

基于拟熵自适应启动局部搜索策略的混合粒子群算法

曹玉莲,李文锋,张 煜

(武汉理工大学物流工程学院,湖北武汉 430063)

摘 要: 在继承综合学习粒子群算法(Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer, CLPSO)全局探索优势的基础上,引入具有高效收敛性能的传统局部搜索(Orthodox Local Search, OLS)方法,提出了基于拟熵自适应启动局部搜索策略的混合粒子群算法(Hybrid Particle Swarm Optimization algorithm with Adaptive starting strategy of Local Search based on Quasi-Entropy, ALSQE-HPSO).采用拟熵指标解决何时启动 OLS 这一关键问题.对 8 个标准函数的 10 维和 20 维问题的测试结果,表明了 ALSQE-HPSO 算法的性能优势.本文提出的算法也与包含两种基于 CLPSO 的改进算法和一种带 OLS 的粒子群算法在内的其他 6 种改进粒子群算法进行了对比,实验结果表明 ALSQE-HPSO 算法的性能优于对比算法.

关键词: 进化算法; 粒子群优化; 自适应策略; 局部搜索; 种群多样性

中图分类号: TP182; TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)01-0110-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.01.016

Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm with Adaptive Starting Strategy of Local Search Based on Quasi-Entropy

CAO Yu-lian, LI Wen-feng, ZHANG Yu

(School of Logistics Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430063, China)

Abstract: Based on inheriting the advantage of global exploration of Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer (CLPSO), the Orthodox Local Search (OLS) approaches with efficient convergence are introduced and a Hybrid Particle Swarm Optimization algorithm with Adaptive starting strategy of Local Search based on Quasi-Entropy (ALSQE-HPSO) is proposed. A quasi-entropy index is utilized to solve the key issue of when to start OLS. The test results of 10-dimension and 20-dimension of eight benchmark functions show the performance advantages of the ALSQE-HPSO algorithm. The comparisons between the proposed algorithm and six other improved PSO algorithms, including two improved CLPSO algorithms and one PSO algorithm with OLS, are also made. The numerical results indicate that the performance of the ALSQE-HPSO is superior to the compared algorithms.

Key words: evolutionary algorithm; particle swarm optimization; adaptive strategy; local search; population diversity

1 引言

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法是一种基于种群的智能进化算法^[1]. PSO 算法因操作简单和全局寻优能力强等优点,在解决复杂优化问题上取得了良好的效果^[2,3],但是也存在易陷入局部极小和迭代后期收敛速度慢等缺点.近年来,学术界针对易陷入局部极小的问题进行了大量的改进,如通过动态分

簇保持种群多样性^[4,5]以及采用不同的速度更新策略^[6,7],来提高算法的全局寻优能力.综合学习粒子群算法(Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer, CLPSO)作为一种优秀的改进 PSO 算法,采用分维度的综合学习策略^[7],将其他所有粒子的历史最优解(记为 $pbest$)作为候选学习对象,在维持种群多样性的同时未额外增加计算复杂度,具有强大的全局搜索能力.文献^[8]指出了它的先进性,且近年来有不少学者继续研究

CLPSO 算法^[8,9].

然而,现有的改进 PSO 算法大多未较好地考虑算法的局部收敛速度,有些改进甚至是以牺牲收敛速度为代价来提高全局搜索性能.这些对 PSO 算法迭代后期局部收敛速度的改善不大.最速下降法和拟牛顿法等传统局部搜索(Orthodox Local Search, OLS)方法具有快速收敛能力^[10],有望弥补这一缺陷.这种基于种群的全局搜索和基于个体的局部搜索的结合称为文化基因算法^[11],它可看作一种模式或机制.值得重点研究的是使用此混合机制时的几大难点:①对哪些粒子做 OLS? ②何时启动 OLS? ③OLS 计算开销多大? 以前的研究,大多根据经验判断或随机选取,所得结果不稳定且加速效果有限.

