

基于 MCT 可逆线路的量子线路近邻化排布

程学云^{1,2,3}, 管致锦^{2,3}, 徐海¹, 谈莹莹², 刘洋²

(1. 南通大学电子信息学院, 江苏南通 226019; 2. 南通大学计算机科学与技术学院, 江苏南通 226019;
3. 江苏省专用集成电路设计重点实验室, 江苏南通 226019)

摘 要: 为了实现量子线路线性最近邻(LNN)排布,给出了可逆 MCT 门的最近邻 Toffoli 门级联方法.为了解决线路近邻化中额外插入的 SWAP 门增加量子代价的问题,引入 NNTS 门减少插入的 SWAP 门数,并给出了 MCT 门基于 NNTS 门的最近邻线路排布.提出了量子线路近邻化排布算法,将多控制 MCT 门通过交换线路的顺序得到其最近邻线路排布,然后将每个 NNTS 门替换为其最优的 LNN 量子线路实现,得到该 MCT 线路的 LNN 量子线路,该方法可以减少量子线路的长度和量子代价.通过 Benchmark 例题测试,并与现有的线路近邻化结果进行比较,所需插入的 SWAP 门数平均减少 42.83%,量子代价平均改善率达 14.80%.

关键词: 量子线路;可逆线路;MCT 门;线性最近邻(LNN);最近邻线路排布

中图分类号: TP302 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2018)08-1891-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.08.013

The Nearest Neighbor Arrangement of Quantum Circuits Based on MCT Reversible Circuits

CHENG Xue-yun^{1,2,3}, GUAN Zhi-jin^{2,3}, XU Hai¹, TAN Ying-ying², LIU Yang²

(1. College of Electronics and Information, Nantong University, Nantong, Jiangsu 226019, China;

2. College of Computer Science and Technology, Nantong University, Nantong, Jiangsu 226019, China;

3. Jiangsu Key Laboratory of Asic Design, Nantong University, Nantong, Jiangsu 226019, China)

Abstract: In order to realize the linear nearest neighbor (LNN) arrangement of a quantum circuit, the nearest neighbor Toffoli gates cascade method of an MCT gate is given. To solve the issue of the increased quantum cost resulted from the extra inserted SWAP gates during the process of nearest neighbor, the NNTS gate is introduced to decrease the number of the inserted SWAP gates, and the LNN line arrangement using NNTS gates of an MCT gate is obtained. The line arrangement algorithm is proposed. The LNN line arrangement of each MCT gate can be realized by the exchange of the order of the lines, and each NNTS gate is replaced by its optimal LNN form, then the LNN quantum circuit is obtained directly, which can greatly reduce the length of the quantum circuit and the quantum cost. Test on benchmark circuits, and compared with the existing relevant results, the average improvement rate is almost 42.83% in SWAP gate count, and 14.80% in terms of quantum cost.

Key words: quantum circuit; reversible circuit; MCT gate; linear nearest neighbor (LNN); nearest neighbor line arrangement

1 引言

量子计算^[1]近年来受到广泛关注,量子算法借助于量子线路来实现.将可逆逻辑直接综合成量子线路比较困难,常用的方法是先利用多控制 Toffoli (MCT) 门库中的可逆逻辑门综合成可逆电路^[2,3],然后基于 MCT

门量子分解的方法转换成对应的量子线路^[4,5].

量子计算的物理实现技术如离子阱、量子点和超导大多仅允许量子门作用在相邻量子位上^[6-8],称为线性最近邻(LNN)约束.一般通过添加 SWAP 门的方式将量子线路中非近邻门转换为近邻门.文献[8]提出了量子位局部排序中基于 N 门前瞻的 SWAP 门插入方

收稿日期:2017-03-13;修回日期:2018-04-03;责任编辑:马兰英

基金项目:国家自然科学基金(No. 61403216);江苏省基础研究计划(自然科学基金)面上项目(No. BK20151274);江苏省研究生科研与实践创新计划项目(No. KYCX17-1916)

法,以减少最终线路的量子代价.文献[9]先基于最近邻代价(NNC)对非基本量子门进行分解,然后对量子位进行全局和局部排序实现近邻交互,并基于模板匹配方法进一步减少量子代价.文献[10]给出了插入 SWAP 门的精确求解方法,虽然减少了 SWAP 门数,但只适用于小规模电路.先分解再插入 SWAP 门的方法会大大增加线路的量子代价.

