

GPS 驯服 CPT 原子钟方法研究

李 铎^{1,2}, 吴红卫^{1,2}, 顾思洪²

(1. 中国科学院大学, 北京 100049; 2. 中国科学院武汉物理与数学研究所, 原子频标重点实验室, 湖北武汉 430071)

摘 要: 本文针对全球定位系统(GPS, Global Position System)接收机输出秒脉冲(1PPS, 1 Pulse Per Second)信号的特点, 以及相干布居囚禁(CPT, Coherent Population Trapping)原子钟输出频率信号的特性, 设计并实现了GPS驯服CPT原子钟方案. 我们建立了适合抑制1PPS信号抖动的卡尔曼滤波模型, 通过理论推导和计算获得了相应噪声参数, 并采用卡尔曼滤波器与平均滤波器相结合, 对CPT原子钟输出频率实施滤波处理, 并用GPS接收机输出的1PPS信号实施频率校准, 所实现GPS驯服的CPT原子钟输出频率的中短期频率误差降低半个量级, 天频率稳定度提高一个量级.

关键词: 原子钟; 频率测量; 卡尔曼滤波器; 全球定位系统

中图分类号: TN98 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)05-1194-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.05.026

Study on GPS-Disciplined CPT Atomic Clock

LI Duo^{1,2}, WU Hong-wei^{1,2}, GU Si-hong²

(1. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2. Key Laboratory of Atomic Frequency Standards, Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: Based on the features of the output one-pulse-per-second (1PPS) signal of the Global Positioning System (GPS) receiver, and the characteristics of the output frequency signal of the Coherent Population Trapping (CPT) atomic clock, we design and realize a GPS-disciplined CPT atomic clock device. For depressing jitter noise of the 1 PPS signal, we have established the corresponding Kalman filter mathematics model, obtained the noise parameters through theoretical calculation. We have experimentally filter processed the frequency signal of CPT atomic clock with a combination of the Averaging filter and Kalman filter, and calibrated the output frequency of CPT atomic clock with the 1PPS signal, and achieved that reducing the medium and short term frequency error by half magnitude and improving day frequency stability by one order of magnitude.

Key words: atomic clock; frequency measurement; kalman filter; global positioning system

1 引言

全球定位系统(GPS, Global Position System)可以在全球范围提供高精度授时服务^[1]. 通过GPS卫星提供的时间(频率)信号对晶振实施定期校准方案(GPSDO, Global Position System Disciplining Oscillator), 消除晶振输出频率因频率漂移引起的长期累积误差, 使输出频率精度始终保持在所设计的高水平上^[2~4]. 原子钟输出频率具有长期特性好的优点, 其频率漂移率较晶振低几个量级, 利用原子钟实施GPSDO可以增长校准时

间间隔, 减少校准工作量, 收到更佳效果.

原子钟由物理系统与电路构成. 传统的微波原子钟利用原子在微波谐振腔中与微波发生作用产生微波鉴频信号, 实现对原子钟输出频率的稳频. 受到微波波长的限制, 微波腔体积至少达几个 cm^3 , 因此物理系统体积至少在 10cm^3 水平. 相干布居囚禁(CPT, Coherent Population Trapping)原子钟是一种新型原子钟, 它采用微波调制激光获得的相干双色光与原子作用产生微波鉴频信号而实现原子钟输出频率稳频. 由于没有微波腔体积的限制, 利用微机电加工工艺可以实现芯片尺

寸物理系统^[5],结合芯片电路就可以实现芯片原子钟.目前,芯片原子钟产品已经问世^[6].与传统原子钟相比,芯片原子钟的功耗、体积都至少小一个量级,却仍保持原子钟输出频率长期特性好的优点,与体积、功耗相当的晶振相比,其频率漂移率优两个量级以上,因此是实施 GPSDO 的理想频率源器件.本工作采用我们用⁸⁷Rb原子研制的小型 CPT 原子钟开展 GPSDO 研究,因为它与芯片原子钟的性能相似,所开展的工作可以为今后应用于芯片原子钟打下基础.

