

基于最小二乘代价函数的卷积码盲识别方法

于沛东, 彭 华, 巩克现, 陈泽亮

(解放军信息工程大学, 河南郑州 450002)

摘 要: 卷积码的盲识别是级联码、Turbo 码等高性能编码盲识别的基础, 这要求卷积码盲识别方法具有较高的抗噪能力. 使用接收解调的软判决信息是提高抗噪能力的关键. 本文首先通过理论分析, 从概率分布的角度解释现有软判决方法抗噪能力不足的原因, 即汉明重量较小的候选解向量会严重削弱现有方法的识别正确概率. 然后, 提出一种基于最小二乘代价函数的解决方案, 理论证明它能够有效减轻汉明重量对识别性能的影响. 最后, 通过仿真实验, 对理论分析的结论进行验证. 理论和实验表明, 所提的新方法能将卷积码盲识别的抗噪能力提升约 1dB.

关键词: 编码盲识别; 卷积码; Walsh-Hadamard 变换; 对数似然比 (LLR); 最小二乘

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)07-1545-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.002

Blind Recognition of Convolutional Codes Based on Least-Square Cost-Function

YU Pei-dong, PENG Hua, GONG Ke-xian, CHEN Ze-liang

(PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: Blind recognition of convolutional codes is the basis for recognition of certain high performance codes including concatenated and Turbo Code. It requires that the recognition methods for convolutional codes should have strong robustness against channel noise. The key to such purpose is to make use of the received soft information. Firstly, this paper gives a probabilistic analysis about the reason why the existing methods using soft information performs no better than the method based on hard information. The reason is that the candidate solution vectors of low Hamming weights seriously deteriorate the correct recognition probability. Then, a solution based on least-square cost function is proposed for this problem. Theoretical analysis proves that the impact of low Hamming weights can be effectively reduced. Finally, the theoretical results are verified by simulation experiments. Both the theory and the simulations show that, for blind recognition of convolutional codes, the proposed method improves the robustness against noise by about 1dB.

Key words: blind recognition of codes; convolutional code; Walsh-Hadamard Transform; log-likelihood ratio (LLR); least square

1 引言

信道编码盲识别技术是智能通信、信号截获等领域的关键技术之一, 近年来得到了广泛关注和深入研究, 针对卷积码、分组码、Turbo 码、LDPC 码、交织、扰码等各类编码的盲识别研究均取得了一定的成果^[1-3]. 卷积码是一类简单实用且性能优良的编码, 其盲识别技术具有重要的理论和应用意义. 卷积码常作为级联码、Turbo 码等高性能编码的子码, 例如 Turbo 码通常以递归系统卷积 (Recursive Systematic Convolutional, RSC) 码

为其子码, 正确识别 RSC 子码是识别 Turbo 码交织器的前提^[4,5]. Turbo 码具有优良的纠错性能, 常工作于低信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 的环境, 这就要求卷积码盲识别方法具有很强的抗噪能力. 在现有方法的基础上, 本文研究如何进一步提高卷积码盲识别的抗噪能力.

现有方法可分为两类, 分别使用接收解调的硬判决序列和软判决序列. 前者包括基于矩阵秩亏的方法^[6,7]、基于矩阵分析求解校验序列的方法^[8]、欧几里德分析法^[9]等, 这些方法使用接收比特序列构造矩阵

并分析其代数结构,或直接考察接收比特间的代数关系.它们通常要求接收序列中存在较长的无误码片段,才能实现正确的识别.因此,这些方法的抗噪能力较弱.此外,使用硬判决的方法还包括基于校验关系成立个数的穷举法^[10,11],它可通过 Walsh-Hadamard 变换(Walsh-Hadamard Transform, WHT)快速实现^[10].该方法本质上是一种基于验证和统计的方法,在上述方法中具有最强的抗噪能力^[11].

接收解调软判决中不仅含有硬判决符号信息,还包含该符号的可靠度信息.因此,使用软判决数据可以实现对接收信息的更充分利用,从而提高算法的抗噪能力.例如在信道编译码领域,使用软判决的译码算法抗噪能力明显优于使用硬判决的算法.近年来,在编码盲识别的研究中,人们也逐渐认识到软判决数据的作用,提出了一些使用软判决的盲识别方法^[12-16],包括基于对数似然比(Log-Likelihood Ratio, LLR)的方法^[12-14]、基于似然差(Likelihood Difference, LD)的方法^[15]和基于最小二乘(Least Square, LS)最优化求解的方法^[16]等.然而,这些方法应用于卷积码盲识别时,其抗噪能力仅与使用硬判决的 WHT 方法相当^[14]甚至更弱(见本文的分析和实验结果),软判决信息并未发挥出提高算法抗噪能力的作用.针对这一问题,本文继续研究使用软判决的盲识别方法.首先,通过理论分析,对已有方法出现上述问题的原因进行解释;进而提出一种解决方案,克服已有方法存在的问题,充分发挥软判决的作用,实现卷积码盲识别抗噪能力的提升.

2 卷积码识别问题模型及求解原理

对于参数为 (n, k, m) 的卷积码,其编码器的存储深度为 m ,每时刻输入 k 个信息比特,输出 n 个编码比特.若用 D 表示单位延时,则编码过程可用多项式描述为

$$s(D) \cdot G(D) = c(D) \quad (1)$$

其中, $s(D)$ 和 $c(D)$ 分别为 k 路信息序列和 n 路编码序列的多项式向量,生成矩阵 $G(D)$ 为 $k \times n$ 的多项式矩阵,其多项式次数不高于 m .本文中,多项式系数均来自二元域 $GF(2)$,二元域元素之间的加法均为模2加法运算.简单起见,本文针对实际应用较多的 $(2, 1, m)$ 卷积码进行论述.于是有 $s(D) = [s_0, s_1, s_2, \dots]$, $c(D) = [c_1(D), c_2(D)]$,其中

$$\begin{cases} s(D) = s_0 + s_1 D + \dots + s_i D^i + \dots \\ c_j(D) = c_{j,0} + c_{j,1} D + \dots + c_{j,i} D^i + \dots, j=1, 2 \end{cases} \quad (2)$$

系数 $(s_0, s_1, s_2, \dots) = \mathbf{s}$ 为信息序列, $(c_{j,0}, c_{j,1}, c_{j,2}, \dots) = \mathbf{c}_j$ 为编码序列.对于普通的 $(2, 1, m)$ 卷积码,有

$$G(D) = [g_1(D), g_2(D)] \quad (3)$$

对于 $(2, 1, m)$ RSC码,则有

$$G(D) = \left(1, \frac{g_2(D)}{g_1(D)} \right) = \frac{1}{g_1(D)} [g_1(D), g_2(D)] \quad (4)$$

其中, $g_j(D) = \sum_{i=0}^m g_{j,i} D^i (j=1, 2)$ 为生成多项式.

