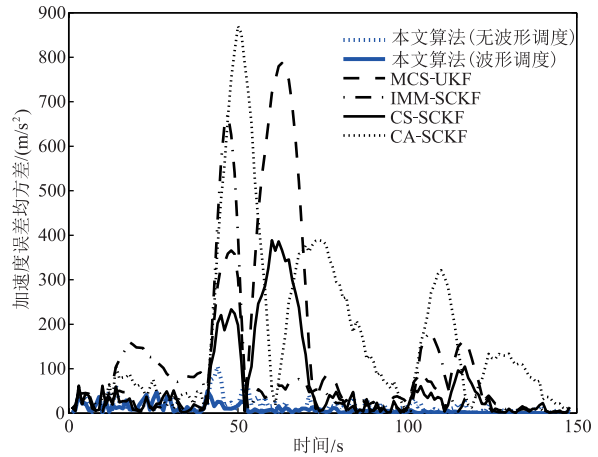


图5 算法加速度误差均方差对比

步提升. 其主要原因如下: (1) 本文算法构建了自适应匀加速模型, 相比于跟踪强机动状态的 CS 模型及其改进模型, 自适应匀加速模型能够更好地对弱机动目标进行跟踪. 而相比于 CA 模型, 本文算法可以根据环境进行自适应调整, 以更好的对目标机动状态进行匹配; (2) 本文算法采用了 SCKF 进行滤波, 相比于 UKF, 精度更高; (3) 本文算法引入波形调度, 通过 FrFT 旋转误差椭圆来实现最优发射波形的选择. 因此, 对机动目标的跟踪性能得到大幅提升.

表 1 平均估计误差和运行时间对比

算法	平均误差			平均耗时 (s)
	位置 (m)	速度 (m/s)	加速度 (m/s ²)	
本文算法 (无波形调度)	16.6542	18.7752	9.3871	0.0518
本文算法 (波形调度)	8.3990	11.4628	8.7918	0.0684
MCS-UKF	113.7225	73.4406	20.1580	0.0674
IMM-SCKF	82.1293	50.5692	14.4889	0.1018
CS-SCKF	64.3337	64.5350	19.2406	0.0559
CA-SCKF	171.0641	125.1983	21.8602	0.0434

表 1 数据表明,本文算法的平均跟踪精度均优于其它算法.相比于 MCS-UKF 算法,采用波形调度后的本文算法在位置、速度和加速度上的平均误差分别减小了 92.61%、84.39% 和 56.39%,平均耗时增加了 1.48%.相比于 CS-SCKF 算法,在位置、速度和加速度方面的平均误差分别减小了 86.94%、82.24% 和 54.31%,平均耗时增加了 22.36%.相比于 IMM-SCKF 算法,在位置、速度和加速度方面的平均误差分别减小了 89.77%、77.33% 和 39.32%,平均耗时减少了 32.81%.相比于 CA-SCKF 算法在位置、速度和加速度方面的平均误差分别减小了 95.09%、90.84% 和 59.78%,平均耗时增加了 57.60%.相比于未采用波形调度的算法,在位置、速度和加速度方面的平均误差分别减小了 49.57%、38.95% 和 6.34%,平均耗时增加了 32.05%.虽然采用波形调度后,本文算法的计算量有所增加,但实时性未受到明显影响.并且,对于跟踪精度的提升更加显著.因此,以一定的计算量获取更高的跟踪精度是可行的.

假定初始信噪比为 0dB,则不同信噪比下各算法的性能如图 6~图 8 所示.

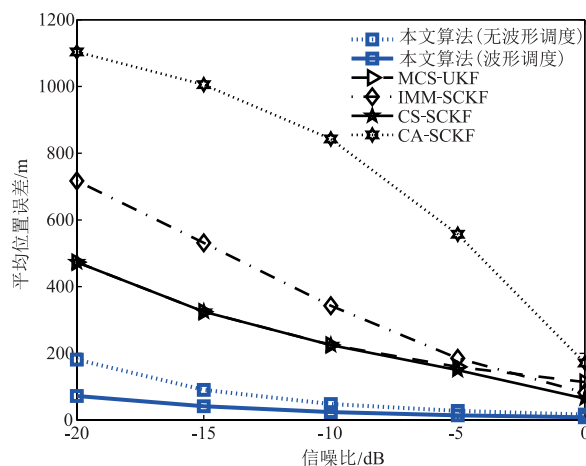


图6 不同信噪比下平均位置误差

从中可以看出,随着信噪比的降低,所有算法性能均有不同程度的下降.但由图 6、图 7 可知,利用波形调度与无波形调度的本文算法在位置误差和速度误差方面下降更为缓慢,表现出了良好的鲁棒性.且随着信噪比的降低,本文算法较四种对比算法性能的优势有扩大趋势.虽然在 -20dB 的条件下,本文算法的加速度误差略高于其它算法,但在信噪比 ≥ -15 dB 的条件下,本文算法性能仍保持相对优势.并且,在目标跟踪中,往往更关注于位置和速度的跟踪精度,因此,本文算法在信噪比 < -15 dB 时加速度跟踪精度上的些许劣势并不影响整体性能的优势.