学者开始采用 OLS 对 PSO 算法进行改进,起到了明显的加速作用,证明了 PSO 算法应用这种模式的可行性^[12,13].然而,现有研究还存在明显的不足之处.最突出表现在 PSO 算法和 OLS 之间的切换策略缺少理论依据,比较随意地每隔固定迭代次数进行一次 OLS^[12]或者每次迭代都对每个粒子执行 OLS^[13].虽然能起到一定的加速作用,但频繁地启动或未在适当的时机启动 OLS,不仅会造成计算资源的浪费,更有可能增加算法陷入局部极小的风险.理论上来说,只有在 PSO 进行了充分的全局搜索,粒子进入全局最优盆所在的单峰区域时启动 OLS,找到的极值才可能是最优解.此外,也不能在 PSO 已经在全局最优盆进行了大量的随机局部开发之后太晚启动.所以,需要合理的自适应策略来实现 PSO 搜索与 OLS 之间的有效切换,从而最大限度地提高算法的局部收敛速度.

可见,如何判断粒子已经到达了最优值所在的单峰是关键所在.然而,现有的文献中未见自适应启动 OLS 的相关报道.本文提出一种可作为判断粒子是否已经到达全局最优盆的拟熵指标,来判断较优粒子的聚集程度,以解决自适应启动 OLS 的难题.

2 ALSQE-HPSO 算法

2.1 局部收敛速度的理论对比分析

CLPSO 算法^[7]分别依式(1)和式(2)更新速度 v 和位置 x ,其中, i 是粒子编号, t 是当前迭代次数, d 代表问题维度, r_t 是服从 $[0,1]$ 均匀分布的随机数, c 是学习因子, ω_t 是惯性权重, $f_i(d)$ 是第 i 个粒子的第 d 维选择的 $pbest$ 的学习对象的粒子编号.个体的 $pbest$ 是从整个种群中选择某个粒子的 $pbest$ 学习,并且其不同维度可选择不同粒子的 $pbest$ 学习.这种学习策略能有效地维持种群多样性,大幅提高算法的全局搜索能力.

$$v_{id}^{t+1} = \omega_t \cdot v_{id}^t + c \cdot r_t^d \cdot (pbest_{f_i(d)d}^t - x_{id}^t) \quad (1)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (2)$$

CLPSO 算法的寻优过程分为前期全局搜索和后期

局部开发,文献[7]对 CLPSO 的研究结果已经充分说明了 CLPSO 具有强大的全局探索能力,现在对 CLPSO 的后期局部开发的收敛速度进行理论分析.根据文献[14]提出的收敛分析基本假设,CLPSO 更新关系式可以表达为式(3)所示的矩阵形式.

$$\begin{bmatrix} v^{t+1} \\ x^{t+1} \end{bmatrix}_{X^{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \omega & -c \cdot r \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} v^t \\ x^t \end{bmatrix}_{X^t} + \underbrace{\begin{bmatrix} c \cdot r \cdot pbest \\ 0 \end{bmatrix}}_b \quad (3)$$

当 CLPSO 收敛时,可得:

$$\frac{\|\Delta X^{t+1}\|}{\|\Delta X^t\|} \leq \|A\| \quad (4)$$

其中, $\Delta X^t = X^t - X^*$, X^* 是不动点.这说明 CLPSO 的后期开发只有 1 阶收敛速度,与已有研究结果一致^[14].

最速下降法、拟牛顿法和单纯形搜索法是典型的 OLS 方法,具有快速收敛特性,已广泛应用于求解最优化问题.其中,拟牛顿法中最常用的是 DFP(Davidon-Fletcher-Powell)拟牛顿法和 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)拟牛顿法.以 DFP 拟牛顿方法为例,分析其局部收敛性能.依据文献[15],其收敛速度如式(5)所示.

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\|x^{t+1} - x^*\|}{\|x^t - x^*\|} \leq \lim_{t \rightarrow 0} (\gamma(1+r) \|B^t - F'(x^*)\|) = 0 \quad (5)$$

得知,DFP 拟牛顿方法具有超线性收敛速度.综上,以 DFP 拟牛顿方法为代表的 OLS 方法具有比 CLPSO 更高效的收敛性能,有望对 CLPSO 算法的后期局部开发起到加速作用,使其能在较少的迭代步内找到更高精度的最优解.

2.2 基于拟熵的自适应策略

在 PSO 算法中混合 OLS 有两个难点需要考虑,即对哪些粒子进行 OLS 和何时启动 OLS.首先,如果对多个粒子甚至所有粒子都执行 OLS,由于这些粒子可能处于同一单峰区域,最后局部搜索得到的会是同一个极值,造成了大量的计算资源浪费,显然这是不可取的.一些文献中也指出了这种做法的不合理性^[16].其次,当粒子还没有搜索到全局最优区域时,即使对所有粒子进行 OLS,得到的也仅仅是局部极值,而不是全局最优极值,显然这也是不可取的.

