

超短基线水声定位系统 相位差解模糊算法研究

王 燕^{1,2}, 李 晴^{1,2}, 张光普^{1,2}, 梁国龙^{1,2}, 马世龙^{1,2}

(1. 哈尔滨工程大学水声技术重点实验室, 黑龙江哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工程大学水声工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 基于窄带信号的超短基线水声定位系统通常面临相位差模糊与定位精度之间的矛盾. 针对信号频率较高时难以构造传统解模糊方法所需的小于信号半波长阵元间距的问题, 提出了一种基于广义最大似然准则的相位差解模糊算法. 该算法通过模糊数向量初始化将解模糊问题转化为多元复合假设检验问题, 并采用广义最大似然准则判决, 进而估计信号方向. 该算法无需构造小于半波长的阵元间距, 有效扩大了无模糊阵列孔径, 且对阵元布放方式要求较低; 充分利用了相位差观测数据的统计特性, 测向精度接近克拉美-罗界. 仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 相位差模糊; 测向; 多元复合假设检验; 超短基线定位

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)11-2787-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.11.028

Phase-Difference Ambiguity Resolution for USBL Underwater Acoustic Positioning Systems

WANG Yan^{1,2}, LI Qing^{1,2}, ZHANG Guang-pu^{1,2}, LIANG Guo-long^{1,2}, MA Shi-long^{1,2}

(1. Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China;

2. College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Ultra-short baseline (USBL) underwater acoustic positioning systems utilizing narrow band signals are always confronted with the contradiction between phase-difference ambiguity and positioning accuracy. When the signal frequency is high, it is difficult to construct an array with an interval less than a half-wavelength which is always employed in traditional ambiguity resolution technique. Aiming at this problem, a phase-difference ambiguity resolution method based on the generalized maximum likelihood (GML) rule is proposed. Firstly, with vectors of the ambiguity integers initialized, the ambiguity resolution problem is formulated as problem of multiple composite hypothesis testing. Then decision can be made through the GML rule and direction of arrival is obtained. With inter-sensor spacing exceeding half the wavelength, the proposed method effectively extends the unambiguous array aperture and constraint on array configuration is easy to be met. Additionally, under full consideration of the statistical characteristics of observation data, accuracy of direction estimation approaches the Cramer-Rao bound. Simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: phase-difference ambiguity; direction finding; multiple composite hypothesis testing; ultra-short baseline (USBL) positioning

1 引言

信号波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计在雷达、声纳、通信等军事及民用领域具有重要的应用价值^[1-3]. 超短基线水声定位系统通过测量接收基元间的

相位差估计信号波达方向从而实现水下目标的定位^[4]. 当阵元间距大于信号半波长时, 测量相位差可能与真实相位差相差 2π 的整数倍, 称之为相位差模糊, 该倍数称为模糊数, 求解模糊数的过程则称为解模糊. 相位差解模糊是超短基线系统实现准确定位的关键

收稿日期: 2016-07-13; 修回日期: 2017-03-30; 责任编辑: 蓝红杰

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51279043, No. 11504064, No. 61405041); 黑龙江省博士后科研启动金 (No. LBH-Q15025); 黑龙江省留学归国人员科学基金 (No. JJ2016LX0051)

问题.

工程应用中通常利用小于半波长的较短基线与较长基线相结合的方式消除相位差模糊. 测量误差一定时, 其性能随较长基线与较短基线长度之比增大而降低. 此外, 信号频率较高时, 考虑到遮挡与耦合问题, 可能难以实现半波长间距的阵元配置. 通过构造多元非均匀阵列, 利用多条基线的长度关系可以实现相位差解模糊^[5-7], 且最小阵元间距可以超过半波长. 基于余数定理法^[8]理论上可以直接求得最长基线的模糊数, 但是要求基线长度两两互质, 且对噪声敏感. 逐次解模糊法^[9,10]通过构造小于半波长的虚拟基线得到无模糊的二次相位差, 从而逐步求解其它基线的模糊数, 通常只适用于特定的阵型, 且解模糊性能受相位差误差及各基线长度之比影响较大. 多组比值解模糊法^[11]先利用相邻基线的长度比求解可能的模糊数组合, 再得到一组公共的模糊数, 其性能受相邻基线长度的最大公因子大小的影响. 相关搜索法^[12,13]建立理论参考数据与测量相位差之间的相似性代价函数, 并通过网格搜索的方法选取使代价函数最小的角度作为信号入射方向. 当网格划分较大时, 容易产生理论数据与实际相位差的失配, 从而导致解模糊失败; 而网格划分较小时, 所需要的存储空间及运算量增大, 算法效率降低.

另外, 现有的多基线解模糊方法通常将基线间相位差测量误差看作统计独立的, 测向结果通常是利用最长基线或一部分基线估计得到的, 估计精度具有局限性. 文献[14]中考虑了相位差测量误差之间的相关性并采用最小二乘方法估计波达角度, 但并未考虑相位差模糊问题. 本文利用相位差测量误差的统计特性将相位差解模糊问题转化为多元复合假设检验问题, 并提出了基于广义最大似然准则的解模糊方法. 该方法以最长基线测量相位差为基准进行模糊数向量初始化, 减少了多维整数搜索的次数. 文中推导了波达角的可观条件并对其估计精度进行了理论分析. 该算法有效增大了无模糊阵列孔径, 且对阵型要求较低, 充分利用了相位差观测数据, 可以实现对信号方向的高精度估计.

2 相位差模糊问题描述

超短基线系统定位原理^[15]如图1所示, 三个阵元位于两条互相垂直的基线上, 基线长度均为 d , 阵元1位于坐标原点处.

