

基于分治-贪心算法的高斯混合 多观测站 CPHD 滤波器

曲长文¹, 冯奇², 李廷军¹

(1. 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001; 2. 武警警官学院分队指挥系, 四川成都 610200)

摘要: 针对现有的多观测站概率假设密度滤波器实现中存在依赖观测站处理顺序、计算复杂度高等问题, 文中提出一种基于分治-贪心算法的高斯混合多观测站势概率假设密度滤波器. 假设观测站个数为 s , 每个观测站的量测个数为 n , 相对于暴力分析法, 分治算法使得子集选取问题的计算复杂度从 $O(n^s)$ 降到了 $O(ns)$. 此外, 在线性高斯模型假设条件下, 给出多观测站势概率假设密度滤波实现的具体步骤. 仿真结果证明, 本文实现方法不受观测站处理顺序的影响, 分治-贪心近似实现方法与暴力分析法的跟踪性能相当, 但是运算耗时大大降低, 提高了算法实现及应用的可行性.

关键词: 多目标跟踪; 势概率假设密度; 分治算法; 贪心算法

中图分类号: TN958.97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)10-2472-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.10.022

Multisensor CPHD Filter with Gaussian Mixture Implementation Based on Divide-Conquer and Greedy Algorithm

QU Chang-wen¹, FENG Qi², LI Ting-jun¹

(1. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China;

2. Department of Detachment Command, Officers College of PAP, Chengdu, Sichuan 610200, China)

Abstract: For the problem that the existing multisensor Probability Hypothesis Density (PHD) filters have limitations such as sensor order dependence or high computational requirements, a multisensor cardinalized probability hypothesis density (CPHD) filter with Gaussian mixture implementation based on Divide-conquer and Greedy algorithm is proposed in this paper. Especially the divide-conquer algorithm make the computation complex fall to $O(ns)$ from $O(n^s)$, compared with the brute analysis algorithm, where s is the number of sensors and n is the number of observations of each sensor. In addition, the details of the implement of the multi-sensor CPHD filter are expressed in this paper. Finally, simulation results show that the algorithm proposed is not affected by the processing order, the proposed divide-conquer and greedy two-stage algorithm is equivalent to the tracking performance of the brute analysis, but the operation time greatly reduced, all of this improve the feasibility of implementation and application of multi-sensor CPHD filter.

Key words: multi-target tracking; cardinalized probability hypothesis density; divide-conquer algorithm; greedy algorithm

1 引言

为解决在目标密集或虚警严重情况下, 传统的先关联后跟踪多目标跟踪方法可能出现的组合爆炸、关联误差与目标状态估计耦合^[1]等问题, 文献[2,3]将多目标状态和多目标观测量利用随机有限集的形式表

示, 并提出概率假设密度 (Probability Hypothesis Density, PHD) 滤波算法. 单观测站 PHD (Probability Hypothesis Density, PHD) 滤波器^[4-8]和 CPHD (Cardinalized Probability Hypothesis Density, CPHD) 滤波器^[9-11]在诸多文献中已有研究. 现有的多观测站 PHD 及 CPHD 滤波器存在依赖观测站处理顺序、计算复杂度高等问题.

文献[12,13]中以两个观测站为例讨论了多观测站 PHD 滤波问题. 随后文献[14]将 MS-PHD 滤波公式推广到任意数量的观测站的情况. 由于 MS-PHD 更新公式中的耦合问题导致其运算复杂度极高而一般情况下不易实现. 为了避免更新过程中耦合现象出现, 文献[13]提出一种迭代 PHD 滤波器(Iterated Corrector PHD filter, IC-PHD). 文献[15]指出这种 IC-PHD 算法严重依赖于观测站的处理顺序. 针对此问题, 文献[16]提出一种乘积多观测站 PHD(Product multi-sensor PHD, PM-PHD)滤波器, 但是文献[16]中也没有给出关于 PM-PHD 滤波器的具体实现和数字仿真. 文献[17]在此基础上给出了 PM-PHD 滤波器的粒子实现并指出 PM-PHD 滤波器存在不稳定因素, 尤其当观测站个数较多的情况下更糟糕, 文献[17]随即给出了一种启发式方法用以解决 PM-PHD 滤波器的不稳定问题, 但并没有给出理论的证明.

本文在深入研究多观测站 CPHD 递推公式的基础上, 提出一种基于分治-贪心算法的两步高斯混合实现方法. 第一步应用分而治之算法将多观测站观测量子集选取问题划分为 s 个单观测站子集选取问题, 若每个观测站观测量子集个数为 n , 则与暴力分析法相比计算复杂度从 $O(n^s)$ 降到了 $O(sn)$, 第二步提出一种基于贪心算法的观测量子集划分策略, 并给出多观测站 CPHD 的高斯混合实现步骤.

2 多观测站 CPHD 滤波器

令 $\gamma_{k+1}(\mathbf{x})$ 和 $p_{\Gamma, k+1}(n)$ 分别表示新生目标强度和势分布. 对于观测站 j , $c_{k+1, j}(\mathbf{z})$ 表示干扰的空间分布, $C_{k+1, j}(t)$ 表示干扰势分布的概率母泛函(Probability Generating Functionals, PGFL). $D_{k+1, k}(\mathbf{x})$ 表示预测 PHD, $r_{k+1, k}(\mathbf{x})$ 表示归一化的预测 PHD. 预测势分布函数 $p_{k+1, k}(n)$ 的 PGFL 记为 $M_{k+1, j}(t)$.

假设单目标状态转移函数表示为 $f_{k+1, k}(\mathbf{x}_{k+1, i} | \mathbf{x}_{k, i})$, 在观测过程中, 存在目标新生和目标消亡情况, 假设目标存活概率为 $p_{S, k}(\mathbf{x})$. 定义 k 时刻所有观测站量测集合的并集 $Z_k^{1:s} = Z_k^1 \cup Z_k^2 \cup \dots \cup Z_k^s$, 令观测站 j 检测到目标概率为 $p_{D, k}^j(\mathbf{x})$, 相应的漏检目标的概率为 $q_{D, k}^j(\mathbf{x}) = 1 - p_{D, k}^j(\mathbf{x})$.