综合以上分析可知,相比于 MCS-UKF 算法、CS-

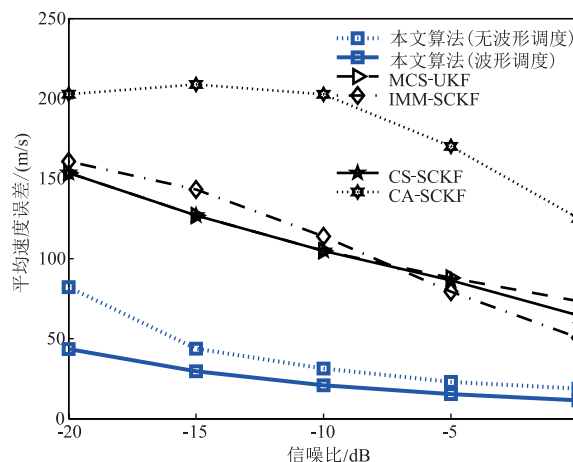


图7 不同信噪比下平均速度误差

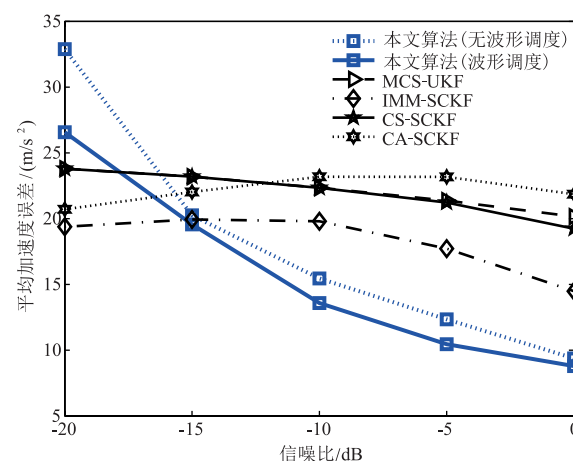


图8 不同信噪比下平均加速度误差

SCKF 算法、CA-SCKF 算法和 IMM-SCKF 算法,本文算法实现了模型参数的自适应调整,对目标机动具有更高的跟踪精度和跟踪稳定性,并且结构简单,计算量小.

5 结论

针对机动目标的跟踪问题,提出一种新的基于自适应 CA 模型和波形调度的 SCKF 算法.

(1) 在匀加速模型的基础上构建了 Jerk 分量与速度、加速度的近似关系, Jerk 方差和与加速度的互协方差由速度、加速度的方差和互协方差间接近似得到.使得过程噪声与状态估计协方差中的元素相联系,实现了模型参数的自适应调整.

(2) 在滤波算法上,采用较于 UKF 精度更高的 SCKF 进行滤波;并利用 FrFT 旋转模糊函数在距离、速度二维空间的误差椭圆来实现最优的发射波形选择,使得在机动目标跟踪过程中,对数据处理的优化和对信号处理的优化相结合,从而在整体层面提升对目标的跟踪性能.

(3) 仿真结果表明,所提算法的跟踪精度要明显优于 MCS-UKF 算法^[4]、CS-SCKF 算法、CA-SCKF 算法和 IMM-SCKF 算法.同时,结构简单,计算量小,更便于实际应用.

