

一种基于离散 Fréchet 距离的 磁场相似性度量方法

石 剑¹, 刘忠乐¹, 周敏佳², 文无敌¹

(1. 海军工程大学兵器工程系, 湖北武汉 430033; 2. 海军驻无锡地区军事代表室, 江苏无锡 214100)

摘 要: 随着磁场模拟技术的发展, 多种磁源能够对目标磁场进行精细化的模拟, 传统的磁场判定方法难以对其相似情况进行度量. 针对此问题, 提出了一种基于离散 Fréchet 距离的磁场相似性度量特征值. 根据磁场曲线的特点, 首先改进了 Fréchet 方法中离散点间的距离评价指标, 并提出了能够度量横坐标相似情况且消除目标速度不同的影响的参数, 然后得到磁场相似性度量特征值, 最后通过实例验证了其可行性. 相对于传统方法, 该特征值能够对更加相近的磁场曲线的相似情况进行评价.

关键词: 相似性度量; Fréchet 距离; 磁场曲线; 智能优化算法

中图分类号: TP391; TJ61 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)04-0856-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.04.013

A Similarity Measurement Method of Magnetic Field Based on Discrete Fréchet Distance

SHI Jian¹, LIU Zhong-le¹, ZHOU Min-jia², WEN Wu-di¹

(1. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China;

2. Military Representative Office of Navy in Wuxi District, Wuxi, Jiangsu 214100, China)

Abstract: With the development of the simulation technology of the magnetic field, there are several kinds of magnetic sources that can simulate the target magnetic field with a high degree of accuracy, but it's difficult to measure its similarity in traditional ways. To solve this problem, a new similarity measurement eigenvalue of magnetic field based on discrete Fréchet distance is proposed in this paper. To get the eigenvalue, the evaluation index of the distance between discrete points in Fréchet method has improved according to the characteristic of magnetic field curve, after that, a parameter which can measure the degree of similarity of the horizontal coordinate and eliminate the different speed of the target is proposed, then the similarity measurement eigenvalue is obtained, at last, its feasibility is verified by examples. Compared with the traditional methods, this eigenvalue can be used to evaluate the similarity of the closer magnetic field curves.

Key words: similarity measurement; Fréchet distance; magnetic field curve; intelligent optimization algorithm

1 引言

在现代海战的多种对抗形式(如水雷战、反潜战)中,磁场的对抗占据着重要位置,其中,对磁信号的模拟及识别能力是磁场对抗中能否取得先机的关键因素^[1]. 在反水雷及潜艇对抗航空磁探等过程中,需要对舰艇的磁场进行模拟;相应的,水雷及航空探潜中,需要对舰艇磁场进行识别^[2,3]. 无论是磁场的模拟还是识别,都需要对磁场信号的相似性进行度量.

在传统的磁场对抗中,假目标主要以对真实舰艇目标的磁场总量进行模拟以对抗磁场传感器. 所产生的磁场三分量与真实目标差别较大(如传统的“按水雷设定”扫雷具以及对抗航空磁异常探测的潜艇磁诱饵等),因此,磁传感器通过对目标磁场直观波形特征、磁场矢量特征及磁场梯度值等特征量进行分析,即可实现对磁场相似度的判定与识别^[4,5]. 然而,随着磁场模拟技术的发展,逐渐出现了能够对磁性目标的三分量进行精细化模拟的假目标,如逐渐成熟的“按目标设

定”扫雷(即目标模拟式扫雷),此时传统的磁场相似性判定方法将难以奏效。

在磁传感器探测目标磁场时,由于其载体(如水雷或飞行器)与目标间相互运动的特点,通常都是对目标所产生的磁场通过特性曲线进行测量识别^[4,5],因此,对磁场相似性的度量可以认为是对磁场通过特性曲线相似性的度量。

在曲线相似性度量方法中,可主要分为相关度量和距离度量两大类^[6],其中适用于曲线相似性度量的距离度量主要有明考夫斯基距离^[7]、瓶颈距离、旋转功能距离、Hausdorff 距离^[8]及 Fréchet 距离等,其中明考夫斯基距离、瓶颈距离及旋转功能距离没有充分考虑空间曲线间的形状差异,相比较而言,Hausdorff 距离主要考虑两点集的相似性问题,但并没有整体考虑曲线的走势^[9],而 Fréchet 距离可用于需要考虑整体走势的曲线间的相似性度量^[10]。

