

采用拉普拉斯尺度混合先验的 结构化近似消息传递算法

谢中华, 马丽红

(华南理工大学电子与信息学院, 广东广州 510641)

摘 要: 为了准确有效地实现自然图像的压缩感知重构, 提出一种使用拉普拉斯尺度混合 (Laplacian Scale Mixture, LSM) 先验的结构化近似消息传递 (Approximate Message Passing, AMP) 算法. 利用 LSM 模型构建 AMP 算法的高阶统计约束, 将压缩感知重构问题转化为先验信息估计问题和奇异值最小化问题. 首先, 用 LSM 分布刻画相似块矩阵奇异值的稀疏性, 其中该稀疏性指示了图像块的相似性, 因此 LSM 模型被用来描述图像的非局部相似结构; 然后, 通过期望最大化算法估计 LSM 模型的尺度参数, 得到可靠的先验信息; 最后, 由 AMP 算法求解奇异值最小化问题, 实现图像的精确重构. 实验结果表明, 提出的结构化 AMP 算法的图像重构质量优于多种主流的压缩感知图像重构算法.

关键词: 压缩感知; 近似消息传递; 拉普拉斯尺度混合先验; 非局部相似性; 期望最大化

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)03-0520-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.03.002

Structured Approximate Message Passing Algorithm with a Laplacian Scale Mixture Prior

XIE Zhong-hua, MA Li-hong

(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China)

Abstract: In order to reconstruct natural images from compressive sensing (CS) measurements accurately and effectively, a novel structured approximate message passing algorithm using a Laplacian scale mixture (LSM) prior is proposed. The higher-order statistical constraint of the AMP algorithm is created by the LSM model, turning the CS recovery problem into a prior information estimation problem and a singular value minimization problem. Firstly, we use the LSM distribution to model the sparsity of the singular values of the matrices built by similar patches, which denotes the similarity of image patches, and thus utilize the LSM model to describe the nonlocal similarity of images. Secondly, to obtain reliable prior information, the scale parameters of the LSM model are estimated through the use of the expectation-maximization (EM) algorithm. Finally, the singular value minimization problem is solved by the AMP algorithm to achieve the accurate image reconstruction. Experimental results show that the reconstruction quality of our structured AMP algorithm is superior to the state of art CS reconstruction algorithms.

Key words: compressive sensing (CS); approximate message passing (AMP); Laplacian scale mixture (LSM) prior; nonlocal similarity; expectation-maximization

1 引言

压缩感知 (Compressive Sensing, CS) 是一种新的信号采集和处理技术, 它突破奈奎斯特采样率的限制, 以随机观测的方式采样稀疏信号, 再通过重构算法从低

维观测值中恢复出高维的原始信号. 主要的 CS 重构算法包括贪婪算法^[1], 凸优化算法^[2] 和贝叶斯推断方法^[3]. 其中, 近似消息传递 (AMP) 算法^[4] 在重构质量和运行时间方面都表现出优势. 当信号服从参数已知的先验分布, 且测量噪声为高斯噪声时, 文献 [5] 提出

了近似估计信号最小均方误差的贝叶斯 AMP (Bayesian AMP, B-AMP) 算法. 随后, AMP 算法被拓展成广义 AMP (Generalized AMP, GAMP) 算法^[6], 用来求解噪声和观测矩阵都服从任意分布的恢复模型. 对于含有变化参数的先验分布, 文献 [7] 提出了 EM-AMP 算法, 通过期望最大化 (EM) 算法来估计先验模型的参数. 针对图像重构问题, AMP 算法常使用在正交基下的稀疏性作为先验知识. 例如利用小波域或梯度域稀疏性的算法, 包括基于小波软阈值的 AMP 算法^[4]、基于柯西分布的小波域 AMP 算法^[8], 以及基于总变分约束的 AMP 算法^[9]. 这些算法往往只能处理内容平滑的特定图像, 如核磁共振图像和雷达图像, 但对于包含较多突变位置和小目标轮廓的自然图像, 重构效果不理想.

为了得到质量更高的重构图像, 必须进一步挖掘图像中潜在的高阶稀疏结构, 作为重构算法的先验约束, 例如: 小波父子系数的相关性^[10,11]、冗余字典下系数的联合稀疏性^[12] 和非局部图像块的相似结构^[13-16]. 图像的小波系数呈现出四叉树结构, Turbo-AMP 算法^[11] 利用隐马尔科夫树模型来构建树稀疏先验, 使得父子系数具有相同的稀疏样式, 改善了图像的重构速度和准确度, 但对图像复杂纹理的重构仍不理想. 以图像块为单元挖掘块间的相似结构即非局部稀疏性来替代图像整体稀疏性的建模, 成为重构自然图像的有效手段^[13-16]. 在基于低秩正则化的 CS 重构算法^[14] 中, 相似图像块构成的二维矩阵具有的低秩特性被用来建立秩极小化问题, 有效地增强了重构图像的细节. 基于非局部稀疏的三维块匹配 AMP (BM3D-AMP) 算法^[15] 则利用了相似图像块在变换域上的相关性, 通过使用 BM3D 去噪算法^[17] 对含噪相似块去噪, 实现了自然图像理想的重构. 在图像去噪和去模糊的应用中, 协同滤波方法^[17]、联合稀疏编码方法^[18] 和基于高斯尺度混合先验的同步稀疏编码方法^[19] 使用非局部稀疏结构也都获得了自然图像恢复质量的提升. BM3D-AMP 算法具有良好的重构性能, 但它没有目标函数导致算法的解释性较弱, 此外它只根据噪声调整滤波参数, 没有充分利用信号本身的统计特性.

为了进一步改善 AMP 算法, 本文提出一个基于拉普拉斯尺度混合 (LSM) 先验模型^[20] 的结构化 AMP 算法. 首先, 为了利用 LSM 模型表征图像的非局部稀疏结构, 将聚类后的相似图像块构成的二维矩阵做奇异值分解, 并假定奇异值服从 LSM 分布, 从而通过 LSM 分布约束奇异值的稀疏性来保证图像块间的相似性; 然后, 令尺度参数的倒数服从伽马分布, 根据该分布与拉普拉斯分布的共轭性, 可在 EM 算法框架下, 计算出该参数的数学期望; 最后, 在获得先验信息后, 由 AMP 算法求解奇异值最小化问题, 实现图像的精确重构. 实验表

明, 该算法改善了原始 AMP 算法^[4] 的重构质量, 且优于上述两种基于树稀疏的算法^[10,11] 和三种基于非局部稀疏的算法^[14-16].

