

# 分布式全局精确时钟同步状态追踪： 能观测性观测器分析

王 颀, 白 桦, 唐晓铭, 黄庆卿

(重庆邮电大学工业物联网与网络化控制教育部重点实验室, 重庆 400065)

**摘 要:** 本文基于现代控制理论观点下的量测模型的能观测性分析, 提出绝对时钟状态量测模型的能观测性问题. 启发于量测状态向量空间与状态向量运算法则, 转化为本质上向量空间的同构映射原理, 建立了以基本量测单元 (Basic Measurement Unit, BMU) 构建最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 等价变换下的能观测性解耦量测模型. 该方法揭示了在双向信息交换下对称量测性能的本质, 在量测模型满足能观测性的必要条件下实现时钟状态追踪的 Kalman filtering 算法. 本文算法不依赖于优化的初始点设置, 初始点选择具有鲁棒性, 并且对于网络连接性的变化具有稳健性. 仿真结果表明, 能观测性量测模型能实现规模化扩展, 设计的算法具有局部和全局一致的 MMSE 量测性能, 接近于贝叶斯 CRLB (Cramer-Rao Lower Bound) 量测性能边界.

**关键词:** 无线传感器网络; 绝对时钟同步; 能观测性; 线性变换

**中图分类号:** TP393; TH701 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)09-1855-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.09.006

## Distributed Global Precise Clock Synchronization State Tracking: Analysis of Observable Observer

WANG Ting, BAI Hua, TANG Xiao-ming, HUANG Qing-qing

(Key Laboratory of Industrial Internet of Things & Networked Control, Ministry of Education, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** Based on the observability analysis of the measurement model under the modern control theory, this paper proposes the observability problem of the absolute clock state measurement model. It is inspired by measured state vector space and state vector algorithm, and transformed into the isomorphic mapping principle of vector space essentially. It establishes the minimum mean square error (MMSE) observable decoupling measurement model under equivalent transformation with basic measurement unit (BMU). This method reveals the essence of symmetric measurement performance under two-way message exchange, and realizes Kalman filtering algorithm for clock state tracking under the necessary conditions that the measurement model satisfies the observability. The proposed algorithm does not depend on the optimized initial point setting, the initial point selection is robust, and it is also robust to changes in network connectivity. The simulation results show that the observable measurement model can achieve scale expansion, and the proposed algorithm has local and global uniform of MMSE measurement performance, which is close to the boundary of the Bayesian Cramer-Rao lower bound (CRLB) measurement performance.

**Key words:** wireless sensor network; absolute clock synchronization; observability; linear transformation

### 1 引言

在 Cyber Physical 系统中, 数据融合、能量管理、传

输调度, 定位和追踪协议要求所有节点运行在公共时间基准下<sup>[1]</sup>. 早期时钟同步研究基于分层结构的无线传感器网络时间同步协议来估计时钟参数并同步调

收稿日期: 2018-11-02; 修回日期: 2019-01-23; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51605065, No. 61403055, No. 51705059); 重庆市基础研究与前沿探索 (重庆市自然科学基金) 项目 (No. CQ CSTC 2017JCYJAX0453, No. CQ CSTC 2018JCYJAX0139, No. CQ CSTC 2018JCYJAX0691); 重庆市教委项目 (No. KJQN201800645, No. KJ1600402)

整,如 TPSN (Timing-sync Protocol for Sensor Networks)<sup>[2]</sup>, RBS (Reference Broadcast Synchronization)<sup>[3]</sup>, FTSP (Flooding Time Synchronization Protocol)<sup>[4]</sup>等,但无法满足大规模网络能量和计算消耗的要求.对一些经典协议<sup>[5]</sup>评估性能发现:很多协议归类为参数估计问题,但由于许多不可靠因素,如包延迟、丢失、节点失效等,导致算法的性能降低,甚至失败.国际前沿研究中,一致性算法<sup>[6,7]</sup>没考虑包延迟,在收敛的时钟参数中产生大的均方误差.在文献[8]中,提出鲁棒平均时间同步(RoATS)调节节点的时钟频率和偏移.文献[9]采用一族基于2阶一致性的随机时钟同步协议调节算法参数,达到概率均方意义下的时钟同步.但一致性算法<sup>[8-11]</sup>不能在分析中量化消息延迟的影响.

通过前沿追踪,Cyber Physical 系统(特别是工业物联网)中规模网络下分布式精确时钟同步问题仍是研究热点.相对时钟状态模型依赖交互平均过程达到同步补偿或协同控制.文献[1]中量测模型是绝对状态的辅助量测过程,存在状态耦合.运用现代控制理论观点分析文献[1],发现不满足能观测性,故本文提出能观测性问题.

在前期研究中,文献[12]针对不可靠量测的相对时钟模型,基于适合在线运算的 Tubes-MPC 控制方法,完成了指数收敛性量化分析.文献[13]中开展的工业物联网确定性调度算法,对维护高可靠性的时间精度具有重要意义.结合工业物联网 TDMA 可靠性分析方法与分布式 Kalman filtering 实际观测器,本文对文献[14]的理想观测器进行了深度分析扩展,提出的 MMSE 等价变换能观测性量测模型符合噪声量测的实际应用模型,适用于硬实时、确定性调度任务等更为重要的规模化物联网的工业应用场景.对于文献[1]的全分布式网络拓扑结构,具体应用在无线 Mesh 网络(Wireless Mesh Network, WMN)<sup>[15,16]</sup>中,在工业物联网 TDMA 精确时钟同步的独立时隙间实现无冲突的数据传输,有效提高资源利用率.

## 2 实际量测模型

不同于文献[1],图1所示的节点  $S_i$  和节点  $S_j$  之间的双向时间戳交换过程中,节点  $S_i$  和  $S_j$  在量测关系上是被同等对待的.对于时钟读数模型,可表示为标准时间  $t$  和累积时钟偏移  $\vartheta_i(t)$ :

$$c_i(t) = t + \vartheta_i(t) \quad (1)$$

### 2.1 绝对量测

由图1中的时间戳  $T_{2,t}^{[i,j]}$  与  $T_{3,t}^{[i,j]}$ ,  $T_{1,t}^{[i,j]}$  与  $T_{4,t}^{[i,j]}$  之间的关系,得:

$$T_{1,t}^{[i,j]} = t + \vartheta_i(t) \quad (2)$$

$$T_{2,t}^{[i,j]} = t + d_{ij} + X_t^{[i,j]} + \vartheta_j(t) \quad (3)$$

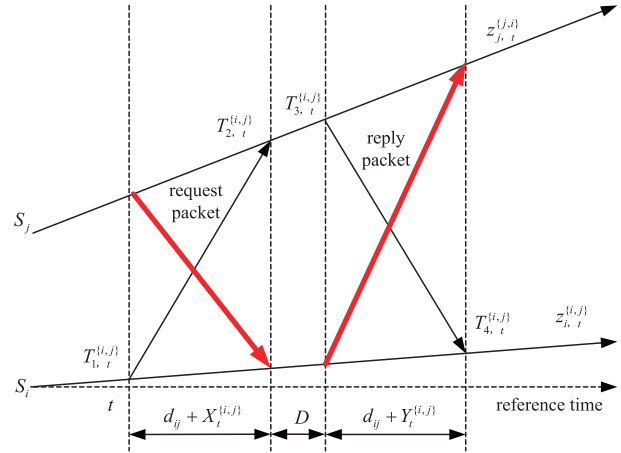


图1 时钟信息交换过程

$$T_{3,t}^{[i,j]} = t + d_{ij} + X_t^{[i,j]} + D + \vartheta_j(t) \quad (4)$$

$$T_{4,t}^{[i,j]} = t + 2d_{ij} + X_t^{[i,j]} + Y_t^{[i,j]} + D + \vartheta_i(t) \quad (5)$$