本文提出了一种利用离散 Fréchet 距离对舰艇磁场的通过特性曲线进行相似性度量的新方法.该方法能够对更加相近的磁场曲线的相似情况进行评价,且可适用于多种背景下磁场相似性的评价需求。

2 两曲线间的 Fréchet 距离

Fréchet 距离最早是由法国数学家 Fréchet 提出的.给定两条曲线, $f:[a,a']\rightarrow V,g:[b,b']\rightarrow V$,其中 V 为欧式向量空间,两曲线间 Fréchet 距离的定义为^[10]:

$$\delta_F(f,g) = \inf_{\alpha:[0,1]\rightarrow[a,a']} \max_{\beta:[0,1]\rightarrow[b,b']} f(\alpha(t)) - g(\beta(t)) \quad (1)$$

式中, $a < a', b < b', \alpha, \beta$ 为任意连续非减的转换函数, $\alpha(0) = a, \alpha(1) = a', \beta(0) = b, \beta(1) = b'$,其意义在于将两曲线的长度由 $[a, a']$ 、 $[b, b']$ 归一化为相同的 $[0, 1]$,在求解过程中,需要在多种转换函数中选择使两曲线间距离最小的一组。

根据 Fréchet 距离的定义,一个很通行的直观的描述是,假设一个人用绳子牵着一只狗散步,两者都可以自由控制自己的行走速度,人的行走轨迹为一条曲线,狗的行走轨迹为另一条,Fréchet 距离为所需的最短绳长^[10]。

式(1)所示为连续曲线间的 Fréchet 距离计算方法.在实际测量中,磁场通过特性曲线是由多个离散的点组成,无法直接使用式(2)进行 Fréchet 距离计算,应在离散情况下进行计算。

设 $F: \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 为一条有 m 个端点的多边形线, $G: \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为一条有 n 个端点的多边形线, L 为 F, G 间各端点组成的如下链接序列:

$$(u_{a_1}, v_{b_1}), (u_{a_2}, v_{b_2}), \dots, (u_{a_k}, v_{b_k})$$

其中, $a_1 = b_1 = 1, a_k = m, b_k = n$,且对于 $i = 1, \dots, k$,需满足 $a_{i+1} = a_i$ 或 $a_{i+1} = a_i + 1, b_{i+1} = b_i$ 或 $b_{i+1} = b_i + 1$,

这样序列 L 同时遵循了 F, G 中各端点的顺序关系.定义长度 $\|L\|$ 为序列 L 中最长连接的长度,即:

$$\|L\| = \max_{i=1,2,\dots,k} d(u_{a_i}, v_{b_i}) \quad (2)$$

则有两曲线间离散 Fréchet 距离的定义如下^[12]:

$$\delta_{dF}(F,G) = \min \{ \|L\| | L \text{ 为 } F, G \text{ 间链接序列} \} \quad (3)$$

根据离散 Fréchet 距离的定义,易得离散 Fréchet 距离具有以下性质:

(1) 离散 Fréchet 距离在两条曲线各端点间的逐点匹配组成链接序列时,不要求两条曲线的端点数是否一致;

(2) 离散 Fréchet 距离是寻找让最长链接的值最小的具体匹配方案,并以该最长链接为输出结果,而非简单匹配后计算所有链接的平均距离,其结果更加能体现曲线间变化趋势的相似情况。

因此,离散 Fréchet 距离能够较好地适用于磁场通过特性曲线间的相似性度量。

3 Fréchet 距离的改进

在磁探设备工作的过程中,除了信号的采集,还涉及对信号进行预处理的工作,根据实际应用背景的不同,这部分工作的复杂程度也有很大区别.本文主要对磁场通过特性曲线的相似性进行研究,不对信号的预处理工作进行讨论,所研究的对象均为需直接研究相似性的磁场通过特性曲线.同时,由于舰艇通过磁传感器的有效探测区域的时间通常很短,因此可假设在该时间内,舰艇相对磁传感器的速度不变。