设目标位于 S_0 处, 其水平位置坐标为 $[x, y]^T$, 测量得到目标与阵元1间的斜距为 R , 则

$$\begin{cases} x = R \cos \alpha_x \\ y = R \cos \alpha_y \end{cases} \quad (1)$$

其中, α_x 和 α_y 分别为目标位置矢量与 x 轴和 y 轴的夹

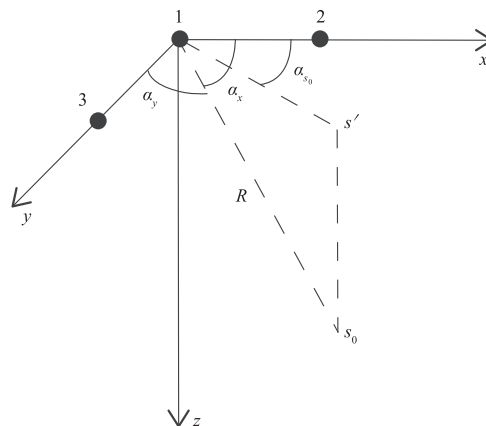


图1 超短基线定位原理图

角. S' 为 S_0 在 xoy 平面上的投影, 其位置矢量与 x 轴的夹角 α_{s_0} 为目标水平方位角, 且

$$\alpha_{s_0} = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{\cos \alpha_y}{\cos \alpha_x}\right) \quad (2)$$

α_x 和 α_y 可以通过分别测量信号到达阵元1和阵元2间的相位差 φ_{12} 以及阵元1和阵元3间的相位差 φ_{13} 得到, 即

$$\alpha_x = \arccos\left[\frac{\varphi_{12}}{(\kappa d)}\right] \quad (3)$$

$$\alpha_y = \arccos\left[\frac{\varphi_{13}}{(\kappa d)}\right] \quad (4)$$

其中, $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为信号波数, $\lambda = \frac{c}{f_0}$ 为信号波长, f_0 为信号频率, c 为水中声速. 可见, 准确测量信号波达角 α_x 和 α_y 对提高超短基线系统定位精度具有重要意义. 增大阵元间距通常有利于提高波达角估计精度, 但是当 $d > \frac{\lambda}{2}$ 时, 测量相位差可能会出现 2π 模糊, 即产生相位差模糊问题. 相位差模糊会进一步导致定位模糊, 因此, 解模糊测向是超短基线系统实现准确定位的关键问题, 本文重点针对此问题展开研究. 考虑到两组阵元波达角估计过程相对独立, 为了便于分析, 下面均以一组阵元为模型进行相位差模糊问题的描述及解模糊算法的研究. 不失一般性, 考虑由阵元1和阵元2构成的二元阵列, 两阵元间相位差为

$$\varphi = \kappa d \cos \alpha \quad (5)$$

其中, $\alpha \in [0, \pi]$ 为信号入射方向与 x 轴正方向的夹角. 设测量相位差为 $\psi \in (-\pi, \pi]$, 则

$$\psi = \kappa d \cos \alpha - 2k\pi + \delta \quad (6)$$

其中, δ 为相位差测量误差, 整数 k 为模糊数, $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$.

由式(6)可见, 当 $d > \frac{\lambda}{2}$ 时, 相位差模糊问题导致测

量相位差 ψ 与多个可能的信号入射方向对应,但是只有真实模糊数对应的角度为波达角 α 的估计值.解模糊的目的就是通过求得真实模糊数,对测量相位差进行补偿从而得到无模糊的相位差,进而估计信号的入射角度.

3 基于广义最大似然准则的解模糊波达角估计算法

3.1 理论模型

在间距大于半波长的双阵元之间加入 $(M-2)$ 个辅助阵元,形成 M 元非均匀线列阵,且阵元间距最小值超过半波长.以第 M 个阵元为基准,形成 $N = M - 1$ 条基线,如图 2 所示,基线长度分别为 d_1, d_2, \dots, d_N .

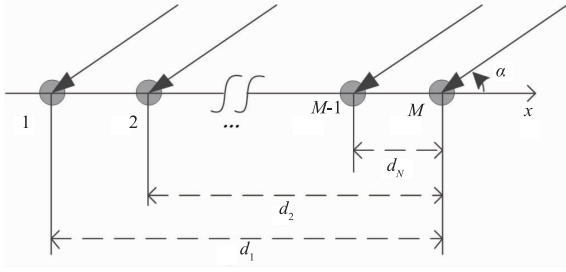


图2 M 元非均匀线列阵几何示意图

对于第 n 条基线,有

$$\psi_n = \varphi_n - 2k_n\pi + \delta_n, n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

其中, $\varphi_n = \kappa d_n \cos\alpha$ 为相位差真值, δ_n 为第 n 个阵元和参考阵元间的相位差测量误差, $\delta_n = \varepsilon_n - \varepsilon_M$, ε_n 和 ε_M 分别为第 n 个阵元和参考阵元的相位测量误差.假设不同阵元的相位测量误差统计独立,且均服从方差为 σ^2 的零均值高斯分布,即 $\varepsilon_n \sim N(0, \sigma^2)$, $n = 1, 2, \dots, M$, 则 $\delta_n \sim N(0, \sigma_\delta^2)$, 其中 $\sigma_\delta^2 = 2\sigma^2$, $n = 1, 2, \dots, N$.

设各条基线测量相位差向量为 $\mathbf{X} = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]^T$, 信号入射角度余弦值为 $\beta = \cos\alpha$, 模糊数向量 $\mathbf{k} = [k_1, k_2, \dots, k_N]^T$, 则观测数据可以写成如下形式

$$\mathbf{X} = \beta\mathbf{L} - 2\pi\mathbf{k} + \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{L} = [\kappa d_1, \kappa d_2, \dots, \kappa d_N]^T$, $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N]^T$ 为相位差测量误差向量, 其协方差矩阵为 \mathbf{C} , 即 $\boldsymbol{\delta} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{C})$, 其中, $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{C}_0$, $\mathbf{C}_0 = \mathbf{I} + \mathbf{U}\mathbf{U}^T$, \mathbf{I} 为 $N \times N$ 阶单位矩阵, \mathbf{U} 为元素均为 1 的 $N \times 1$ 维向量.