式中  $d_{ij}$  是节点  $S_i$  和节点  $S_j$  之间数据传递的固定时延;  $D$  为应答时延(若节点  $S_j$  接收到节点  $S_i$  的信息并立即做出回应,则  $D = 0$ );  $X_t^{[i,j]}$  和  $Y_t^{[i,j]}$  分别表示节点  $S_i$  给节点  $S_j$  传输数据以及节点  $S_j$  给节点  $S_i$  传输数据的随机时延.根据中心极限定理,假设  $X_t^{[i,j]}$  和  $Y_t^{[i,j]}$  是独立同分布的 Gaussian 随机变量,且文献[19]证实将随机时延建模为均值为零,方差为  $\sigma^2$  的高斯分布(Gaussian distribution)模型是合理的.

根据式(2)~(5),得节点  $S_i$  的量测方程:

$$\begin{aligned} \gamma_{i,t}^{[i,j]} &= T_{1,t}^{[i,j]} + T_{4,t}^{[i,j]} - 2t - 2d_{ij} - D \\ &= 2\vartheta_i(t) + X_t^{[i,j]} + Y_t^{[i,j]} \end{aligned} \quad (6)$$

本文  $(\cdot)^T$  表示对矩阵  $(\cdot)$  的转置;  $R$  表示矩阵或向量的维数;  $N$  表示 WSN(Wireless Sensor Network)所有节点个数;节点  $S_i$  的邻居节点  $S_m$  的索引集合为  $N_i = \{m_j | m_j \in (1, 2, \dots, N), j \in (1, 2, \dots, |N_i|)\}$ ;节点  $S_i$  的索引集合为  $N_{[i]} = N_i \cup \{i | i \in (1, 2, \dots, N)\}$ ;  $|N_i|$  表示  $N_i$  的元素个数;  $|N_{[i]}|$  表示  $N_{[i]}$  的元素个数.

经过采样时间  $\Delta\tau_0$ ,将节点  $S_i$  的邻居节点  $S_m$  ( $m_j \in N_i$ ) 的式(6)堆叠得全局系统绝对时钟状态量测方程:

$$\boldsymbol{\gamma}_i(k) = \boldsymbol{\lambda}_i \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\zeta}_i(k) \quad (7)$$

式中  $\boldsymbol{\gamma}_i(k) \in R^{|N_i| \times 1}$  表示绝对状态量测向量,且  $\boldsymbol{\gamma}_i(k) = [\gamma_{i,k}^{[i,m_1]} \dots \gamma_{i,k}^{[i,m_2]} \dots \gamma_{i,k}^{[i,m_{|N_i|}}]^T$ ;  $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{x}_1^T(k) \mathbf{x}_2^T(k) \dots \mathbf{x}_N^T(k)]^T \in R^{2N \times 1}$  表示全局状态向量;  $\boldsymbol{\lambda}_i \in R^{|N_i| \times 2N}$  表示量测系数矩阵,且

$$\boldsymbol{\lambda}_i(j, m) = \begin{cases} 2, & m = 2i \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \text{其中 } j \in \{1, 2, \dots, |N_i|\}, m \in \{1, 2, \dots, 2N\};$$

$\boldsymbol{\zeta}_i(k) \in R^{|N_i| \times 1}$  表示均值为零,方差为  $\mathbf{F}_{\zeta_i}$ ,  $= E[\boldsymbol{\zeta}_i(k) \boldsymbol{\zeta}_i^T(k)] = 2\sigma^2 \mathbf{I}_{|N_i|}$  的量测噪声向量.

局部子系统的绝对时钟状态量测方程为:

$$\gamma_i(k) = \tilde{\lambda}_i x_{N_{[i]}}(k) + \zeta_i(k) \quad (8)$$

式中  $x_{N_{[i]}}(k) \in R^{2|N_{[i]}| \times 1}$  表示节点  $S_i$  及其邻居节点  $S_{m_j}$  的状态向量,且  $x_{N_{[i]}}(k) = \Lambda_i x(k)$ ;量测系数向量为  $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i \Lambda_i^T = [\tilde{\lambda}_{i,m_1}^T \cdots \tilde{\lambda}_{i,m_j}^T \cdots \tilde{\lambda}_{i,m_{|N_{[i]}|}}^T]^T$ ,且  $\tilde{\lambda}_i \in R^{2|N_{[i]}| \times 2|N_{[i]}|}$ ;  $\Lambda_i(k) \in R^{2|N_{[i]}| \times 2N}$  表示拾取矩阵:

$$\Lambda_i(j, m) = \begin{cases} 1, & \text{if } j = 2n - 1, m = 2N_{[i]}(\lfloor j/2 \rfloor) - 1 \\ 1, & \text{if } j = 2n, m = 2N_{[i]}(\lfloor j/2 \rfloor) \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

且  $j \in \{1, 2, \dots, 2|N_{[i]}|\}$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, 2N\}$ ;  $N_{[i]}(j)$  表示集合  $N_{[i]}$  的第  $j$  个元素的索引值(集合  $N_{[i]}$  中的索引值按照递增的顺序排列),  $\lfloor n/2 \rfloor$  表示不小于  $n/2$  的最小整数.

## 2.2 相对量测

由于存在  $t$  和  $d_{ij}$ ,  $\gamma_i(k)$  不能直接获得,故根据式(2)~(5)得另一量测模型是必要的.对于节点  $S_i$  的局部子系统的相对时钟状态量测方程为:

$$\begin{aligned} z_{i,t}^{|i,j|} &= (T_{2,t}^{|i,j|} + T_{3,t}^{|i,j|}) - (T_{1,t}^{|i,j|} + T_{4,t}^{|i,j|}) \\ &= 2\vartheta_j(t) - 2\vartheta_i(t) + X_i^{|i,j|} - Y_i^{|i,j|} \end{aligned} \quad (9)$$

经过采样时间  $\Delta\tau_0$ ,将邻居节点  $S_{m_j}$  ( $m_j \in N_i$ ) 的式(9)堆叠得局部子系统相对时钟状态量测方程:

$$z_i(k) = H_i x(k) + v_i(k) \quad (10)$$

式中  $z_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$  表示系统状态量测向量,且  $z_i(k) = [z_{i,k}^{|i,m_1|}, \dots, z_{i,k}^{|i,m_j|}, \dots, z_{i,k}^{|i,m_{|N_i|}|}]^T$ ;  $H_i \in R^{2|N_i| \times 2N}$  表示量测系数矩阵,具体如下:

$$H_i(n, m) = \begin{cases} -2, & \text{if } m = 2i \\ 2, & \text{if } m = 2N_i(n) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $n \in \{1, 2, \dots, |N_i|\}$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, 2N\}$ ,  $N_i(n)$  表示集合  $N_i$  的第  $n$  个元素,即节点  $S_i$  的第  $n$  个邻居节点;  $v_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$  表示量测噪声向量,其均值为零,方差为  $F_{v_i} = E[v_i(k)v_i^T(k)] = 2\sigma^2 I_{2|N_i|}$ .