为了方便计算, 假设 k 时刻每个目标在每个观测站上只能产生一个量测, 对每个量测而言, 必对应一个目标或一个干扰杂波. 下面分别给出多观测站 CPHD 滤波器的预测与更新递推过程.

步骤 1 预测

由于在预测步不需要考虑观测站信息, 因此多观测站的预测与单观测站 CPHD 滤波器的预测步完全相同. 令 $D_{k, k}(\mathbf{x})$ 与 $p_{k, k}(n)$ 分别表示 k 时刻后验 PHD 和势

分布, 则 $k+1$ 时刻预测 PHD 可以表示为

$$D_{k+1, k}(\mathbf{x}) = \gamma_{k+1}(\mathbf{x}) + \int p_S(\boldsymbol{\zeta}) f_{k+1, k}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\zeta}) D_{k, k}(\boldsymbol{\zeta}) d\boldsymbol{\zeta} \quad (1)$$

预测势分布函数表示为

$$p_{k+1, k}(n) = \sum_{j=0}^n p_{\Gamma, k+1}(n-j) \sum_{l=j}^{\infty} C_j^l \cdot \frac{\langle D_{k, k}, p_S \rangle^j \langle D_{k, k}, 1-p_S \rangle^{l-j}}{\langle D_{k, k}, 1 \rangle^l} p_{k, k}(l) \quad (2)$$

归一化的预测 PHD 可以表示为

$$r(\mathbf{x}) = r_{k+1, k}(\mathbf{x}) = \frac{D_{k+1, k}(\mathbf{x})}{\mu_{k+1, k}} \quad (3)$$

$$\text{式中} \quad \mu_{k+1, k} = \sum_{n=1}^{\infty} p_{k+1, k}(n) \quad (4)$$

步骤 2 更新

定义 $\{1, \dots, s\}$ 表示 1 到 s 的整数集合, 量测集合子集 $W \subseteq Z_{k+1}^{1:s}$ 满足 $|W|_j \leq 1, j \in \{1, \dots, s\}$, 式中, $|W|_j = |\{z \in W : z \in Z_{k+1}^j\}|$, 表示子集 W 中包含来自观测站 j 的观测量的个数不大于 1. 定义 \mathcal{W} 为这样的子集 W 构成的集合, 对任意子集 W 我们可以定义集合 $T_W = \{(j, l) : z_l^j \in W\}$, 式中 z_l^j 表示观测站 j 的第 l 个观测量. 对于不相交的子集 W_1, W_2, \dots, W_n , 定义 $V = Z_{k+1}^{1:s} \setminus (\cup_{i=1}^n W_i)$, 所以 W_1, W_2, \dots, W_n 和 V 构成了观测量集合 $Z_{k+1}^{1:s}$ 的一种划分. 如果子集 W_i 为同一目标在不同观测站上产生的所有观测量的集合, 那么集合 V 就是所有干扰杂波的集合, 此时得到这种划分我们称为最优划分. 对观测量集合 $Z_{k+1}^{1:s}$ 的任意划分 P , 它由集合 \mathcal{W} 的元素和集合 V 构成, 表示为

$$P = \{W_1, W_2, \dots, W_{|P|-1}, V\} \quad (5)$$

定义 \mathcal{P} 为所有可能划分 P 构成的集合.

定义干扰势分布和预测势分布的 PGFL 的 v 阶导数为

$$C_j^{(v)}(t) = \frac{d^v C_j(t)}{dt^v} \quad (6)$$

$$M_j^{(v)}(t) = \frac{d^v M_j(t)}{dt^v} \quad (7)$$

为了更简明表示多观测站 CPHD 的更新公式, 需要定义如下一些参量.

$$\chi = \int r(\mathbf{x}) \prod_{j=1}^s q_{D, k}^j(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (8)$$

$$\kappa_P = \prod_{j=1}^s C_j^{(m_j-1)P_j}(0) \quad (9)$$

式中, 参数 χ 表示目标没有被任何观测站检测到的概率. 对于任意子集 $W \in \mathcal{W}$ 及相应的参数集合 T_W 定义

$$d_W = \frac{\int r(\mathbf{x}) \left(\prod_{(i, l) \in T_W} p_d^i(\mathbf{x}) h_i(\mathbf{z}_l^i | \mathbf{x}) \right) \prod_{j: (j, *) \notin T_W} q_d^j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\prod_{(i, l) \in T_W} c_i(\mathbf{z}_l^i)} \quad (10)$$

$$\rho_w = \frac{\left(\prod_{(i,l) \in T_w} p_d^i(\mathbf{x}) h_i(\mathbf{z}_l^i | \mathbf{x}) \right) \prod_{j:(j,*) \notin T_w} q_d^j(\mathbf{x})}{\int r(\mathbf{x}) \left(\prod_{(i,l) \in T_w} p_d^i(\mathbf{x}) h_i(\mathbf{z}_l^i | \mathbf{x}) \right) \prod_{j:(j,*) \notin T_w} q_d^j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}} \quad (11)$$

式中, $(j, *)$ 表示具有 (j, l) 形式的所有参量组合. 参数 d_w 表示的意义为观测量子集 W 源自于目标的似然值与其源自于干扰的似然值的比. 参数 ρ_w 表示归一化的伪似然函数.

多观测站 CPHD 的后验似然强度 $D_{k+1|k+1}(\mathbf{x})$ 为归一化的预测 PHD 与伪似然函数的乘积的形式. 而伪似然函数可分为两部分之和. 其中一部分为量子集对应伪似然函数的线性组合乘以权重 α_p , 另一部分为全干扰观测集合 $P = \{V\}$, 乘以权重 α_0 . 权重表达式为

$$\alpha_0 = \frac{\sum_{P \in \varphi} (\kappa_p M^{(1|P)}(\gamma) \prod_{W \in P} d_w)}{\sum_{P \in \varphi} (\kappa_p M^{(1|P-1)}(\gamma) \prod_{W \in P} d_w)} \quad (12)$$

$$\alpha_p = \frac{\kappa_p M^{(1|P-1)}(\gamma) \prod_{W \in P} d_w}{\sum_{P \in \varphi} (\kappa_p M^{(1|P-1)}(\gamma) \prod_{W \in P} d_w)} \quad (13)$$