编码序列 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2$ 经并-串转换和数字调制等处理后,通过 AWGN 信道进行传输.记相应的接收软判决序列分别为 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$,其中 $\mathbf{r}_j = (r_{j,0}, r_{j,1}, \dots, r_{j,N-1})$,其长度为 N ,接收序列总长度为 $2N$.设发送方使用 BPSK 调制(比特“0”映射成“+1”,比特“1”映射成“-1”),则有 $r_{j,i} = (1 - 2c_{j,i}) + w_{j,i}$,其中 $w_{j,i}$ 是均值为0、方差为 σ^2 的高斯白噪声.对 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 作硬判决,得到的序列记为 $\mathbf{c}'_1, \mathbf{c}'_2$.盲识别的核心任务是识别生成多项式,即利用接收序列 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 或 $\mathbf{c}'_1, \mathbf{c}'_2$,识别 $g_1(D), g_2(D)$ 的所有系数.

对任意 (n, k, m) 卷积码,存在 $(n-k) \times n$ 校验矩阵 $\mathbf{H}(D)$,满足 $G(D) \cdot \mathbf{H}^T(D) = \mathbf{O}_{k \times (n-k)}$ (其中 $\mathbf{O}_{k \times (n-k)}$ 为全零多项式矩阵),结合式(1)有

$$c(D) \cdot \mathbf{H}^T(D) = \mathbf{O}_{1 \times (n-k)} \quad (5)$$

对于 $(2, 1, m)$ 卷积码,有 $\mathbf{H}(D) = [h_1(D), h_2(D)]$,式(5)简化为

$$c_1(D)h_1(D) + c_2(D)h_2(D) = 0 \quad (6)$$

设 $\mathbf{H}(D)$ 中的校验多项式次数都不高于 M ,将其系数记为 $\mathbf{h} = (h_{1,0}, \dots, h_{1,M}, h_{2,0}, \dots, h_{2,M})$ 并称之为校验向量.式(6)写成多项式系数间的关系为

$$(c_{1,i+M}, \dots, c_{1,i}, c_{2,i+M}, \dots, c_{2,i}) \cdot \mathbf{h}^T = 0, i=0, 1, \dots \quad (7)$$

称之为校验关系式.对于式(3)和式(4)给出的两种 $(2, 1, m)$ 卷积码,均有 $h_1(D) = g_2(D), h_2(D) = g_1(D)$.因此,根据式(7)求解校验向量 \mathbf{h} 即可得到生成多项式.

显然,当 $M > m$ 时,满足式(7)的校验向量 \mathbf{h} 不唯一,故还需根据实际求得的 \mathbf{h} 进一步恢复生成多项式.对于 $(n, 1, m)$ 或 (n, k, m) 码,也可建立类似式(7)的方程并求解,进而恢复生成多项式^[10,11].由 \mathbf{h} 恢复生成多项式是一个确定性的过程,不需要算法具有抗噪能力.因此,本文仅考虑校验向量 \mathbf{h} 的求解.

设 $M \geq m$,将校验向量 \mathbf{h} 的集合记为 Γ_1 ,其它长度为 $2(M+1)$ 的非校验向量集合记为 Γ_0 .于是 $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_0 (\mathbf{0} \notin \Gamma)$ 为所有待考察向量的集合.卷积码的校验向量通常较短,这使得穷举法是完全可行的^[10,11,14].如引言所述,基于验证和统计的穷举方法抗噪能力最好.这类方法的原理是,依次考察 Γ 中的每个向量 \mathbf{v} ,利用接收数据计算其符合度函数 $J(\mathbf{v})$,则使 $J(\mathbf{v})$ 取得最大值的向量 \mathbf{v} 是一个正确的校验向量,即

$$\mathbf{h} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{v} \in \Gamma} J(\mathbf{v}) \quad (8)$$

其中符合度函数

$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{N-M} \sum_{i=0}^{N-M-1} J_i(\mathbf{v}) \quad (9)$$

式中, $J_i(\mathbf{v})$ 依据式(7)来设计, 并利用相应的接收数据来计算; 由于单路接收序列长度为 N , 故求和的上限为 $N - M - 1$.

3 现有盲识别方法的抗噪性能分析

使用接收硬判决序列 $\mathbf{c}_1', \mathbf{c}_2'$ 的 WHT 方法将 $J_i(\mathbf{v})$ 定义为

$$J_i^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = 1 - 2[(c'_{1,i+M}, \dots, c'_{1,i}, c'_{2,i+M}, \dots, c'_{2,i}) \cdot \mathbf{v}^T] \quad (10)$$

即直接把接收序列和向量 \mathbf{v} 代入校验关系式(7), 然后将式(7)的结果转换为 ± 1 . 若式(7)成立, 则有 $J_i(\mathbf{v}) = 1$, 否则 $J_i(\mathbf{v}) = -1$. 相应的符合度函数 $J(\mathbf{v})$ 记为 $J^{\text{WHT}}(\mathbf{v})$, 其物理意义是式(7)得到满足的次数与不满足的次数之差^[10,11].