为了降低 LNN 线路的量子代价,本文构造了一种新的 NNTS 门,并提出了基于 NNTS 门的可逆 MCT 门的线性最近邻线路排布方案,以适于复杂 MCT 线路的量子线路近邻化,缩短最终 LNN 量子线路长度,提高近邻化的效率.

2 基本概念

变量域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上 n 输入 n 输出布尔函数 $f: B^n \rightarrow B^n$, 如果将每个输入模式映射到唯一的输出模式,该函数称为可逆函数. 一个 n 输入 n 输出门如果实现了一个可逆函数称之为可逆门,如多控制 Toffoli (MCT) 门、Fredkin 门和 Peres 门等.

对于变量集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 多控制 Toffoli 门形如 $MCT(C; t)$, 其中控制线集 $C = \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m}\} \subset X$, 目标位 $t = x_j$ 且 $C \cap \{t\} = \emptyset$. 当且仅当所有控制线上的值均为 1 时, 将 $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\}$ 映射为 $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_j^0 \oplus x_{i_1}^0 x_{i_2}^0 \dots x_{i_m}^0, \dots, x_n^0\}$. 用 C^n NOT 来表示一个 n 控制位的 Toffoli 门, 只有当控制位全为 1 时, 目标位才会翻转. 特殊情况, 当 $n = 0$ 时, C^n NOT 表示 NOT 门; 当 $n = 1$ 时, 表示 CNOT 门; 当 $n = 2$ 时, 表示标准 Toffoli 门, 三种门如图 1 所示, \cdot 表示控制位, \oplus 表示目标位.

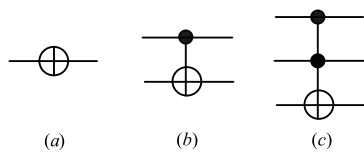


图1 常见的3种MCT门

由可逆门级联而成的电路称为可逆电路, 具有相同的输入数和输出数, 无反馈, 无扇出. 仅由 MCT 门构成的电路称为可逆 MCT 电路.

量子计算中, 通过量子位来传递信息, 量子位可以是 0 或 1, 也可以是它们的叠加^[11]. 量子位上的操作是通过在状态向量上施加酉矩阵 U 操作实现的, 每个量子门对应到一个酉矩阵, 已有的量子门库有 NCV^[4], NCVW^[12] 等. NCV 门库中, 定义了四种酉操作, 即 NOT、CNOT、controlled-V 和 controlled-V⁺. 由量子门级联而成的线路称为量子线路, 其中所含基本量子门的数量称为量子线路的量子代价.

可将逆 MCT 线路映射为功能等价的量子线路, 一

般是基于可逆 MCT 门分解的方法, 将多控制 MCT 门分解为基本量子门的级联^[4,5], 得到量子线路.

在量子线路中, 如果量子比特是线性排列的, 且只允许相邻的量子比特才能相互作用, 则称其是线性最近邻(LNN)架构^[13]. 通过在量子线路中插入 SWAP 门, 使得所有的两量子门均在相邻的量子位上交互, 得到 LNN 架构的量子线路^[8,14,15]. 一个 SWAP 门的量子代价为 3, 近邻化过程中要尽量减少 SWAP 门的数量.

图 2 给出了标准 Toffoli 门的最优最近邻分解形式^[9]. 如果将可逆 MCT 门分解为标准 Toffoli 门的级联, 再用其最优最近邻分解形式替换, 即可得到 LNN 量子线路.

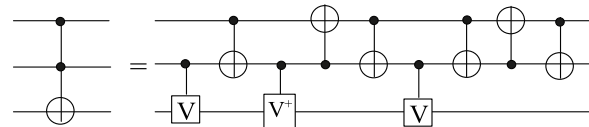


图2 Toffoli门的最优最近邻分解

3 MCT 门的最近邻实现及其分解排布

定义 1 可逆 MCT 电路中两相邻 MCT 门 $G_1 = MCT(C_1; t_1)$ 和 $G_2 = MCT(C_2; t_2)$, 如果 $t_1 \in C_2$ 且 $t_2 \notin C_1$, 则称该两门关系为 G_1 单向影响 G_2 ; 如果 $t_2 \in C_1$ 且 $t_1 \notin C_2$, 则称该两门关系为 G_2 单向影响 G_1 . 其中 $C_i (i = 1, 2)$ 为控制位所在集.