2 近似消息传递算法

压缩感知重构算法的任务是从低维的观测值 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^m$ 中恢复高维的原信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$, 其中 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 是观测矩阵; \mathbf{v} 是零均值方差为 σ^2 的高斯噪声. 由于 $m < n$, CS 重构算法需要利用信号的稀疏性作为先验约束, 例如, 求解如下最小绝对收缩和选择 (LASSO) 问题^[21]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (1)$$

其中, 第 1 项为数据保真项, 第 2 项为稀疏约束项; $\|\mathbf{x}\|_1$ 为 \mathbf{x} 的 l_1 范数, 等于其元素的绝对值之和; 参数 λ 是正则化因子.

基于置信传播理论, AMP 算法^[4] 通过迭代传递概率消息, 估计信号的最大后验概率. 在高维的情形下, 利用中心极限定理以及泰勒展开式来近似和化简概率消息, 可得到如式 (2) 和式 (3) 所示的 AMP 迭代过程, 以求解目标函数式 (1):

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \eta_{\zeta}(\mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{A}^* \mathbf{z}^{(t)}) \quad (2)$$

$$\mathbf{z}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(t)} + \frac{\mathbf{z}^{(t-1)} \|\eta'_{\zeta}(\mathbf{x}^{(t-1)} + \mathbf{A}^* \mathbf{z}^{(t-1)})\|_1}{m} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{x}^{(t)}$ 是原信号 \mathbf{x} 第 t 次迭代的估计值; η_{ζ} 是软阈值操作, ζ 为阈值参数; \mathbf{A}^* 表示观测矩阵的共轭转置; $\mathbf{z}^{(t)}$ 是第 t 次迭代的残差, 其中 $\mathbf{z}^{(t-1)} \|\eta'_{\zeta}(\cdot)\|_1 / m$ 被称为 Onsager 项^[4], η'_{ζ} 为阈值函数 η_{ζ} 的导数. 迭代的初始状态为 $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{z}^{(0)} = \mathbf{y}$. 定义辅助变量 $\mathbf{q}^{(t)} = \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{A}^* \mathbf{z}^{(t)}$, 与迭代阈值算法类似, AMP 迭代可划分成 3 个步骤: (1) 更新残差 $\mathbf{z}^{(t)}$; (2) 反投影生成含噪图像 $\mathbf{q}^{(t)}$; (3) 用阈值函数 $\eta_{\zeta}(\mathbf{q}^{(t)})$ 对 $\mathbf{q}^{(t)}$ 去噪.

3 基于拉普拉斯尺度混合先验的图像 CS 重构模型

自然图像中含有丰富的相似成分, 如图 1 所示. 将图像重叠分块, 用基于欧式距离的块匹配方法^[17], 在搜索窗范围内, 可以找到一组相似的图像块. 相似块稀疏系数的联合稀疏性即为图像的非局部稀疏结构. 本文利用拉普拉斯尺度混合模型对相似块矩阵的奇异值建模, 提出一种新的非局部稀疏结构表征方法.

3.1 利用拉普拉斯尺度混合模型表征非局部稀疏结构

3.1.1 拉普拉斯尺度混合分布的定义

如果随机变量 $\theta_i = \kappa_i^{-1} u_i$, 其中 u_i 服从尺度参数为 1 的拉普拉斯分布, 即 $p(u_i) = \exp(-|u_i|)/2$, 乘子 κ_i



图1 自然图像中的非局部相似块

为一个正的随机变量,其分布为 $p(\kappa_i)$,则称随机变量 θ_i 服从拉普拉斯尺度混合分布^[20]. 假设 u_i 和 κ_i 独立,给定参数 κ_i ,随机变量 θ_i 的条件分布 $p(\theta_i | \kappa_i) = \kappa_i \exp(-\kappa_i |\theta_i|) / 2$,为一个拉普拉斯分布. 其中 κ_i 被称为逆尺度参数(即尺度参数的倒数). 拉普拉斯尺度混合分布被定义为:

$$\begin{aligned} p(\theta_i) &= \int_0^\infty p(\theta_i | \kappa_i) p(\kappa_i) d\kappa_i \\ &= \int_0^\infty \frac{\kappa_i}{2} \exp(-\kappa_i |\theta_i|) p(\kappa_i) d\kappa_i \end{aligned} \quad (4)$$

上式表明,随机变量 θ_i 的分布 $p(\theta_i)$ 由多个不同尺度参数的拉普拉斯分布累加得到,因此称其分布为拉普拉斯尺度混合分布. 对于大部分的 $p(\kappa_i)$,式(4)的积分都不容易计算, $p(\theta_i)$ 不具有解析表达式.

3.1.2 相似块矩阵奇异值的 LSM 模型

为了表征非局部稀疏结构,先将相似图像块作为列矢量构建一个二维相似块矩阵,再赋予相似块矩阵的每个奇异值一个 LSM 分布. 因为图像相似块矩阵的列矢量间具有强相关性,奇异值分解后,信号能量将集中在少数的奇异值中,所以相似块矩阵的奇异值具有稀疏性,可用拉普拉斯分布来描述. 在基于奇异值去噪算法^[22]中,图像相似块矩阵的奇异值近似满足拉普拉斯分布的结论也被验证. 本文采用 LSM 分布刻画相似块矩阵的奇异值,该分布的逆尺度参数为一个随机变量,能根据图像内容自适应调整,对自然图像具有很强的适应性.