使用接收软判决序列 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 时, 通常考察校验关系式(7)的 LLR 和 LD 值, 值越大表示符合度越高. 这两种方法已用于信道编码的闭集识别问题^[12,13,15], 且可直接推广应用于本文的卷积码盲识别问题, 它们分别定义 $J_i(\mathbf{v})$ 为

$$J_i^{\text{LLR}}(\mathbf{v}) = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{(j,l) \in \Phi(\mathbf{v})} \tanh(r_{j,i+l}/\sigma^2) \right) \quad (11)$$

$$J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = \prod_{(j,l) \in \Phi(\mathbf{v})} \tanh(r_{j,i+l}/\sigma^2) \quad (12)$$

集合 $\Phi(\mathbf{v}) = \{(j, l) \mid v_{j,M-l} = 1; l = 0, 1, \dots, M; j = 1, 2\}$. 此外, LLR 具有简化的近似计算方法, 该方法已用于卷积码的盲识别问题^[14], 即

$$J_i^{\text{LLR}}(\mathbf{v}) = \left(\prod_{(j,l) \in \Phi(\mathbf{v})} \text{sign}(r_{j,i+l}) \right) \cdot \min_{(j,l) \in \Phi(\mathbf{v})} (|r_{j,i+l}|) \quad (13)$$

上述三种方法的符合度函数 $J(\mathbf{v})$ 分别记为 $J^{\text{LLR}}(\mathbf{v})$, $J^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 和 $J^{\text{WHT}}(\mathbf{v})$. 由于 LLR 值(包括由式(13)给出的 LLR 近似值)的分布难以得到解析表达式^[12,15], 本文仅对 WHT 和 LD 方法的抗噪性能展开理论分析和对比. 事实上, 由式(11)和(12)可得 $J_i^{\text{LLR}}(\mathbf{v}) = 2 \tanh^{-1}[J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})]$, 由于 \tanh^{-1} 函数的单调奇对称特性, 两种方法抗噪性能相近^[15], 故只需要分析其中之一.

信道编码盲识别的最终目的, 是为后续的译码工作提供所需的编码参数. 只有当识别正确, 即识别结果等于发送方所采用的编码参数时, 才能实现正确译码, 达到编码识别的目的. 因此, 我们用发送方所采用编码的识别正确率, 来衡量盲识别方法的性能.

为了分析盲识别方法的识别正确率, 需要推导符合度函数 $J(\mathbf{v})$ 的分布. 为此, 先计算其期望和方差. 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时, 将 $J(\mathbf{v})$ 的期望和方差分别记为 $E_1(\mathbf{v})$ 和 $V_1(\mathbf{v})$; 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时, 则分别记为 $E_0(\mathbf{v})$ 和 $V_0(\mathbf{v})$. 对于 WHT 方法, 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时, $J_i^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = -1$ 的概率为^[16,17]

$$p_e \stackrel{\text{def}}{=} \Pr(J_i^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = -1) = \frac{1 - (1 - 2\varepsilon)^{\text{wt}(\mathbf{v})}}{2} \quad (14)$$

其中, $\text{wt}(\mathbf{v})$ 表示 \mathbf{v} 的汉明重量; ε 为 AWGN 信道的比特错误概率, 有 $\varepsilon = Q(1/\sigma)$, 函数 $Q(\alpha) = \int_{\alpha}^{+\infty} f_{0,1}(x) dx$, 其中 $f_{0,1}(x)$ 为标准高斯分布 $\mathcal{N}(0, 1)$ 的概率密度函数. 于是有

$$\begin{cases} E_1^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = E[J^{\text{WHT}}(\mathbf{v})] = 1 - 2p_e = (1 - 2\varepsilon)^{\text{wt}(\mathbf{v})} \\ V_1^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = E[(J^{\text{WHT}}(\mathbf{v}))^2] - [E_1^{\text{WHT}}(\mathbf{v})]^2 = \frac{4p_e - 4p_e^2}{N - M} \end{cases} \quad (15)$$

当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时, $J_i^{\text{WHT}}(\mathbf{v})$ 取 1 或 -1 的概率均为 1/2, 此时有

$$\begin{cases} E_0^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = 0 \\ V_0^{\text{WHT}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{N - M} \end{cases} \quad (16)$$

为推导 $J^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 的统计量, 对于服从高斯分布 $\mathcal{N}(1, \sigma^2)$ 的随机变量 X , 即 $X \sim \mathcal{N}(1, \sigma^2)$, 记其概率密度函数为 $f_{1,\sigma}(x)$, 定义与 σ 有关的变量 $a_{\sigma,i}$ 为^[15]

$$a_{\sigma,i} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tanh^i(x/\sigma^2) \cdot f_{1,\sigma}(x) dx, i = 1, 2, \dots \quad (17)$$

可见, $a_{\sigma,i}$ 为函数 $\tanh^i(X/\sigma^2)$ 的期望. 可以证明, $a_{\sigma,2i-1} = a_{\sigma,2i}, \forall \sigma > 0, i = 1, 2, \dots$. 给定卷积码, 校验关系式(7)的正确性与具体发送的编码序列及信道噪声无关. 故当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时, 可假定发送编码序列为全零序列 (BPSK 映射后为全 1 序列), 即所有接收数据 $r_{i,j} \sim \mathcal{N}(1, \sigma^2)$ 且相互独立同分布; 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时, 可假定发送编码序列为完全随机序列 (映射后为 ± 1 随机序列), 即 $r_{i,j} \sim [\mathcal{N}(1, \sigma^2) + \mathcal{N}(-1, \sigma^2)]/2$ 且独立同分布. 于是通过与文献[15]类似的推导可得

$$\begin{cases} E_1^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} \\ V_1^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = (a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} - a_{\sigma,1}^{2\text{wt}(\mathbf{v})}) / (N - M) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} E_0^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = 0 \\ V_0^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} / (N - M) \end{cases} \quad (19)$$

当 $|i - j| > M$ 时, 计算 $J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 和 $J_j^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 时所涉及的接收数据无重叠, 且通常 $M \ll N$. 因此, 简单起见, 上述推导过程中假定了 $\forall i, j, J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 与 $J_j^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 所涉及的接收数据皆无重叠.