局部子系统的相对时钟状态量测方程可表达为:

$$z_i(k) = \tilde{H}_i x_{N_{[i]}}(k) + v_i(k) \quad (11)$$

式中  $\tilde{H}_i = H_i \Lambda_i^T \in R^{2|N_i| \times 2|N_{[i]}|}$  表示量测系数矩阵,且  $\tilde{H}_i = [\tilde{H}_{i,m_1}^T \cdots \tilde{H}_{i,m_j}^T \cdots \tilde{H}_{i,m_{|N_{[i]}|}}^T]^T$ .

## 2.3 基于 BMU 的耦合量测

通过构造 BMU,根据 WSN 中节点  $S_i$  的顺序  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  将式(7)和(10)交替排列,得全局系统的耦合量测方程(状态耦合、噪声独立):

$$Z(k) = Gx(k) + \varpi(k) \quad (12)$$

式中  $Z(k) = [Z_1^T(k), \dots, Z_i^T(k), \dots, Z_N^T(k)]^T$  表示状态量测向量,其中  $Z_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$  且  $Z_i(k) = [\gamma_{i,k}^{|i,m_1|}, z_{i,k}^{|i,m_1|}, \dots, \gamma_{i,k}^{|i,m_j|}, z_{i,k}^{|i,m_j|}, \dots, \gamma_{i,k}^{|i,m_{|N_i|}|}, z_{i,k}^{|i,m_{|N_i|}|}]^T$ ;  $\varpi(k) = [\varpi_1^T(k), \dots, \varpi_i^T(k), \dots, \varpi_N^T(k)]^T$  表示均值为零,方

差为  $F_{\varpi} = \text{diag}(F_{\varpi_1}, F_{\varpi_2}, \dots, F_{\varpi_N})$  的量测噪声向量;  $G = [G_1^T, \dots, G_i^T, \dots, G_N^T]^T$  表示量测系数向量,且  $G_i \in R^{2|N_i| \times 2N}$ ,表达如下:

$$G_i(j, m) = \begin{cases} 2, & \text{if } j = 2n - 1, m = 2i \\ 2, & \text{if } j = 2n, m = 2N_i(n) \\ -2, & \text{if } j = 2n, m = 2i \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

其中  $j \in \{1, 2, \dots, 2|N_i|\}$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, 2N\}$ .

对应的节点  $S_i$  的局部子系统的耦合量测方程为:

$$Z_i(k) = \tilde{G}_i x_{N_{[i]}}(k) + \varpi_i(k) \quad (13)$$

式中  $\varpi_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$  表示量测噪声向量,其均值为零,方差为  $F_{\varpi_i} \in R^{2|N_i| \times 2|N_i|}$ ;  $\tilde{G}_i = G_i \Lambda_i^T \in R^{2|N_i| \times 2|N_{[i]}|}$  表示量测系数矩阵.

## 2.4 基于 BMU 的解耦量测

对式(12)线性行变换(即实现能观测性),得全局系统解耦量测方程(状态解耦、噪声相关):

$$Y(k) = Ix(k) + \psi(k) \quad (14)$$

式中  $Y(k) = [Y_1^T(k), \dots, Y_i^T(k), \dots, Y_N^T(k)]^T$  表示状态量测向量,其中  $Y_i(k) = \Phi_i Z_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$ ,且  $Y_i(k) = [\gamma_{i,k}^{|i,m_1|}, \gamma_{m_1,k}^{|m_1,i|} - z_{i,k}^{|i,m_1|}, \dots, \gamma_{i,k}^{|i,m_j|}, \gamma_{m_j,k}^{|m_j,i|} - z_{i,k}^{|i,m_j|}, \dots, \gamma_{i,k}^{|i,m_{|N_i|}|}, \gamma_{m_{|N_i|},k}^{|m_{|N_i|},i|} - z_{i,k}^{|i,m_{|N_i|}|}]^T$ ;

$I = [I_1^T, \dots, I_i^T, \dots, I_N^T]^T$  表示量测系数向量,其中

$$I_i = \Phi_i G \in R^{2|N_i| \times 2N}, I_i(j, m) = \begin{cases} 2, & m = 2i \\ 0, & \text{others} \end{cases} \text{ 且 } j \in \{1, 2, \dots, 2|N_i|\}, m \in \{1, 2, \dots, 2N\};$$

$\Phi(k) = [\Phi_1^T(k), \dots, \Phi_i^T(k), \dots, \Phi_N^T(k)]^T$  表示解耦线性变换的可逆向量,

且  $\Phi_i \in R^{2|N_i| \times \sum_{l=1}^N 2|N_l|}$ ,具体如下:

$$\Phi_i(j, m) = \begin{cases} 1, & \text{if } \begin{cases} j = 2n, m = \sum_{k=1}^{i-1} 2|N_k| + l \\ \{l | N_i(l) = i\} \end{cases} \\ 1, & \text{if } j = 2n - 1, m = 2n - 1 \\ -1, & \text{if } j = 2n, m = 2n \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

其中  $m \in \{1, 2, \dots, \sum_{l=1}^N 2|N_l|\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, 2|N_i|\}$ ;

$\psi(k) = [\psi_1^T(k), \dots, \psi_i^T(k), \dots, \psi_N^T(k)]^T$  表示量测噪声向量,其均值为零,协方差为  $F_{\psi} = \Phi F_{\varpi} \Phi^T$ ,其中  $F_{\psi_i} = \Phi_i F_{\varpi_i} \Phi_i^T$ ,且  $\psi_i(k) = \Phi_i \varpi_i(k) \in R^{2|N_i| \times 1}$ .

局部子系统的解耦量测方程为:

$$Y_i(k) = \tilde{I}_i x_{N_{[i]}}(k) + \psi_i(k) \quad (15)$$

式中  $\tilde{I}_i = [\tilde{I}_{i,m_1}^T \cdots \tilde{I}_{i,m_j}^T \cdots \tilde{I}_{i,m_{|N_{[i]}|}}^T]^T$  表示量测系数向量,且  $\tilde{I}_i = I_i \Lambda_i^T \in R^{2|N_i| \times 2|N_{[i]}|}$ ,其中  $\tilde{I}_{i,m_j} = [\tilde{\lambda}_{i,m_j}^T \tilde{C}_{i,m_j}^T]^T$ .