文献[16]中给出了如下单向影响的两门的交换规则.

引理 1 设 $G_1 = MCT(\{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{m-1}}\}; x_{i_m})$ 与 $G_2 = MCT(\{x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_{n-1}}\}; x_{j_n})$ 为单向影响的两相邻 MCT 门, 相同控制位同为正控制或同为负控制, G_1 的目标位 x_{i_m} 是 G_2 的控制位为 $x_{j_{m-1}}$, 即 $x_{i_m} = x_{j_{m-1}}$, 属于 G_1 但不属于 G_2 的控制位的集合为 $\{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m}\} (0 \leq m < n)$, 则 G_1 和 G_2 交换位置得到的等价序列为 $G_2 T G_1$, 其中 $T = MCT(\{x_{i_1}, \dots, x_{i_m}, x_{j_1}, \dots, x_{j_{m-2}}\}; x_{j_m})$, 即 T 门控制位是 G_1 门控制位和 G_2 门控制位并集除去 G_1 门目标位, 如图 3 所示.

推论 1 在 $n (n \geq 5)$ 线线路中, 一个 $n-2$ 控制位的 MCT 门可由 2 个 $m (m \in \{2, \dots, n-3\})$ 控制位 MCT 门和 2 个 $(n-m-1)$ 控制位的 MCT 门实现. 图 4 是 $n=9$ 的情况.

图 4(b) 中, G_1 和 G_2 满足引理 1, G_1 移动到 G_2 的右侧, 变成 G_2, G_1 和 G, G_1 和 G_3 相同, G_2 和 G_4 相同, 可以删除^[16], 剩下 G 门.

推论 2 在 $n (n \geq 5)$ 线量子线路中, 一个 $m (m \in \{3, 4, \dots, \lceil n/2 \rceil\})$ 控制位的 MCT 门可由 $m-1$ 层 Toffoli 门的级联实现, 需要 $m-2$ 根辅助线. 图 5 是 $n=9$ 的

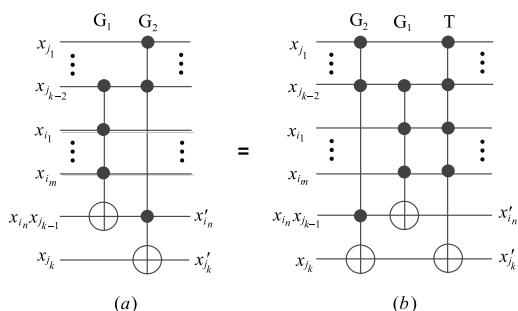


图3 单向影响的两MCT门移动规则

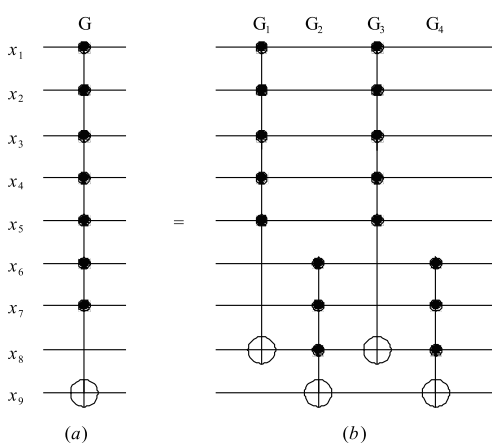


图4 9线7控制MCT门分解为更小规模的MCT门

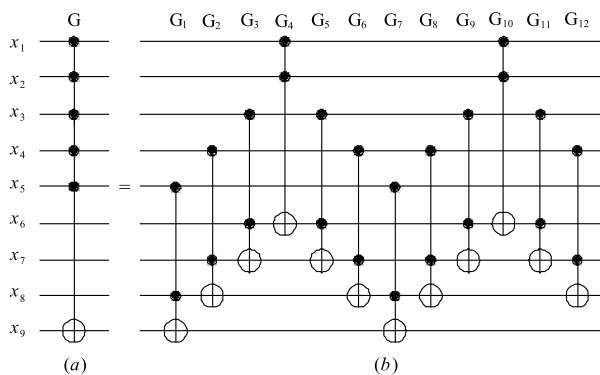


图5 9线5控制MCT门分解为标准Toffoli门

情况.