我们实施 GPS 驯服的方案如图 1 所示:首先利用 GPS 接收机输出的秒脉冲(1PPS,1 Pulse Per Second)信号测量原子钟输出频率,由于 1PPS 噪声的影响,所得到的频率测量结果虽然准确度高但精度较差,因此使用滤波器对频率测量结果实施滤波减小测量误差,最后对原子钟实施频率校准.

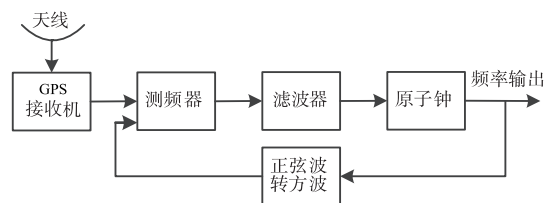


图1 GPS校准原子钟基本框图

对频率测量结果作滤波处理是实施 GPSDO 重要步骤,通常用于 GPSDO 的滤波器包括平均滤波器、低阶低通滤波器^[7]、线性最小均方估计滤波器^[8]以及卡尔曼滤波器^[9~11]等.将不同滤波器配合使用也是改善滤波效果的方法,例如采用平均滤波器和积分滤波器配合可以收到较好效果^[12].实施滤波主要目的是减小接收机输出的 1PPS 信号抖动噪声引起的测量误差,抖动噪声主要源于卫星信号传播过程导致的噪声和接收机自身噪声,主要为白噪声^[13,14].鉴于平均滤波器结构简单应用方便,卡尔曼滤波器抑制白噪声效果较好,我们选择采用这两种滤波器相结合实施滤波.本文工作针对 CPT 原子钟输出信号的特点建立了相应的卡尔曼滤波数学模型,并应用于所开展的滤波工作,下面介绍工作所获得的研究结果.

2 利用 1PPS 校准 CPT 原子钟输出频率方案

2.1 测频器误差分析

为了对原子钟的输出频率实施校准,需测量原子钟输出频率,本工作采用的测频方法如图 2 所示:采用施密特反相器将 CPT 原子钟输出的正弦信号转换为高电平为 3.3V 的方波信号,由接收机 1PPS 信号构成的时段 T 的起始时刻对应于虚线所示第 k 个 1PPS 信号上升沿,结束时刻对应于虚线所示第 $k+j$ 个信号上升沿,

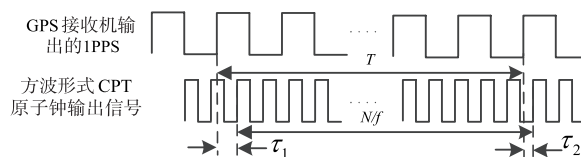


图2 以GPS的1PPS作为参考测量CPT原子钟输出频率时序图

则 $T = [(k+j) - k]s (s:1 \text{ 秒})$. 采用时间数字转换器测量图 2 中 GPS 接收机输出的 1PPS 信号上升沿与 CPT 原子钟输出信号上升沿之间的时间间隔 τ_1 和 τ_2 , 测量精度为 45ps. 当在 T 内测得信号的周期数为 N 时,时段 T 与原子钟输出频率 f 的关系为:

$$T = N/f + \tau_1 - \tau_2 \quad (1)$$

由式(1)得到 f 的表达式:

$$f = \frac{N}{T - (\tau_1 - \tau_2)} \quad (2)$$

接收机输出的 1PPS 信号存在抖动,因此该时段实际值 $T' = T + \xi$, 原子钟输出频率 f' 为

$$f' = \frac{N}{T' - (\tau_1 - \tau_2)} \quad (3)$$

f 与 f' 的差值即为测量误差,相对测量误差为

$$\frac{f - f'}{f'} = \frac{\xi}{T - (\tau_1 - \tau_2)} \quad (4)$$

因 $T \gg (\tau_1 - \tau_2)$, 式(4)简化为

$$\frac{f - f'}{f'} = \frac{\xi}{T} \quad (5)$$

由式(5)可知,减小 ξ 或增加 T 可以减小频率测量误差. T 的大小受 GPS 接收机以及原子钟性能的限制,本文工作针对 ξ 开展,具体为通过采用平均滤波器结合卡尔曼滤波器减小 ξ 实现减小频率测量误差,下面介绍具体实施方法.