参考文献

- [1] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1970, 6(4): 473 - 483.
- [2] Zhou H, Kumar K S P. A 'current' statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets[J]. AIAA Journal of Guidance, 1984, 7(5): 596 - 602.
- [3] Kishore Mehrotra, Pravas R Mahapatra. A Jerk model for tracking highly maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 3(4): 1094 - 1105.
- [4] 周政, 刘进忙, 谭西江. 基于 Jerk 均值输入估计的 MCS 模型及非线性跟踪算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(10): 1397 - 1402.
Zhou Z, Liu J M, Tan X J. MCS model based on Jerk input estimation and nonlinear tracking algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(10): 1397 - 1402. (in Chinese)
- [5] 周政, 刘进忙. 基于强跟踪滤波器的 MACA-MIE 模型及跟踪算法[J]. 控制与决策, 2013, 28(1): 100 - 104.
Zhou Z, Liu J M. MACA-MIE model and tracking algorithm based on strong tracking filter[J]. Control and Decision, 2013, 28(1): 100 - 104. (in Chinese)
- [6] Jazwinski A H. Filtering for nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(4): 765 - 766.
- [7] 张宏欣, 周穗华, 冯士民. 渐进扩展卡尔曼滤波器[J]. 电子学报, 2017, 45(1): 213 - 219.
Zhang H X, Zhou S H, Feng S M. Progressive extended Kalman filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(1): 213 - 219. (in Chinese)
- [8] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477 - 482.
- [9] 王磊, 程向红, 李双喜. 高斯和高阶无迹卡尔曼滤波算法[J]. 电子学报, 2017, 45(2): 424 - 430.
Wang Lei, Cheng Xianghong, Li Shuangxi. Gaussian sum high order unscented Kalman filtering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(2): 424 - 430. (in Chinese)
- [10] Jia B, Xin M, Cheng Y. Sparse-grid quadrature nonlinear filtering[J]. Automatica, 2012, 48(2): 327 - 341.
- [11] Jia B, Xin M, Cheng Y. Sparse Gauss-ermite quadrature filter with application to spacecraft attitude estimation[J]. Journal of Guidance Control and Dynamic, 2011, 34(2): 367 - 379.
- [12] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254 - 1269.
- [13] 徐树生, 林孝工, 李新飞. 强跟踪自适应平方根容积卡尔曼滤波算法[J]. 电子学报, 2014, 42(12): 2394 - 2400.
Xu Shusheng, Lin Xiaogong, Li Xinfei. Strong tracking adaptive square-root cubature kalman filter algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(12): 2394 - 2400. (in Chinese)
- [14] 陈彦明, 赵清杰, 刘若宇. 一种适用于分布式摄像机网络的 SCIWCF 算法[J]. 电子学报, 2016, 44(10): 2335 - 2343.
Chen Y M, Zhao Q J, Liu R Y. A novel square-root cubature information weighted consensus filter algorithm for distributed camera networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(10): 2335 - 2343. (in Chinese)
- [15] Zhang H W, Xie J W, Ge J A, et al. Adaptive strong tracking square-root cubature Kalman filter for maneuvering aircraft tracking[J]. IEEE Access, 2018, 6: 10052 - 10061.
- [16] Kershaw D J, Evans R J. Optimal waveform selection for tracking systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(5): 1536 - 1550.
- [17] Haykin S, Zia A, Arasaratnam I, et al. Cognitive tracking radar[A]. Proceedings of 2010 IEEE Radar Conference [C]. Washington DC: IEEE, 2010. 1467 - 1470.
- [18] Haykin S, Zia A, Xue Y, et al. Control theoretic approach to tracking radar: first step towards cognition[J]. Digital Signal Processing, 2011, 21(6): 576 - 585.
- [19] 盛丹, 王国宏, 张翔宇. 基于波形捷变的多传感器机动目标跟踪[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 485 - 491.
Sheng D, Wang G H, Zhang X Y. Maneuvering target tracking based on waveform agility with multisensor[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(3): 485 - 491. (in Chinese)
- [20] Niu R, Willett P. Tracking considerations in selection of radar waveform for range and range-rate measurements[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 467 - 487.
- [21] Savage C O, Moran B. Waveform selection for maneuvering targets within an IMM framework[J]. IEEE Trans on Aerospace Electronic System, 2007, 43(3): 1205 - 1214.
- [22] 檀甲甲, 张建秋. 跟踪机动目标的雷达波形选择新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(3): 515 - 522.
Tan J J, Zhang J Q. New waveform selection approach to

- tracking maneuver targets[J]. System Engineering and Electronic, 2011, 33(3): 515 - 522. (in Chinese)
- [23] 靳标, 纠博, 刘宏伟, 等. 一种针对目标跟踪的自适应波形选择方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2014, 41(1): 57 - 63.
- Jin B, Jiu B, Liu H W, et al. Adaptive waveform selection approach for target tracking[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(1): 57 - 63. (in Chinese)
- [24] 潘平俊, 冯新喜, 李锋, 等. 基于强跟踪滤波器的自适应常加速模型及跟踪算法[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 36(5): 136 - 141.
- Pan P J, Feng X X, Li F, et al. Adaptive constant acceleration model and tracking algorithm based on strong tracking filter[J]. System Engineering Theory & Practice, 2008, 36(5): 136 - 141. (in Chinese)
- [25] 潘泉, 梁彦, 杨峰, 等. 现代目标跟踪与信息融合[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [26] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333 - 1363.
- [27] 程婷. 相控阵雷达自适应资源管理技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2008.
- Cheng T. Research on adaptive resource management technology for phased array radar[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008. (in Chinese)

作者简介



张浩为 男, 1992年2月出生于河北唐山. 2014年、2016年在空军工程大学防空反导学院分别获得学士学位和硕士学位. 现为该学院在读博士研究生, 研究方向为相控阵雷达资源管理.

E-mail: zhw_xhzhf@163.com



谢军伟 男, 1970年出生, 河南禹州人. 1993年、1996年和2009年在空军工程大学防空反导学院分别获得学士学位、硕士学位和博士学位. 现为该学院教研室主任, 博士生导师. 主要从事新体制雷达, 干扰与抗干扰方面的研究.

E-mail: xjw_xjw_123@163.com