综上可得, 多观测站 CPHD 的更新过程递推式可以表示为

$$\frac{D_{k+1|k+1}(\mathbf{x})}{r_{k+1|k+1}(\mathbf{x})} = \alpha_0 \prod_{j=1}^s q_d^j(\mathbf{x}) + \sum_{P \in \varphi} \alpha_p \left(\sum_{W \in P} \rho_w(\mathbf{x}) \right) \quad (14)$$

后验势分布

$$\frac{p_{k+1|k+1}(n)}{p_{k+1|k}(n)} = \frac{\sum_{\substack{P \in \varphi \\ |P| \leq n+1}} \left(\kappa_p \frac{n!}{(n-|P|+1)!} \chi^{n-|P|+1} \prod_{W \in P} d_w \right)}{\sum_{P \in \varphi} (\kappa_p M^{(1|P-1)}(\gamma) \prod_{W \in P} d_w)} \quad (15)$$

3 高斯混合实现

本节给出多观测站 CPHD 滤波器的高斯混合近似实现. 首先给出线性高斯模型假设:

假设 1 每个观测站检测到目标的概率为常数即 $p_D^j(\mathbf{x}) = p_D^j$;

假设 2 预测后验强度可以表示成加权高斯项之和的形式;

假设 3 预测势分布存在有限支撑 (Finite Support), 即存在正整数 $n_0 < \infty$, 对所有整数 $n > n_0$, $p_{k+1|k}(n) = 0$ 成立;

假设 4 目标状态转移模型为线性高斯模型, 观测方程为线性高斯模型, 即

$$f_{k+1|k}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\zeta}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{F}_k \boldsymbol{\zeta}, \mathbf{Q}_k) \quad (16)$$

$$g_k(\mathbf{z} | \mathbf{x}) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}_k \mathbf{x}, \mathbf{R}_k) \quad (17)$$

式中, $N(\mathbf{x}; \mathbf{m}, \mathbf{P})$ 表示均值为 \mathbf{m} , 协方差矩阵 \mathbf{P} 的高斯概率密度函数. \mathbf{F}_k 为状态转移矩阵, \mathbf{Q}_k 为过程噪声协方差; \mathbf{H}_k 为观测矩阵, \mathbf{R}_k 为观测噪声协方差.

由上述假设, 归一化的预测 PHD 可以表示为加权高斯项之和的形式

$$r(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k+1k}} \omega_{k+1k}^{(i)} N_{(i)}(\mathbf{x}) \quad (18)$$

式中, $\omega_{k+1k}^{(i)}$ 为非负权重, 满足 $\sum_{i=1}^{J_{k+1k}} \omega_{k+1k}^{(i)} = 1$. 在线性高斯模型假设式 (14) 所示后验 PHD 同样可以表示为高斯混合的形式, 而式 (15) 所示势分布也具有有限支撑.

需要注意的是, 为了便于实现, 在具体实现步骤中干扰和新生目标建模为 Poisson 随机有限集, 而预测目标状态采用更具一般性的 IID 随机有限集描述.

由假设 3 及线性高斯的性质, 滤波器递推实现中很多中间变量可以进行化简. 各个观测站的检测概率为常数, 因此参数 χ 可以化简为 $\chi = \sum_{j=1}^s q_d^j$. 滤波器实现中干扰过程描述为 Poisson 随机有限集, 则干扰势分布函数的 PGFL 可以记作 $C(t) = e^{t-\lambda}$, 相应的 PGFL 在 $t=0$ 点的 v 阶导数可以表示为

$$C_j^{(v)}(0) = \frac{d^v C_j}{dt^v}(0) = \lambda^j e^{-\lambda} \quad (19)$$

而预测目标的势分布建模为 IID 随机有限集, 相应的 PGFL 可以表示为

$$M(t) = \sum_{n=0}^{n_s} t^n p(n) \quad (20)$$

则其 PGFL 的 v 阶导数可以表示为

$$M^{(v)}(t) = \sum_{l=v}^{n_s} \frac{l!}{(l-v)!} t^{(l-v)} p(l) \quad (21)$$

式中应用了势分布具有有限支撑的假设.

同样利用 Poisson 分布性质还可以化简 $\kappa_p \prod_{W \in P} d_w$ 项, 首先

$$\begin{aligned} \kappa_p &= \prod_{j=1}^s C_j^{(m_j-1|P_j)}(0) = \prod_{j=1}^s \lambda_j^{(m_j-1|P_j)} e^{-\lambda_j} \\ &= e^{-\sum_{j=1}^s \lambda_j} \left(\prod_{j=1}^s \lambda_j^{m_j} \right) \prod_{j=1}^s \lambda_j^{-1|P_j} \end{aligned} \quad (22)$$

考虑到权重 α_0 中分子分母均有 κ_p 项, 因此可消去与 P 无关的项, 即 $\kappa_p \propto \prod_{j=1}^s \lambda_j^{-1|P_j}$. 结合 d_w 定义, 可得

$$\kappa_p \prod_{W \in P} d_w \propto \prod_{W \in P} \hat{d}_w \quad (23)$$

式中, \hat{d}_w 定义为

$$\hat{d}_w = \frac{\int r(\mathbf{x}) \left(\prod_{(i,l) \in T_w} p_d^i(\mathbf{x}) h_i(\mathbf{z}_l^i | \mathbf{x}) \right) \prod_{j:(j,*) \notin T_w} q_d^j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\prod_{(i,l) \in T_w} \lambda_i c_i(\mathbf{z}_l^i)} \quad (24)$$

定义矩阵 \mathbf{A}_W 为 n_W 行 s 列矩阵, 式中, n_W 表示子集合 W 的个数, s 表示观测站的个数. 矩阵元素 $\mathbf{A}_W(i, j)$ 表示子集 W_i 是否包含来自观测站 j 的量测

$$\mathbf{A}_W(i, j) = \begin{cases} -1, & j: (j, *) \notin T_{W_i} \\ l, & (j, l) \in T_{W_i} \end{cases} \quad (25)$$

k 时刻 PHD 记作 $\{\omega_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$, 多目标势分布记为向量形式 $\mathbf{p}_k(n)$, 观测量集合 $\mathbf{Z}_{k+1}^{1:s}$, 新生目标强度记为 $\{\omega_{b,k}^{(i)}, \mathbf{m}_{b,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{b,k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k+1}}$. 多观测站 CPHD 滤波器实现步骤见算法 1.