构建奇异值 LSM 模型的过程分为 3 个步骤.(1) 构造相似块矩阵. 图 2 是相似块矩阵构造过程的示意图. 首先在搜索窗内,寻找与参考块 $R_i \mathbf{x}$ 相似的一组图像块,然后将找到的 N 个图像块 $R_{i,j} \mathbf{x}$ ($j \in [1, N]$, 包含 $R_i \mathbf{x}$) 作为列矢量,重排成一个二维矩阵 $C_i \mathbf{x} = [R_{i,1} \mathbf{x}, R_{i,2} \mathbf{x}, \dots, R_{i,N} \mathbf{x}]$, $C_i \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{M \times N}$. 其中, R_i 表示一个提取矩阵; $R_i \mathbf{x}$ 表示从图像 \mathbf{x} 的第 i 个像素位置提取得到的一个图像块; M 为一个图像块列矢量的长度,在本文中假定 $M \geq N$. (2) 获取相似块矩阵的奇异值矢量. 对矩阵 $C_i \mathbf{x}$ 实施奇异值分解 $C_i \mathbf{x} = U_i \Sigma_i V_i^T$,再取奇异值矩阵 Σ_i 的对角线元素得到奇异值矢量 $\mathbf{s}_i = [s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,N}]$,即 $\text{diag}(\Sigma_i) = \mathbf{s}_i$ (同时定义 $\text{diag}(\mathbf{s}_i) = \Sigma_i$). (3) 对奇异值建模. 每个奇异值 $s_{i,j}$, $j = 1, 2, \dots, N$ 被赋予一个 LSM

分布 $\text{LSM}(\gamma_{i,j})$:

$$\begin{aligned} p(s_{i,j}) &= \int_0^\infty p(s_{i,j} | \gamma_{i,j}) p(\gamma_{i,j}) d\gamma_{i,j} \\ &= \int_0^\infty \frac{\gamma_{i,j}}{2} \exp(-\gamma_{i,j} |s_{i,j}|) p(\gamma_{i,j}) d\gamma_{i,j} \end{aligned} \quad (5)$$

需要注意的是式(5) $p(s_{i,j} | \gamma_{i,j})$ 的位置参数为 0,说明在计算相似块矩阵 $C_i \mathbf{x}$ 的奇异值 \mathbf{s}_i 前,对相似块做了去均值的处理(如图 2 所示). 本文提出的图像先验分布为式(5)的阶乘,即 $p(\mathbf{s}) = \prod_{i=1}^G \prod_{j=1}^N p(s_{i,j})$,其中 G 为相似块组的总数. LSM 分布刻画了相似块矩阵奇异值的稀疏性,奇异值的稀疏程度又表征了图像块的相似程度,因此所提出的图像先验分布能有效地表示图像的非局部相似结构.

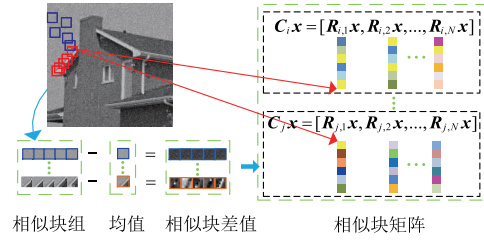


图2 构造相似块矩阵的示意图

3.2 图像 CS 重构问题的最大后验估计

压缩感知重构的任务是给定观测值估计原始信号. 本文先求关于稀疏系数 \mathbf{s} 的最大后验估计,再将稀疏系数 \mathbf{s} 变换到空域,得到最终的重构图像 \mathbf{x} . 根据贝叶斯定理,给定观测值 \mathbf{y} 推断 \mathbf{s} 的后验分布 $p(\mathbf{s} | \mathbf{y}) = p(\mathbf{y} | \mathbf{s}) p(\mathbf{s}) / p(\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} | \mathbf{s}) p(\mathbf{s})$,其中 \propto 表示正比于. 计算最大后验估计需要知道似然分布 $p(\mathbf{y} | \mathbf{s})$ 和先验分布 $p(\mathbf{s})$. 首先,根据噪声分布可以得到似然分布 $p(\mathbf{y} | \mathbf{x})$:

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{m/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2\right) \quad (6)$$

定义操作 $\phi(\mathbf{s}) = \mathbf{x}$ 代表奇异值矢量 \mathbf{s} 从 SVD 域变换到空域得到图像 \mathbf{x} 的过程,分为两步:(1) 相似块矩阵 $C_i \mathbf{x} = U_i \Sigma_i V_i^T$, $i = 1, 2, \dots, G$,即可得到若干图像块;(2) 对重叠区域的像素求平均,获得最终的重构图像 \mathbf{x} . 因为图像块的划分是重叠的,同一像素可以被划分到多个相似块组中,如图 2 中的红色箭头所示,所以在重构时需进行求平均操作. 将 $\phi(\mathbf{s}) = \mathbf{x}$ 代入式(6),得到给定稀疏系数 \mathbf{s} ,观测值 \mathbf{y} 的条件分布 $p(\mathbf{y} | \mathbf{s})$:

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{s}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{m/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\phi(\mathbf{s})\|_2^2\right) \quad (7)$$

然后,图像的先验分布对应了 SVD 域稀疏系数 \mathbf{s} 的统计分布 $p(\mathbf{s}) = \prod_{i=1}^G \prod_{j=1}^N p(s_{i,j})$. 最后,根据贝叶斯公式,稀疏系数 \mathbf{s} 最大后验估计值的计算公式为:

$$\hat{s} = \arg \min_s \{ -\log p(\mathbf{y} | \mathbf{s}) - \log p(\mathbf{s}) \} \quad (8)$$

因为存在潜变量 $\boldsymbol{\gamma}$, $p(\mathbf{s})$ 难以获得解析表达式, 所以难以直接求解 MAP 估计. 对于包含潜变量的参数估计问题, 可以通过期望最大化算法求解.

4 基于期望最大化和近似消息传递的 CS 重构算法

4.1 LSM 模型参数的期望最大化估计

采用期望最大化 (EM) 算法^[23] 可实现 LSM 模型的逆尺度参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 和稀疏系数 \mathbf{s} 的交替优化. 根据 Jensen 不等式, $-\log p(\mathbf{s} | \mathbf{y})$ 的上界 $J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s})$ 为:

$$J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s}) := -\log p(\mathbf{y} | \mathbf{s}) - \int_{\boldsymbol{\gamma}} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\gamma}) \log \frac{p(\mathbf{s}, \boldsymbol{\gamma})}{\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\gamma})} d\boldsymbol{\gamma} \geq -\log p(\mathbf{s} | \mathbf{y}) \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} \log p(\mathbf{s}, \boldsymbol{\gamma}) &= \log p(\mathbf{s} | \boldsymbol{\gamma}) + \log p(\boldsymbol{\gamma}) \\ &= \sum_{i=1}^G \sum_{j=1}^N (-\gamma_{i,j} |s_{i,j}| + \log \frac{\gamma_{i,j}}{2}) + \log p(\boldsymbol{\gamma}) \end{aligned} \quad (10)$$

上界 $J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s})$ 的最小值也就是后验概率 $p(\mathbf{s} | \mathbf{y})$ 的最大值. 交替优化 $J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s})$ 中的 \boldsymbol{Q} 和 \mathbf{s} 构成了 EM 算法的 E 步和 M 步:

$$\text{E 步: } \boldsymbol{Q}^{(t+1)} = \arg \min_{\boldsymbol{Q}} J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s}^{(t)}) \quad (11)$$

$$\text{M 步: } \mathbf{s}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{s}} J(\boldsymbol{Q}^{(t+1)}, \mathbf{s}) \quad (12)$$

其中, E 步对应了 LSM 模型中的逆尺度参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计问题, M 步则是稀疏系数 \mathbf{s} 的重构问题.