应对这两大难点,本文的策略是当粒子搜索到最优解所在的单峰区域时,只对最优粒子的种群最优解(记为 $gbest$)进行 OLS.这样既可以保证找到全局最优解,又可以最大限度地提高计算效率.然而,如何判断是否到达最优解所在单峰区域是难点也是关键.也就是说,如何确定合适的 OLS 启动时机是混合算法的核心.从几何意义上来说,单看每个粒子的信息是无法判断粒子是否已经到达全局最优解所在的单峰区域的.然而,按个体 $pbest$ 的

适应度值(fitness of pbest, 记为 fit_pbest)排序后,如果多个排名靠前的粒子聚拢在一起,而不是分布较为分散,可以认为这些粒子已经进入最优解所在的区域,最优的这部分粒子的适应度已经趋近全局最优解.这一现象也预示着 CLPSO 全局探索阶段的结束,局部开发阶段的开始,此时是启动 OLS 的最佳时机.如何判断这部分粒子的聚集程度成为问题的关键.研究表明,种群多样性可以判断粒子的聚集程度.本节提出一种拟熵指标,用于评价种群多样性.利用这个指标构造的判断条件,可以自适应判断启动 OLS 的最佳时机.

在 PSO 算法中,粒子位置、pbest 和粒子速度等可构造不同的多样性指标用于刻画种群的多样性,本文选择表现较好的部分粒子的 fit_pbest 这个物理量.香农熵是在进化算法中常用的种群多样性指标,也称为种群熵或群熵.当种群中所有粒子的适应度值都相同时,熵取最小值 0.种群中粒子的适应度值差异很大时,意味着粒子分布得越平均,熵值就越大.本文定义一种拟熵(Quasi-Entropy, QE)指标,用于多样性的刻画.每个迭代步 t ,拟熵指标按式(6)计算.

$$QE(t) = - \sum_{i=1}^N P_i(t) \log P_i(t) \quad (6)$$

其中,

$$P_i(t) = \frac{f(pbest_i(t))}{\sum_{i=1}^N f(pbest_i(t))} \quad (7)$$

对拟熵的数学性质进行理论分析,采用假设:

(1) 共有 N 个粒子用于拟熵的计算,其中 αN 个粒子进入全局最优盆;

(2) 进入全局最优盆的粒子的 pbest 远远小于没有进入全局最优盆的粒子的 pbest.

拟熵可以表示为:

$$QE = - \log \left(\frac{1}{(1-\alpha)N} \right) \quad (8)$$

将拟熵对进入全局最优盆的比例 α 求偏导,可得:

$$\frac{\partial(QE)}{\partial\alpha} = - \frac{1}{(1-\alpha)} \quad (9)$$

根据式(9)对拟熵的行为进行理论分析.当没有粒子进入全局最优盆时, $\alpha = 0$, $QE = - \log(1/N)$ 为一个常数,只在小范围内波动.当 $0 < \alpha < 1$ 时,拟熵对 α 的偏导数恒为负,且有 $[\partial(QE)/\partial\alpha]_{\alpha=0} = -1$,说明当有粒子进入收敛盆时,拟熵开始下降且下降速度快.不仅如此,当 $\alpha_1 > \alpha_2$ 时,有关系式 $|\partial(QE)/\partial\alpha|_{\alpha_1} > |\partial(QE)/\partial\alpha|_{\alpha_2}$ 成立.这说明当更多的粒子进入收敛盆时,拟熵的下降速度更快.

由以上分析可知,在 PSO 迭代前期,也就是全局搜索阶段,没有粒子进入全局最优盆,此时拟熵基本保持一个常数.但在 PSO 迭代的后期,随着越来越多的粒子

进入全局最优盆,拟熵急剧下降,这也标志着 PSO 进入了局部收敛阶段.

通过实验对理论分析的结论进行验证.以 10 维的 Rastrigin 函数(记做 F2)为例,其拟熵曲线如图 1 所示.迭代前期拟熵变化幅度很小,数值在 1.1 附近波动.到后期随着粒子进入全局最优盆,拟熵值开始急剧下降,且进入的粒子数越多,拟熵下降速度越快.本研究也测试了其他函数,由于相似性和篇幅所限,未将结果全部展示.实验结果表明,这种规律广泛存在于多峰函数,验证了前面理论分析得出的结论的正确性.