## 2.5 分布式绝对量测

提取式(15)的偶数行,得分布式绝对量测方程:

$$\mathbf{y}_i(k) = \tilde{\mathbf{C}}_i \mathbf{x}_{N_{i0}}(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) \quad (16)$$

式中  $\mathbf{y}_i(k) \in R^{1 \times |N_i|}$  表示状态量测向量,且  $\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{Y}_i = [y_{i,k}^{1,m_1} \cdots y_{i,k}^{1,m_2} \cdots y_{i,k}^{1,m_{|N_i|}}]^T$ ;  $\boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{\Omega}_i \boldsymbol{\psi}_i \in R^{1 \times |N_i|}$  表示均值为零,协方差为  $\mathbf{F}_{\boldsymbol{\varphi}_i} = E[\boldsymbol{\varphi}_i(k) \boldsymbol{\varphi}_i^T(k)] = \boldsymbol{\Omega}_i \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{F}_{\boldsymbol{\psi}_i} \boldsymbol{\Phi}_i^T \boldsymbol{\Omega}_i^T$  的量测噪声向量;  $\boldsymbol{\Omega}_i \in R^{1 \times |N_i|}$  表示节点  $S_i$  的筛选矩阵,具体如下:  $\boldsymbol{\Omega}_i(n, m) = \begin{cases} 1, & m = 2n \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ , 其中  $n \in \{1, 2, \dots, |N_i|\}$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, 2|N_i|\}$ ;  $\tilde{\mathbf{C}}_i \in R^{1 \times |N_i|}$  表示量测系数矩阵,且  $\tilde{\mathbf{C}}_i = \boldsymbol{\Omega}_i \tilde{\mathbf{F}}_i$ ,  $\tilde{\mathbf{C}}_i(j, m) = \begin{cases} 2, & m = 2j \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ , 其中  $j \in \{1, 2, \dots, |N_i|\}$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, 2|N_i|\}$ .

由于  $\tilde{\mathbf{C}}_i$  中对应于邻居节点的值皆为零,故式(16)可表示为:

$$\mathbf{y}_i(k) = \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{x}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) \quad (17)$$

式中  $\bar{\mathbf{C}}_i = [\bar{\mathbf{C}}_{i,m_1}^T \cdots \bar{\mathbf{C}}_{i,m_2}^T \cdots \bar{\mathbf{C}}_{i,m_{|N_i|}}^T]^T$  表示量测系数向量,且  $\bar{\mathbf{C}}_i \in R^{1 \times 2}$ , 其中  $\bar{\mathbf{C}}_{i,m_j} = [0 \ 2]$ .

## 2.6 分布式绝对量测模型的能观测性讨论

结合状态方程和式(17),得分布式绝对量测模型:(以一对节点  $(S_i, S_j)$  为例)

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k-1) + \mathbf{w}_i(k) + \mathbf{b}_i \\ \mathbf{y}_i(k) = \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{x}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \tau_0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $\bar{\mathbf{C}}_i = [0 \ 2]$ .

由于  $\text{Rank}(\bar{\mathbf{C}}_i) = 1 < 2$  ( $\mathbf{x}_i(k)$  的维数为 2),不能唯一确定当前步的状态  $\mathbf{x}_i(k)$ ,需当前步及以后若干步来判断:

$$\mathbf{y}_i(k) = \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{x}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) = 2\boldsymbol{\vartheta}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i(k+1) &= \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{x}_i(k+1) + \boldsymbol{\varphi}_i(k+1) \\ &= [2\tau_0 \ 2] \mathbf{x}_i(k) + \bar{\mathbf{C}}_i \{\mathbf{w}_i(k+1) + \mathbf{b}_i\} \\ &\quad + \boldsymbol{\varphi}_i(k+1) \end{aligned} \quad (20)$$

各式可唯一解出第  $k$  步状态  $\mathbf{x}_i(k)$ . 式(18)的能观测性判别矩阵  $\boldsymbol{\rho}_{N_4}$ :

$$\boldsymbol{\rho}_{N_4} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_i \\ \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{A}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2\tau_0 & 2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

由于  $\text{Rank}(\boldsymbol{\rho}_{N_4}) = 2$ , 式(18)对状态  $\mathbf{x}_i(k)$  满足能观测性. 对于多量测的复合系统,得能观测性判别矩阵  $\boldsymbol{\rho}_{N_4}(o)$ :

$$\boldsymbol{\rho}_{N_4}(o) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_i \\ \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{A}_i^{o-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2\tau_0 \times 1 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ 2\tau_0 \times (o-1) & 2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中  $o$  表示能观测性所需的步数.

由于  $\text{Rank}(\boldsymbol{\rho}_{N_4}) = 2$ , 即增加量测值,并不影响  $\boldsymbol{\rho}_{N_4}(o)$  的秩,能唯一确定状态  $\mathbf{x}_i(k)$  (存在最小二乘解),故多量测的复合系统满足能观测性. 在此意义上,已实现多量测复合系统的完全分布式量测.

## 3 能观测性对称量测的分布式时钟同步分析

### 3.1 绝对时钟运动状态视图和时钟同步方法

**Remark 1:** 图2中,每个状态圆(不代表物理传感器节点)代表本地逻辑时钟状态相对理想状态  $(\beta_0, \theta_0)$  (即状态向量零点  $(1, 0)$ ) 的运动漂移,每个节点含有相对于零点的绝对逻辑时钟状态向量  $(\beta_i(k), \boldsymbol{\vartheta}_i(k))$ . 即对任意运动的绝对时钟,状态变量  $(\beta_i(k), \boldsymbol{\vartheta}_i(k))$  建模为由  $(\beta_0, \theta_0)$  引出的向量(含噪声扰动边界圆). 由图2知,互为邻居的节点  $(S_i, S_j)$ , 在双向信息交换协议下,状态向量  $\mathbf{x}_{ij}(\mathbf{x}_{ji})$  可表达为  $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$  ( $\mathbf{x}_{ji} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ ), 具有如式(9)所示的相互量测关系.(在物理空间中,互为邻居的节点  $(S_i, S_j)$  间的相对量测状态向量  $\mathbf{x}_{ij}$  和  $\mathbf{x}_{ji}$  方向相反,位于不同的节点;理想状态的绝对量测向量  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  位于自身节点)

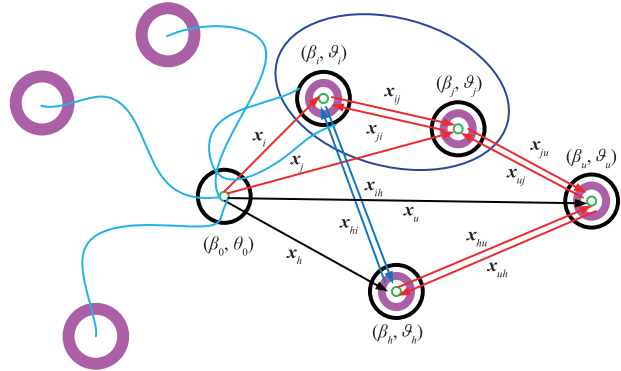


图2 绝对时钟模型的状态向量空间

在第  $k$  个采样时刻,节点  $S_{m_j}$  辅助绝对量测节点  $S_i$  得  $\gamma_{m_j, i}^{[m_j, i]}$ , 节点  $S_{m_j}$  相对量测节点  $S_i$  得  $z_{i, t}^{[i, m_j]}$ . 如图2, 节点  $S_i$  借助节点  $S_{m_j}$  的对称量测信息,得运算关系  $\gamma_{m_j, k}^{[m_j, i]} - z_{i, k}^{[i, m_j]}$ . 代入式(8)和(11)得:

$$\begin{aligned} \gamma_{m_j, k}^{[m_j, i]} - z_{i, k}^{[i, m_j]} &= \{\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i} \cdot \mathbf{x}_{im_j, i} + \boldsymbol{\zeta}_{m_j, i}\} - \{\tilde{\mathbf{H}}_{i, m_j} \cdot \mathbf{x}_{im_j, i} + \mathbf{v}_{i, m_j}\} \\ &= (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i} - \tilde{\mathbf{H}}_{i, m_j}) \cdot \mathbf{x}_{im_j, i} + (\boldsymbol{\zeta}_{m_j, i} - \mathbf{v}_{i, m_j}) \end{aligned} \quad (23)$$