2.2 平均滤波器设计方案

如图 3 所示,接收机输出的时间序列每 1PPS 信号上升沿与理想时间序列 (Ideal Time Series, ITS) 对应的值之间存在误差 $\alpha(t)$, $\alpha(t)$ 是白噪声, $\alpha(t)$ 的自相关函数为 $R(t_i, t_j) = \sigma^2 \delta(t_i - t_j)$ ^[15], 其中 $\sigma = 10\text{ns}$, 对应 GPS 接收机所输出 1PPS 信号抖动的标准差. 接收机输出的 1PPS 序列对应的时间为:

$$1\text{s} + \alpha(t_1), 2\text{s} + \alpha(t_2), 3\text{s} + \alpha(t_3), \dots, \quad (6)$$

$$k\text{s} + \alpha(t_k), \dots, (k+j)\text{s} + \alpha(t_{k+j}), \dots,$$

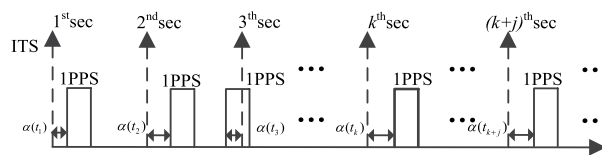


图3 1 PPS信号相对ITS的误差时序图

因此 T' 表示为:

$$T' = (k+j)s + \alpha(t_{k+j}) - [ks + \alpha(t_k)] \quad (7)$$

与理想值 $T = (k+j)s - ks$ 的差值为:

$$\xi_k = T' - T = \alpha(t_{k+j}) - \alpha(t_k) \quad (8)$$

$\alpha(t_k)$ 和 $\alpha(t_{k+j})$ 是 α 的两个样本, 是独立同分布随机变量: $\alpha(t_k) \sim N(0, \sigma^2)$, $\alpha(t_{k+j}) \sim N(0, \sigma^2)$, 因此 $\xi_k \sim N(0, 2\sigma^2)$. 如图 4 所示一个校准周期 $(Q+M)s$ 由 M 个时长为 Qs 的时段构成, 相应得到 M 个频率测量值, 其

中 $T = Qs$. 因为 $\xi_k \sim N(0, 2\sigma^2)$, 由式(5)可推出 M 个频率测量值 $f_l \sim N(f', 2A^2)$, 其中 $l = 1, 2, 3, \dots, M, A = \sigma f' / (Qs), s: 1$ 秒. 因此 M 个测量值的平均值误差为 $\sqrt{2}A / \sqrt{M}$. 如果在一个校准周期内只进行一次频率测量, 则 $f \sim N(f', 2\sigma^2 f'^2 / ((Q+M)^2 s^2))$, 测量误差为 $\sqrt{2}AQ / (Q+M)$, 使用平均滤波器将测频误差减小大约 \sqrt{M} 倍.

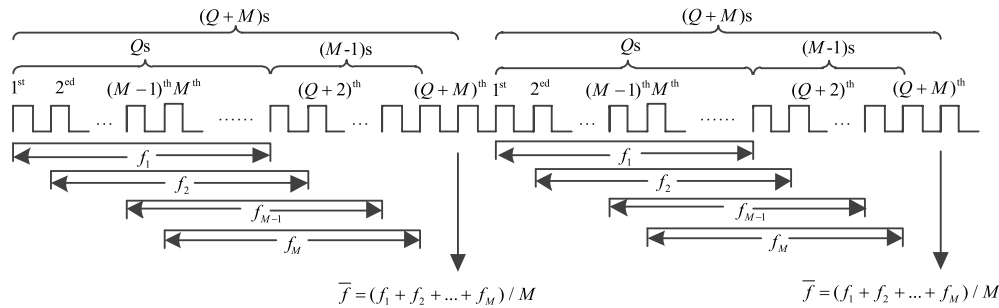


图4 平均滤波器实现方法示意图

2.3 卡尔曼滤波数学模型

使用卡尔曼滤波器对 2.2 小节所获得的测量值作进一步处理, 以减小频率测量误差. 下面针对 CPT 原子钟输出信号的特点建立卡尔曼滤波模型, 介绍相应的噪声参数的计算方法.