图 5(b) 中 G_4 和 G_5 符合引理 1, G_4 移动到 G_5 右侧, 变成 G_5 、 G_4 和 $MCT(\{x_1, x_2, x_3\}; x_7)$, G_5 和左侧的 G_3 相同可以删除. 依此类推, $G_1 \sim G_7$ 约简后剩余 G_4 、 $MCT(\{x_1, x_2, x_3\}; x_7)$ 、 $MCT(\{x_1, x_2, x_3, x_4\}; x_8)$ 和 $MCT(\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}; x_9)$. 同理 $G_8 \sim G_{12}$ 约简后形成 G_{10} 、 $MCT(\{x_1, x_2, x_3\}; x_7)$ 和 $MCT(\{x_1, x_2, x_3, x_4\}; x_8)$. 剩余的 7 个门目标位相同或目标位互不影响, 可以任意移动, 且不改变线路的功能^[16], 删除相同的 3 对门, 剩下 G 门 $MCT(\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}; x_9)$. 5 控制位 MCT 门分解

需 4 层 Toffoli 门级联及 3 位辅助位.

定理 1 在 $n(n \geq 5)$ 线量子线路中, 一个 $m(m \in \{3, 4, \dots, \lceil n/2 \rceil\})$ 控制位 MCT 门可由 $4(m-2)$ 个标准 Toffoli 门实现.

证明 由推论 2 可知, 两层 Toffoli 门级联至少需要 5 根线, 所以 $n \geq 5$. 设辅助线的根数为 f , 则满足: $f \geq m-2$, 即 $n-m-1 \geq m-2$, 即得: $m \leq \frac{n+1}{2}$, 也即 $m \leq \lceil n/2 \rceil$ 时, 能够满足该 MCT 门分解时对辅助线的需求. 所需 Toffoli 门的个数为: $2(m-2) + 1 + 2(m-3) + 1 = 4(m-2)$.

定义 2 将作用在连续 3 根线上的 Toffoli 门定义为最近邻 Toffoli 门, 记为 NNToffoli 门; 将作用在连续两根线上的 SWAP 门定义为最近邻 SWAP 门, 记为 NNSWAP 门.

利用全局换线的策略, 对图 5(a) 中的 G 门进行换线得到图 6(a), 无需添加任何交换门, 就能实现将 G 门分解为 NNToffoli 门的级联, 实现近邻化.

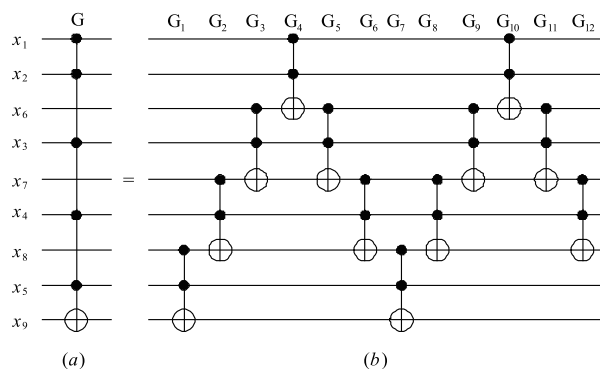


图6 9线5控制MCT门分解为NNToffoli门

定义 3 将图 2 中 Toffoli 门最优最近邻分解前 6 个门的级联定义为 NNTS 门, 量子代价为 6, 其线性最近邻结构如图 7(a) 所示.

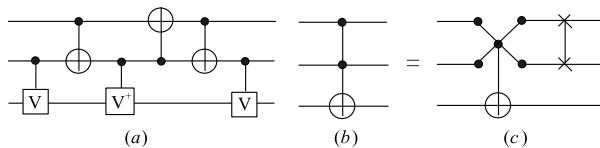


图7 NNTS门的构成和表示

NNTS 门的功能与 NNToffoli 门类似, 只是将 NNToffoli 门两个控制位交换了, 所以只要在 NNTS 门后级联一个 NNSWAP 门, 如图 7(c) 所示.