根据上述分析, 对任一盲识别方法, 当 $|i - j| > M$ 时, $J_i(\mathbf{v})$ 和 $J_j(\mathbf{v})$ 相互独立. 为简化问题, 本文假设 $J_i(\mathbf{v})$ 和 $J_j(\mathbf{v})$ 总是相互独立. 由式(7)及式(10)~(13)可知, 若 Γ 中两个向量 \mathbf{v}, \mathbf{v}' 满足 $v_{j,i} = v'_{j,i+1}$ 及 $v_{j,M} = v'_{j,0} = 0, \forall j = 1, 2; i = 0, \dots, M - 1$, 则这两个向量是等价的 (它们代表相同的卷积码), $J(\mathbf{v})$ 和 $J(\mathbf{v}')$ 不独立, 且有 $J(\mathbf{v}) \approx J(\mathbf{v}')$. 对每一对这样的向量, 进行理论分析时应令 $\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v}' \notin \Gamma$. 这样, 对于任意向量 $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \Gamma (\mathbf{u} \neq \mathbf{v})$,

可假设符合度函数 $J(\mathbf{u})$ 和 $J(\mathbf{v})$ 相互独立. 文献[18]分析了类似假设的合理性.

给定盲识别方法, 当 i 变化时, 显然各 $J_i(\mathbf{v})$ 服从相同的分布, 因此各 $J_i(\mathbf{v})$ 独立同分布. 于是根据式(9)和中心极限定理, 当 N 较大时, $J(\mathbf{v})$ 近似服从高斯分布. 对于不同的盲识别方法以及不同的向量 \mathbf{v} , $J(\mathbf{v})$ 高斯分布的参数分别由式(15)、(16)及式(18)、(19)给出. 至此完成了符合度函数概率分布的推导.

于是, 盲识别方法的识别正确率 P_{correct} 可计算为

$$\begin{aligned} P_{\text{correct}} &= \Pr[\arg\max_{\mathbf{v} \in \Gamma} J(\mathbf{v}) \in \Gamma_1] \\ &= \sum_{\mathbf{h} \in \Gamma_1} \Pr[\max_{\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v} \neq \mathbf{h}} J(\mathbf{v}) < J(\mathbf{h})] \\ &= \sum_{\mathbf{h} \in \Gamma_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pr[\max_{\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v} \neq \mathbf{h}} J(\mathbf{v}) < x] f_{E_1(\mathbf{h}), \sqrt{V_1(\mathbf{h})}}(x) dx \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $f_{E_1(\mathbf{h}), \sqrt{V_1(\mathbf{h})}}(x)$ 为高斯分布 $\mathcal{N}[E_1(\mathbf{h}), V_1(\mathbf{h})]$ 的概率密度函数. 根据上文的独立性假设, 进一步可得

$$\begin{aligned} P_{\text{correct}} &= \sum_{\mathbf{h} \in \Gamma_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v} \neq \mathbf{h}} \Pr(J(\mathbf{v}) < x) \right) f_{E_1(\mathbf{h}), \sqrt{V_1(\mathbf{h})}}(x) dx \\ &= \sum_{\mathbf{h} \in \Gamma_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v} \neq \mathbf{h}} Q\left(-\frac{x - E_i(\mathbf{v})}{\sqrt{V_i(\mathbf{v})}}\right) \right] f_{E_1(\mathbf{h}), \sqrt{V_1(\mathbf{h})}}(x) dx \end{aligned} \quad (21)$$

式中, 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时 $i=0$, 当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时 $i=1$; 函数 $Q(\cdot)$ 的定义已在上文说明. 式(21)即为盲识别方法识别正确率的理论计算式. 将式(15)(16)代入式(21), 即可计算 WHT 方法的正确率 $P_{\text{correct}}^{\text{WHT}}$; 将式(18)(19)代入, 则可计算 LD 方法的正确率 $P_{\text{correct}}^{\text{LD}}$.

若信道 SNR 和待识别的卷积码给定, 则待求校验向量 $\mathbf{h}(\mathbf{h} \in \Gamma_1)$ 的符合度函数所服从的高斯分布参数 $E_1(\mathbf{v})$ 、 $V_1(\mathbf{v})$ 均已确定下来(由式(15)或(18)给出), 在式(21)中可视为常数; 非校验向量 $\mathbf{v}(\mathbf{v} \in \Gamma_0)$ 的相应参数 $E_0(\mathbf{v})$ 、 $V_0(\mathbf{v})$ 则可视为式(21)的变量. 由式(16)和(19)可见: 对于 WHT 方法, 有 $E_0^{\text{WHT}}(\mathbf{v})$ 恒为 0, $V_0^{\text{WHT}}(\mathbf{v})$ 也恒为常数; 而对于 LD 方法, 虽然 $E_0^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 也恒为 0, 但 $V_0^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 随汉明重量 $\text{wt}(\mathbf{v})$ 的减小而变大(因为 $0 < a_{\sigma, i} < 1, \forall \sigma, i$). 由于函数 $Q(\alpha)$ 是 α 的单调减函数, 根据式(21), $V_0^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 越大将导致 LD 方法的识别正确率 $P_{\text{correct}}^{\text{LD}}$ 越低. 这说明, Γ_0 中汉明重量较小的向量将给 LD 方法的识别正确率带来不利影响; 而 WHT 方法则不受 Γ_0 中向量的汉明重量影响.

为了形象地对比 WHT 方法和 LD 方法的盲识别性能, 图 1 给出了待识别卷积码为(2,1,4)RSC 码时, 根据式(21)计算得到的识别正确率随 SNR 的变化曲线. 其中, RSC 码的生成多项式为 $g_1(D) = 1 + D^3 + D^4$ 和 $g_2(D) = 1 + D + D^2 + D^4$; 同时假设校验多项式的最大可能次数定为 $M = m + 1 = 5$, 数据量参数设置为 $N = 1000$. 本文 SNR 的取值定义为 $10 \log_{10}(1/\sigma^2)$ (dB). 上文分析已知, 汉明重量越小的向量

给 LD 方法带来的不利影响越大. 而实际中, 汉明重量不大于 2 的向量显然不可能是校验向量. 故在考察 LD 方法时, 已事先将重量不大于 2 的向量从集合 Γ 中排除(WHT 方法无需作此处理).