原子钟输出频率信号的理想模型为^[16]:

$$U(t) = U_0 \sin(2\pi f_0 t) \quad (9)$$

其中 U_0 为输出信号的理想幅度, f_0 为输出信号的理想频率. 实际上, 由于原子钟输出信号的幅度和频率存在起伏, 实际信号的模型为:

$$U(t) = (U_0 + \beta(t)) \sin(2\pi f_0 t + \psi(t)) \quad (10)$$

其中瞬时频率:

$$f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (11)$$

$d\psi(t)/dt$ 为瞬时角频率起伏, 是一个随机变量, 瞬时频率相对于理想频率 f_0 的瞬时相对偏差为:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (12)$$

$y(t)$ 典型的数学模型可以表述为^[16]:

$$y(t) = y_0 + at + \varepsilon(t) \quad (13)$$

y_0 为初始频偏, a 为原子钟固定频率漂移, $\varepsilon(t)$ 是噪声. $\varepsilon(t)$ 主要由五种噪声组成, 分别是随机游走噪声 (RWFN, Random walk frequency noise)、闪变频率噪声 (FFN, Flicker frequency noise)、白频率噪声 (WFN, White frequency noise)、闪变相位噪声 (FPN, Flicker phase noise) 和白相位噪声 (WPN, White phase noise) 等^[17]. 因此(13)式可以表述为:

$$y(t) = y_0 + at + y_{RWFN}(t) + y_{FFN}(t) + y_{WFN}(t) + y_{FPN}(t) + y_{WPN}(t) \quad (14)$$

上述噪声对应的阿伦方差是^[18,19] $\sigma_y^2(\tau) = k_\sigma \tau^\mu$. 图 5 显示了五种噪声对应的逐段线性阿伦方差, 通过阿伦方差可以识别原子钟的噪声类型^[20]. 图 6 是本工作所采用 CPT 原子钟输出频率的阿伦方差, 从图中可以识别出该 CPT 原子钟噪声类型主要为 WFN 和 RWFN:

$$y(t) = y_0 + at + y_{RWFN}(t) + y_{WFN}(t) \quad (15)$$

$y_{WFN}(t)$ 为白噪声, 满足高斯分布:

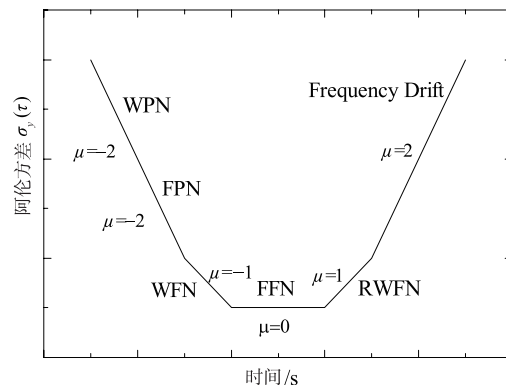


图5 原子钟噪声以及频率漂移对应的逐段线性阿伦方差

$$y_{WFN}(t) = \varepsilon_1(t) \sim N(0, \sigma_1^2) \quad (16)$$

$y_{RWFN}(t)$ 是一种维纳过程, 它的微分为高斯白噪声^[15]:

$$\frac{dy_{RWFN}(t)}{dt} = \varepsilon_2(t) \quad (17)$$

其中 $\varepsilon_2(t)$ 满足高斯分布:

$$\varepsilon_2(t) \sim N(0, \sigma_2^2) \quad (18)$$

令 $t_0 < t_1 < \dots < t_{10} \dots, T_s = t_{n+1} - t_n = (Q+M)s$, 其中 $n = 0, 1, 2, \dots$. 令 $y(n) = \frac{1}{T_s} \int_{t_{n-1}}^{t_n} y(t) dt$, $y(n)$ 是 T_s 时间