算法 1 多观测站 CPHD 滤波器实现步骤

步骤 1 新生目标预测

$i = 0$

for $j = 1, \dots, J_{b,k}$

$i = i + 1$

$$\omega_{k+1k}^{(i)} = \omega_{b,k}^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)} = \mathbf{m}_{b,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k+1k}^{(i)} = \mathbf{P}_{b,k}^{(i)}$$

end

步骤 2 存活目标预测

for $j = 1, \dots, J_k$

$i = i + 1$

$$\omega_{k+1k}^{(i)} = p_S \omega_k^{(j)}, \mathbf{m}_{k+1k}^{(i)} = F_k \mathbf{m}_k^{(j)},$$

$$\mathbf{P}_{k+1k}^{(i)} = \mathbf{Q}_k + F_k \mathbf{P}_k^{(j)} F_k^T$$

end

预测高斯项个数 $J_{k+1k} = i$.

步骤 3 目标势分布函数预测

新生目标势分布函数为

$$p_{\Gamma,k}(n) = \text{poisspdf}(0; n_o, \text{sum}(\omega_b^{(i)})).$$

由式(2)得预测势分布函数 $p_{k+1k}(n)$, 归一化处理得 $p_{k+1k}(n) =$

$$p_{k+1k}(n) / \sum_{n=0}^{n_o} p_{k+1k}(n).$$

求得目标个数预测 $\mu_{k+1k} = \sum_{n=1}^{n_o} n p_{k+1k}(n)$, 进而可得归一化预测

$$\text{PHD } r(\mathbf{x}) = \frac{D_{k+1k}(\mathbf{x})}{\mu_{k+1k}}$$

$r(\mathbf{x})$ 可以表示为高斯混合的形式, 为便于叙述, 仍记为 $\{\omega_{k+1|k}^{(j)}\}$,

$$\mathbf{m}_{k+1|k}^{(j)}, \mathbf{P}_{k+1|k}^{(j)} \}_{j=1}^{J_{k+1|k}}.$$

步骤 4 更新

$$\text{初始化 } \omega_p = \text{repmat}(\omega_{k+1k}^{(1:J_{k+1k})}, 1, n_W)$$

$$\mathbf{m}_p = \text{repmat}(\mathbf{m}_{k+1k}^{(1:J_{k+1k})}, 1, n_W)$$

$$\mathbf{P}_p = \text{repmat}(\mathbf{P}_{k+1k}^{(1:J_{k+1k})}, [1, 1, n_W])$$

for $i = 1, \dots, n_W$

$$\mathbf{t}_1 = \omega_{k+1k}^{(1:J_{k+1k})}$$

for $l = 1, \dots, s$

$$\mathbf{d} = (i-1)J_{k+1k} + (1:J_{k+1k})$$

$$\text{if } \mathbf{A}_W(i, l) = -1$$

$$\omega_p(\mathbf{d}) = (1 - p_D^l) \cdot \omega_p(\mathbf{d})$$

$$\mathbf{t}_1 = (1 - p_D^l) \cdot \mathbf{t}_1$$

else

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}_{k+1}^l(:, \mathbf{A}_W(i, l))$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{H} \mathbf{m}_p(:, \mathbf{d})$$

for $j = 1, \dots, J_{k+1k}$

$$\mathbf{S}(:, :, j) = \mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{P}_p(:, :, \mathbf{d}(j)) \mathbf{H}^T$$

$$\mathbf{K}(:, :, j) = \mathbf{P}_p(:, :, \mathbf{d}(j)) \mathbf{H}^T \mathbf{S}^{-1}$$

$$\mathbf{K}_\eta(:, j) = \mathbf{K}(:, :, j) (\mathbf{z} - \boldsymbol{\eta}(:, j))$$

$$\mathbf{P}(:, :, j) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(:, :, j) \mathbf{H}] \mathbf{P}_p(:, :, \mathbf{d}(j))$$

end

$$\mathbf{h}(\mathbf{z} | \mathbf{x}) = \text{mvnpdf}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{S})$$

$$\omega_p(\mathbf{d}) = p_D^l \omega_p(\mathbf{d}) \odot \mathbf{h}^T$$

$$\mathbf{t}_1 = p_D^l \mathbf{t}_1 \odot \mathbf{h}^T / c_l \lambda_l$$

$$\mathbf{m}_p(:, \mathbf{d}) = \mathbf{m}_p(:, \mathbf{d}) + \mathbf{K}_\eta$$

$$\mathbf{P}_p(:, :, \mathbf{d}) = \mathbf{P}$$

end

end

$$\omega_p(:, \mathbf{d}) = \omega_p(:, \mathbf{d}) / \text{sum}(\omega_p(:, \mathbf{d}))$$

$$\hat{d}_W(i) = \text{sum}(\mathbf{t}_1)$$

end

其中, $\{\omega_p^{(j)}, \mathbf{m}_p^{(j)}, \mathbf{P}_p^{(j)}\}_{j=1}^{n_W J_{k+1k}}$ 为 $r(\mathbf{x}) \rho_W(\mathbf{x})$ 的高斯混合形式的权重、均值和协方差.

综上, $\mathcal{M}^{(v)}(t)$, \hat{d}_W 已知, 代入式(12)(13)

得系数 α_o, α_p . 结合 $r(\mathbf{x}) \rho_W(\mathbf{x})$ 表达式代入式(14)(15)得 $k+1$ 时刻后验 PHD 和势分布函数.

步骤 5 裁剪与合并与标准 GM-PHD 滤波器相同, 不再赘述.

步骤 6 目标状态提取目标个数估计 $\hat{N}_{k+1} = \arg \max_n (p_{k+1k+1}(n))$. 前 \hat{N}_{k+1} 个最大权重对应状态即为状态估计值.