对图 6(b) 中每个 NNToffoli 门用一个 NNTS 门和一个 NNSWAP 门去替换, 通过改变 G 门中线的顺序, 可以省去所有的 NNSWAP 门, 如图 8(b) 所示.

定理 2 在 $n(n \geq 5)$ 线量子线路中, 一个 $m(m \in$

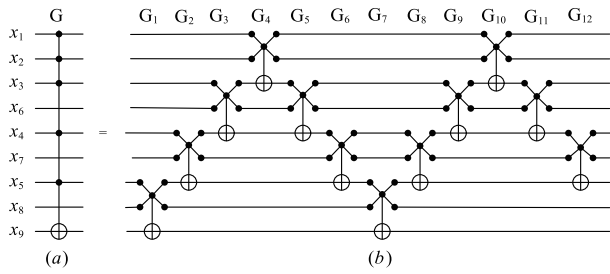


图8 9线5控制位MCT门分解为NNNTS门

$\{3, 4, \dots, \lceil n/2 \rceil\}$ 控制位 MCT 门的 LNN 实现可由 $4 \times (m - 2)$ 个 NNNTS 门组成, 需要 $24 \times (m - 2)$ 个基本 NCV 量子门.

证明 由定理 1, $n (n \geq 5)$ 线路中, 一个 $m (m \in \{3, 4, \dots, \lceil n/2 \rceil\})$ 控制位的 MCT 门, LNN 实现可由 $4 \times (m - 2)$ 个 Toffoli 门组成. 对图 6(b) 中每个 NNToffoli 门用一个 NNNTS 门和一个 NNSWAP 门去替换, 通过改变 MCT 门中线的顺序, 可以省去所有的 NNSWAP 门. 因此, 基于 NNNTS 门的最近邻分解中需要 NNNTS 门的个数仍为 $4 \times (m - 2)$, 每个 NNNTS 门的量子代价为 6, 所以需要 $24 \times (m - 2)$ 个基本 NCV 量子门.

定义 4 一个 MCT 门 ($n \geq 5, m \leq \lceil n/2 \rceil$) 占用连续 k 根线 (k 为奇数), 目标位排布在第 k 条线, 其他所有奇数位线全部排布控制位, 第二条线也排布控制位, 则称该线路布局为 MCT 门 ($n \geq 5, m \leq \lceil n/2 \rceil$) 基于 NNNTS 门的最近邻线路排布.

定理 3 $n (n \geq 5)$ 线路中, 一个 $(n - 2)$ 控制位 MCT 门的 LNN 实现可由 $8 \times (n - 5)$ 个 NNNTS 和 $8 \times (n \bmod 2)$ 个 NNSWAP 门组成, 需要 $48 \times (n - 5) + 24 \times (n \bmod 2)$ 个基本 NCV 量子门.

证明 在 $n (n \geq 5)$ 比特量子线路中, 当控制位数 $> \lceil n/2 \rceil$ 时, 根据推论 1 对 G 门分解成 $G_1 G_2 G_1 G_2$ 的形式, 使得每个门的控制位数 $\leq \lceil n/2 \rceil$, 且尽量分解为符合定义 4 要求的最近邻分解排布的形式.

(1) 当 n 位奇数时, 需要添加 8 个 NNSWAP 门, 图 9 以 9 线 7 控制为例.

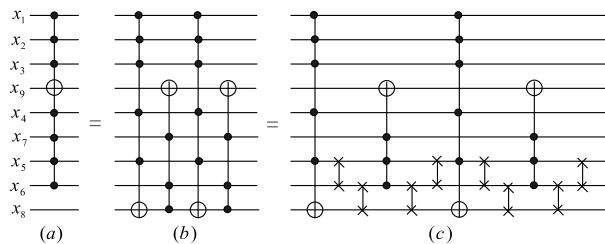


图9 9线7控制MCT门的最近邻分解

(2) 当 n 为偶数时, 不需要添加 NNSWAP 门, 图 10 以 10 线 8 控制为例.