在如式(3)所示的离散 Fréchet 距离定义中,未对两条曲线的横纵坐标值进行任何处理,其适用于需要直接计算离散 Fréchet 距离的两条离散曲线.然而,若直接计算两条磁场通过特性曲线的离散 Fréchet 距离,并不能较好地根据结果对曲线的相似性进行度量.如图1所示的曲线对,两条曲线的相似性较好,然而直接运用式(3)计算所得离散 Fréchet 距离显示其离散 Fréchet 距离较大.因此,需要针对磁场通过特性曲线的实际情况对离散 Fréchet 距离加以改进。

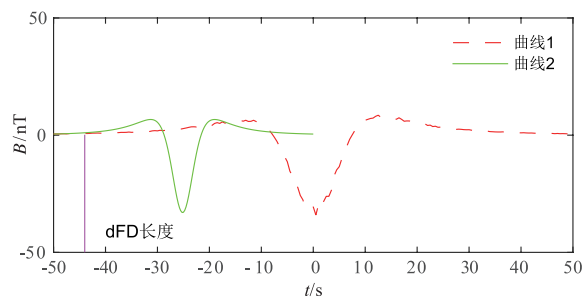


图1 曲线对距离示例1

在式(2)中, $d(u_{a_i}, v_{b_i})$ 为 u_{a_i}, v_{b_i} 两点间的距离,该距离是可以根

u_{a_i}, v_{b_i} 的坐标分别记为 $(x_{u_i}, y_{u_i}), (x_{v_i}, y_{v_i})$ 时, $d(u_{a_i}, v_{b_i}) = \sqrt{(x_{u_i} - x_{v_i})^2 + (y_{u_i} - y_{v_i})^2}$. 然而磁场通过特性曲线的横坐标为时间 t (s), 纵坐标为磁感应强度 B (T), 显然, 计算离散点间的欧式距离并不合适. 因此, 在磁场通过特性曲线间的离散 Fréchet 距离计算时, 可取 $d(u_{a_i}, v_{b_i}) = |y_{u_i} - y_{v_i}|$. 即仅以纵坐标为两条曲线间各点进行匹配的依据.

由于选取 $d(u_{a_i}, v_{b_i}) = |y_{u_i} - y_{v_i}|$, 则两条曲线在横坐标上不需要进行归一化处理, 即已经消除了因两条曲线起始点不同造成的影响. 然而, 两条曲线的纵坐标值随横坐标变化的速度不一致造成的曲线不相似 (如图 2 所示) 无法在结果上体现出来.

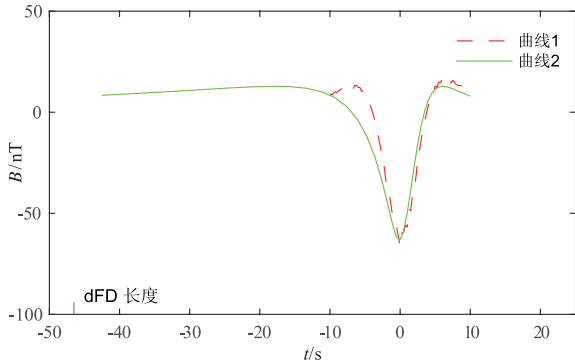


图2 曲线对距离示例2

因此, 可定义如下特征量:

$$d_0(F, G) = \max_{i=1, \dots, k} (x_{u_i} - x_{v_i}) - \min_{i=1, \dots, k} (x_{u_i} - x_{v_i}) \quad (4)$$

$d_0(F, G)$ 可度量两曲线随横坐标变化情况的相似性, 其值越小, 相似性越好. 然而, 由于两条曲线对应的目标通过测量区域的速度未必相同, 可能会出现图 3 所示的由于曲线宽度不一致造成的 $d_0(F, G)$ 过大, 因此应考虑曲线在 x 方向上的宽度偏差, 以消除目标速度不同带来的影响.