4 基于分治算法的最优量测子集选取

文中给出了多观测站 CPHD 滤波器的具体实现步骤, 但是该实现方法仍然是计算上不可行的. 由式(14)(15)可得多目标后验 PHD 和势分布函数需要对所有可能的划分 $P \in \mathcal{P}$ 进行处理, 而划分 P 又由所有可能的观测量子集 $W \in \mathcal{W}$ 决定. 令第 j 个观测站包含 m_j 个观测量, 则由观测量子集的定义, 可能的观测量子集个数为 $\prod_{j=1}^s (m_j + 1)$. 当目标个数较多或杂波干扰严重情况下, 这将是巨大数字.

为了便于理解, 将观测量集合 $\mathbf{Z}_{k+1}^{1:s}$ 表示为格状结构如图 1. 图 1 中 \mathbf{z}_{\emptyset}^j 表示观测站 j 没有检测到任何目标, \mathbf{z}_l^j 表示观测站 j 的第 l 个观测量. 假设 $k+1$ 时刻预测高斯项个数为 J_{k+1k} , 对每个高斯项而言, 依次对每个观测站的观测量进行处理, 并保留使得目标函数最大的少数观测量构成观测量子集 W .

目标函数定义为

$$\beta^{(i)}(W) = \frac{\int N_{(i)}(\mathbf{x}) \left(\prod_{(i,l) \in T_W} p_d^i(\mathbf{x}) h_i(\mathbf{z}_l^i | \mathbf{x}) \right) \prod_{j:(j,*) \notin T_W} q_d^j(\mathbf{x}) \mathrm{d}\mathbf{x}}{\prod_{(i,l) \in T_W} c_i(\mathbf{z}_l^i)} \quad (26)$$

对比 d_W 表达式可得, 目标函数其实是将 d_W 分解并

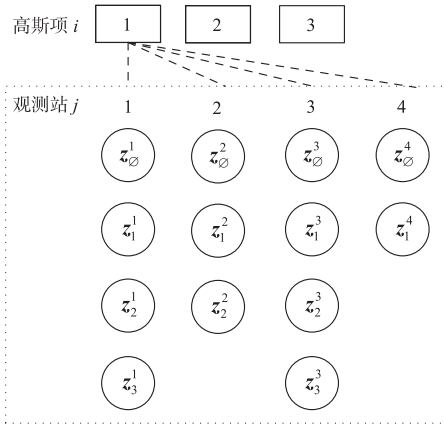


图1 格状结构表示观测集合

保留对应某个高斯项的部分. 目标函数的意义可以表述为子集 W 是来自于高斯项 i 的观测量的似然与子集 W 是来自于干扰杂波的似然的比值. 显然, 当子集 W 中的元素为各个观测站检测到的对应于高斯项 i 的观测量时目标函数最大. 当然这也可以表述为, 从每个观测站的观测量集合 Z_{k+1}^i 中选出来自于高斯项 i 的观测量构成的子集 W 即最优子集, 这就是分而治之算法的核心思想, 简称为分治算法.

在本文最优子集选取问题中, 可按观测站个数将多观测站子集选取问题划分为 s 个单一观测站的子集选取问题. 即对某一个高斯项 $\mathcal{N}_{(i)}(\mathbf{x})$, 从每个观测站观测量集合 Z_{k+1}^i 中选取使得式 (26) 取最大值的观测量 z_j^i .

对每个单观测站子集选取问题可分两种情况讨论.

(1) 观测站 j 检测到高斯项 i 并获得相应的观测量 z_j^i , 此时利用式 (26) 对观测量集合 Z_{k+1}^i 进行遍历并保留最大值即可.

(2) 观测站 j 未检测到高斯项 i . 此时观测量集合 Z_{k+1}^i 可分为两部分, 表示观测站未检测到目标的 z_\emptyset^i 和杂波干扰 $z_{1 \dots m_j}^i$. 对于 z_\emptyset^i , 相应的目标函数为

$$\beta^{(i)}(z_\emptyset^i) = (1 - p_D)\omega_{k+1|k}^i \quad (27)$$

对于杂波干扰 $z_l^i, l=1, \dots, m_j$ 相应的目标函数为

$$\beta^{(i)}(z_l^i) = \frac{p_D \omega_{k+1|k}^i h_j(z_l^i | \mathbf{x})}{c_j(z_l^i)} \quad (28)$$

式中, $h_j(z_l^i | \mathbf{x})$ 表示目标为 \mathbf{x} 时, 观测站得到的相应观测量为 z_l^i 的似然, 由高斯噪声模型假设 $h_j(z_l^i | \mathbf{x})$ 可以表示为高斯概率密度函数的形式, 由高斯过程的 3σ 性质可知事件发生在 $\pm 3\sigma$ 以外的概率不足 0.3%, 相应的概率密度函数值就更小. 因此当观测站未检测到目标时 $h_j(z_l^i | \mathbf{x}) \rightarrow 0$, 即 $\beta^{(i)}(z_l^i) \ll \beta^{(i)}(z_\emptyset^i)$. 也就是说当观测站 j 没有检测到高斯项 i 时, 选出的最优子集为 z_\emptyset^i .

综上, 通过分治算法可快速选取对应高斯项

$\mathcal{N}_{(i)}(\mathbf{x})$ 的最优子集 W , 假设每个观测站观测量总数为 n , 则分治算法的计算复杂度为 $O(sn)$. 如果通过暴力分析法遍历所有解空间计算复杂度则为 $O(n^s)$, 可见分治算法大大提高了算法实现的可行性. 考虑到杂波干扰信号的影响及对多目标分辨力的要求, 在算法实现中需要在计算复杂度和跟踪精度之间折中. 例如, 对每个子问题进行处理时, 除了最优的观测量 z_l^i 外, 同时选取若干次优的观测量, 并限定子集个数上限为 W_{\max} , 此时计算复杂度为 $O(sn + W_{\max}^s)$.

5 基于贪心算法的量测集合划分

为了便于理解, 与选择最优子集时类似, 将每个高斯项对应的子集表示为格状结构如图 2 所示. 对于一种划分 P 而言, 观测量子集 W 选定了, 干扰部分 V 也就确定了. 因此构造合适的集合划分也就是选择合适观测量子集组合. 如图 2 所示, 每一列 $\{W_1^i, W_2^i, \dots\}$ 表示高斯项 i 对应的观测量子集, 其中 W_\emptyset^i 表示空的观测量子集, 表示该高斯项没有被任何观测站观测到, 为了表述的完整性, 每个高斯项对应的观测量子集中都包含 W_\emptyset^i 项. 对于确定的集合划分 P 定义目标函数 $d_p = \prod_{W \in P} d_w$, $d_\emptyset = 1$.