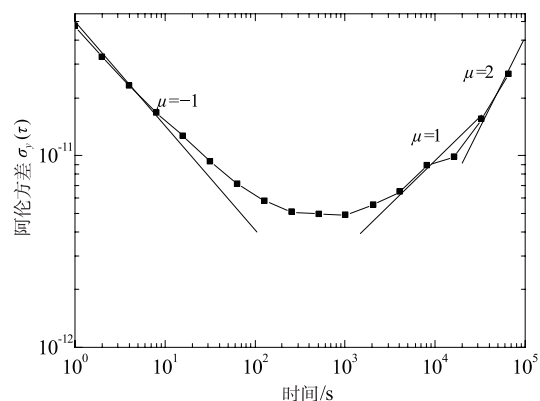


图6 CPT原子钟输出频率阿伦方差

内相对频偏的平均值,式(15)转换为:

$$y(n) = \frac{1}{T_s} \int_{t_{n-1}}^n y_0 dt + \frac{1}{T_s} \int_{t_{n-1}}^n a dt + y_{RWFN}(n) + y_{WFN}(n) \quad (19)$$

其中 $y_{RWFN}(n) = \frac{1}{T_s} \int_{t_{n-1}}^n y_{RWFN}(t) dt$, $y_{WFN}(n) = \frac{1}{T_s} \int_{t_{n-1}}^n y_{WFN}(t) dt$, 由式(16)可知 $y_{WFN}(n)$ 服从高斯分布, 其方差为 $\sigma_1^2/(Q+M)$ [15]. 将 $y(n)$ 作为卡尔曼滤波模型中的状态量, 由式(19)可得:

$$y(n) = y(n-1) + aT_s + y_{RWFN}(n) - y_{RWFN}(n-1) + y_{WFN}(n) - y_{WFN}(n-1) \quad (20)$$

令:

$$\zeta_1(n) = y_{WFN}(n) - y_{WFN}(n-1) \quad (21)$$

$$\zeta_2(n) = y_{RWFN}(n) - y_{RWFN}(n-1) \quad (22)$$

将式(21), 式(22)代入式(20)可得:

$$y(n) = y(n-1) + aT_s + \zeta_1(n) + \zeta_2(n) \quad (23)$$

ζ_1 满足高斯分布 $\zeta_1 \sim (0, 2\sigma_1^2/(Q+M))$, ζ_2 同样满足高斯分布 $\zeta_2 \sim (0, \sigma_2^2/(Q+M))$ [15]. σ_1, σ_2 和 a 由 CPT 原子钟性能决定, 可以依据下式通过 CPT 原子钟输出频率对应的阿伦方差拟合估计出 σ_1, σ_2 和 a 的值 [21]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{\sigma_1^2}{\tau} + \frac{\sigma_2^2}{3}\tau + \frac{a^2}{2}\tau^2 \quad (24)$$

$y(n)$ 为 CPT 原子钟在 T_s 时间内相对频偏的平均值. 2.2 小节中, 每 T_s 时间得到一个 CPT 原子钟输出频率测量值, 可以换算成相对频偏, 对应于 T_s 时间内相对频偏的平均值的测量值 $z(n)$.

$$z(n) = y(n) + \zeta_3(n) \quad (25)$$

其中 $\zeta_3(n)$ 为利用 1 PPS 测量 CPT 原子钟频率引入的测量噪声. 由(23)(25)可构建 CPT 原子钟在自由运行时的卡尔曼滤波模型:

$$y(n) = y(n-1) + aT_s + \zeta_1(n) + \zeta_2(n) \quad (26)$$

$$z(n) = y(n) + \zeta_3(n)$$

在实际应用中每 T_s 时间依据得到的频率偏差调整

CPT 原子钟输出频率, 设其输出频率调整量为 $y_c(n)$, 式(26)变为:

$$y(n) = y(n-1) - y_c(n) + aT_s + \eta(n) \quad (27)$$

$$z(n) = y(n) + \zeta_3(n)$$

其中 $\eta(n) = \zeta_1(n) + \zeta_2(n)$, 其方差为 $2\sigma_1^2/(Q+M) + \sigma_2^2/(Q+M)$. 至此建立了以 CPT 原子钟频率偏差作为状态量的卡尔曼滤波器数学模型以及获得了相应噪声参数. 利用卡尔曼滤波器的迭代算法可以得到状态量 $y(n)$ 的最佳估计值, 依据获得的估计值去校准 CPT 原子钟.