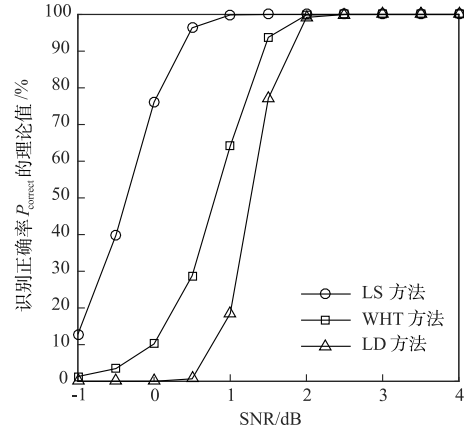


图1 三种盲识别方法识别正确率 P_{correct} 的理论值随 SNR 的变化情况对比 (待识别码为 (2,1,4) RSC 码)

由图 1 可见, 虽然已为 LD 方法作上述处理, 其抗噪能力(理论上)仍比不上 WHT 方法. 这是由于集合 Γ 中重量较小(此时最小为 3)的向量仍对 LD 方法性能造成较大的削弱. 其根本原因是式(19)所示的高斯分布方差随 $\text{wt}(\mathbf{v})$ 的减小而呈指数增大, 使识别正确率降低. 可见, 虽然 LD 方法使用了接收软判决数据, 但并没有实现盲识别抗噪能力的提高. 由于 $J_i^{\text{LLR}}(\mathbf{v})$ 、 $J_i^{[14]}(\mathbf{v})$ 均与 $J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 性质相似, 使用软判决的 LLR 方法(式(11))和文献[14]的近似 LLR 方法(式(13))也存在同样的问题. 这将在第 5 节通过仿真实验进行验证. 因此, 为了充分发挥软判决信息的作用, 第 4 节将给出一种新的盲识别方法. 显然, 新方法相应的期望和方差应当有别于式(19), 而能够有效地避免向量的汉明重量变化带来的影响.

4 基于最小二乘代价函数的盲识别方法

文献[16]提出了基于最小二乘的迭代盲识别方法, 给出了衡量式(7)正确性的一种全新方式. 本文提出将这种最小二乘度量用于上述基于验证和统计的盲识别方法. 下面先给出最小二乘度量的表达式, 然后通过理论分析, 证明其具有更高的抗噪能力.

由式(12)及函数 $\tanh(\cdot)$ 的性质可知 $-1 \leq J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v}) \leq 1$, 且 $J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 的值越大, 代表校验关系式(7)成立的概率越高[16]. 因此, 定义最小二乘形式的 $J_i(\mathbf{v})$ 为 $J_i^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = (1 - J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v}))^2 = \left(1 - \prod_{(j,l) \in \Phi(\mathbf{v})} \tanh(r_{j,i+l}/\sigma^2)\right)^2$ (22)

代入式(9)得到相应的 $J(\mathbf{v})$, 记为 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$. 可见, $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 表示 $J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 与其最优值“1”之间的“均方误差”, 此误差

应是越小越好,因此这里将式(8)修改为

$$\mathbf{h} = \underset{\mathbf{v} \in \Gamma}{\operatorname{argmin}} J^{\text{LS}}(\mathbf{v}) \quad (23)$$

并且称 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 为最小二乘代价函数,该方法简称为 LS 方法.事实上,若将式(7)成立及不成立的概率分别记为 p_1 和 $p_0 = 1 - p_1$,则有^[16] $J_i^{\text{LD}}(\mathbf{v}) = p_1 - p_0$,进而有 $J_i^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = 4p_0^2$,因此 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 的物理意义也可解释为校验关系的“均方”不成立概率.

推导代价函数 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 期望和方差的方法,与推导 LD 符合度函数 $J^{\text{LD}}(\mathbf{v})$ 统计量的方法类似.当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时,有

$$\begin{cases} E_1^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = 1 - a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} \\ V_1^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = \frac{-a_{\sigma,1}^{2\text{wt}(\mathbf{v})} + 4a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} - 3a_{\sigma,3}^{\text{wt}(\mathbf{v})}}{N - M} \end{cases} \quad (24)$$

当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时,有

$$\begin{cases} E_0^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = 1 + a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} \\ V_0^{\text{LS}}(\mathbf{v}) = \frac{-a_{\sigma,1}^{2\text{wt}(\mathbf{v})} + 4a_{\sigma,1}^{\text{wt}(\mathbf{v})} + a_{\sigma,3}^{\text{wt}(\mathbf{v})}}{N - M} \end{cases} \quad (25)$$

第 3 节中的独立性假设仍然成立,因此 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 仍近似服从高斯分布,其不同条件下的高斯分布参数由式(24)和(25)给出.

可以证明,当 $\text{wt}(\mathbf{v})$ 变小时,方差 $V_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 变大,这与式(19)性质相同.然而不同的是,当 $\text{wt}(\mathbf{v})$ 变小时,期望 $E_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 也变大,这将有利于识别正确率的提高.相反地,当 $\text{wt}(\mathbf{v})$ 变大时,虽然期望 $E_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 将变小,但方差 $V_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 也变小.可见, $E_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 和 $V_0^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 的变化趋势可以相互抵消各自对识别正确率带来的不利影响.