由式(8)可见,阵列的一组相位差观测对应多种可能的模糊数向量,但是只有一个真实模糊数向量对应的角度为信号真实方向的估计值.因此,问题的关键在于如何从多个可能的模糊数向量中判别出真实模糊数向量.本文将解模糊问题转化为多元复合假设检验问题,将各个可能的模糊数向量与不同的假设条件对应,判决真实模糊数向量对应的假设为真则实现了正确解模糊.

3.2 模糊数向量初始化

理论上可以通过多维整数搜索获得所有的模糊数向量,但是这样得到的模糊数向量存在大量的冗余,极大地增加了后续假设检验问题求解的复杂度.下面,在充分挖掘相位差观测数据中隐含的信号入射角度信息的基础上,给出本文模糊数向量的初始化方法.

由式(7)可得图 2 中阵列最长基线的模糊数 k_1 的表达式为

$$k_1 = \frac{\varphi'_1 - \psi_1}{2\pi} \quad (9)$$

其中, $\varphi'_1 = \varphi_1 + \delta_1$ 为最长基线的无模糊相位差, 相位差真值 $\varphi_1 \in [-\kappa d_1, \kappa d_1]$. 当 $\varphi'_1 \in [-\kappa d_1, \kappa d_1]$ 时, k_1 的可能取值集合为 $S_k = \{k_1^u | k_1^u \in Z, -\frac{\kappa d_1 + \psi_1}{2\pi} \leq k_1^u \leq \frac{\kappa d_1 - \psi_1}{2\pi}\}$, Z 为整数集, 对应 φ'_1 的可能取值构成集合 $S_\varphi = \{\psi_1 + 2k_1^u\pi | k_1^u \in S_k\}$. 可见,由集合 $S_\psi = \{\psi_1\}$ 到 S_φ 为一对多映射,记为算子 $f: S_\psi \rightarrow S_\varphi$.

当信号入射方向靠近阵列轴向时,相位差真值 φ_1 趋近于其取值范围的边界.受测量误差的影响,实际值 φ'_1 可能超过边界,即 $\varphi'_1 \notin [-\kappa d_1, \kappa d_1]$. 而 S_φ 中元素均在 $[-\kappa d_1, \kappa d_1]$ 范围内,则当 φ'_1 超过边界时, S_φ 中没有与 φ_1 相对应的元素.针对此问题,本文将 φ_1 取值范围的边界值作为其合理估计对 S_φ 进行补充,设估计误差为 δ'_1 , 则 $|\delta'_1| \leq |\delta_1|$. 设补充相位差集合为 S_φ^c , 则

$$S_\varphi^c = \begin{cases} \{\kappa d_1\}, & \kappa d_1 - \varphi_1^{\max} \geq \gamma \text{ 且 } \kappa d_1 + \varphi_1^{\min} < \gamma \\ \{-\kappa d_1\}, & \kappa d_1 - \varphi_1^{\max} < \gamma \text{ 且 } \kappa d_1 + \varphi_1^{\min} \geq \gamma \\ \{\kappa d_1, -\kappa d_1\}, & \kappa d_1 - \varphi_1^{\max} \geq \gamma \text{ 且 } \kappa d_1 + \varphi_1^{\min} \geq \gamma \\ \emptyset, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

其中, φ_1^{\max} 和 φ_1^{\min} 分别为集合 S_φ 中元素的最大值和最小值, 门限 γ 满足 $\gamma \leq 2\pi - \delta_{\max}$, δ_{\max} 为相位差测量误差的最大值, 且 $|\delta_n| \leq \delta_{\max}$, $n = 1, 2, \dots, N$. 关于门限 γ 的取值,下文将给出更进一步的说明.

至此得到补充后的离散相位差集合 $S_\varphi^{\text{cp}} = S_\varphi \cup S_\varphi^c$, 且对于 $\alpha \in [0, \pi]$, S_φ^{cp} 中均包含与相位差真值 φ_1 相对应的元素,将其记为 φ'_1 , 则 $\varphi'_1 = \varphi_1 + \delta'_1$, 且 $|\delta'_1| \leq |\delta_1|$. 设 S_φ^{cp} 的基数为 $\text{card}(S_\varphi^{\text{cp}}) = Q$, 由 S_φ^{cp} 中的元素 φ_1^q 对各基线的模糊数进行估计

$$k_n^q = \left\lfloor \frac{\varphi_1^q d_n - \psi_n d_1}{2\pi d_1} \right\rfloor, n = 1, 2, \dots, N, q = 1, 2, \dots, Q \quad (11)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取整, 则一共得到 Q 个模糊数向量, $\mathbf{k}_q = [k_1^q, k_2^q, \dots, k_N^q]^T$, $q = 1, 2, \dots, Q$. 由于需要通过后续的多元假设检验从这 Q 个向量中判别出真实模糊数向量

进而解模糊,因此能够实现正确解模糊的前提是这组向量中包括真实模糊数向量,又 S_φ^{op} 中的元素 φ_1^t 与相位差真值相对应,则要求通过 φ_1^t 可以求得各基线的真实模糊数. 将 φ_1^t 的表达式代入式(11),并结合式(7)可得

$$k_n^t = \left[k_n + \frac{(\varphi_1^t d_n - \varphi_n d_1) + (\delta_1^t d_n - \delta_n d_1)}{2\pi d_1} \right] \quad (12)$$