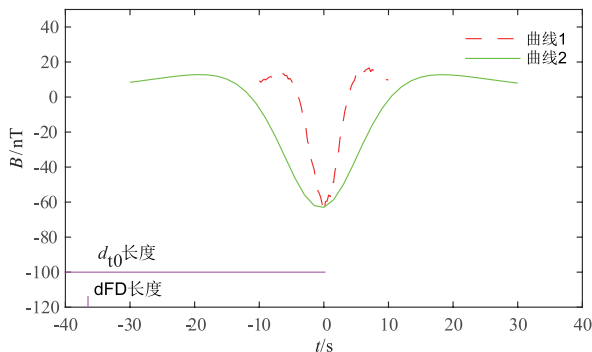


图3 曲线对距离示例3

可通过对其中一条曲线进行伸缩变换来消除该偏差的影响, 设对曲线 F 进行伸缩变换的参数为 p , 可对式(4)修正如下:

$$d_t(F, G) = \inf_{p \in R} [\max_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_i} - x_{v_i}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_i} - x_{v_i})] \quad (5)$$

即通过调整参数 p 以使 $[\max_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_i} - x_{v_i}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_i} - x_{v_i})]$ 取最小值, 该最小值即为 $d_t(F, G)$.

显然, $\delta_{dF}(F, G)$ 能够对曲线在纵坐标的相似性进行度量, 同时其计算过程对两条曲线的数据点进行了连续非减的匹配, 根据其匹配情况, $d_t(F, G)$ 值对曲线在横坐标上的相似性进行度量, 很好地补充了 $\delta_{dF}(F, G)$ 的度量盲区.

为了使不同曲线对之间的度量参数能够较好地地进行横向对比, 可对 $\delta_{dF}(F, G)$ 及 $d_t(F, G)$ 分别归一化后按一定权值相加, 得到归一化后唯一的特征值如下:

$$\begin{aligned} \Phi(F, G) &= \mu \frac{\delta_{dF}(F, G)}{0.5 \cdot [(y_{u_{\max}} - y_{u_{\min}}) + (y_{v_{\max}} - y_{v_{\min}})]} \\ &+ (1 - \mu) \frac{d_t(F, G)}{0.5 \cdot [p \cdot (x_{u_{\max}} - x_{u_{\min}}) + (x_{v_{\max}} - x_{v_{\min}})]} \\ &= \frac{2\mu\delta_{dF}(F, G)}{(y_{u_{\max}} - y_{u_{\min}}) + (y_{v_{\max}} - y_{v_{\min}})} \\ &+ \frac{2(1 - \mu)d_t(F, G)}{p \cdot (x_{u_{\max}} - x_{u_{\min}}) + (x_{v_{\max}} - x_{v_{\min}})} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\mu \in [0, 1]$ 及 $(1 - \mu)$ 为两部分的权值, 可根据实际需要进行选取, 显然, 该特征值越小, F, G 两条曲线的相似度越高. $\delta_{dF}(F, G)$ 及 $d_t(F, G)$ 的求解方法如式(7)、(8)所示:

$$\begin{cases} \delta_{dF}(F, G) = \min \{ \|L\| \mid L \text{ 为 } F, G \text{ 间链接序列} \} \\ F: \{u_1, \dots, u_m\} \quad G: \{v_1, \dots, v_n\} \\ \|L\| = \max_{i=1, 2, \dots, k} d(u_{a_i}, v_{b_i}) \\ d(u_{a_i}, v_{b_i}) = |y_{u_{a_i}} - y_{v_{b_i}}| \end{cases} \quad (7)$$

$$d_t(F, G) = \inf_{p \in R} [\max_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}})] \quad (8)$$

式(7)即为运用离散 Fréchet 距离计算的原理对两条曲线间各离散点对进行连续非减的匹配, 从而确定 $\delta_{dF}(F, G)$ 值.