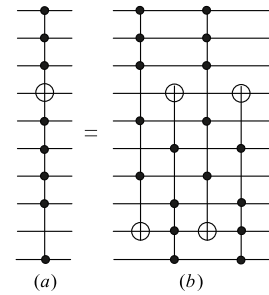


图10 10线8控制MCT门的最近邻分解

综上, 所需 NNNTS 门个数为 $8 \times (n - 5)$, 所需 NNSWAP 门的个数为 $8 \times (n \bmod 2)$, 即 $48 \times (n - 5) + 24 \times (n \bmod 2)$ 个基本门. 若 $m = n - 1$, 需要额外添加一条辅助线.

定义 5 一个 MCT 门 ($n \geq 5, m > \lceil n/2 \rceil$) 占用连续 k 根线, 第一至三根线为控制位, 第四根线为目标位, 其余线: 当 k 为奇数时, 除最后一根线为空线外均为控制位; 当 k 为偶数时, 除倒数第二根线为空线外均为控制位, 则称该线路布局为 MCT 门 ($n \geq 5, m > \lceil n/2 \rceil$) 基于 NNNTS 门的最近邻线路排布.

4 MCT 可逆线路的最近邻排布

4.1 最近邻排布算法

要将 MCT 门变换成基于 NNNTS 门的线性最近邻线路排布的形式, 穷举每个 MCT 门在线路中的最近邻排布, 算法复杂度较大, 对某些线路无法在合理时间内得到结果. 对于每个不满足最近邻排布的 MCT 门, 本文给出了一个启发式算法, 如算法 1. 选择每个门的近似最优排布位置, 使得所需插入的 SWAP 门尽可能少.

考虑一个 n 位的可逆 MCT 线路 RevC, 包含 k 个可逆逻辑门 $g_i (i \in [1, k])$. 对任意 g_i , 都有一个或多个最近邻排布, 选择其中近似最优的一个, 并改变后面门的线序. 以此方法从左至右遍历所有的 k 个门, 则能完成线路 RevC 中所有门的最近邻排布. 该启发式算法的时间复杂度仅为 $O(k \times n^2)$, 适用于任何一个由 MCT 门库组成的可逆逻辑线路.

算法 1 最近邻排布算法

输入: 可逆 MCT 电路 RevC

输出: 对应的 LNN 量子线路

S1: 初始化两个长度为 k 的容器 `swaps` 和 `gates`, 将门的初始位置存储到 `gates` 中;

S2: 遍历 `gates`, 对于每个门 `gate` 执行 S3;

S3: 初始化容器 `gs`, 计算 `gate` 的中心位置, 根据中心位置和目标位的关系决定最近邻排布的匹配方向, 并依据中心位置向两侧进行匹配, 将完成换线所需的 NNSWAP 门存储到 `gs` 中, 将 `gate` 及其后面级联的门按照 `gs` 交换线序, 将 `gs` 加入 `swaps` 中;

S4:对 gates 中每个最近邻排布及 swaps 中每个 NNSWAP 门用其最优 LNN 量子线路替换,得到 RevC 的 LNN 量子线路.

了本文提出的基于最近邻线路排布的量子线路近邻化算法,在 Benchmark 数据集^[17]上进行了测试,并和量子线路近邻化相关的实现算法文献[9,14,8]的结果进行了对比,所需添加的 SWAP 门数和量子代价如表 1 所示.