其中, k_n 为第 n 条基线的真实模糊数, $\varphi_1^t d_n = \varphi_n d_1$, 则 $k_n^t = k_n$ 需满足

$$\left| \frac{\delta_1^t d_n}{d_1} - \delta_n \right| < \pi \quad (13)$$

由于 $|\delta_n| \leq \delta_{\max}$, 则相位差测量误差的最大值需满足 $\delta_{\max} < \pi d_1 / (d_1 + d_n)$. 又 $d_n \leq d_1$, 则当 $\delta_{\max} < \pi/2$ 时, 可以由 φ_1^t 求得各基线的真实模糊数, 从而得到真实模糊数向量 $k_t = [k_1, k_2, \dots, k_N]^t$. 式(10)中, 对 S_φ 进行补充的界限需满足 $\gamma \leq 2\pi - \delta_{\max}$, 因此, 当 $\delta_{\max} < \pi/2$ 时, 只需使门限值 $\gamma \leq 3\pi/2$ 即可确保 S_φ^{op} 中包含 φ_1^t , 并且由 φ_1^t 求得 $k_t = k$.

综上, 当相位差测量误差最大值满足 $\delta_{\max} < \pi/2$ 时, 通过上述初始化方法可以得到 Q 个模糊数向量, $\mathbf{k}_q = [k_1^q, k_2^q, \dots, k_N^q]^T, q = 1, 2, \dots, Q$, 且其中包括真实模糊数向量. 下面通过构建多元复合假设检验模型对这组向量中的真实模糊数向量进行判别, 从而实现解模糊.

3.3 多元复合假设检验模型的构建及算法实现

考虑 $(N+2) \times 1$ 维参数矢量 $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_r^T, \boldsymbol{\theta}_s^T]^T$ 的复合假设检验问题, 其中 $\boldsymbol{\theta}_r = \mathbf{k}$ 是 $N \times 1$ 维的模糊数向量, $\boldsymbol{\theta}_s = [\boldsymbol{\beta}, \sigma^2]^T$ 是 2×1 维未知的非随机参数向量, $\boldsymbol{\beta} = \cos\alpha$ 为信号入射角度余弦值, σ^2 为相位测量误差方差, 本文算法无需相位测量误差方差的先验信息. 概率密度函数以 $\boldsymbol{\theta}$ 为参数, 可以表示为 $p(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) = p(\mathbf{X}; \mathbf{k}, \boldsymbol{\theta}_s)$. 假设检验是

$$H_q: \boldsymbol{\theta} = \mathbf{k}_q, \boldsymbol{\theta}_s, q = 1, 2, \dots, Q \quad (14)$$

对于式(14)中含有未知参量的多元假设检验问题, 根据广义最大似然准则^[16], 如果

$$\xi_q = \ln p(\mathbf{X}; \mathbf{k}_q, \hat{\boldsymbol{\theta}}_s | H_q) \quad (15)$$

当 $q = t$ 是最大时判 H_t , 其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_s$ 是 $\boldsymbol{\theta}_s$ 在 H_q 条件下的最大似然估计 (Maximum Likelihood Estimation, MLE), 可以通过使 $p(\mathbf{X}; \mathbf{k}_q, \boldsymbol{\theta}_s | H_q)$ 关于 $\boldsymbol{\theta}_s$ 最大而求得. H_q 条件下的概率密度函数为

$$p(\mathbf{X}; \mathbf{k}_q, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2 | H_q) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \det^{\frac{1}{2}}(\sigma^2 \mathbf{C}_0)} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{L} + 2\pi \mathbf{k}_q)^T \mathbf{C}_0^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{L} + 2\pi \mathbf{k}_q) \right] \quad (16)$$

首先, 通过使 $p(\mathbf{X}; \mathbf{k}_q, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2 | H_q)$ 关于 $\boldsymbol{\beta}$ 最大求 $\hat{\boldsymbol{\beta}}_q$. 取对数似然函数关于 $\boldsymbol{\beta}$ 的导数, 并令它等于零, 得

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_q = (\mathbf{L}^T \mathbf{C}_0^{-1} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{C}_0^{-1} (\mathbf{X} + 2\pi \mathbf{k}_q) \quad (17)$$

σ^2 在 H_q 条件下的 MLE 是通过使 $p(\mathbf{X}; \mathbf{k}_q, \hat{\boldsymbol{\beta}}_q, \sigma^2 | H_q)$ 关于 σ^2 最大而求得的, 令 $\mathbf{X}_q = \mathbf{X} + 2\pi \mathbf{k}_q$, 有

$$\hat{\sigma}_q^2 = A_q / N \quad (18)$$

其中,

$$A_q = \mathbf{X}_q^T [\mathbf{C}_0^{-1} - \mathbf{C}_0^{-1} \mathbf{L} (\mathbf{L}^T \mathbf{C}_0^{-1} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{C}_0^{-1}] \mathbf{X}_q \quad (19)$$

则根据式(15), 有

$$\xi_q = \ln \left[\frac{1}{(2\pi \hat{\sigma}_q^2)^{\frac{N}{2}} \det^{\frac{1}{2}}(\mathbf{C}_0)} \exp \left(-\frac{N}{2} \right) \right] \quad (20)$$

忽略常数项, 再乘以 -1 , 我们有

$$\xi'_q = \frac{N}{2} \ln \hat{\sigma}_q^2 = \frac{N}{2} \ln \frac{A_q}{N} \quad (21)$$

因此, 如果当 $q = t$ 时, 式(21)最小, 则判 H_t 为真, 而使式(21)达到最小等价于使 A_q 达到最小, 因此最终的检验统计量简化为 A_q , 判决准则为如果当 $q = t$ 时, A_q 最小, 则判 H_t 为真, 对应的 $\hat{\boldsymbol{\beta}}_t$ 为信号入射角余弦 MLE. 考虑到信号入射方向靠近阵列轴向时, 实际无模糊相位差受噪声影响存在超过边界的问题, 可能有 $\hat{\boldsymbol{\beta}}_t \notin [-1, 1]$, 因此进行如下处理

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}'_t = \begin{cases} 1, & \hat{\boldsymbol{\beta}}_t > 1 \\ -1, & \hat{\boldsymbol{\beta}}_t < -1 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_t, & -1 \leq \hat{\boldsymbol{\beta}}_t \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

则波达角估计值为 $\hat{\alpha} = \arccos \hat{\boldsymbol{\beta}}'_t$.