E 步和 M 步可以进一步化简. 首先, 化简 E 步. 从 Jensen 不等式中可以看出, 当函数 $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\gamma}) = p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s})$ 时, 不等式取等号, 此时 $J(\boldsymbol{Q}, \mathbf{s}^{(t)})$ 存在最小值, 因此 E 步化简为:

$$\boldsymbol{Q}^{(t+1)} = p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)}) \quad (13)$$

然后, 化简 M 步. 将式(7)、式(10)代入 $J(\boldsymbol{Q}^{(t+1)}, \mathbf{s})$, 移除一些常数后得到化简后的 M 步:

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{s}} \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\mathbf{s})\|_2^2}{2\sigma^2} + \sum_{i,j} \langle \gamma_{i,j} \rangle_{\boldsymbol{Q}^{(t+1)}} |s_{i,j}| \quad (14)$$

其中, $\langle \gamma_{i,j} \rangle_{\boldsymbol{Q}^{(t+1)}}$ 为关于分布 $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\gamma})$ 的数学期望, 即 $\langle \gamma_{i,j} \rangle_{\boldsymbol{Q}^{(t+1)}} = \int_{\boldsymbol{\gamma}} \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\gamma}) d\boldsymbol{\gamma}$. 由 E 步, $\boldsymbol{Q}^{(t+1)} = p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)})$, 因此数学期望 $\langle \gamma_{i,j} \rangle_{\boldsymbol{Q}^{(t+1)}} = \langle \gamma_{i,j} \rangle_{p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)})}$, 记为 $\tau_{i,j}$.

计算数学期望 $\tau_{i,j} = \langle \gamma_{i,j} \rangle_{p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)})}$ 必须知道 $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j} | s_{i,j})$ 的具体分布. $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j} | s_{i,j})$ 是给定稀疏系数 $s_{i,j}$, 估计逆尺度参数 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$ 的后验分布. 根据贝叶斯定理, 需要知道似然分布 $p(s_{i,j} | \boldsymbol{\gamma}_{i,j})$ 和逆尺度参数 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$ 的先验分布 $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j})$, 才能求解后验分布 $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j} | s_{i,j})$. 式(5)给出了似然分布 $p(s_{i,j} | \boldsymbol{\gamma}_{i,j})$, 它是一个拉普拉斯分布. 已知伽马分布是拉

普拉斯分布的共轭分布, 如果假设逆尺度参数 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$ 的先验分布 $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j})$ 为伽马分布, 参数为 α 和 β , 那么根据贝叶斯定理, 后验分布 $p(\boldsymbol{\gamma}_{i,j} | s_{i,j})$ 也是一个伽马分布, 参数为 $\alpha + 1$ 和 $\beta + |s_{i,j}|$, 它的数学期望 $\tau_{i,j}$ 为:

$$\tau_{i,j} = \langle \gamma_{i,j} \rangle_{p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)})} = \frac{(\alpha + 1)}{(\beta + |s_{i,j}|)} \quad (15)$$

因为相似块矩阵的奇异值服从 LSM 分布, 尺度因子又服从伽马分布, 所以本文的 CS 重构模型实际上是一个层次化的贝叶斯模型, 如图 3 所示.

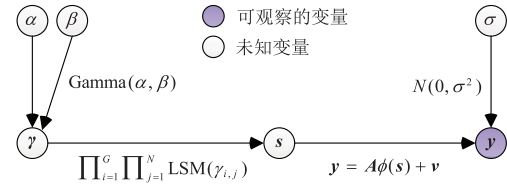


图3 分层结构的信号模型

4.2 近似消息传递算法实现图像的重构

当得到数学期望 $\tau_{i,j}$, 关于稀疏系数 \mathbf{s} 的奇异值最小化问题即式(14)可通过多种 CS 重构算法求解, 如前向后分裂算法^[24] 和稀疏梯度投影算法^[25] 等. 本文采用 AMP 算法实现稀疏系数 \mathbf{s} 的重构, 进而恢复出图像 \mathbf{x} . 将数学期望 $\tau_{i,j} = \langle \gamma_{i,j} \rangle_{p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{s}^{(t)})}$ 代入式(14), 得到如下关于稀疏系数 \mathbf{s} 的目标函数:

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{s}} \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\mathbf{s})\|_2^2 + \sum_{i,j} \tau_{i,j} |s_{i,j}| \quad (16)$$

对比目标函数式(16)和式(1)发现, 两者保真项相同而约束项不同. 因为约束项对应了阈值函数, 所以应用 AMP 算法求解式(16)时, 原来的阈值函数变成一个 SVD 域的邻近去噪算子 $\ell(\mathbf{q}^{(t)})$:

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{s}} \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x} - \mathbf{q}^{(t)}\|_2^2 + \sum_{i,j} \tau_{i,j} |s_{i,j}| =: \ell(\mathbf{q}^{(t)}) \quad (17)$$