式中  $\mathbf{x}_{im_j, i} = [\mathbf{x}_i^T \ \mathbf{x}_{m_j}^T]^T$ ; 其中  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i} - \tilde{\mathbf{H}}_{i, m_j} = \bar{\mathbf{C}}_{i, m_j}$ ;  $\boldsymbol{\zeta}_{m_j, i} - \mathbf{v}_{i, m_j} = \boldsymbol{\varphi}_{i, m_j}$ .

令  $\gamma_{m_j, k}^{[m_j, i]} - z_{i, k}^{[i, m_j]} = y_{i, k}^{[i, m_j]}$ , 则可建立式(16)和(17):  $y_{i, k}^{[i, m_j]} = \bar{\mathbf{C}}_{i, m_j} \cdot \mathbf{x}_{im_j, i} + \boldsymbol{\varphi}_{i, m_j} = \bar{\mathbf{C}}_{i, m_j} \cdot \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\varphi}_{i, m_j}$ .

### 3.2 设计分布式 Kalman Filtering

在 MMSE 性能指标下,存在分布式能观测性量测模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k-1) + \mathbf{w}_i(k) + \mathbf{b}_i \\ \mathbf{y}_i(k) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_i(k) \end{cases} \quad (24)$$

式中  $\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \tau_0 & 1 \end{bmatrix}$  表示状态转移矩阵;  $\mathbf{w}_i(k) = [\delta(k) \quad \tau_0 \delta(k)]^T$  表示过程噪声向量, 协方差为  $\mathbf{Q}_i(k) = E[\mathbf{w}_i(k) \cdot \mathbf{w}_i^T(k)]$ ;  $\mathbf{b}_i = [0 \quad -\tau_0]^T$  表示状态转移常数向量; 其余符号同上。

通过分析文献[20], 对本地子系统采用最优 Kalman filtering, 可实现大规模分布式 Kalman filtering. 在状态解耦时, 局部子系统的量测精度不依赖于其它节点的状态交互和平均, 依赖于局部子系统的量测噪声。

针对 WSN 中的任意节点  $S_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$  的分布式 Kalman filtering 如算法 1:

算法 1 相关噪声量测时钟状态追踪算法

- 1 初始化:
- 2 设置时钟参数的初始值和时钟参数的初始估计值  $\hat{\mathbf{x}}_i(0|0)$  和  $\mathbf{P}_i(0|0)$ ;
- 3 给相邻的传感器节点广播方差  $\sigma^2$ ;
- 4 构建本地能观测性的分布式绝对量测信息数组  $\bar{\mathbf{Y}}_i[]$ ;
- 5 迭代:
- 6 For  $k = 1, 2, \dots, do$
- 7 节点  $S_i$  与邻居节点  $S_{m_j} (m_j \in N_i)$  双向信息交换, 获得量测向量:  $z_{m_j, i}^{[i, m_j]}$  和  $z_{i, k}^{[i, m_j]}$ ;
- 8 构建  $\mathbf{A}_i, \mathbf{Q}_i, \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i}, \bar{\mathbf{H}}_{i, m_j}, \boldsymbol{\zeta}_{m_j, i}(k)$  和  $\mathbf{v}_{i, m_j}(k)$ ;
- 9 预处理:
- 10 节点  $S_{m_j}$  更新  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k}^{[i, m_j]}$ :  
 $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k}^{[i, m_j]} = \bar{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k-1}^{[i, m_j]} + z_{m_j, k-1}^{[i, m_j]} - z_{m_j, k}^{[i, m_j]}$ ;
- 11 节点  $S_{m_j}$  传送  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k}^{[i, m_j]}$  给  $S_i$  构建  $\mathbf{y}_{i, k}^{[i, m_j]}$ :  
 $\mathbf{y}_{i, k}^{[i, m_j]} = \bar{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k}^{[i, m_j]} - z_{i, k}^{[i, m_j]}$ ;
- 12  $\mathbf{y}_i(k) = [y_{i, k}^{[i, m_1]} \quad \dots \quad y_{i, k}^{[i, m_{|N_i|}}]^T$  缓存入  $\bar{\mathbf{Y}}_i[k]$ ; (则  $\bar{\mathbf{Y}}_i[k]$  存在  $\mathbf{y}_i(k-1) = \bar{\mathbf{Y}}_i[k-1]$ )  $\mathbf{y}_i(k) = \bar{\mathbf{Y}}_i[k]$ , 保证第  $k$  步能观)
- 13 构建  $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k-1), \mathbf{P}_i(k-1|k-1), \bar{\mathbf{C}}_i, \mathbf{K}_i(k)$  和  $\boldsymbol{\varphi}_i(k)$ ;
- 14 预测步:
- 15 计算:  
 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k-1) = \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{x}}_i(k-1|k-1) + \mathbf{b}_i$   
 $\mathbf{P}_i(k|k-1) = \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i(k-1|k-1) \mathbf{A}_i^T + \mathbf{Q}_i(k)$   
 和  $\mathbf{K}_i(k) = \mathbf{P}_i(k|k-1) \bar{\mathbf{C}}_i^T [\bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{P}_i(k|k-1) \bar{\mathbf{C}}_i^T + \mathbf{F}_{\boldsymbol{\varphi}_i}]^{-1}$
- 16 更新步:
- 17 更新  $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$  和  $\mathbf{P}_i(k|k)$ :  
 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k) = \hat{\mathbf{x}}_i(k|k-1) + \mathbf{K}_i(k) [\mathbf{y}_i(k) - \bar{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{x}}_i(k|k-1)]$   
 $\mathbf{P}_i(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_i(k) \bar{\mathbf{C}}_i] \mathbf{P}_i(k|k-1)$
- 18 End For

**Remark 2:** 对于式(24), 节点  $S_i$  及邻居节点  $S_{m_j}$  (其中  $m_j \in N_i, j \in \{1, 2, \dots, |N_i|\}$ ) 存在对应的状态向量. 结合式(23)和图 2 的分析, 在状态向量空间中投影表达为相应的状态向量, 在算法上更新  $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$  的新息  $\mathbf{y}_i(k)$

$-\hat{\mathbf{y}}_i(k|k-1)$  得定理 1.