4.2 实验结果及分析

为了验证算法的有效性和可行性,基于标准 C++ 实现

表 1 SWAP 门数和量子代价比较结果

Benchmark	n	gc	qc	nswaps				qc1	Impr1. (%)	Impr2. (%)
				[9]	[14]	[8]	We			
3_17_13	3	6	14	6	4	5	2	25	50.00	3.85
4_49_17	4	12	32	20	12	15	12	73	0.00	-7.35
4gt10 - v1_81	5	6	34	30	20	22	8	81	60.00	13.83
4gt13 - v1_93	5	4	17	11	6	9	3	36	50.00	-2.86
4gt4 - v0_80	6	5	44	34	34	33	12	93	63.64	34.97
4gt5_75	5	5	22	17	12	13	11	66	8.33	-13.79
4mod5 - v1_23	5	8	24	16	9	13	12	64	-33.33	-25.49
aj - e11_165	5	6	60	39	36	29	14	103	51.72	29.93
alu - v4_36	5	7	32	23	18	20	7	66	61.11	23.26
cycle10_2_110	12	19	1212	2304	-	1128	113	2705	89.98	41.14
ham15_108	15	70	458	715	-	492	256	1530	47.97	20.89
hame7_104	7	23	87	84	68	67	29	217	56.72	24.65
hwb4_52	4	11	23	14	10	9	11	59	-22.22	-18.00
hwb5_55	5	24	109	79	63	65	35	269	44.44	9.73
hwb56_58	6	42	146	136	118	108	68	403	37.04	14.26
hwb7_62	8	331	2663	3660	2128	2157	730	6896	65.70	23.78
hwb9_123	10	1959	20421	36837	21166	20642	6361	61764	69.18	25.00
mod5adder_128	6	15	87	85	51	53	24	204	52.94	15.00
mod8 - 10_177	6	14	109	77	72	71	19	203	73.24	36.96
plus127mod8192_162	14	910	65456	151794	-	70351	6569	164082	90.66	40.66
plus63mod4096_163	13	429	29020	61556	-	29180	2748	65072	90.58	44.17
plus63mod8192_164	14	492	37102	82492	-	39615	2999	86825	92.43	44.32
rd53_135	7	16	78	76	66	64	39	233	39.06	13.70
rd73_140	10	20	76	62	56	44	57	261	-29.55	-25.48
rd84_142	15	28	112	148	-	76	81	376	-6.58	-10.59
sym9_148	10	210	4452	5480	3414	3497	620	9924	81.84	32.46
urf1_149	9	11554	57770	60235	44072	43433	28603	155133	34.14	17.51
urf2_152	8	5030	25150	25502	17670	17034	11916	65928	30.05	13.54
urf3_155	10	26468	132340	154672	-	103716	76039	386925	26.69	12.75
urf5_158	9	10276	51380	52440	39309	38224	25462	138042	33.39	16.87
urf6_160	15	10740	53700	88900	-	54192	44129	196827	18.57	8.99

表 1 中, n 表示位数, gc 表示门数, qc 表示原始 MCT 电路量子代价, We 表示本文提出的方法, $qc1$ 是本文方法得到 LNN 线路的量子代价, $Impr1$ 和 $Impr2$ 分别表示本文提出的方法在 SWAP 门数、量子代价方面和文献[9]、[14]、[8]三种方法中最优结果比较的改善率. 文献[9]、[14]和[8]最终线路的量子代价是原来的量子代价加上插入 SWAP 门所增加的代价. 从比较结果可以看出, 本文提出的基于 MCT 门最近邻排布的近邻化方法的整体结果优于前三种方法, 相较于前三种方法中最优结果平均改善率达到 42.83% 和 14.80%, 但在少部分电路上, 如 4gt11_84 等性能略低于前三者中的最优结果. 在大规模量子线路, 尤其是含控制位数较多的 MCT 门时, 本文所提出的方法所插入的 SWAP 门数大大减少, 能减少量子线路近邻化中的量子代价, 缩短量子线路的长度.

5 结束语

通过改变可逆线路的线序, 给出了 MCT 门基于最近邻 Toffoli 门的级联方法. 通过分析 Toffoli 门最优最近邻分解形式, 提出了 NNTS 门, 用以进一步减少量子线路近邻化中插入的 SWAP 门. 给出了任意 MCT 门 ($m > 2$) 基于 NNTS 门和 NNSWAP 门的级联方法, 得到其最近邻排布形式. 将可逆 MCT 线路每个非近邻排布的 MCT 门转换成其最近邻排布, 然后对每个近邻排布用其最优 LNN 量子线路替换, 即实现了 MCT 可逆电路的量子线路近邻化. 在标准测试集上进行了实验, 表明给出的基于最近邻排布的算法结果比较理想, 且具有多项式时间复杂度, 适用于复杂 MCT 线路的量子线路近邻实现, 有助于进一步研究可逆/量子线路在实际量子物理体系中的布局问题.