将图像 \mathbf{x} 转换到 SVD 域, 以便移除上式中的变量 \mathbf{x} . 首先, 对图像 \mathbf{x} 和构造相似块矩阵 $\mathbf{X}_i = \mathbf{C}_i \mathbf{x}$ 和 $\mathbf{Q}_i^{(t)} = \mathbf{C}_i \mathbf{q}^{(t)}$, 则 $\|\mathbf{x} - \mathbf{q}^{(t)}\|_2^2 = \sum_{i=1}^G \|\mathbf{X}_i - \mathbf{Q}_i^{(t)}\|_F^2 / c$. 其中, 因子 c 表示由于重叠分块, 图像块经多次累加后 $Z \sum_{i=1}^G \|\mathbf{X}_i - \mathbf{Q}_i^{(t)}\|_F^2$ 项比 $\|\mathbf{x} - \mathbf{q}^{(t)}\|_2^2$ 项增加的能量; $\|\mathbf{X}\|_F$ 表示矩阵 \mathbf{X} 的 Frobenius 范数, 等于矩阵全部元素平方和的平方根. 然后, 令 $\boldsymbol{\rho}_i = [\rho_{i,1}, \rho_{i,2}, \dots, \rho_{i,N}]$ 表示相似块矩阵 $\mathbf{Q}_i^{(t)}$ 的奇异值矢量, 又已知 $\mathbf{s}_i = [s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,N}]$ 为 \mathbf{X}_i 的奇异值矢量, 可利用矩阵的迹的形式, 对 Frobenius 范数项 $\|\mathbf{X}_i - \mathbf{Q}_i^{(t)}\|_F^2$ 进一步展开. 根据 von Neumann 迹不等式^[26], 矩阵 $(\mathbf{Q}_i^{(t)})^T \mathbf{X}_i$ 的迹

$$\begin{aligned} \text{tr}((\mathbf{Q}_i^{(t)})^T \mathbf{X}_i) \text{ 的上界为 } \sum_{j=1}^N \rho_{i,j} s_{i,j}, \text{ 则有:} \\ \|\mathbf{X}_i - \mathbf{Q}_i^{(t)}\|_F^2 = \text{tr}((\mathbf{Q}_i^{(t)})^T \mathbf{Q}_i^{(t)}) - 2\text{tr}((\mathbf{Q}_i^{(t)})^T \mathbf{X}_i) + \\ \text{tr}((\mathbf{X}_i)^T \mathbf{X}_i) \\ \leq \sum_{j=1}^N \rho_{i,j}^2 - 2 \sum_{j=1}^N \rho_{i,j} s_{i,j} + \sum_{j=1}^N s_{i,j}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17),得到一个关于稀疏系数 s 的奇异值最小化问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(t+1)} = \arg \min_s \sum_{i,j} \left\{ \frac{\rho_{i,j}^2 - 2\rho_{i,j}s_{i,j} + s_{i,j}^2}{2c\delta^2} + \tau_{i,j} |s_{i,j}| \right\} \\ = \arg \min_s \sum_{i,j} (s_{i,j} - \rho_{i,j} + c\delta^2 \tau_{i,j})^2 \end{aligned} \quad (19)$$

对 $s_{i,j}$ 的求导,并令导数值为 0,得到 $s_{i,j}$ 的最优解为:

$$s_{i,j}^{(t+1)} = \max(\rho_{i,j} - c\delta^2 \tau_{i,j}, 0) \quad (20)$$

其中,噪声方差 σ^2 由最大似然估计得到^[4],即 $\sigma^2 = \|\mathbf{z}^{(t)}\|_2^2/m$. 从上式可以看出,由于每个奇异值被赋予了尺度参数可变的 LSM 分布,在重构时每个稀疏系数的阈值参数 $c\delta^2 \tau_{i,j}$,根据噪声和信号内容调整,说明算法能实现解的自适应性. 将重构出的奇异值矢量 $\mathbf{s}_i^{(t+1)}$, $i = 1, 2, \dots, G$ 与相应的奇异值矩阵相乘,得到相似块矩阵 $\mathbf{X}_i^{(t+1)} = \mathbf{U}_i \text{diag}(\mathbf{s}_i^{(t+1)}) \mathbf{V}_i^T$. 最后对重叠的图像块求平均,重构出第 $t+1$ 次迭代的图像 $\mathbf{x}^{(t+1)}$.

最后采用蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 方法估计 Onsager 校正项中的导数运算,通过在 $\mathbf{q}^{(t)}$ 附近用多组随机数检测平均变化率的方式来近似导数 $\ell'(\mathbf{q}^{(t)})$. 该方法也被用来估计 BM3D 去噪器导数值,可参见文献[27]的式(21). 算法 1 归纳了本文算法的求解过程.

算法 1 基于 LSM 先验的 AMP 重构算法

输入: $\mathbf{y}, \mathbf{A}, \mathbf{T}, \alpha, \beta, c, \sigma^2, \mathbf{x}^{(0)} = 0, \mathbf{z}^{(0)} = \mathbf{y}$

for $t = 1$ to T do

(a) Onsager 项近似, MC 法估计 $\mathbf{z}^{(t)} \|\ell'(\mathbf{q}^{(t)})\|_2/m$.

(b) 残差更新, $\mathbf{z}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{z}^{(t-1)} \|\ell'(\mathbf{q}^{(t-1)})\|_2/m$.

(c) 反投影生成含噪图像 $\mathbf{q}^{(t)}, \mathbf{q}^{(t)} = \mathbf{x}^{(t)} + \mathbf{A}^* \mathbf{z}^{(t)}$.

(d) 计算邻近去噪算子 $\ell(\mathbf{q}^{(t)})$, 即求解 (16) 式:

for $i = 1$ to G do

(I) 相似图像块聚类构成二维矩阵, 去均值后得到 $\mathbf{Q}_i^{(t)}$.

(II) 对 $\mathbf{Q}_i^{(t)}$ 奇异值分解得到奇异值矢量 $\mathbf{s}_i, \mathbf{Q}_i^{(t)} =$

$$\mathbf{U}_i \text{diag}(\mathbf{s}_i) \mathbf{V}_i^T.$$

(III) EM 算法估计逆尺度参数 $\gamma_{i,j}$ 的数学期望 $\tau_{i,j} = (\alpha + 1)/(\beta + |s_{i,j}^{(t)}|)$, $j = 1, 2, \dots, N$, 并估计噪声方差 $\sigma^2 = \|\mathbf{z}^{(t)}\|_2^2/m$.

(IV) 计算奇异值矢量 \mathbf{s}_i 的最优重构估计值 $s_{i,j}^{(t+1)} = \max(\rho_{i,j} - c\delta^2 \tau_{i,j}, 0)$, $j = 1, 2, \dots, N$, 重构出相似块矩阵 $\mathbf{X}_i^{(t+1)} = \mathbf{U}_i \text{diag}(\mathbf{s}_i^{(t+1)}) \mathbf{V}_i^T$.