2.4 CPT 原子钟输出频率的调节

CPT 原子钟用微波调制激光器获得实现与原子产生 CPT 共振的双色光, 所用微波 ν 与原子基态超精细能级裂距 $h\nu_{hpf}$ 之间的关系为 $\nu = \nu_{hpf}/2$; 而原子钟的输出频率 f 与 ν 的关系为 $f \times R = \nu$, 其中 f 为原子钟输出频率, R 为倍频系数. 改变原子钟中磁场强度 B 可以调整 $h\nu_{hpf}$ 实现对原子钟的输出频率 f 的微调, 试验实现的调频精度为 1×10^{-12} , 与采用微波腔的原子钟相比, CPT 原子钟可以通过改变倍频系数 R 而更自由地改变原子钟输出频率 f , 因此除了通过 B 实现微调, 还可通过改变 R 对 f 作较大范围调整. 应用中当频差小于 2×10^{-10} 通过 B 实施微调, 而当出现频差大于 2×10^{-10} 的情况, 则通过 R 实施粗调配合 B 实施微调完成频率调整. 因为 CPT 原子钟具有可调节 B 和 R 功能, 因此利用 GPS 校准 CPT 原子钟相对于铷原子钟不需要增加任何外部电路就可实现精度较高的频率校准 [22].

3 实验结果

我们按照上述方法采用 CPT 原子钟开展了实施 GPSDO 实验研究, 图 7 给出了校准周期 T_s 为 400s 时, 使用不同滤波方式获得的频率测量误差概率密度曲线, 其中平均滤波器中参数 M 的值为 10.

图 7 显示平均滤波器与卡尔曼滤波器结合使用, 可以使测频误差降低至 10^{-12} 量级. 根据文献 [7] 提出的方法, 选择校准周期实施 GPSDO, 通过不同滤波方式获得的整机阿伦方差如图 8 所示. 图 9 为采用平均滤波器结合卡尔曼滤波器实现的 GPSDO 频率准确度, 采样频率为 400s. 图 7 和图 8 显示采用平均滤波器与卡尔曼滤波器组合使用时获得的测频误差最小, 实现的 GPSDO 性能最优.

上述方法实现的 GPSDO 相较于无校正的 CPT 原子钟只增加了一个功耗小于一个毫瓦的时间数字转换芯片, 其他部分均可以在 CPT 原子钟已有资源上实现. 因为芯片原子钟就是芯片化的 CPT 原子钟, 因此, 该方案也适合在芯片原子钟上使用.

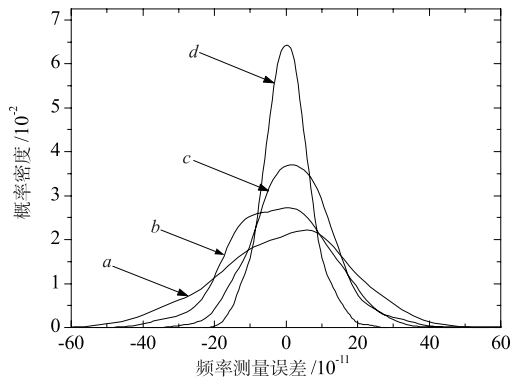


图7 频率测量误差的概率密度曲线 *a*: 无滤波器, 误差为 2.84×10^{-11} ; *b*: 平均滤波器, 误差为 1.29×10^{-11} ; *c*: 卡尔曼滤波器, 误差为 1.01×10^{-11} ; *d*: 平均滤波器结合卡尔曼滤波器, 误差为 6.38×10^{-12}