综上所述, 基于广义最大似然准则的相位差解模糊算法的具体实现步骤总结如下:

(1) 根据算子 f 求得集合 S_φ , 并由式(10)求得集合 S_φ^c , 进而得到 $S_\varphi^{\text{op}} = S_\varphi \cup S_\varphi^c$.

(2) 根据式(11), 由集合 S_φ^{op} 中的元素对各基线的模糊数进行估计, 从而对模糊数向量进行初始化.

(3) 利用第(2)步得到的模糊数向量构建多元复合假设检验模型, 计算各个假设条件下的检验统计量, 如式(19)所示, 并判决使其最小的假设 H_t 为真. 最后由式(22)修正 $\hat{\boldsymbol{\beta}}_t$, 得到角度估计值 $\hat{\alpha}$.

4 算法性能分析

4.1 波达角可观测性分析

首先给出本文算法在 $[0, \pi]$ 范围内角度估计无模糊, 即波达角可观测的条件. 设图 2 中 N 条基线的长度为 $d_n = d_0 P_n$, 且 $d_1 > d_2 > \dots > d_N$, 其中, d_0 为正有理数, P_n 为正整数, 则波达角可观测需要满足以下条件: (1) P_1, P_2, \dots, P_N 的最大公因子为 1, 记为 $\text{GCD}(P_1, P_2, \dots, P_N) = 1$, 即 P_1, P_2, \dots, P_N 为最大公因子为 1 的递减互异正整数. (2) $d_0 < \frac{\lambda}{2}$.

证明如下: 不考虑噪声的干扰, 在假设条件 H_q 和

H_t 下分别可以得到

$$\mathbf{X}_0 + 2\pi\mathbf{k}_q = \hat{\beta}_{q_0}\mathbf{L} + \mathbf{e}_q \quad (23)$$

$$\mathbf{X}_0 + 2\pi\mathbf{k}_t = \hat{\beta}_{t_0}\mathbf{L} + \mathbf{e}_t \quad (24)$$

其中, \mathbf{X}_0 为 $(-\pi, \pi]$ 区间内的相位差真值向量, $\hat{\beta}_{q_0}$ 和 $\hat{\beta}_{t_0}$ 分别为两个假设下 β 的 MLE, 且 $\hat{\beta}_{q_0} \neq \hat{\beta}_{t_0}$, \mathbf{e}_q 和 \mathbf{e}_t 分别为对应的估计偏差向量. 设 \mathbf{k}_t 为真实模糊数向量, 则 $\mathbf{e}_t = \mathbf{0}$, 对应的检验统计量 $A_t = 0$. 由式(23)及式(24)可得 H_q 条件下检验统计量为

$$A_q = \|\mathbf{e}_q\|^2 = \|2\pi\mathbf{\Delta} - \rho\mathbf{L}\|^2 \quad (25)$$

其中, $\rho = \hat{\beta}_{q_0} - \hat{\beta}_{t_0}$, $\mathbf{\Delta} = \mathbf{k}_q - \mathbf{k}_t$.

如果对于 $A_q, q = 1, 2, \dots, Q$, 且 $q \neq t$, 均有 $A_q > A_t$, 则本文算法可以实现对波达角的无模糊估计. 相反地, 如果存在 $A_q, q \neq t$, 使得 $A_q = A_t = 0$, 则产生角度估计模糊, 此时根据式(25), 有 $\rho\mathbf{L} = 2\pi\mathbf{\Delta}$, 对其整理可得

$$\Delta_i = \gamma_0 P_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

其中, $\gamma_0 = \rho d_0 / \lambda$. 当 $\text{GCD}(P_1, P_2, \dots, P_N) = 1$ 时, 式(26)成立需满足, $|\gamma_0| \geq 1$, 即 $|\rho| \geq \lambda / d_0$. 又 $|\rho| \leq 2$, 则有 $d_0 \geq \lambda / 2$, 这与 $d_0 < \lambda / 2$ 相矛盾, 因此当 $\text{GCD}(P_1, P_2, \dots, P_N) = 1$ 且 $d_0 < \lambda / 2$ 时不会产生模糊.

余数定理法解模糊^[8]要求 P_1, P_2, \dots, P_N 两两互素, 即 $\text{GCD}(P_i, P_j) = 1, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N$, 且 $i \neq j$. 逐级解模糊算法^[9,10]需要构造间距差小于半波长的一组阵元对, 且算法只适用于特定的阵型. 与二者相比, 本文算法对阵元分布的要求更加宽松, 在实际应用中更容易达到, 且算法通用性较强.