由式(8)可知, 需要确定变换参数 p , 以使 $[\max_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}})]$ 最小. 在具体的实现过程中, 可使用蚁群算法或遗传算法等智能优化算法对参数 p 进行确定, 对该优化问题的描述如下:

$$\begin{cases} \min d_t(F, G) = \max_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot x_{u_{a_i}} - x_{v_{b_i}}) \\ \text{s. t. } \delta_{dF}(F, G) = \min \{ \|L\| \mid L \text{ 为 } F, G \text{ 间链接序列} \} \\ \|L\| = \max_{i=1, 2, \dots, k} d(u_{a_i}, v_{b_i}) \\ d(u_{a_i}, v_{b_i}) = |y_{u_{a_i}} - y_{v_{b_i}}| \\ u_{a_i} = (x_{u_{a_i}}, y_{u_{a_i}}), v_{b_i} = (x_{v_{b_i}}, y_{v_{b_i}}) \\ p \in R \end{cases} \quad (9)$$

式中的约束条件为以式(7)中的连续非减的匹配为基础,且参数 p 为实数.

至此,基于离散 Fréchet 距离的适用于磁场通过特性曲线间相似性度量的特征值 $\Phi(F, G)$ 的定义及计算方法得以确定.

4 方法实现与实例应用

在针对磁场通过特性曲线的实际情况对离散 Fréchet 距离进行较大改进后,根据式(6)~(9),相似性度量的特征值 Φ 的计算流程如下:

(1) 获取两条待比较的离散曲线: $F_m: \{u_1, \dots, u_m\}, G_n: \{v_1, \dots, v_n\}$, 其中 $u_i = (t_{u_i}, B_{u_i}), v_j = (t_{v_j}, B_{v_j})$. 记 F_i 为 $\{u_1, \dots, u_i\}, G_j$ 为 $\{v_1, \dots, v_j\}$.

(2) 记 $d(u_i, v_j) = |B_{u_i} - B_{v_j}|$, 并令当 $i \cdot j = 0$ 时, $\delta_{dF}(F_i, G_j) = +\infty$, 则 $\delta_{dF}(F_m, G_n)$ 可计算如下:

$$\delta_{dF}(F_i, G_j) = \max \left\{ \begin{array}{l} d(u_i, v_j), \\ \min \left\{ \begin{array}{l} \delta_{dF}(F_{i-1}, G_j), \\ \delta_{dF}(F_i, G_{j-1}), \\ \delta_{dF}(F_{i-1}, G_{j-1}) \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (10)$$

并可由 $\min \{ \delta_{dF}(F_{i-1}, G_j), \delta_{dF}(F_i, G_{j-1}), \delta_{dF}(F_{i-1}, G_{j-1}) \}$ 的比较结果,确定每一次的端点链接情况,进而得到整个链接序列 $\{(u_{a_1}, v_{b_1}), (u_{a_2}, v_{b_2}), \dots, (u_{a_k}, v_{b_k})\}$ 其中, $a_1 = 1, b_1 = 1, a_k = m, b_k = n$.

(3) 以式(5)中给出的 $d_i(F_m, G_n) = \max_{i=1, \dots, k} (p \cdot t_{u_{a_i}} - t_{v_{b_i}}) - \min_{i=1, \dots, k} (p \cdot t_{u_{a_i}} - t_{v_{b_i}})$ 为适应度函数,以 p 为唯一待优化参数,选取合适的种群大小、精英数目及交叉后代比例等参数,使用 GA 遗传算法进行求解,得到 p 值及 $d_i(F, G)$.

(4) 根据实际需要选取 $\mu \in [0, 1]$, 将 $\delta_{dF}(F_m, G_n)$ 、 $d_i(F, G)$ 及 p 等值代入式(6),即可求得相似性度量特征值 $\Phi(F_m, G_n)$,在不同的应用背景中,如有需要,可设置阈值 ε ,当 $\Phi(F_m, G_n) < \varepsilon$ 时,认为两条曲线相似,否则不相似.

根据上述计算流程,研究该算法在两种实例中的应用情况.第一种为对目标舰艇磁场与以磁场总量模拟为原则的磁场源磁场的相似情况进行度量,该类磁场源通常能够较好地模拟目标舰艇磁场的总量,而各分量的相似情况较差;第二种为对目标舰艇磁场与精细化磁场源磁场的相似情况进行度量,该类磁场源能够较好地模拟目标舰艇磁场的各分量及总量.

两种实例中均以实验室水池中所测 3 型不同舰艇的 1/25 缩比模型所产生磁场为目标舰艇磁场.