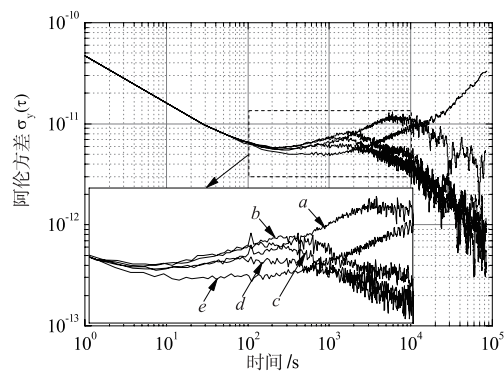


图8 阿伦方差 *a*: 校准周期 $T_s=6000\text{s}$, 不加滤波器实现的GPSDO输出频率阿伦方差; *b*: 校准周期 $T_s=2000\text{s}$ 采用平均滤波器实现的GPSDO输出频率阿伦方差; *c*: 校准周期 $T_s=1500\text{s}$, 只采用卡尔曼滤波器实现的GPSDO输出频率阿伦方差; *d*: 校准周期 $T_s=600\text{s}$ 采用平均滤波器和卡尔曼滤波器结合实现的GPSDO输出频率阿伦方差; *e*: 为无校正CPT原子钟输出频率阿伦方差

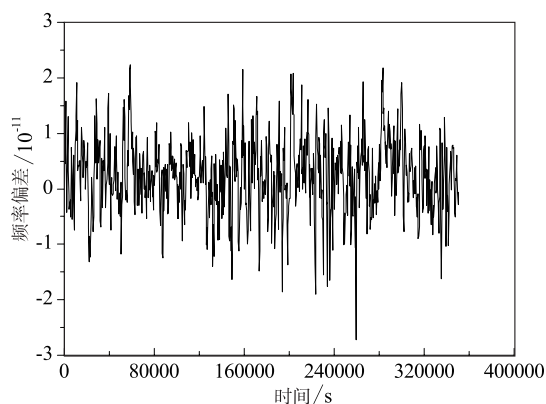


图9 频率准确度

4 结论

本文研究了基于GPS的CPT原子钟频率校准方法,根据GPS接收机输出的1PPS信号的特点选用了平均滤波器;根据CPT原子钟输出频率信号的特点选用

了卡尔曼滤波器,建立了相应数学模型,并采用理论推导获得了噪声参数.采用平均滤波器与卡尔曼滤波器相结合对原子钟输出频率信号实施滤波处理,改善输出频率性能.在此基础上,利用GPS信号对CPT原子钟实施驯服,消除频率长期漂移产生的误差.运用上述方案,实验采用校准周期400s,将平均滤波器与卡尔曼滤波器配合滤波使频率测量误差由 2.84×10^{-11} 降低至 6.38×10^{-12} ;实施校准后所实现的GPSDO长期稳定度达到了 10^{-13} 量级,比未实施GPSDO的CPT原子钟的天频率稳定度改善一个量级.本文介绍的卡尔曼滤波器设计方法不仅适用于实验所用的CPT原子钟,同时也适用于例如芯片原子钟等其它CPT原子钟.采用GPSDO的芯片原子钟可望作为微型高精度频率源获得广泛应用.

参考文献

- [1] Carta A, Locci N, Muscas C. GPS-based system for the measurement of synchronized harmonic phasors [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(3): 586–593.
- [2] Davis J A, Furlong J M. A study examining the possibility of obtaining traceability to UK national standards of time and frequency using GPS-disciplined oscillators [A]. 29th Annual PTTI Systems and Applications Meeting [C]. California: The Institute of Navigation, 1997. 329–343.
- [3] Barillet R, et al. Limitation of the clock frequency stability by the interrogation frequency noise: experimental results [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1993, 42(2): 276–280.
- [4] 张杰, 周栋明. GPS 驯服中无偏滑动平均滤波算法的研究 [J]. 电子学报, 2013, 41(2): 412–416. ZHANG Jie, ZHOU Dong-ming. Improved moving average filter for GPS disciplined [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(2): 412–416. (in Chinese)
- [5] Knappe S, Shah V, Schwandt P D D, et al. A microfabricated atomic clock [J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(9): 1460–1462.
- [6] Lutwak R. The chip-scale atomic clock-recent developments [A]. 2009 IEEE International Frequency Control Symposium Joint with the 22nd European Frequency and Time forum [C]. Besancon: IEEE, 2009. 573–577.
- [7] Arceo-Miquel L, Shmaliy Y S, Ibarra-Manzano O. Optimal synchronization of local clocks by GPS 1PPS signals using predictive FIR Filters [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(6): 1833–1840.
- [8] Macintyre A, Stein S R. A disciplined rubidium oscillator [A]. 40th Annual Symposium on Frequency Control [C]. Philadelphia: IEEE, 1986. 465–469.