(V) if $i = G, \mathbf{X}_i^{(t+1)}$ 加上均值后, 对重叠的图像块求平均, 得到重构图像 $\mathbf{x}^{(t+1)}$.

end for

end for

5 实验结果与分析

首先通过与拉普拉斯先验比较验证 LSM 先验的有效性, 然后与其它 6 种现有重构算法比较, 验证本文算法的客观质量和主观质量. 参与比较的算法包括原始 AMP 算法^[4], 基于树稀疏的两种算法 WaTMRI^[10] 和 Turbo-AMP^[11] 以及基于非局部稀疏的 3 种算法 NLR-CS^[14]、BM3D-CS^[16] 和 BM3D-AMP^[15]. 实验测试图像为如图 4 所示的 22 幅 128×128 的自然图像. 实验中, 先对图像进行二维 CS 观测, 再由重构算法来恢复. 其中观测矩阵 \mathbf{A} 为部分傅里叶矩阵^[10]. 与现有重构算法比较的实验在无噪和有噪两种环境下进行, 当观测值 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v}$ 中噪声 \mathbf{v} 的方差为非零时为有噪观测, 反之则为无噪观测. 所有实验均在 Matlab R2014a 平台上运行. 使用的计算机 CPU 型号为 AMD A10-5800K 3.80GHz.



图4 22幅测试图像

实验参数设置分为三个部分. (1) 根据算法的收敛情况设定迭代次数, 其中 Turbo-AMP、BM3D-CS 及 NLR-CS 分别为 20 次、100 次及 250 次, 其余算法为 50 次. (2) 对于参与比较的算法, 使用参考代码的默认设置, 除了对 WaTMRI 算法的正则化因子调试为 0.8 和 0.35. (3) 本文算法需设置先验分布和相似块矩阵构造模块的参数. ① 逆尺度参数所服从的伽马分布参数为 $\alpha = 1, \beta = 0.01$. ② 阈值参数根据经验值设定为 $c = 2.6$. ③ 考虑到过大的图像块在寻找相似块时存在困难, 而过小的图像块难以表达图像的内容, 因此图像块的尺寸设为 6×6 . ④ 一个相似块组中包含的图像块个数为 36 个. ⑤ 由于离参考块较近的区域容易找到相似块, 且搜索速度较快, 因此搜索窗的尺寸设置为 30×30 . ⑥ 考虑了时间因素, 两个参考图像块的间隔设为 5 个像素.

5.1 LSM 先验与拉普拉斯先验的比较实验

为了验证本文算法所采用的 LSM 先验模型优于普通的拉普拉斯先验模型, 实验比较了基于这两者的重构算法的客观质量. 将算法 1 中逆尺度参数的数学期望设置为常数值即得到基于拉普拉斯先验模型的重构算法. 综合了不同类型图像和不同采样率的重构结果, 该常数值设为 0.25. 以峰值信噪比 (PSNR)^[14,15] 作为评价指标, 在 16%、18%、20%、22% 和 24% 共 5 个采样率下, 对图 4 所示的 22 幅测试图像进行 5 次随机无噪观测和重构. 图 5 给出了基于 LSM 先验和拉普拉斯先验的两种重构算法的 PSNR 散点图. 图中点的 x 坐标和 y 坐标表示对同一幅图像分别采用 LSM 先验的算法和采

用拉普拉斯先验的算法得到的 PSNR 值. 从图中可以看到在各种情况下采用 LSM 先验的算法都优于采用拉普拉斯先验的算法, 这验证了 LSM 先验比普通的拉普拉斯先验能更有效地表达图像的高阶先验信息. 这是因为 LSM 先验的逆尺度参数为一个随机变量, 能根据图像内容自适应调整, 对自然图像具有更强的适应性.

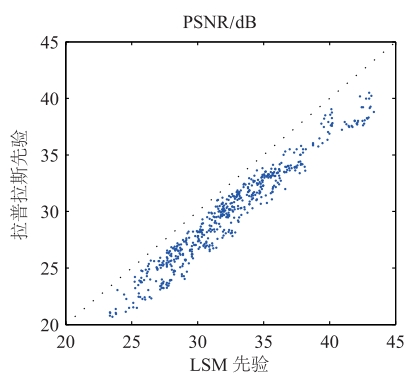


图5 基于LSM和拉普拉斯先验的重构算法的PSNR对比

5.2 无噪观测下与现有算法的比较实验

5.2.1 客观质量评价

在无噪观测环境下, 比较了 7 种算法在 5 个采样率下的重构客观质量, 如图 6 和图 7 所示. 因为采用随机观测方式, 重构结果存在一定随机性, 为降低随机性, 对每幅图像进行 5 次随机观测和重构, 再计算 PSNR 的平均值. 图 6 给出了算法的 PSNR 平均值, 可以看到: (1) 本文算法在每个采样率下的 PSNR 平均值都高于其它算法; (2) 基于非局部稀疏的 4 种重构算法比基于树稀疏约束的两种算法, 以及采用小波稀疏约束的原始 AMP 算法的 PSNR 平均值更高, 说明非局部稀疏结构更适合作为自然图像的先验信息. 本文算法的 PSNR 比排在第二位的 BM3D-AMP 算法平均提高了 0.98dB, 而比原始 AMP 算法平均提高了 6.04dB. 图像稀疏特性的高阶统计分布的准确估计是本文算法获得更佳重构质量的原因. 图 7 给出了对 Barbara 图像使用各种算法重构的 PSNR 平均值, 从图中观察到的规律与图 6 的基本相符.

图 8 是 20% 采样率下 PSNR 平均值随迭代次数变化的曲线, 验证了本文算法的收敛性. 由于本文算法基于 EM 算法框架, 交替更新 LSM 模型参数和图像的 AMP 重构, 因此可以保证算法收敛. 由于 BM3D-CS 和 NLR-CS 的迭代次数远多于其余算法, 分别为 100 和 250 次, 为集中显示所有算法, 对这两者的 PSNR 结果进行了等间隔采样.