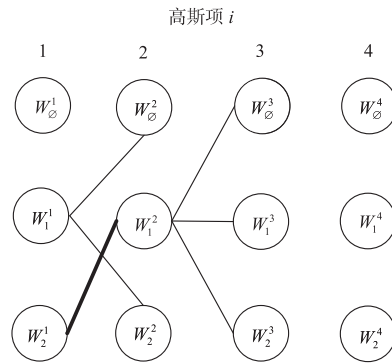


图2 格状结构表示观测量子集

本文提出一种基于贪心算法 (Greedy Algorithm) 的集合划分方法, 通过依次对每个高斯项对应的观测量子集处理得到合适的集合划分. 图 2 给出一种贪心算法的简要说明, 图中实线表示对高斯项 1 和 2 处理后保留的观测量子集的组合. 下面将粗实线所示划分 P 扩展至第 3 个高斯项, 如图中虚线所示, 对第 3 个高斯项的子集进行遍历, 并保留少量使得目标函数最大的子集组合. 因为 W_\emptyset^i 始终存在, 因此最少存在一种划分 $P = V$. 由目标函数的连乘结构, 且 $d_w > 0$ 可得, 集合划分问题的整体最优解可以通过一系列局部最优的选择来达到, 即贪心策略总能得到整体最优的划分. 考虑到杂波干扰的影响, 实现中定义参数 P_{\max} 表示允许的最大划分个数. 最后, 将得到的划分 $P \in \mathcal{P}$ 代入式 (14) (15) 得 k

+1 时刻后验 PHD 更新和势分布函数更新.

6 仿真分析

本节将通过数字仿真对比分析迭代多观测站 PHD (IC-PHD), 迭代多观测站 CPHD (IC-CPHD) 及本文所研究的多观测站 CPHD (MCPHD) 与多观测站 PHD (MPHD) 滤波算法的多目标跟踪性能.

单目标状态由一个 4 维向量 $\mathbf{x} = [x, y, v_x, v_y]$ 描述, 其中 x 和 y 表示目标位置坐标, v_x 和 v_y 表示目标速度在 x 轴与 y 轴方向的分量. 单目标状态转移模型为匀速运动 (Constant Velocity, CV) 模型, 表示为

$$\mathbf{x}_{k+1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k,i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1,i} \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1,i} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}), \mathbf{Q} = \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{3} & 0 & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & 0 & T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & T \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中, $\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1,i}$ 表示零均值协方差为 \mathbf{Q} 的过程噪声, σ_ε^2 表示过程噪声的强度, T 为采样周期. 仿真中取 100 个采样时刻, 采样周期 $T = 1\text{s}$, 过程噪声强度 $\sigma_\varepsilon = 0.25\text{m}$. 其中, 所有目标起点限定在 $(\pm 400\text{m}, \pm 400\text{m})$, 目标运动区域为 $2000\text{m} \times 2000\text{m}$ 的方形区域内. 目标 1 和目标 2 的运动时间为 $1\text{s} \sim 100\text{s}$, 目标 3 和目标 4 的运动时间为 $21\text{s} \sim 100\text{s}$, 目标 5 和目标 6 的运动时间为 $41\text{s} \sim 100\text{s}$, 目标 7 和目标 8 的运动时间为 $61\text{s} \sim 80\text{s}$.

仿真中 6 个观测站对目标进行跟踪, 各观测站观测过程相互独立. 目标观测模型表示为

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中, w_x 和 w_y 为独立的零均值高斯噪声, 噪声标准差分别为 σ_{w_x} 和 σ_{w_y} , 仿真中令 $\sigma_{w_x} = \sigma_{w_y} = 10\text{m}$. 在观测过程中, 各观测站目标检测概率为定值, 为了研究算法跟踪性能随目标检测概率的变化情况, 以及对比观测站处理顺序对算法跟踪性能的影响, 令其中 5 个观测站的目标检测概率相同均为 0.5. 第 6 个观测站的目标检测概率为从 0.2 到 1 的变量, 且步长为 0.1, 表示为 $p_D^6 = [0.2:0.1:1]$. 干扰信号 RFS 建模为 Poisson 随机有限集, 即干扰杂波个数满足参数为 λ 的 Poisson 分布, 干扰出现位置服从观测区域内的均匀分布.

仿真中假设目标存活概率为常数项 $p_s = 0.99$. 新生目

标建模为高斯混合模型, 其均值为 $[\pm 400, \pm 400, 0, 0]$, 协方差 $\mathbf{P} = \text{diag}([100, 100, 25, 25])$, 权重相等且均为 0.1, 则新生目标势分布满足参数等于 0.4 的 Poisson 分布. 对于高斯混合实现方法, 裁剪与合并处理仍是必须的, 仿真中裁剪合并参数设置为裁剪门限 $T = 1 \times 10^{-4}$, 合并门限 $U = 10$, 最大高斯项 $J_{\max} = 100$. 对于算法跟踪误差的衡量采用最优子模式指派 (Optimal Sub-Pattern Assignment, OSPA) 距离. 仿真中令势惩罚参数 $c = 100$, 距离敏感性参数 $p = 1$, 且计算 OSPA 距离时只考虑目标位置信息.

(1) 观测站处理顺序对跟踪精度的影响

如图 3 所示, 图中实线表示检测概率次序为 $[p_D^1, p_D^2, \dots, p_D^6]$, 即观测站处理顺序为从第 1 个观测站到第 6 个观测站顺序进行; 图中虚线表示检测概率次序为 $[p_D^6, p_D^5, \dots, p_D^1]$, 即观测站处理顺序为从第 6 个观测站到第 1 个观测站逆序进行. 仿真中采用本文提出的分治-贪心两步算法实现观测量集合划分, 参数设定为 $W_{\max} = 2, P_{\max} = 4$. 干扰杂波出现个数服从杂波密度 $\lambda = 10$ 的 Poisson 分布, 干扰出现位置服从观测区域内的均匀分布.