4.1 针对磁场总量模拟方法的识别

在传统的磁场模拟技术中,通常是以较为简单的磁场源对模拟目标的磁场总量进行模拟,下面给出 3 型舰艇模型目标磁场及其模拟磁场的磁场三分量及总量值,如图 4~6 所示.

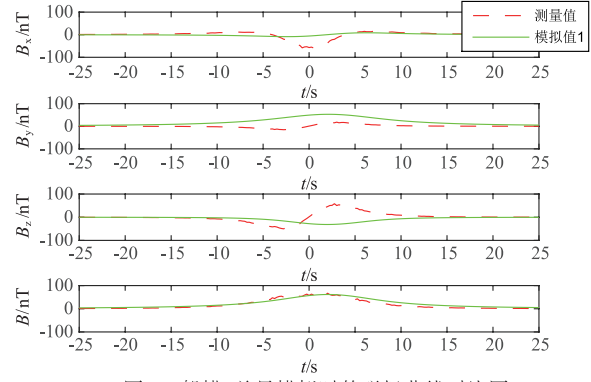


图4 船模1总量模拟时的磁场曲线对比图

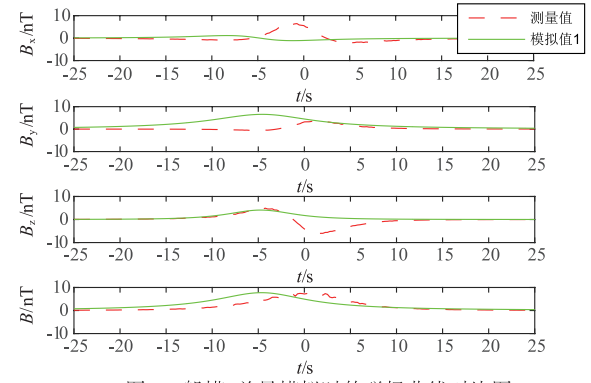


图5 船模2总量模拟时的磁场曲线对比图

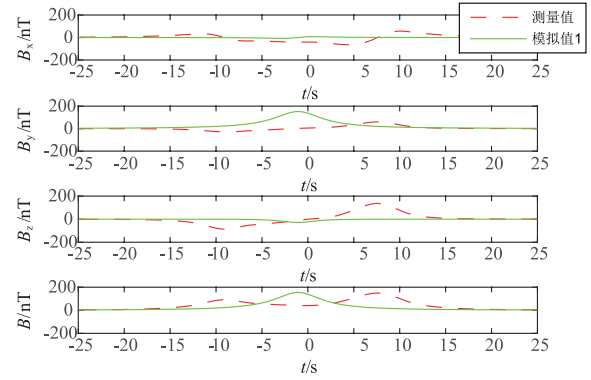


图6 船模3总量模拟时的磁场曲线对比图

由图可以直观地看出,该磁场源能够较好地为目标磁场的总量幅值进行模拟,但对各分量及变化趋势的模拟情况较差.分别对各船模对应的总量及三分量共四对曲线进行 δ_{dF} 和 d_i 的计算,并取 $\mu = 0.5$ 得到特征值 Φ ,结果如表 1~3 所示.

表 1 船模 1 总量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_i/s	Φ
B_x	54.60	0.251	0.600
B_y	53.02	0.501	0.648
B_z	88.69	0.500	0.641
B	14.98	0.252	0.124

表 2 船模 2 总量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_t/s	Φ
B_x	8.67	0.00007	0.715
B_y	7.18	0.00206	0.662
B_z	8.25	0.00196	0.502
B	5.12	0.00164	0.317

表 3 船模 3 总量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_t/s	Φ
B_x	56.79	0.750	0.565
B_y	92.74	0.473	0.484
B_z	137.71	0.281	0.602
B	27.75	0.667	0.216

由上表对照相应曲线图可以看出, δ_{dF} 和 d_t 能够分别反应两曲线在纵横坐标上的相似性, Φ 能够反应其整体相似性.