5.2.2 主观质量评价

以 Barbara 图像为例, 图 9 给出了 20% 采样率下各种算法的 PSNR 随迭代次数变化曲线, 图 10 则是与图 9 对应的各种算法的重构图像. 从图 10 中可以看出, 基于非局部稀疏的 4 种重构算法比基于树稀疏约束的两种

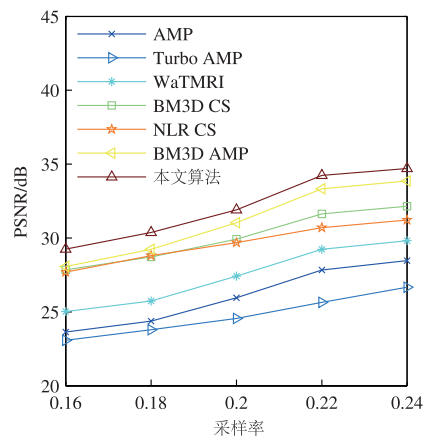


图6 不同采样率下各种算法的PSNR平均值

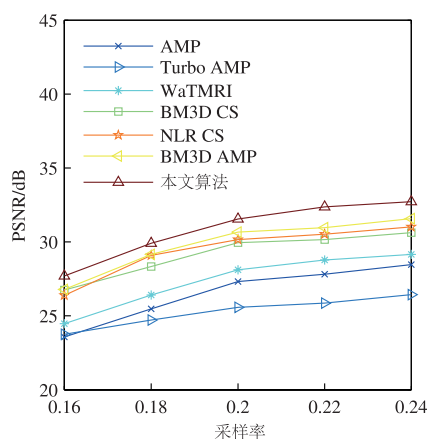


图7 不同采样率下各种算法的PSNR平均值 (Barbara图像)

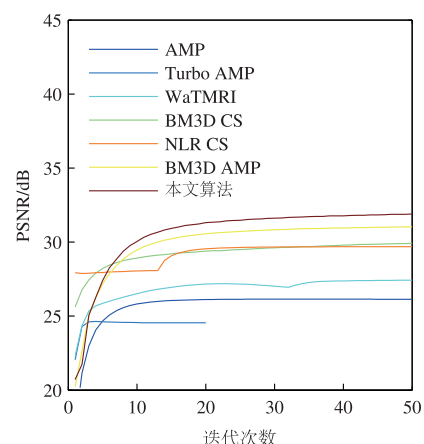


图8 20%采样率下的PSNR平均值~迭代次数曲线

算法和原始 AMP 算法的重构图像更清晰. 在基于非局部稀疏的 4 种重构算法中, 本文算法在细节纹理方面如头巾区域和背景纹理区域恢复得更好. 本文算法中每个奇异值被赋予了不同尺度参数的 LSM 分布, 能够对每个奇异值自适应地实施不同程度的约束, 因此能获得更好的细节保持能力.

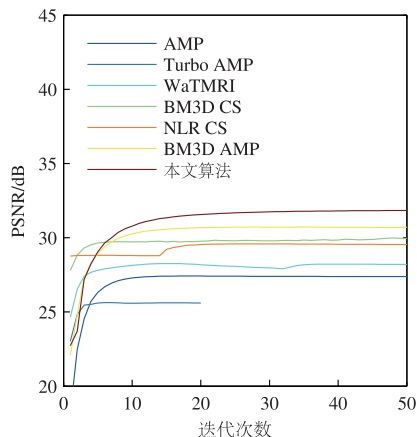


图9 20%采样率下的PSNR~迭代次数曲线(Barbara图像)

5.3 有噪观测下与现有算法的比较实验

5.3.1 客观质量评价

为了测试本文算法对噪声的鲁棒性,实验还比较了各种算法在含噪观测情况下的重构质量.以采样率20%为例,图11中给出了4种噪声标准差 σ 下各种算法的PSNR平均值.因为BM3D-CS算法的重构原理没有考虑噪声的因素,所以它未包含在有噪观测的实验中.从图11中可以看到,在存在观测噪声的情况下,每种算法的重构质量都存在不同程度的下降.其中当 $\sigma = 10$ 时,本文算法比无噪时平均降低了3.60dB.但是在所有采样率下,基于非局部稀疏的重构算法的PSNR平均值比其它算法更高一些,而本文算法仍然最高.与原始AMP和BM3D-AMP算法相比,引入LSM模型后,本文算法分别获得了4.45dB和0.54dB的平均增益,说明本文算法对噪声具有更好的鲁棒性.



图10 20%采样率下各种算法重构的Barbara图像,自上到下从左到右分别为原图、AMP(27.38dB)、Turbo-AMP(25.61dB)、WaTMRI(28.21dB)、BM3D-CS(29.97dB)、NLR-CS(29.55dB)、BM3D-AMP(30.71dB)和本文算法(31.84dB)的重构图像

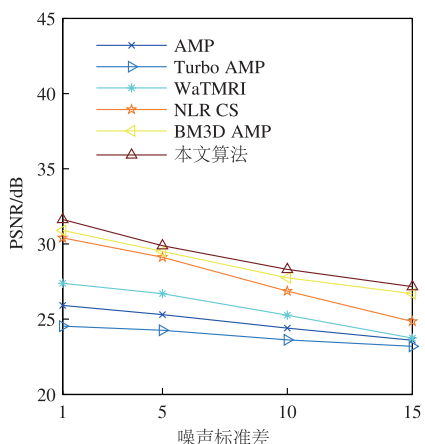


图11 不同噪声强度下各种算法的PSNR平均值

5.3.2 主观质量评价

图12和图13分别是噪声标准差为10,采样率为20%时,各种算法对Barbara图像重构的PSNR迭代曲线和主观视觉图.与无噪观测时的图9和图10重构结果相比,在含噪观测时,每种算法的重构图像的质量都下降了.在观测噪声的影响下,大部分算法的重构图像中都包含有若干噪声点或假纹理.相比之下,BM3D-AMP算法和本文算法的重构结果较为理想,然而本文算法的细节保持能力又优于BM3D-AMP算法,例如对背景纹理的恢复本文算法更加理想.这说明本文算法在滤除噪声的同时,还能保存更多的图像细节.