4.2 波达角估计精度分析

设无模糊相位差向量 $\mathbf{X}' = [\varphi'_1, \varphi'_2, \dots, \varphi'_N]^T$, 则

$$\mathbf{X}' = \cos\alpha\mathbf{L} + \delta \quad (27)$$

且 \mathbf{X}' 的联合概率密度函数为

$$p(\mathbf{X}'; \alpha) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \det^{\frac{1}{2}}(\mathbf{C})} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{X}' - \cos\alpha\mathbf{L})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{X}' - \cos\alpha\mathbf{L})\right] \quad (28)$$

则 \mathbf{X}' 的 Fisher 信息为

$$I(\alpha) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{X}'; \alpha)}{\partial \alpha^2}\right] = \sin^2 \alpha \cdot \mathbf{L}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{L} \quad (29)$$

可得波达角估计克拉美-罗界 (Cramer-Rao Bound, CRB)

为

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{I(\alpha)} = \frac{(\mathbf{L}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{L})^{-1}}{\sin^2 \alpha} \quad (30)$$

其中, σ_α 为标准差下界. 由式(17)可得本文算法方向余弦的均方误差 (Mean Square Error, MSE) 为

$$\text{MSE}(\beta) = (\mathbf{L}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{L})^{-1} \quad (31)$$

又 $\hat{\alpha} = \arccos\beta$, 则

$$\text{MSE}(\alpha) = \left(\frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial \beta}\right)^2 \text{MSE}(\beta) = \frac{(\mathbf{L}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{L})^{-1}}{\sin^2 \hat{\alpha}} \quad (32)$$

其中, $\hat{\alpha}$ 为式(30)中真实角度 α 的估计. 结合式(30)和

式(32)可见, 在一定相位差测量误差条件下, 本文算法的角度估计均方误差近似于 CRB. 因此, 与传统构造小于半波长阵元间距的解模糊测向方法相比, 本文算法有效增大了无模糊阵列孔径, 且考虑了相位差测量误差之间的相关性, 充分利用了所有基线的观测数据, 波达角估计精度更高.

5 仿真分析

为了验证本文算法的解模糊测向性能, 采用 Monte Carlo 重复试验统计正确解模糊概率及测向误差. 设 Monte Carlo 试验次数为 N_{MC} , 仿真中 $N_{\text{MC}} = 10000$. 将求得各基线模糊数等于对应的真实模糊数称为正确解模糊, 则正确解模糊概率是指正确解模糊的次数与 N_{MC} 之比. 角度估计均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 为

$$\text{RMSE} = \sqrt{E[(\hat{\alpha} - \alpha)^2]} \quad (33)$$

其中, $\hat{\alpha}$ 为单次仿真的波达角估计值.

场景条件如下: 信号为 CW 脉冲, 频率 $f_0 = 75\text{kHz}$, 水中声速 $c = 1500\text{m/s}$, 信号波长 $\lambda = 0.02\text{m}$. 参照文献[9]中逐级法的要求设计五元直线阵, 以最右侧阵元为参考, 基线长度向量 $\mathbf{d} = [45d_0, 33d_0, 18d_0, 4d_0]^T$, 其中 $d_0 = \lambda/5$, 则基线长度比为 $P_1:P_2:P_3:P_4 = 45:33:18:4$, 容易验证该阵元布放方式满足本文算法的波达角可观测量条件, 且阵元间距超过半波长.

5.1 不同相位差测量误差下性能比较

统计信号入射角度 $\alpha = 50^\circ$, 相位差测量误差标准差 $\sigma_\delta \in [0^\circ, 30^\circ]$ 条件下不同算法的正确解模糊概率及测向均方根误差, 结果如图3所示. 图例中, “逐级”表示逐级解模糊算法^[9]仿真结果, “比值”表示比值解模糊算法^[11]仿真结果, “搜索”表示相关搜索算法^[12]仿真结果, 其角度搜索范围 $[0, \pi]$, 步长为 0.1° , “本文”表示本文算法仿真结果, 其补充相位差门限取 $\gamma = \frac{3\pi}{2}$.

由图3(a)可见, 当 $\sigma_\delta \leq 5^\circ$ 时, 逐级法解模糊概率可达到1, 与文献[9]中给出的正确解模糊的条件 $\delta_{\text{max}} < \pi / (2k_n + 2)$ 相符, 其中相邻两级虚拟基线长度比值 $k_n = 3$. 对于比值法, 当 $\delta_{\text{max}} < \min[\text{GCD}(P_n, P_{n+1})\pi / (P_n + P_{n+1})]$, $n = 1, 2, 3$ 时, 即 $\delta_{\text{max}} < \pi/26$ 时才能够正确解模糊, 因此当 $\sigma_\delta = 5^\circ$ 时, 其正确解模糊概率已经小于1. 而本文算法与搜索法在 $\sigma_\delta \leq 15^\circ$ 条件下均可以100%正确解模糊, 且随着 σ_δ 的增大, 正确概率明显高于逐级法和比值法. 与相关搜索法相比, 本文算法充分利用测量相位差中的信号方向信息对模糊数向量进行初始化, 减少了多维整数搜索的次数, 且无需进行网格搜索, 算法效率较高.

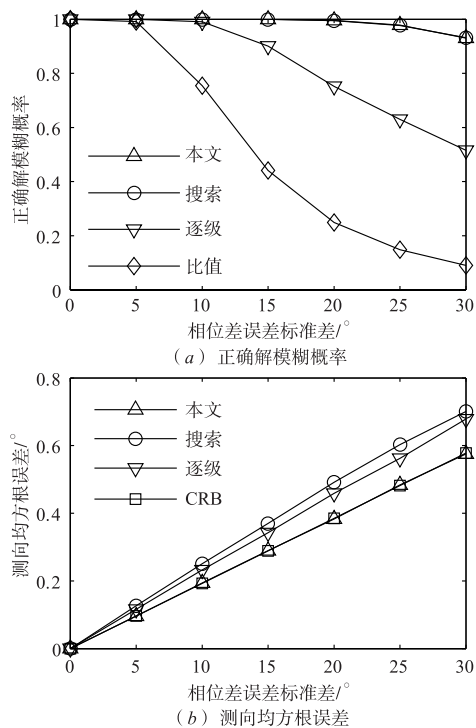


图3 不同相位差测量误差下性能比较

图3(b)中并未给出比值法的测向精度,因为其正确解模糊概率随着相位差误差增大而急剧降低,得到的精度统计意义较小. 逐级法的测向精度由最长基线长度决定. 搜索法采用余弦函数形式的代价函数,不具有明确的

物理意义. 本文算法充分利用了相位差测量误差的统计特性,得到了波达角的最大似然估计,测向均方根误差低于逐级法及搜索法, $\sigma_\delta \in [0^\circ, 30^\circ]$ 条件下能够达到CRB.