4.2 针对精细化磁场模拟方法的识别

随着“按目标设定”扫雷具为代表的精细化磁场模拟方法的出现, 当已知目标舰艇的参数时, 能够较好地模拟目标磁场的三个分量, 下面给出 3 型舰艇模型目标磁场及精细化磁场源的磁场三分量及总量值, 如图 7~9 所示.

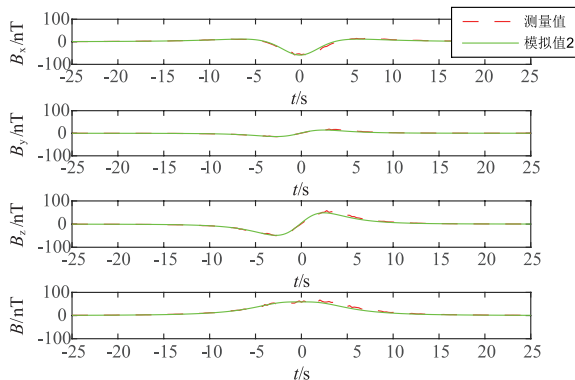


图 7 船模 1 分量模拟时的磁场通过特性曲线对比图

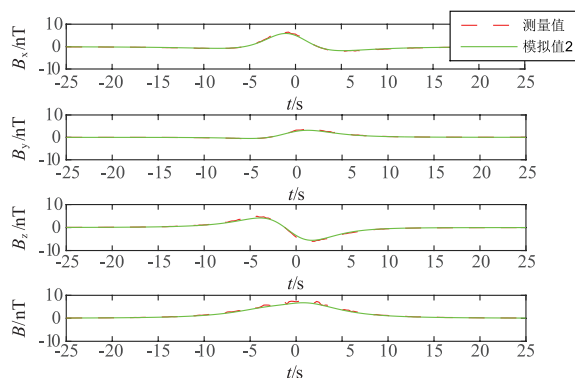


图 8 船模 2 分量模拟时的磁场通过特性曲线对比图

由图可以直观地看出, 该磁场源能够较好地对目

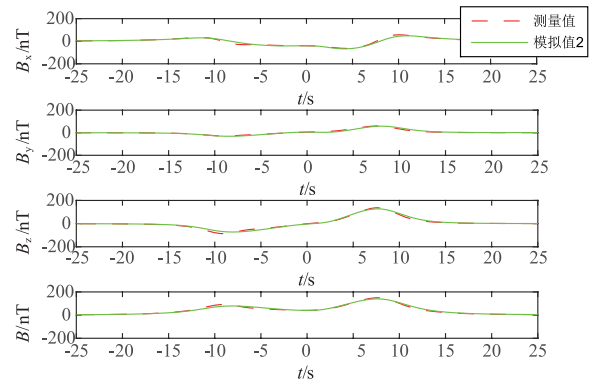


图 9 船模 3 分量模拟时的磁场通过特性曲线对比图

标磁场的三分量及总量进行模拟, 此时无法从磁场曲线的波形特点及幅值特征对其相似情况进行评价. 同样的, 分别对总量及三分量共四对曲线进行 δ_{dF} 和 d_t 的计算, 并取 $\mu = 0.5$ 得到特征值 Φ , 结果如表 4~6 所示.

表 4 船模 1 分量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_t/s	Φ
B_x	7.49	0.251	0.054
B_y	4.66	0.003	0.075
B_z	11.92	0.250	0.061
B	12.07	0.249	0.100

表 5 船模 2 分量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_t/s	Φ
B_x	1.79	0.00279	0.102
B_y	1.02	0.00193	0.122
B_z	1.63	0.00199	0.074
B	2.45	0.00269	0.157

表 6 船模 3 分量模拟时的相似性度量值

磁场	δ_{dF}/nT	d_t/s	Φ
B_x	11.07	0.0625	0.0593
B_y	2.99	0.0938	0.0354
B_z	13.49	0.0626	0.0444
B	12.33	0.0625	0.0560

由表 4~6 对照相应曲线图可以看出, 特征值 δ_{dF} 、 d_t 及 Φ 所表征的曲线相似情况与图形是相符的.