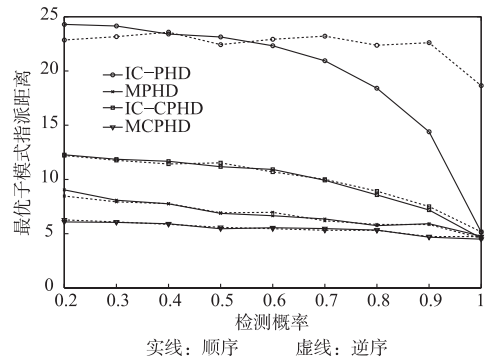


图3 平均OSPA误差随检测概率变化曲线

由图 3 可得, IC-PHD 滤波算法对观测站处理顺序变化最明显, 随着检测概率的增大, IC-PHD 滤波算法顺序处理的跟踪精度要优于逆序处理. 而 IC-CPHD、MPHD 及 MCPHD 滤波算法几乎不受观测站处理顺序的影响. 需要说明的是, IC-PHD 与 IC-CPHD 滤波器的观测站处理顺序不同表现在更新过程的先后, 由图 3 可得当对 IC-PHD 滤波器而言, 检测概率高的观测站最后处理得到的跟踪精度更高. MPHD 和 MCPHD 滤波算法的观测站处理顺序的不同表现在对利用分治-贪心两步算法进行观测量集合划分阶段, 由仿真结果可得观测站处理顺序几乎不会对最后跟踪性能造成影响. 总体来看, MCPHD 滤波器的跟踪性能最好, MPHD 滤波算法次之, IC-CPHD 滤波算法再次, IC-PHD 滤波算法跟踪性能最差.

(2) W_{\max} 与 P_{\max} 对跟踪性能的影响

下面通过数据仿真来对比分析 W_{\max} 与 P_{\max} 对跟踪性能的影响. 本文提出一种分治-贪心两步近似方法实现观测量子集选取和集合划分构建. 对于某一高斯

项,选取与其对应的观测量子集,如果利用暴力分析方法计算复杂度为 $O(n^s)$,如果采用本文所述分治算法,计算复杂度只有 $O(sn)$.

在仿真中,参数 W_{\max} 与 P_{\max} 的取值范围均为 $\{1, 2, 4, 6, 8\}$,令各观测站目标检测概率相等且均为 0.5,观测站个数为 6 个,干扰密度 $\lambda = 10$. 仿真硬件为 CPU 主频 2.5GHz,内存 1GB 的台式机. 仿真软件为 MATLAB,通过 100 次 Monte Carlo 仿真得随着参数 W_{\max} 与 P_{\max} 的变化可得 OSPA 距离和运算耗时变化曲线如图 4. 其中横轴表示运算耗时,纵轴表示 OSPA 误差,虚线表示 MPHD 滤波算法,实现表示 MCPHD 滤波算法,每条曲线表示给定 P_{\max} 条件下,跟踪性能随 W_{\max} 的变化情况. 此外,图 4 表示采用本文分治-贪心两步实现方法的跟踪曲线,图 5 表示采用暴力分析法实现的跟踪曲线.

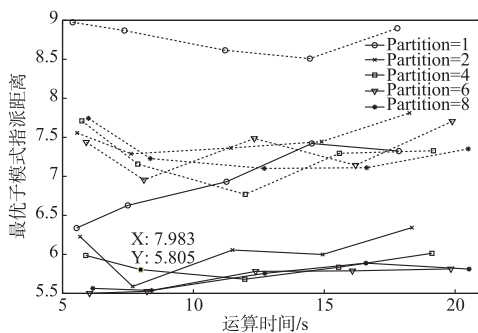


图4 本文算法跟踪性能随 W_{\max} 与 P_{\max} 变化曲线

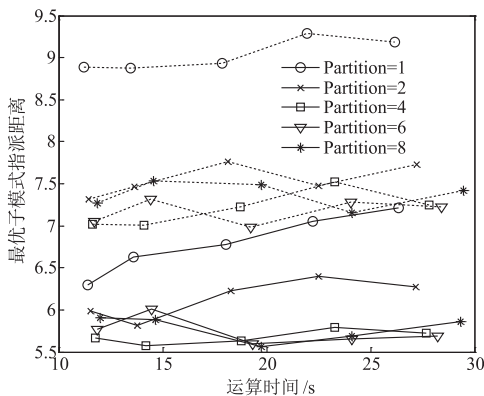


图5 暴力分析法跟踪性能随 W_{\max} 与 P_{\max} 变化曲线

由图 4 图 5 可得, $P_{\max} = 1$ 时 OSPA 误差明显大于 P_{\max} 取其他值时的 OSPA 误差,这是由于观测量子集中仍包含有干扰杂波,直接将所有选取的观测量子集作为 W 部分来划分观测量子集是不合适的. 当 $P_{\max} = 4$ 或更大值时,各算法跟踪性能趋于稳定,变化幅度不大. 此外对比 MPHD 算法与 MCPHD 算法发现, W_{\max} 与 P_{\max} 相同情况下,两种算法耗时基本一样,这是因为在多观测站多目标跟踪场景中,子集选取和集合划分是影响算法耗时的关键,与之相比, MCPHD 算法额外传输势分布

信息带来的运算复杂度影响可以忽略不计. 对同一滤波算法, W_{\max} 相同情况下, P_{\max} 变化对运算耗时影响不大,可见参数 W_{\max} 是影响算法耗时的关键.

对比图 4 与图 5 可得本文算法 OSPA 误差与暴力分析法相差不大,即两种算法跟踪性能基本相同,但是参数 W_{\max} 与 P_{\max} 相等情况下,本文算法耗时明显小于暴力分析法,为了更直观地表示这一现象,以 $P_{\max} = 1$ 和 $P_{\max} = 8$ 为代表将采用两种近似实现方法时 MCPHD 算法的耗时进行对比如表 1 所示. 需要说明的是,如果仿真中直接应用暴力分析法,加之 Monte Carlo 试验的影响,仿真耗时将非常的巨大. 为了便于实现,仿真中采用贪心的思想同时对暴力和分治两种算法进行简化,简化后暴力分析法的计算复杂度为 $O(n + n^2(s - 1))$,分治算法的计算复杂度为 $O(ns + W_{\max}^2(s - 1))$. 故而从表 1 的算法耗时对比来看,本文算法对运算复杂度简化程度并无理论上的大.