5.2 不同入射角下性能比较

图4给出了 $\sigma_\delta = 30^\circ$,信号入射角度 α 在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内不同方法的正确解模糊概率及测向精度,其中,对逐级法及比值法也做了如式(22)所示的处理.

由图4(a)可见,当 $\sigma_\delta = 30^\circ$ 时,比值法和逐级法正确解模糊概率分别约为0.1和0.5,而本文算法正确概率不低于0.93,远高于比值法和逐级法. 图4(b)中,当信号靠近轴向入射时,搜索法正确概率明显下降,这是由于实际无模糊相位差超过边界造成真实角度对应的理论相位差与测量相位差失配,从而导致解模糊失败. 本文算法在模糊数向量初始化时采用边界相位差对直接由最长基线相位差测量值周期展开得到的离散相位差集合进行了补偿,因此轴向附近正确解模糊概率没有明显下降.

由图4(c)及图4(d)可见,当 α 在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内时,本文算法测向精度始终高于逐级法及搜索法,且当 α 在 $20^\circ \sim 160^\circ$ 范围内时,本文算法测向均方根误差始终接近CRB. 图4(c)中,当信号入射方向接近轴向时,测向误差显著增大. 针对这种情况,图5给出了当目标位于 xoy 平面上,其水平方位角 α_s 在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内时,仅采用 x 轴上直线阵或 y 轴上直线阵估计 α_s 以及根据式(2)联合两条直线阵估计 α_s 的正确解模糊概率

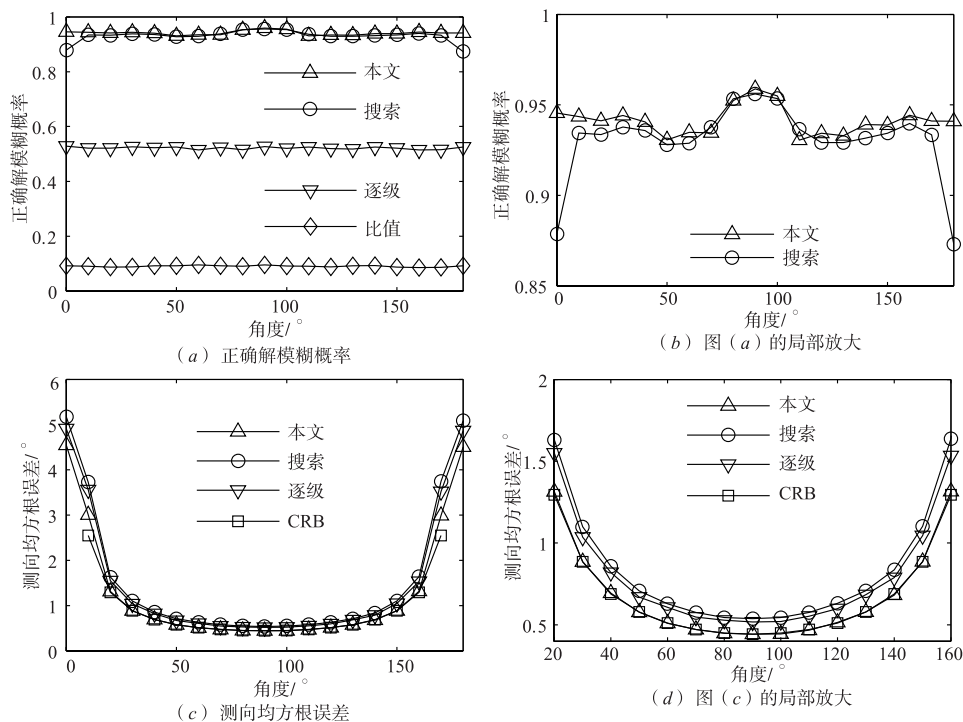


图4 不同入射角下性能比较

和估计均方根误差的统计结果. (α_s 在 $180^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的结果与图 5 相似, 此处略去.)

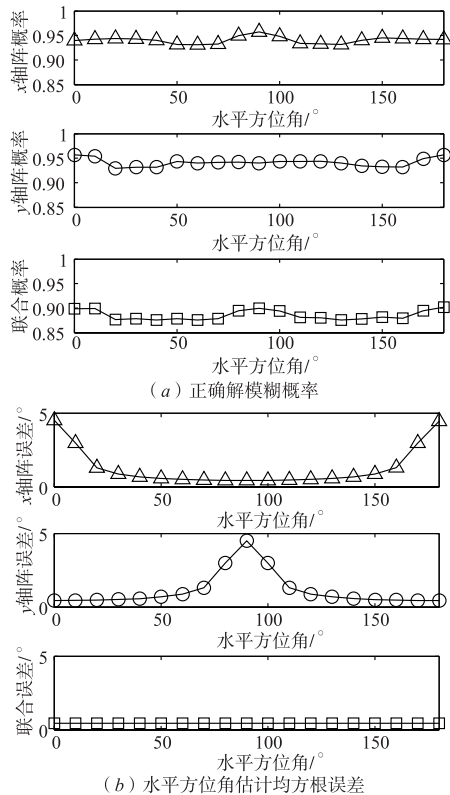


图5 不同水平方位角下性能比较

由图 5(a) 可见, 由于两条线阵的解模糊过程相对独立, 因此两条阵联合正确解模糊概率是分别采用一条阵的正确解模糊概率之积. 由图 5(b) 可见, 当目标水平方位角 α_s 在 0° 和 180° 附近, 即信号入射方向在 x 轴附近时, 仅采用位于 x 轴上的线阵估计 α_s 的误差显著增大. 同理, 当 α_s 在 90° 附近, 即信号入射方向在 y 轴附近时, 仅采用位于 y 轴上的线阵估计 α_s 的误差较大. 而联合两条线阵估计 α_s 时对于不同的目标水平方位角, 估计精度均较高.