- [9] Stein S R, Filler R L. Kalman filter analysis for real time applications of clocks and oscillators [A]. Proceedings of the 42nd Annual Frequency Control Symposium [C]. Baltimore; IEEE, 1988. 447 – 452.
- [10] Shmaliy Y S, Marienko A V, Savchuk A V. GPS-based optimal Kalman estimation of time error frequency offset and aging [A]. 31st Annual. PTTI Planning Meeting [C]. California; The Institute of Navigation, 1999. 431 – 440.
- [11] Greenhall C A. Kalman plus weights; a time scale algorithm [A]. 33rd Annual. PTTI Systems and Applications Meeting [C]. California; The Institute of Navigation, 2001. 445 – 454.
- [12] Helsby N C. GPS disciplined offset-frequency quartz oscillator [A]. IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum [C]. Tampa; IEEE, 2003. 435 – 439.
- [13] Lewandowski W, Petit G, Thomas C. Precision and accuracy of GPS time transfer [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1993, 42(2): 474 – 479.
- [14] Weiss M, Zhang V, Nelson L, et al. Delay variations in some GPS timing receivers [A]. Proceedings of the 1997 IEEE International Frequency Control Symposium [C]. Orlando; IEEE, 1997. 304 – 312.
- [15] Galleani L, Tavella P. Detection of atomic clock frequency jumps with the kalman filter [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2012, 59(3): 504.
- [16] Tavella P. Statistical and mathematical tools for atomic clocks [J]. Metrologia, 2008, 45(6): S183.
- [17] Van Dierendonck A J, Brown R G. Relationship between Allan variances and kalman filter parameters [A]. Proceedings of the Sixteenth Annual PTTI Applications and Planning Meeting [C]. Maryland; The Institute of Navigation, 1984. 273 – 293.
- [18] Allan D W. Statistics of atomic frequency standards [J]. IEEE Proceedings, 1966, 54(2): 221 – 230.
- [19] 唐素, 彭毅, 张有正. 广义阿仑方差及修正阿仑方差 [J]. 电子学报, 1987, 15(1): 1 – 5.
Tang Su, Peng Yi, Zhang You-zheng. Generalized allan variance and modified allan variance [J]. Acta Electronica Sinica, 1987, 15(1): 1 – 5. (in Chinese)
- [20] Galleani L. A tutorial on the two-state model of the atomic clock noise [J]. Metrologia, 2008, 45(6): S175.
- [21] Zucca C, Tavella P. The clock model and its relationship with the Allan and related variances [J]. Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control IEEE Transactions on, 2005, 52(2): 289 – 296.
- [22] Wen-Qin Wang. Phase noise suppression in GPS-disciplined frequency synchronization [J]. Fluctuation and Noise Letters, 2011, 10(03): 1100058.

作者简介



李 铎 男, 1990 年 11 月出生于湖南岳阳市, 2013 年 6 月毕业于武汉大学电子科学与技术专业, 学士学位. 现为中国科学院武汉物理与数学研究所读博士, 主要从事相干布局囚禁原子频标相关研究.

E-mail: liduo@whu.edu.cn



吴红卫 (通信作者) 男, 1978 年 5 月出生于湖北省红安县, 2008 年 6 月毕业于中国地质大学 (武汉) 检测技术与自动化装置专业, 硕士学位. 现为中国科学院武汉物理与数学研究所高级工程师, 主要从事相干布局囚禁原子频标相关研究.

E-mail: hwwu@wipm.ac.cn