#### 定理 1

$$\begin{aligned} & \mathbf{y}_i(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k|k-1) \\ &= \{ \boldsymbol{\gamma}_j(k) - \mathbf{z}_i(k) \} - \{ \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}_i(k|k-1) \} \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $\mathbf{y}_i = [y_{i, k}^{[i, m_1]} \quad \dots \quad y_{i, k}^{[i, m_j]} \quad \dots \quad y_{i, k}^{[i, m_{|N_i|}}]^T$ ;  $\boldsymbol{\gamma}_j = [\boldsymbol{\gamma}_{m_j, k}^{[i, m_j]} \quad \dots \quad \boldsymbol{\gamma}_{m_j, k}^{[i, m_j]} \quad \dots \quad \boldsymbol{\gamma}_{m_{|N_i|}, k}^{[i, m_{|N_i|}}]^T$ ;  $\mathbf{z}_i = [z_{i, k}^{[i, m_1]} \quad \dots, z_{i, k}^{[i, m_j]} \quad \dots, z_{i, k}^{[i, m_{|N_i|}}]^T$ .

#### 证明

$$\begin{aligned} & \{ \boldsymbol{\gamma}_{m_j, k}^{[i, m_j]}(k) - \mathbf{z}_{i, k}^{[i, m_j]}(k) \} - \{ \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{m_j, k}^{[i, m_j]}(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}_{i, k}^{[i, m_j]}(k|k-1) \} \\ &= \{ (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i} - \bar{\mathbf{H}}_{i, m_j}) \cdot \mathbf{x}_{i, m_j}(k) + (\boldsymbol{\zeta}_{m_j, i}(k) - \mathbf{v}_{i, m_j}(k)) \} \\ & \quad - \{ (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{m_j, i} - \bar{\mathbf{H}}_{i, m_j}) \cdot \hat{\mathbf{x}}_{i, m_j}(k|k-1) \} \\ &= \{ \bar{\mathbf{C}}_{i, m_j} \cdot \mathbf{x}_i(k) + \boldsymbol{\varphi}_{i, m_j}(k) \} - \{ \bar{\mathbf{C}}_{i, m_j} \cdot \hat{\mathbf{x}}_i(k|k-1) \} \\ &= y_{i, k}^{[i, m_j]}(k) - \hat{y}_{i, k}^{[i, m_j]}(k|k-1) \end{aligned} \quad (26)$$

将邻居节点  $S_{m_j}$  对应的式(26)行堆叠可得式(25).

在实际的大规模网络中, 由 Remark 3 可完成式(15)中系统的能观测性量测模型的量测信息线性变换。

**Remark 3:** 针对 BMU, 通过  $\mathbf{y}_i = \bar{\boldsymbol{\gamma}}_j(k) - \mathbf{z}_i(k)$  构造能观测性量测方程, 从理论上说明 MMSE 等价变换可行。

为在实际应用中实现  $\mathbf{y}_i = \bar{\boldsymbol{\gamma}}_j(k) - \mathbf{z}_i(k)$ , 利用时钟状态的直接量测  $\boldsymbol{\gamma}_{j, k}^{[j, i]}$  客观存在的事实, 使用量测量  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k}^{[j, i]}$  来代替  $\boldsymbol{\gamma}_{j, k}^{[j, i]}$ ,  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k}^{[j, i]}$  满足  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k}^{[j, i]} = \bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k-1}^{[j, i]} + z_{j, k-1}^{[j, i]} - z_{j, k}^{[j, i]}$  和  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, 0}^{[j, i]} = \boldsymbol{\gamma}_{j, 0}^{[j, i]} = T_{1,0}^{[j, i]} + T_{4,0}^{[j, i]} - 2d_{ij} - D$ . 在实际双向信息交换过程中, 对于  $S_i$  而言,  $z_i^{[i, j]}(k)$  在本地, 而  $z_{j, k}^{[j, i]}$  和  $z_{j, k-1}^{[j, i]}$  位于  $S_j$  中, 所以在  $S_j$  上更新  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k}^{[j, i]}$ , 然后向  $S_i$  发送量测信息  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{j, k}^{[j, i]}$ .

在一个同步周期的采样周期结束后, 需进行同步补偿过程: 利用状态追踪的估计值, 减去补偿量  $\{ \bar{\boldsymbol{\gamma}}_j(k) - \mathbf{z}_i(k) - 4\sigma^2 \} - \{ \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}_i(k|k-1) \}$ , 即通过量测方程  $\{ \bar{\boldsymbol{\gamma}}_j(k) - \mathbf{z}_i(k) - 4\sigma^2 \}$  (考虑方差) 得到逻辑时钟的真实值. 更多的技术实现细节可参考文献[6, 21].

## 4 多量测复合系统-MMSE 性能等价证明

通过矢量 Kalman filtering 定理 (Vector Kalman Filtering Theorem)<sup>[22]</sup>, 结合状态方程, 比较式(12)和(14)的估计性能. 耦合模型如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k) + \mathbf{b} \\ \mathbf{Z}(k) = \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \end{cases} \quad (27)$$

由线性变换矩阵  $\boldsymbol{\Phi}$ , 实现由式(27)到(28)的线性变换, 得解耦模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k) + \mathbf{b} \\ \mathbf{Y}(k) = \mathbf{I}\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\psi}(k) \end{cases} \quad (28)$$

式中  $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_n, \dots, \mathbf{A}_N)$  表示状态转移矩阵, 且  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ , 其中  $\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \tau_0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{b}(k) \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$  表示状态转移常数向量, 且  $\mathbf{b}(k) = [\mathbf{b}_1^T, \dots, \mathbf{b}_n^T, \dots, \mathbf{b}_N^T]^T$ , 其中  $\mathbf{b}_n = [0 \quad -\tau_0]^T$ ;  $\mathbf{w}(k) \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$  表示过程噪声向量, 其中  $\mathbf{w}_n(k) = [\delta(k) \quad \tau_0\delta(k)]^T$  且  $\mathbf{w}(k) = [\mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_n^T, \dots, \mathbf{w}_N^T]^T$ , 过程噪声向量的协方差表示为  $\mathbf{Q}(k) \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ , 且  $\mathbf{Q}(k) = \text{diag}(\mathbf{Q}_1(k), \dots, \mathbf{Q}_n(k), \dots, \mathbf{Q}_N(k))$ , 其中  $\mathbf{Q}_n(k) = E[\mathbf{w}_n(k) \cdot \mathbf{w}_n^T(k)]$ ; 其余符号同上. ( $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ )

式(27)对应的预测 MMSE 矩阵  $\mathbf{P}_z(k|k-1)$ 、增益  $\mathbf{K}_z(k)$  和 MMSE 矩阵  $\mathbf{P}_z(k|k)$  分别为:

$$\mathbf{P}_z(k|k-1) = \mathbf{A}\mathbf{P}_z(k-1|k-1)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}(k) \quad (29)$$

$$\mathbf{K}_z(k) = \mathbf{P}_z(k|k-1)\mathbf{G}^T [\mathbf{F}_\omega + \mathbf{G}\mathbf{P}_z(k|k-1)\mathbf{G}^T]^{-1} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_z(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_z(k)\mathbf{G}]\mathbf{P}_z(k|k-1) \quad (31)$$

式(28)对应的预测 MMSE 矩阵  $\mathbf{P}_y(k|k-1)$ 、增益  $\mathbf{K}_y(k)$  和 MMSE 矩阵  $\mathbf{P}_y(k|k)$  分别为:

$$\mathbf{P}_y(k|k-1) = \mathbf{A}\mathbf{P}_y(k-1|k-1)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}(k) \quad (32)$$

$$\mathbf{K}_y(k) = \mathbf{P}_y(k|k-1)\mathbf{I}^T [\mathbf{F}_\psi + \mathbf{I}\mathbf{P}_y(k|k-1)\mathbf{I}^T]^{-1} \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_y(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_y(k)\mathbf{I}]\mathbf{P}_y(k|k-1) \quad (34)$$

矢量 Kalman filtering 定理中对量测噪声的协方差矩阵的具体形式没有规定, 故对上述两种量测模型仍适用.