它的识别正确率 $P_{\text{correct}}^{\text{LS}}$ 的理论表达式为

$$\begin{aligned} P_{\text{correct}}^{\text{LS}} &= \Pr\left[\underset{\mathbf{v} \in \Gamma}{\operatorname{argmin}} J^{\text{LS}}(\mathbf{v}) \in \Gamma_1\right] \\ &= \sum_{\mathbf{h} \in \Gamma_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{\mathbf{v} \in \Gamma, \mathbf{v} \neq \mathbf{h}} Q\left(\frac{x - E_i^{\text{LS}}(\mathbf{v})}{\sqrt{V_i^{\text{LS}}(\mathbf{v})}}\right) \right] \\ &\quad \cdot f_{E_i^{\text{LS}}(\mathbf{h}), \sqrt{V_i^{\text{LS}}(\mathbf{h})}}(x) dx \end{aligned} \quad (26)$$

式中,当 $\mathbf{v} \in \Gamma_0$ 时 $i=0$,当 $\mathbf{v} \in \Gamma_1$ 时 $i=1$.根据式(26)计算的 LS 方法识别正确率曲线也已在图 1 中给出,其中待识别卷积码以及 M, N 等参数设置均与 WHT 和 LD 方法的设置相同,集合 Γ 中没有事先排除重量不大于 2 的向量.

由图 1 可见,理论上 LS 方法的抗噪能力明显高于 WHT 方法和 LD 方法;在达到较高识别正确率(例如高于 0.9)时,LS 方法相对于 WHT 方法具有约 1dB 的 SNR 增益.这说明,与 LD 方法不同,LS 方法利用接收软判决数据提高了盲识别的抗噪能力,实现了对软判决信息的有效利用.其根本原因是式(25)克服了式(19)的缺点,有效地避免向量的汉明重量变化给识别正确率带来的不利影响.

此外,与文献[16]的迭代盲识别方法相比,本文 LS

方法将同样具有较大优势.这是由于文献[16]方法的识别结果依赖于迭代起始点的选择,而其迭代起始点是随机选取的,因此不能保证找到全局最优解.本文 LS 方法则是一种穷举方法,可以保证找到最优解.

在执行 LS 方法时,可先对每个接收数据 $r_{j,i}$ 计算 $\tanh(r_{j,i}/\sigma^2)$,这需要 $2N$ 次乘法(除法)和 $2N$ 次双曲正切运算;然后,需对 Γ 中的所有向量 \mathbf{v} 计算 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$,这需要约 $(N - M) \sum_{\mathbf{v} \in \Gamma} \text{wt}(\mathbf{v}) = (N - M) \cdot 2^{2M+2} (M + 1)$ 次乘法和约 $2(N - M) \cdot 2^{2M+2}$ 次加法运算;最后,对所有 $J^{\text{LS}}(\mathbf{v})$ 进行比较,需要约 2^{2M+2} 次比较运算.总之,LS 方法共需要 $2N$ 次双曲正切运算、 $O(NM \cdot 2^{2M+2})$ 次乘法、 $O(N \cdot 2^{2M+3})$ 次加法和约 2^{2M+2} 次比较运算.LS 方法所需乘法和加法次数均比 LD 方法多 $(N - M) \cdot 2^{2M+2}$ 次,故 LS 方法乘法和加法次数分别约为 LD 方法的 $(1 + 1/M)$ 倍和 2 倍,其它类型的运算量与 LD 方法相同.LS 方法的乘法和加法运算量与 LLR 方法相比,也有上述结论;但 LLR 方法比 LS 方法多 $(N - M) \cdot 2^{2M+2}$ 次反双曲正切运算.因此,LS 方法运算量与 LD 方法相比有所增加,而与 LLR 方法相当.WHT 方法主要涉及二进制运算和整数加法运算,其运算量低于上述三种软判决方法.文献[16]方法每次迭代需乘法和加法各 $O(16N(M + 1)^2)$ 次,而其迭代次数与参数设置及信道 SNR 有关.

5 仿真实验

本节通过仿真实验,验证上述理论结果的正确性,对于未进行具体理论分析的 LLR 等方法也给出仿真实验结果.实验中,仍然假定 $M = m + 1$.

首先考虑待识别卷积码为第 3 节所述的 $(2, 1, 4)$ RSC 码.实验中随机生成信息序列 \mathbf{s} ,通过编码、BPSK 映射和叠加噪声,得到仿真接收数据来进行实验,并通过蒙特卡洛试验统计识别正确率.由于 $M = m + 1$,故正确的校验向量有 3 个.根据生成多项式,它们分别为 $\mathbf{h} = (111010 \ 100110)$ 、其右移一位后的 $\mathbf{h}' = (011101 \ 010011)$,以及两者的模 2 和向量 $\mathbf{h}'' = (100111 \ 110101)$.实验中识别出三者之一即视为识别正确.由于 LLR 方法及文献[14]的近似 LLR 方法都与 LD 方法性质相似,故在实验中均事先排除汉明重量不大于 2 的向量,其他方法则不作此处理.文献[16]的方法需要设置多个参数,实验中将其参数调整到最合适的程度,以使该方法达到它最好的识别性能.图 2 给出了当接收数据量 N 分别为 1000 和 2000 时,各方法识别正确率 P_{correct} 的实验结果.

由图 2(a)可见,LLR 方法的性能介于 WHT 与 LD 方法之间,文献[14]方法与 WHT 方法性能几乎相同,而本文提出的 LS 方法相对于 WHT 方法具有不小于

1dB 的优势. 此外, LS 方法相对于文献[16]方法具有不小于 1.5dB 的优势, 这与第 4 节中的定性分析结论相符合(文献[16]中针对该 RSC 码得到了更好的实验结果, 这是由于其假设 $M = m$, 而当 M 增大时该方法性能会下降). 由图 2(b) 可见, 当数据量增加至 $N = 2000$ 时, 各方法在给定 SNR 下的正确率均得到提升; 同时, 本文 LS 方法相对于已有各方法的抗噪能力优势仍保持不变.