通过 3.1 及 3.2 中分别对两种磁场模拟方法所对应的特征值 Φ 进行计算可知, 无论是磁场总量模拟方法还是精细化磁场模拟方法, 都能够通过计算目标磁场特性曲线与模拟曲线间的特征值 Φ 对其相似情况进行定量评价.

5 结论

提出了一种基于离散 Fréchet 距离的磁场相似性度

量特征值 Φ . 针对磁场通过特性曲线横纵坐标具有不同单位的特点,首先改进了用以确定两曲线的离散点链接的离散点间距离评价指标 $d(u_{a_i}, v_{b_i})$,提出了以该离散点链接为基础的能够度量横坐标相似情况的参数 $d_i(F, G)$, $d_i(F, G)$ 中的伸缩变换参数 p 值可消除目标速度不同带来的影响,并对 p 值的确定方法进行了描述,可依此使用智能优化算法对 p 值进行求解,通过对 δ_{af} 及 $d_i(F, G)$ 进行归一化及加权平均得到特征值 Φ ,最后给出了 Φ 的计算流程,并通过实例验证了其可行性. 相对传统的磁场判定方法,特征值 Φ 有更广泛的适应性,能够对更加相近的磁场通过特性曲线的相似情况进行评价,且可适用于多种背景下磁场相似性的评价需求.

参考文献

- [1] Valentino B, Balch-Lindsay D. Draining the sea: Mass killing and guerilla warfare [J]. International Organization, 2004, 58(2): 375 - 407.
- [2] Been R, Hughes D T, Potter J R, et al. Cooperative anti-submarine warfare at NURC moving towards a net-centric capability [A]. Oceans [C]. USA: IEEE, 2010. 1 - 10.
- [3] Washburn A, Kress M. Combat Modeling [M]. US: Springer, 2009. 161 - 183.
- [4] Dimitropoulos K, Grammalidis N, Gragopoulos I, et al. Detection, tracking and classification of vehicles and aircraft based on magnetic sensing technology [J]. Proceedings of World Academy of Science Engineering & Technology, 2006, 1(4): 195 - 200.
- [5] Randjelovic Z B, Kayal M, Popovic R, et al. Highly sensitive hall magnetic sensor microsystem in CMOS technology [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2002, 37(2): 151 - 159.
- [6] 陈卫兵. 几种图像相似性度量的匹配性能比较 [J]. 计算机应用, 2010, 30(1): 98 - 101.
CHEN Wei-Bing. Comparison of matching capabilities in similarity measurements [J]. Journal of Computer Applications, 2010, 30(1): 98 - 101. (in Chinese)
- [7] Groenen P J F, Mathar R, Heiser W J. The majorization approach to multidimensional scaling for Minkowski distances [J]. Journal of Classification, 1995, 12(1): 3 - 19.
- [8] Huttenlocher D P, Klanderman G A, Rucklidge W A. Comparing images using the Hausdorff distance [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1993, 15(9): 850 - 863.
- [9] 高孝杰, 简季, 戴晓爱, 等. 基于 Fréchet 距离的光谱曲线匹配应用分析 [J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2016, 41(3): 408 - 414.
GAO Xiao-Jie, JIAN Ji, DAI Xiao-Ai, et al. Spectral curve matching application analysis based on Fréchet distance [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(3): 408 - 414. (in Chinese)
- [10] Alt H, Godau M. Computing the Fréchet distance between two polygonal curves [J]. International Journal of Computational Geometry & Applications, 1995, 5(1/2): 75 - 91.
- [11] Efrat A, Fan Q, Venkatasubramanian S. Curve matching, time warping, and light fields: New algorithms for computing similarity between curves [J]. Journal of Mathematical Imaging & Vision, 2007, 27(3): 203 - 216.
- [12] Eiter T, Mannila H. Computing the discret Fréchet distance [R]. Vienna: Information Systems Department, Technical University of Vienna, 1994.

作者简介



石 剑 男. 1991 年 1 月出生, 湖北阳新人. 海军工程大学博士生. 研究方向为: 武器系统运用与保障工程.
E-mail: j_shi@foxmail.com



刘忠乐 男. 1964 年 10 月出生, 江苏连云港人. 博士, 博士生导师. 现为海军工程大学教授, 从事物理场对抗方面的研究.