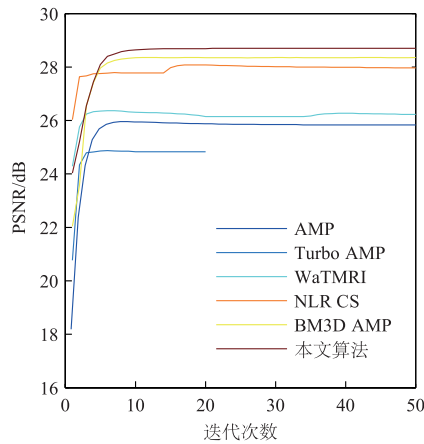


图12 PSNR~迭代次数曲线(Barbara图像, 20%采样率, $\sigma=10$)



图13 $\sigma=10, 20\%$ 采样率下各种算法重构的Barbara图像, 自上到下从左到右分别为原图、AMP(25.90dB)、Turbo-AMP(24.83dB)、WaTMRI(26.23dB)、NLR-CS(27.95dB)、BM3D-AMP(28.36dB)和本文算法(28.70dB)的重构图像

6 结论

针对自然图像的压缩感知重构问题, 本文提出了一种结构化的近似消息传递重构算法. 首先, 拓展了拉普拉斯尺度混合模型, 使得它能够表征图像的非局部稀疏先验; 然后, 该非局部先验被引入近似消息传递重构算法中, 改善了近似消息传递算法对自然图像重构的质量. 利用期望最大化算法, LSM 先验模型的参数得以准确估计, 使得近似消息传递算法在重构稀疏系数时, 能够获得可靠的结构先验信息, 从而实现更准确的图像重构. 实验结果验证了 LSM 先验模型的引入对改善原始 AMP 算法重构质量的有效性, 且比其它基于非局部稀疏结构的压缩感知重构算法具有更好的细节保持能力.

参考文献

- [1] 余晓东, 雷英杰, 岳韶华, 等. 基于粒子群优化的直觉模糊核匹配追踪算法[J]. 电子学报, 2015, 43(7): 1308-1314.
- [2] Yu Xiao-dong, Lei Ying-jie, Yue Shao-hua, et al. Research of PSO-based intuitionistic fuzzy kernel matching pursuit algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(7): 1308-1314. (in Chinese)
- [3] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.
- [4] He L, Carin L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(9): 3488-3497.
- [5] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing: I. Motivation and construction[A]. Proceedings of Information Theory Workshop[C]. Cairo, Egypt: IEEE Press, 2010. 1-5.
- [6] Rangan S. Generalized approximate message passing for estimation with random linear mixing[A]. Proceedings of IEEE Int Symp Information Theory[C]. St Petersburg, Russia: IEEE Press, 2011. 2168-2172.
- [7] Vila J P, Schniter P. Expectation-maximization Gaussian-mixture approximate message passing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2013, 61(19): 4658-4672.
- [8] Basarab, Kouame D, Bull D R, et al. Compressive imaging using approximate message passing and a Cauchy prior in the wavelet domain[A]. Proceedings of IEEE Int Conf Image Processing (ICIP)[C]. Phoenix, Arizona: IEEE Press, 2016. 2514-2518.
- [9] Donoho D L, Johnstone I, Montanari A. Accurate prediction of phase transitions in compressed sensing via a connection to minimax denoising[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2013, 59(6): 3396-3433.
- [10] Chen C, Huang J. Exploiting the wavelet structure in compressed sensing MRI[J]. Magnetic Resonance Imaging, 2014, 32(10): 1377-1389.
- [11] Som S, Schniter P. Compressive imaging using approximate message passing and a Markov-tree prior[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2012, 60(7): 3439-3448.
- [12] Hua K, Hidayati S C, He F, et al. Context-aware joint dictionary learning for color image demosaicking[J]. Journal of Visual Communication & Image Representation, 2016, 38(C): 230-245.
- [13] 沈燕飞, 朱珍民, 张勇东, 等. 基于秩极小化的压缩感知图像恢复算法[J]. 电子学报, 2016, 44(3): 572-579.
- [14] Shen Yan-fei, Zhu Zhen-min, Zhang Yong-dong, et al. Compressive sensing image reconstruction algorithm based

- on rank minimization [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(3):572–579. (in Chinese)
- [14] Dong W, Shi G, Li X, et al. Compressive sensing via non-local low-rank regularization [J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2014, 23(8):3618–3632.
- [15] Metzler C, Maleki A, Baraniuk R G. BM3D-AMP: A new image recovery algorithm based on BM3D denoising [A]. *Proceedings of IEEE Int Conf Image Processing (ICIP) [C]*. Quebec City, QC: IEEE Press, 2015. 3116–3120.
- [16] Egiazarian K, Foi A, Katkovnik V. Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering [A]. *Proceedings of IEEE Int Conf Image Processing (ICIP) [C]*. San Antonio, Texas: IEEE Press, 2007. I-549–I-552.
- [17] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3-d transform-domain collaborative filtering [J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2007, 16(8):2080–2095.
- [18] Mairal J, Bach F, Ponce J, Sapiro G. Non-local sparse models for image restoration [A]. *Proceedings of IEEE Int Conf Computer Vision (ICCV) [C]*. Kyoto, Japan: IEEE Press, 2009. 2272–2279.
- [19] Dong W, Shi G, Ma Y. Image restoration via simultaneous sparse coding: where structured sparsity meets gaussian scale mixture [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2015, 114(2):217–232.
- [20] Garrigues P, Olshausen B A. Group sparse coding with a Laplacian scale mixture prior [A]. *Proceedings of Advances in Neural Information Processing Systems [C]*. Hyatt Regency, Vancouver: IEEE Press, MIT Press, 2010. 676–684.
- [21] Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso [J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 1996, 58(1):267–288.
- [22] Dong W, Shi G, Li X. Nonlocal image restoration with bilateral variance estimation: a low-rank approach [J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2013, 22(2):700–711.
- [23] Dempster A, Laird N M, Rubin D B. Maximum-likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1977, 39(1):1–17.
- [24] Combettes P L, Pesquet J C. A proximal decomposition method for solving convex variational inverse problems [J]. *Inverse Problems*, 2008, 24(6):1–27.
- [25] Wright S, Nowak R, Figueiredo M. Sparse reconstruction by separable approximation [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2009, 57(7):2479–2493.
- [26] Gu S, Xie Q, Meng D, et al. Weighted nuclear norm minimization and its applications to low level vision [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2017, 121(2):183–208.
- [27] Metzler C, Maleki A, Baraniuk R. From denoising to compressed sensing [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2016, 62(9):5117–5144.

作者简介



谢中华 男, 1985 年生于广西钦州. 博士研究生, 研究方向为压缩感知、多维信号重建.



马丽红(通信作者) 女, 1965 年生于广东佛山. 教授, 博士生导师, 研究方向为模式识别、图像与视频信号处理.
E-mail: eelhma@scut.edu.cn