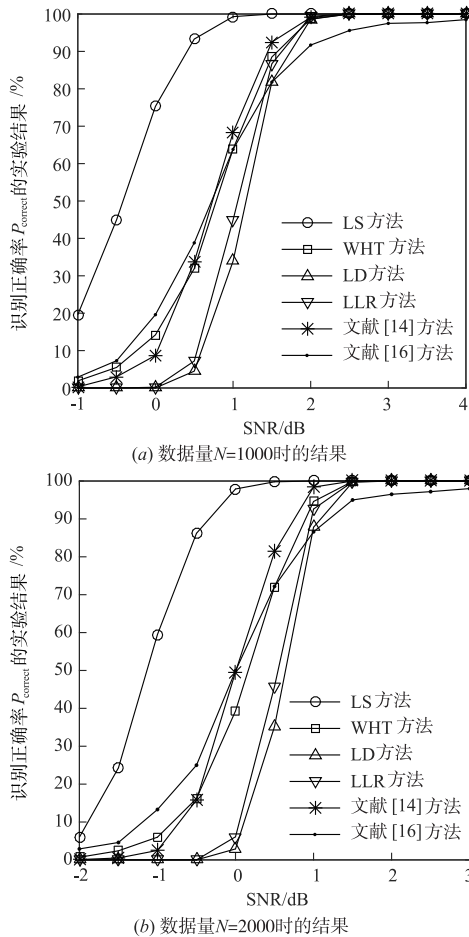


图2 各种盲识别方法识别正确率 P_{correct} 的实验结果随 SNR 的变化情况对比 (待识别码为 (2,1,4) RSC 码)

为了更好地将理论分析和仿真实验的结果进行对比, 图 3 将图 2 中 LS、WHT 及 LD 方法的实验结果与相应的理论计算结果 (根据式 (26) 或式 (21) 计算得到) 在同一幅图中绘出. 由于在理论推导中进行了一些近似处理, 例如集合 Γ 中不同向量的符合度函数 (或代价函数) 之间只是近似相互独立, 符合度或代价函数概率密度分布也只是近似服从高斯分布, 故而图 3 中的理论与实验结果并不完全重合. 但从图可见, 理论与实验结果仍具有很高的吻合度. 这说明本文推导得到的理论计算式较为准确地给出了各种方法的识别正确率, 并正确反应出了 LS、WHT 和 LD 三种方法在抗噪性能上的相对好坏.

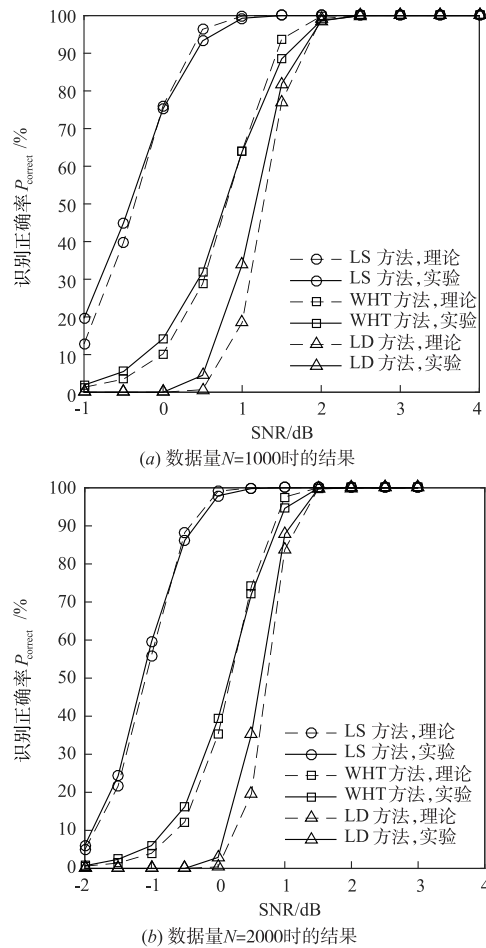


图3 识别正确率理论与实验结果对比 (待识别码为 (2,1,4) RSC 码)

下面考虑待识别卷积码为一种常用的普通 (2,1,6) 卷积码 (非递归码), 其生成多项式为 $g_1(D) = 1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6$ 和 $g_2(D) = 1 + D^1 + D^2 + D^3 + D^6$. 此时, 3 个正确的校验向量分别为 $\mathbf{h} = (11110010 \ 10110110)$ 、 $\mathbf{h}' = (01111001 \ 01011011)$ 和 $\mathbf{h}'' = (10001011 \ 11101101)$. 实验中设置 $N = 1000$, 其它实验条件同上. 各种盲识别方法的正确率曲线如图 4 所示. 可见, 此时 LD、LLR 和文献 [14] 方法抗噪能力均稍弱于使用硬判决的 WHT 方法; 文献 [16] 方法则比 WHT 方法弱 1dB 左右 (参数 M 的增大导致文献 [16] 方法性能下降较快); 而本文 LS 方法相对于 WHT 方法仍具有约 1dB 的优势. 图 5 为相应的理论与实验结果对比图, 可以得到与图 3 相同的结论.

6 结束语

本文从理论上分析了现有使用软判决的盲识别方法之不足, 以及其抗噪性能相对于使用硬判决的 WHT 方法并没有提升的根本原因. 针对此问题, 提出了一种基于最小二乘代价函数的解决方案. 仿真结果表明, 相

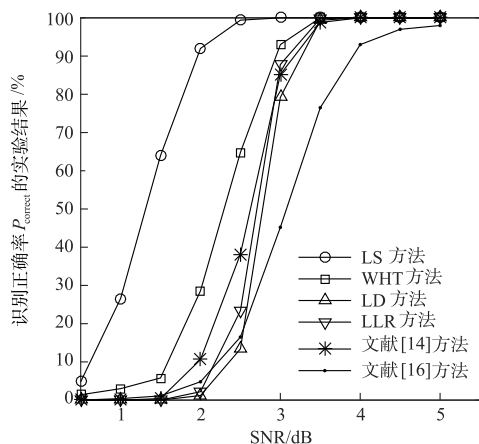


图4 各种盲识别方法识别正确率 P_{correct} 的实验结果随SNR的变化情况对比(待识别码为(2,1,6)RSC码,数据量 $N=1000$)