表 1 不同实现方法运算耗时对比

		W_{\max}				
		1	2	4	6	8
1	分治 (s)	5.54	7.50	11.27	14.53	17.85
	暴力 (s)	11.39	13.61	18.05	22.21	26.38
8	分治 (s)	6.16	8.40	12.73	16.59	20.53
	暴力 (s)	11.99	14.66	19.75	24.11	29.36

7 结论

在深入分析多观测站 CPHD 递推算法基础上,提出一种基于分治-贪心两步算法的高斯混合近似实现方法. 利用分治算法实现观测量子集的选取问题,利用贪心算法实现集合的划分问题. 其中分治算法使得针对某一高斯项的观测量子集选取问题的计算复杂度相比于暴力分析法从 $O(n^s)$ 降到了 $O(sn)$. 此外,给出了多观测站 CPHD 滤波算法的高斯混合实现的具体步骤,最后,利用数字仿真对比分析了观测站处理顺序,观测站个数和干扰密度,以及参数 W_{\max} 与 P_{\max} 对算法跟踪性能的影响. 仿真结果证明,本文算法不受观测站处理顺序的影响,且本文所提的分治-贪心近似实现方法与暴力分析法的跟踪性能相当,但是运算耗时大大缩减,提高了算法的实现及应用的可行性.

参考文献

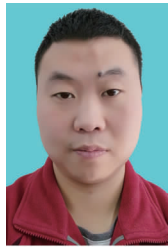
- [1] 杨峰,王永齐,等. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述[J]. 自动化学报,2013,39(11):1944-1956.
YANG Feng, WANG Yongqi, et al. A survey of PHD filter based multi-target tracking [J]. Acta Automatic Sinica, 2013, 39(11):1944-1956. (in Chinese)
- [2] Mahler R. Multi-target bayes filtering via first-order multi-

- target moments[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152 – 1178.
- [3] Mahler R. Multitarget moments and their application to multitarget tracking[A]. Proceedings of the Workshop on Estimation, Tracking, and Fusion [C]. Monterey, CA, 2001. 134 – 166.
- [4] 王品, 谢维信, 刘宗香, 等. 一种非线性 GM-PHD 滤波新方法[J]. 电子学报, 2012, 40(8): 1597 – 1602.
WANG Pin, XIE Wei-xin, LIU Zong-xiang, et al. A novel Gaussian mixture PHD filter for nonlinear models[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(8): 1597 – 1602. (in Chinese)
- [5] 徐从安, 熊伟, 等. 新生目标强度未知的单量测 PHD 滤波器[J]. 电子学报, 2016, 44(10): 2300 – 2307.
XU Cong-an, XIONG Wei, et al. A single measurement PHD filter with unknown target birth intensity[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(10): 2300 – 2307. (in Chinese)
- [6] 王海环, 王俊. 基于容积卡尔曼的粒子 PHD 多目标跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(9): 1960 – 1966.
WANG Haihuan, WANG Jun. Multitarget tracking with the cubature Kalman particle probability hypothesis density filter[J]. System Engineering and Electronics, 2015, 37(9): 1960 – 1966. (in Chinese)
- [7] 刘宗香, 谢维信, 等. 一种具有信息保持能力的 GM-PHD 滤波器[J]. 电子学报, 2013, 41(8): 1603 – 1608.
LIU Zong-xiang, XIE Wei-xin, et al. A Gaussian mixture PHD filter with the capability of information hold[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(8): 1603 – 1608. (in Chinese)
- [8] WANG Xiaoying, WANG Jiacun. Simulation analysis of EKF and UKF implementations in PHD filter [A]. Proceedings of the IEEE 13th International Conference on Networking, Sensing, and Control [C]. Mexico City; IEEE, 2016. 28 – 30.
- [9] Ba-Tuong Vo, Ba-Ngu Vo, Antonio Cantoni. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553 – 3567.
- [10] Mahler H. PHD filters of higher order in target number [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523 – 1543.
- [11] Ristic B, Clark D, Ba Ngu Vo, et al. Adaptive target birth intensity for PHD and CPHD filters [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2): 1656 – 1668.
- [12] Mahler R. Themultisensor PHD filter; I. General solution via multitarget calculus [A]. Proceedings of the SPIE International Conference on Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition [C]. Orlando, FL, USA: SPIE, 2009. DOI: 10.1117/12.818024.
- [13] Mahler R. The multisensor PHD filter; II. Erroneous solution via Poisson magic [A]. Proceedings of the SPIE International Conference on Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition [C]. Orlando, FL, USA: SPIE, 2009. DOI: 10.1117/12.818025
- [14] Delande E, Duflos E, Heurquier D. Multi-Target PHD Filtering, Proposition of Extensions to the Multi-Sensor Case [R]. Research Report RR-7337, INRIA, Jul. 2010.
- [15] Nagappa S, Clark D E. On the ordering of the sensors in the iterated-corrector probability hypothesis density (PHD) filter [A]. Proceedings of the SPIE International Conference on Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition [C]. Orlando, FL, USA: SPIE, 2011. DOI: 10.1117/12.884618.
- [16] Mahler R. Approximate multisensor CPHD and PHD filters [A]. Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion [C]. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. DOI: 10.1109/ICIF.2010.5711984.
- [17] Ouyang C, Ji H. Scale unbalance problem in product multisensory PHD filter [J]. Electronics letters, 2011, 47(22): 1247 – 1249.

作者简介



曲长文 男. 1963 年 11 月出生, 山东济南人. 教授、博士生导师. 1983 年、1995 年在海军航空工程学院获得工学学士和工学硕士学位, 2004 年在海军工程大学获得工学博士学位. 主要从事无源定位跟踪技术、信号与信息处理技术方面的研究.



冯奇 男. 1990 年 1 月出生, 河南焦作人. 2011 年、2013 年在海军航空工程学院获得学士学位和硕士学位. 现为博士研究生, 主要研究方向为无源定位跟踪技术.
E-mail: fengqi1109@163.com