6 结论

针对超短基线水声定位系统面临的相位差模糊问题, 本文构建了多元复合假设检验模型, 提出一种基于广义最大似然准则的相位差解模糊算法. 对波达角可观测性及估计精度进行了理论分析, 并进行了仿真验证. 结果表明, 该算法无需构造传统解模糊算法所需的小于半波长间距的阵列, 有效扩大了无模糊阵列孔径, 对阵元布放方式要求较低, 算法通用性较高, 能够有效消除相位差模糊. 该算法利用相位差观测数据进行模糊数向量初始化, 减少了多维整数搜索的次数, 并且充分利用了相位差观测数据的统计特性, 测向精度可接

近 CRB. 与以往方法相比, 相同条件下解模糊性能及测向精度均较高, 且无需网格搜索. 此外, 虽然该算法是针对基于窄带信号的超短基线定位中存在的相位差模糊问题提出的, 其基本思想也可扩展用于解决宽带超短基线定位中的相位差模糊问题, 但具体处理过程需要根据实际应用条件进行适应性调整. 篇幅所限本文不再展开叙述, 相关问题将在后续工作中进行研究.

参考文献

- [1] Liu Z M, Guo F C. Azimuth and elevation estimation with rotating long-baseline interferometers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(9): 2405 - 2419.
- [2] Wu Y Q, Hu Z L, et al. Source number detectability by an acoustic vector sensor linear array and performance analysis [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2014, 39(4): 769 - 778.
- [3] Gorcin A, Arslan H. A two-antenna single RF front-end DOA estimation system for wireless communications signals [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2014, 62(10): 5321 - 5333.
- [4] 韩云峰, 李昭, 等. 一种基于长基线交汇的超短基线定位系统精度评价方法 [J]. 物理学报, 2015, 64(9): 094301, 1 - 7.
Han Yunfeng, Li Zhao, et al. A precision evaluation method of USBL positioning systems based on LBL triangulation [J]. Acta Phys Sin, 2015, 64(9): 094301, 1 - 7. (in Chinese)
- [5] 狄慧, 刘渝, 等. 联合到达时间估计的长基线测向相位解模糊算法研究 [J]. 电子学报, 2013, 41(3): 496 - 501.
Di Hui, Liu Yu, et al. Long baseline direction finding unwrapping phase ambiguity algorithm with TOA estimation [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 496 - 501. (in Chinese)
- [6] Ballal T, Bleakley C J. Phase-difference ambiguity resolution for a single-frequency signal [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15: 853 - 856.
- [7] Lee J H, Woo J M. Interferometer direction-finding system with improved DF accuracy using two different array configurations [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 719 - 722.
- [8] 周亚强, 皇甫堪. 噪声条件下数字式多基线相位干涉仪解模糊问题 [J]. 通信学报, 2005, 26(8): 16 - 21.
Zhou Yaqiang, Huangfu Kan. Solving ambiguity problem of digitized multi-baseline interferometer under noisy circumstance [J]. Journal on Communications, 2005, 26(8): 16 - 21. (in Chinese)
- [9] 龚享铤, 皇甫堪, 等. 基于相位干涉仪阵列二次相位差的波达角估计算法研究 [J]. 电子学报, 2005, 33(3): 444

- 446.
Gong Xiangyi, Huangfu Kan, et al. A new algorithm for estimation of direction of arrival based on the second-order difference of phase of interferometer array [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 444 - 446. (in Chinese)
- [10] Ly P Q C, Elton S D, et al. Unambiguous AOA estimation using SODA interferometry for electronic surveillance [A]. IEEE 7th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop [C]. Hoboken: IEEE Press, 2012. 277 - 280.
- [11] 龚享铤, 袁俊泉, 等. 基于相位干涉仪阵列多组解模糊的波达角估计算法研究 [J]. 电子与信息学报, 2006, 28(1): 55 - 59.
Gong Xiangyi, Yuan Junquan, et al. A multi-pare unwrap ambiguity of interferometer array for estimation of direction of arrival [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(1): 55 - 59. (in Chinese)
- [12] 魏合文, 王军, 等. 一种基于余弦函数的相位干涉仪阵列 DOA 估计算法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(11): 2665 - 2668.
Wei Hewen, Wang Jun, et al. An algorithm of estimation direction of arrival for phase interferometer array using cosine function [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(11): 2665 - 2668. (in Chinese)
- [13] Wei H W, Shi Y G. Performance analysis and comparison of correlative interferometers for direction finding [A]. IEEE 10th International Conference on Signal Processing [C]. Beijing: IEEE Press, 2010. 393 - 396.
- [14] Wu Y W, Rhodes S, et al. Direction of arrival estimation via extended phase interferometry [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1995, 31(1): 375 - 381.

- [15] 田坦. 水下定位与导航技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007. 28 - 34.
- [16] Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing, volume II: detection theory [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 221 - 225.

作者简介



王 燕 女, 1973 年生于辽宁沈阳. 哈尔滨工程大学水声工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为水声信号处理、水声工程、水声目标探测与定位.



李 晴 女, 1989 年生于吉林农安. 哈尔滨工程大学水声工程学院博士研究生, 研究方向为水声信号处理、水声目标探测与定位.
E-mail: liqing_heu@163.com

张光普 (通信作者) 男, 1979 年生于吉林四平. 哈尔滨工程大学水声工程学院副教授、博士生导师, 主要研究方向为水声定位与导航、矢量信号处理.
E-mail: zhangguangpu@hrbeu.edu.cn