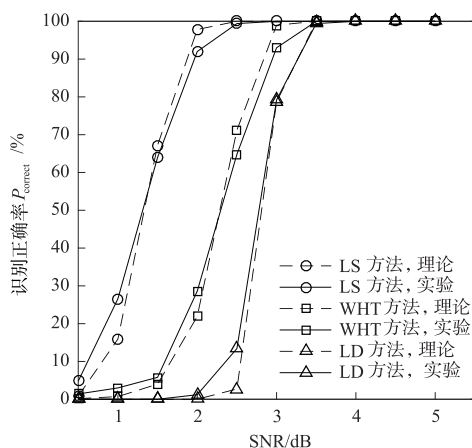


图5 识别正确率理论与实验结果对比(待识别码为(2,1,6)RSC码,数据量 $N=1000$)

对于现有方法,本文所提新方法可将卷积码盲识别的抗噪能力提升约1dB,且其识别正确率曲线能较好地与本文理论分析结果吻合.这说明,本文所提新方法可有效发挥解调软判决信息在提高抗噪能力方面的作用.在实际应用中,这种具有更强抗噪能力的新方法可为Turbo码等编码的盲识别提供更好的基础.在保持本文方法抗噪性能的基础上,是否可以降低该方法的运算复杂度,得到类似于快速WHT的快速算法,可作为下一步的研究内容.

参考文献

- [1] 解辉,黄知涛,王丰华.信道编码盲识别技术研究进展[J].电子学报,2013,41(6):1166-1176.
XIE Hui, HUANG Zhi-tao, WANG Feng-hua. Research progress of blind recognition of channel coding[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(6):1166-1176. (in Chinese)
- [2] 甘露,刘宗辉,廖红舒,等.卷积交织参数的盲估计[J].电子学报,2011,39(9):2173-2177.

GAN Lu, LIU Zong-hui, LIAO Hong-shu, et al. Blind estimation of the parameters of convolutional interleave[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9):2173-2177. (in Chinese)

- [3] 马钰,张立民,王好同.编码加扰序列的帧同步盲识别[J].电子学报,2016,44(9):2087-2092.
MA Yu, ZHANG Li-min, WANG Hao-tong. Blind identification of frame synchronization in scrambled coding sequence[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(9):2087-2092. (in Chinese)
- [4] TILLICH J P, TIXIER A, SENDRIER N. Recovering the interleaver of an unknown turbo-code[A]. Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory [C]. USA: IEEE, 2014. 2784-2788.
- [5] 刘骏,李静,彭华.基于校验方程平均符合度的Turbo码交织器估计[J].电子学报,2016,44(5):1213-1218.
LIU Jun, LI Jing, PENG Hua. Estimation of turbo-code interleaver based on average conformity of parity-check equation[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(5):1213-1218. (in Chinese)
- [6] MARAZIN M, GAUTIER R, BUREL G. Dual code method for blind identification of convolutional encoder for cognitive radio receiver design[A]. Proceedings of the 5th IEEE Broadband Wireless Access Workshop [C]. Honolulu, Hawaii, USA; IEEE GLOBECOM, 2009. DOI:10.1109/GLOBECOM.2009.5360726.
- [7] SOTEH A G, BIZAKI H K. On the analytical solution of rank problem in the convolutional code identification context[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(3):644-647.
- [8] 刘健成,杨晓静.基于求解校验序列的 $(n, 1, m)$ 卷积码盲识别[J].电子与信息学报,2012,34(10):2363-2368.
LIU Jian-cheng, YANG Xiao-jing. Blind recognition of $(n, 1, m)$ convolutional code based on solving check-sequence[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(10):2363-2368. (in Chinese)
- [9] 刘健成,杨晓静.基于改进欧几里德算法的 $(n, 1, m)$ 卷积码识别[J].探测与控制学报,2012,34(1):64-68.
LIU Jian-cheng, YANG Xiao-jing. Recognition of $(n, 1, m)$ convolutional code based on improved Euclidean algorithm[J]. Journal of Detection & Control, 2012, 34(1):64-68. (in Chinese)
- [10] 刘健,王晓君,周希元.基于Walsh-Hadamard变换的卷积码盲识别[J].电子与信息学报,2010,32(4):884-888.
LIU Jian, WANG Xiao-jun, ZHOU Xi-yuan. Blind recognition of convolutional coding based on Walsh-Hadamard transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(4):884-888. (in Chinese)

- [11] 解辉,王丰华,黄知涛. 基于最大似然检测的 $(n, 1, m)$ 卷积码盲识别方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(7): 1671 – 1676.
XIE Hui, WANG Feng-hua, HUANG Zhi-tao. Blind recognition of $(n, 1, m)$ convolutional code based on maximum likelihood detection[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(7): 1671 – 1676. (in Chinese)
- [12] XIA T, WU H-C. Novel blind identification of LDPC codes using average LLR of syndrome a posteriori probability[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 632 – 640.
- [13] MOOSAVI R, LARSSON E G. Fast blind recognition of channel codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(5): 1393 – 1405.
- [14] 于沛东,李静,彭华. 一种利用软判决的信道编码识别新算法[J]. 电子学报, 2013, 41(2): 301 – 306.
YU Pei-dong, LI Jing, PENG Hua. A novel algorithm for channel coding recognition using soft-decision [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(2): 301 – 306. (in Chinese)
- [15] YU P-D, PENG H, LI J. On blind recognition of channel codes within a candidate set [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(4): 736 – 739.
- [16] YU P-D, LI J, PENG H. A least square method for parameter estimation of RSC sub-codes of turbo codes [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(4): 644 – 647.
- [17] GALLAGER R. Low-density parity-check codes [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21 – 28.
- [18] IMAD R, HOUCHE S. Theoretical analysis of a MAP based blind frame synchronizer [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(11): 5472 – 5476.

作者简介



于沛东 男, 1988 年 12 月出生, 湖南慈利人, 解放军信息工程大学博士生, 主要研究方向为信道编码参数分析。
E-mail: yupeidong1234@foxmail.com



彭华 男, 1973 年 8 月出生, 江西萍乡人, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为软件无线电、通信信号处理等。