参考文献

- [1] Nielsen M, Chuang I. Quantum Computation and Quantum Information[M]. Oxford: Cambridge Univ. Press, 2000. 171 - 343.
- [2] Miller D M, Maslov D, Dueck G W. A transformation based algorithm for reversible logic synthesis[A]. Design Automation Conference[C]. Piscataway: IEEE, 2003. 318 - 323.
- [3] Wille R, Grosse D. Fast exact Toffoli network synthesis of reversible logic[A]. IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design[C]. Piscataway: IEEE, 2007. 60 - 64.
- [4] Barenco A, Bennett C H, Cleve R, et al. Elementary gates for quantum computation[J]. Physical Review A, 1995, 52(5): 3457 - 3467.
- [5] Miller D M, Wille R, Sasanian Z. Elementary quantum gate realizations for multiple-control toffoli gates[A]. IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic [C]. Washington DC: IEEE Computer Society, 2011. 288 - 293.
- [6] Pedram M, Shafaei A. Layout optimization for quantum circuits with linear nearest neighbor architectures [J]. IEEE Circuits & Systems Magazine, 2016, 16(2): 62 - 74.
- [7] Linke N M, Maslov D, Roetteler M, et al. Experimental comparison of two quantum computing architectures [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2017, 114(13): 3305 - 3310.
- [8] Kole A, Datta K, Sengupta I. A heuristic for linear nearest neighbor realization of quantum circuits by SWAP gate insertion using N-Gate lookahead [J]. IEEE Journal on Emerging & Selected Topics in Circuits & Systems, 2016, 6(1): 62 - 72.
- [9] Saeedi M, Wille R, Drechsler R. Synthesis of quantum circuits for linear nearest neighbor architectures [J]. Quantum Information Processing, 2010, 10(3): 355 - 377.
- [10] Wille R, Lye A, Drechsler R. Optimal SWAP gate insertion for nearest neighbor quantum circuits [A]. Design Automation Conference [C]. Piscataway: IEEE, 2014. 489 - 494.
- [11] Wille R, Li B, Schlichtmann U, et al. From biochips to quantum circuits: computer-aided design for emerging technologies [A]. IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design [C]. Piscataway: IEEE, 2017. 132.
- [12] Biswal L, Bandyopadhyay C, Wille R, et al. Improving the realization of multiple-control toffoli gates using the NCVW quantum gate library [A]. 29th International Conference on VLSI Design and 15th International Conference on Embedded Systems [C]. Piscataway: IEEE, 2016. 573 - 574.
- [13] Matsuo A, Yamashita S. Changing the Gate Order for Optimal LNN Conversion [M]. Reversible Computation. Berlin Heidelberg: Springer, 2012. 89 - 101.
- [14] Shafaei A, Saeedi M, Pedram M. Optimization of quantum circuits for interaction distance in linear nearest neighbor architectures [A]. Design Automation Conference [C]. Piscataway: IEEE, 2013. 41: 1 - 41: 6.
- [15] Wille R, Lye A, Drechsler R. Exact reordering of circuit lines for nearest neighbor quantum architectures [J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2014, 33(12): 1818 - 1831.
- [16] 程学云, 谈莹莹, 管致锦, 等. 优化的可逆 MCT 电路化简算法 [J]. 量子电子学报, 2017, 34(6): 713 - 720.
Cheng X, Tang Y, Guan Z, et al. An optimized simplification algorithm for reversible MCT circuits [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2017, 34(6): 713 - 720.

(in Chinese)

[17] R Wille, D Große, L Teuber, G Dueck, R Drechsler. RevLib: An online resource for reversible functions and re-

versible circuits [A]. Int Symp Multiple-valued Logic [C]. Washington DC: IEEE Computer Society, 2008. 220–225. RevLib is available at <http://www.revlib.org>.

作者简介



程学云 女, 1978 年生, 江苏南通人. 副教授, 博士生. 主要研究方向为量子计算和逻辑综合.

E-mail: chen.xy@ntu.edu.cn



管致锦(通信作者) 男, 1962 年生, 江苏连云港人. 教授, 博士生导师. 主要研究方向为可逆逻辑综合和信息安全.

E-mail: guan_zj617@163.com