两种量测模型中, 其状态方程相同, 所以其状态预测步和估计误差步皆相等. 若初始 MMSE 矩阵  $\mathbf{P}_z(-1|-1)$  和  $\mathbf{P}_y(-1|-1)$  相等, 则  $\mathbf{P}_z(k|k-1)$  和  $\mathbf{P}_y(k|k-1)$  相等. 将  $\mathbf{I} = \Phi \cdot \mathbf{G}$ ,  $\mathbf{F}_\psi = \Phi \mathbf{F}_\omega \Phi^T$  代入式(33)和式(34)中:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_y(k) &= \mathbf{P}_y(k|k-1)\mathbf{G}^T\Phi^T[\Phi\mathbf{F}_\omega\Phi^T \\ &\quad + \Phi\mathbf{G}\mathbf{P}_y(k|k-1)\mathbf{G}^T\Phi^T]^{-1} \\ &= \mathbf{P}_z(k|k-1)\mathbf{G}^T\Phi^T(\Phi^T)^{-1}[\mathbf{F}_\omega \\ &\quad + \mathbf{G}\mathbf{P}_z(k|k-1)\mathbf{G}^T]^{-1}\Phi^{-1} \\ &= \mathbf{K}_z(k)\Phi^{-1} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_y(k|k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_z(k)\Phi^{-1}\Phi\mathbf{G}]\mathbf{P}_y(k|k-1) \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_z(k)\mathbf{G}]\mathbf{P}_z(k|k-1) \\ &= \mathbf{P}_z(k|k) \end{aligned} \quad (36)$$

由于  $\mathbf{P}_z(-1|-1)$  和  $\mathbf{P}_y(-1|-1)$  相等, 则  $\mathbf{P}_z(k|k)$  和  $\mathbf{P}_y(k|k)$  相等. 故将  $\mathbf{P}_z(k|k)$  和  $\mathbf{P}_y(k|k)$  作为 MMSE 性能的评估指标, 式(27)和(28)在 MMSE 量测性能上等价.

## 5 仿真实验与性能评估

从文献[1]的 25 节点网络拓扑中选择三类不同量测链路的局部子系统(节点  $S_8$  有 1 个邻居节点  $S_7$ ; 节点  $S_{12}$  有 3 个邻居节点  $S_3$ 、 $S_4$  和  $S_{11}$ ; 节点  $S_{25}$  有 5 个邻居节点  $S_2$ 、 $S_5$ 、 $S_{14}$ 、 $S_{15}$  和  $S_{18}$ ), 分析式(24)状态估计的 MMSE 量测性能的可扩展性及量测性能边界. 采用  $\mathbf{P}(k|k)$  的迹( $\text{Tr}(\mathbf{P}_i)$ )评价 MMSE 量测性能. 其中  $M$  表示蒙特卡罗试验次数. 参数设置见表 1.

表 1 仿真参数

参数	符号	取值
采样周期	$\tau_0$	0.1 s
延迟的方差	$\sigma^2$	0.05
随机时延	$X_i^{ i,j }$	$N \sim (0, \sigma^2)$
随机时延	$Y_i^{ i,j }$	$N \sim (0, \sigma^2)$
固定时延	$d_{ij}$	$[0.01\tau_0, 0.02\tau_0]$
过程噪声方差	$Q_i$	$2.7 \times 10^{-15}$
量测噪声方差	$\mathbf{F}_{\xi_i}$ 和 $\mathbf{F}_{v_i}$	$2\sigma^2$
量测相关噪声方差	$\mathbf{F}_{\varphi_i}$	$4\sigma^2$
初始协方差	$\mathbf{P}_i(0 0)$	$100 \times \mathbf{I}$
初始时钟偏斜	$\beta_0$	$[0.9, 1.1]$
初始时钟偏移	$\theta_0$	$[-0.5, 0.5]$

图 3 中, 不同网络拓下随着邻居节点数目的增加(邻居节点相对于中心节点的量测链路增加), 节点  $S_i$  的  $\text{Tr}(\mathbf{P}_i)$  下降更快, 说明在满足能观测性这一必要条件下, 量测链路越多, 量测精度越好; 随着邻居节点个数的增加, 量测精度“过采样”, 能提高节点  $S_i$  的量测估计性能.

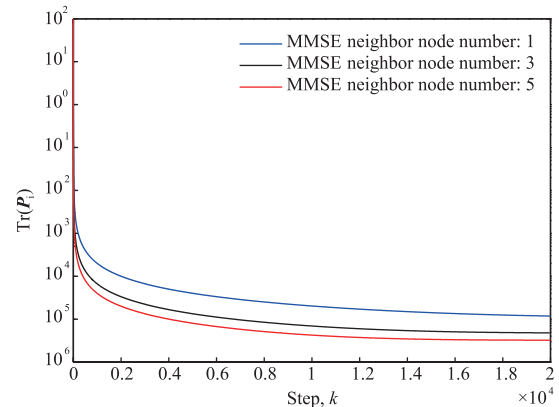


图 3 节点  $S_i$  的  $\text{Tr}(\mathbf{P}_i)$  ( $M=500$ )

图 4 中, 同一网络拓扑时钟量测方差与量测性能边界 CRLB 重合, 分布式绝对量测的 MMSE 量测性能能达到与本文算法对应的更优的 CRLB 性能边界; 量测链路数目的不同, 决定算法对应不同的 CRLB 量测性能边

界。(其中时钟状态偏移  $\vartheta_i(k)$  有关曲线位于上方,时钟状态偏斜  $\beta_i(k)$  有关曲线位于下方)

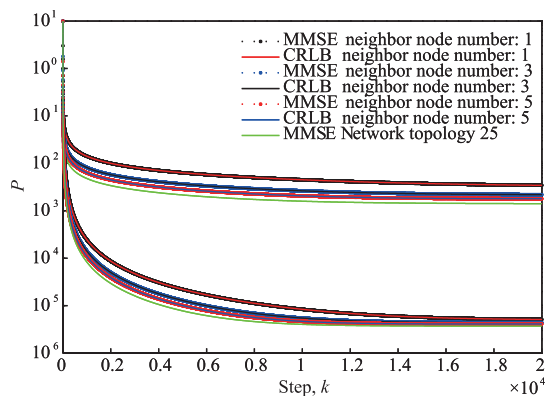


图4 时钟状态量测性能边界( $M=500$ )

## 6 结论

本文分析了时钟状态模型的物理过程,结合统计信号处理观点与时钟同步的网络控制理论观点得到了一致的认识.借助相对量测模型,创新地提出了能观测性 MMSE 等价变换的状态解耦量测方程. MMSE 等价变换启发自代数结构的“同构对称关系”下绝对测量的实际观测器矢量空间和辅助测量的实际观测器矢量空间映射,并将抽象空间映射实际转换为能观测性状态解耦量测方程的可运算的线性变换矩阵.设计的估计器适用于 MMSE 量测性能下规模化网络扩展,并对线性变换的全局系统的 MMSE 量测性能的等价性进行了理论证明与仿真验证.对规模化工业物联网信息物理系统的硬实时调度任务的“紧时隙”,如“工业物联网确定性调度中 TDMA 紧时隙时间精度边界可靠性分析”等关键工业物联网应用具有重要的研究意义.

### 参考文献

- [1] B Luo, Y C Wu. Distributed clock parameters tracking in wireless sensor network[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(12): 6464 – 6475.
- [2] S Ganerwal, R Kumar, M B Srivastava. Timing-sync protocol for sensor networks[A]. Ian Akyildiz. Proceeding of the 1st International Conference on Embedded Networked Sensor Systems[C]. New York: ACM, 2003. 138 – 149.
- [3] J Elson, L Girod, D Estrin. Fine-grained network time synchronization using reference broadcasts[J]. ACM SIGOPS Operating Systems Review, 2002, 36(SI): 147 – 163.
- [4] M Miklós, K Branislav, G Simon, Á Lédeczi. The flooding time synchronization protocol[A]. Anish Arora. Proceeding of the 2nd International Conference Embedded Networked Sensor Systems[C]. New York: ACM, 2004. 39 – 49.
- [5] Y C Wu, Q Chaudhari, E Serpedin. Clock synchronization of wireless sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2011, 23(1): 124 – 138.
- [6] L Schenato, F Fiorentin. Average timesynch: a consensus-based protocol for clock synchronization in wireless sensor networks[J]. Automatica, 2011, 47(9): 1878 – 1886.
- [7] J He, P Cheng, L Shi, J Chen, Y Sun. Time synchronization in WSNs: a maximum-value-based consensus approach[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2014, 59(3): 660 – 675.
- [8] E Garone, A Gasparri, F Lamonaca. Clock synchronization protocol for wireless sensor networks with bounded communication Delays[J]. Automatica, 2015, 59(11): 60 – 72.
- [9] S Bolognani, R Carli, E Lovisari, S Zampieri. A randomized linear algorithm for clock synchronization in multi-agent systems[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2016, 61(7): 1711 – 1726.
- [10] 金彦亮, 邓伟, 方昌立. 基于群一致性的大规模无线传感网时间同步[J]. 电子测量技术, 2016, 39(7): 160 – 164. JIN Yan-liang, DENG Wei, FANG Chang-li. Distributed synchronization in large-scale wireless sensor networks using group consensus protocol[J]. Electronic Measurement Technology, 2016, 39(7): 160 – 164. (in Chinese)
- [11] 黄友锐, 陈珍萍, 李德权, 等. 无线传感器网络二阶一致性时间同步[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(1): 51 – 57. HUANG You-rui, CHEN Zhen-ping, LI De-quan, et al. Second-order consensus time synchronization for wireless sensor networks[J]. Journal of Electronic & Information Technology, 2017, 39(1): 51 – 57. (in Chinese)
- [12] 王頌, 万羊所, 唐晓铭, 等. 不可靠 WSN 时钟同步网络化输出反馈 MPC 量化分析[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(7): 1798 – 1808. WANG Ting, WAN Yang-suo, TANG Xiao-ming, et al. Unreliable WSN clock synchronization networked output feedback model predictive control quantitative analysis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(7): 1798 – 1808. (in Chinese)
- [13] 王恒, 陈鹏飞, 王平. 面向 WIA-PA 工业无线传感器网络的确定性调度算法[J]. 电子学报, 2018, 46(1): 68 – 74. WANG Heng, CHEN Peng-fei, WANG Ping. Deterministic scheduling algorithms for WIA-PA industrial wireless sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(1): 68 – 74. (in Chinese)
- [14] 王頌, 段斯静, 黄庆卿, 等. 工业物联网确定性调度中 TDMA 紧时隙时间精度边界可靠性分析[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(6): 232 – 243. WANG Ting, DUAN Si-jing, HUANG Qing-qing, et al. Reliability analysis of time precision boundary for tight slots of TDMA in deterministic scheduling of internet of things[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,

- 39(6):232–243. (in Chinese)
- [15] Y Li, Y Pan, P Wang. Research and implementation of a mobility management mechanism for wireless sensor networks based on IEEE 802.15.4 [A]. C Causer. IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation [C]. Kunming, China; IEEE, 2011. 260–264.
- [16] H Wang, G Ge, J Chen, et al. A reliable routing protocol based on deterministic schedule for wireless industrial networks [A]. Houssain Kettani. IEEE International Conference on Computer Science & Information Technology [C]. Chengdu, China; IEEE, 2010. 368–372.
- [17] T Wang, C Y Cai, D Guo, et al. Clock synchronization in wireless sensor networks; a new model and analysis approach based on networked control perspective [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014(3):1–19.
- [18] T Wang, D Guo, C Y Cai, et al. Clock synchronization in wireless sensor networks; analysis and design of error precision based on lossy networked control perspective [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015(2):1–17.
- [19] B Francis, O A Sebakhy, W M Wonham. Synthesis of multivariable regulators; the internal model principle [J]. Applied Mathematics & Optimization, 1974, 1(1):64–86.
- [20] S Roshany-Yamchi, M Cychowski, R R Negenborn. Kalman filter-based distributed predictive control of large-scale multi-rate systems; application to power networks [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(1):27–39.
- [21] S Ahmed, F Xiao, T W Chen. Asynchronous consensus-based time synchronisation in wireless sensor networks using unreliable communication links [J]. Control Theory & Applications Iet, 2014, 8(12):1083–1090.
- [22] Steven M Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume I (Estimation Theory) and II (Detection Theory) [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014. 307–309.

#### 作者简介



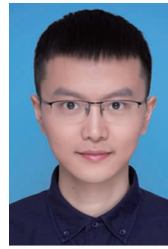
**王 颀** 男, 1977 年 11 月出生于四川眉山. 现为重庆邮电大学教授. 主要研究方向为物联网理论与应用、网络化控制理论与应用.  
E-mail: wangting@cqupt.edu.cn



**白 桦 (通信作者)** 男, 1994 年 10 月出生于山西临汾. 现为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为物联网理论与应用、网络化控制理论与应用.  
E-mail: s161301002@stu.cqupt.edu.cn



**唐晓铭** 男, 1984 年 10 月出生于四川南充. 现为重庆邮电大学副教授. 主要从事网络化控制与系统、预测控制理论与方法等方向的基础研究工作.  
E-mail: tangxm@cqupt.edu.cn



**黄庆卿** 男, 1986 年 8 月出生于重庆. 现为重庆邮电大学副教授. 主要研究方向为无线传感器网络、时钟同步采集和机械振动.  
E-mail: qingq.huang@gmail.com