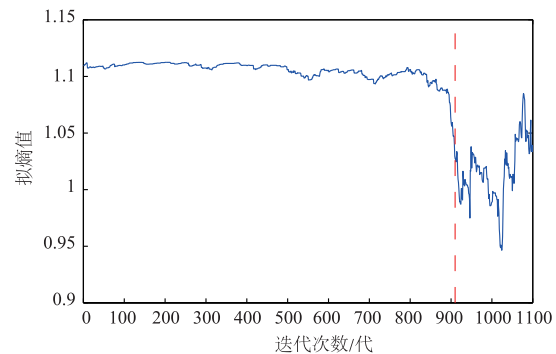


图1 函数F2的10维问题的拟熵曲线随迭代次数的变化

综合以上理论分析和实验测试,结果表明拟熵指标能很好地反映种群多样性的变化.从拟熵随迭代次数的变化曲线可明显看到,先是比较平稳,到某个点时开始急速下降.拟熵曲线急速下降意味着种群多样性的丧失,这个时候已经完成全局探索,开始进行局部开发.从这个点开始的小段时间窗,是启动 OLS 的最佳时机.因此,本文采用以下方式自适应启动 OLS:当第 t 次迭代的拟熵值下降到初始种群拟熵值的一定比例 λ 时,启动 OLS,判断依据为式(10).

$$QE(t) \leq \lambda \cdot QE(1) \quad (10)$$

3 ALSQE-HPSO 算法的框架

本文采用串联的耦合方式,自适应地混合 CLPSO 算法与 OLS 方法,即粒子先进行 CLPSO 迭代,每一步迭代都计算拟熵值,当达到 OLS 启动条件后,对 gbest 执行 OLS. ALSQE-HPSO 算法的基本思路是实现 CLPSO 算法强的全局搜索能力和 OLS 的快速收敛性能的优势互补.算法 1 是 ALSQE-HPSO 算法的伪代码.

算法 1 ALSQE-HPSO 算法的伪代码

输入:种群大小 N ,拟熵值下降比例 λ ,粒子的选取比例 β
 设置: $t = 0$
 初始化:种群位置,种群速度
 For $i = 1 : N$ Do
 计算粒子的适应度值

```

End For
计算个体极值 pbest 和种群最优解 gbest
按 fit_pbest 排序,取前  $\beta$  比例粒子的 fit_pbest,计算  $QE(1)$ 
While(未满足终止迭代条件) Do
     $t = t + 1$ 
    For  $i = 1:N$  Do
        按式(1)和式(2)分别更新种群的速度和位置
        计算粒子的适应度值
    End For
    更新 pbest 和 gbest
    按 fit_pbest 排序,取前  $\beta$  比例粒子的 fit_pbest,计算  $QE(t)$ 
    If ( $QE(t) \leq \lambda \cdot QE(1)$ ) Then
        将 gbest 作为输入执行 OLS(以 DFP 拟牛顿方法为例)
        If (OLS 得到更优的解) Then
            更新 pbest, gbest
        End If
    End If
End While
输出:gbest
    
```

4 数值实验与结果分析

4.1 测试函数与实验设计

选取 8 个标准多峰函数^[7]测试 ALSQE-HPSO 算法的性能,如表 1,各函数的表达式等具体属性见文献[7].

本文进行了 4 组实验测试:①ALSQE-HPSO 算法的

性能测试;②参数 λ 和 β 的敏感性分析;③更高维度问题的适用性测试;④与其他改进 PSO 算法的性能对比.实验 1、2 和 4 的问题维度 $D = 10$, 种群规模 $N = 40$, F1 至 F8 的最大函数评价次数 Max_FEs 分别为 5.5E4, 3.5E4, 4E4, 2E4, 5E4, 4E4, 2E4, 5E4. 实验 3 的 $D = 20$, $N = 80$, F1 至 F8 的 Max_FEs 分别为 1.3E5, 1.6E5, 1.8E5, 1E5, 2E5, 1.8E5, 1E5, 1.6E5. 以上所有实验独立运行 25 次.

表 1 标准测试函数的名称

符号	函数名称	符号	函数名称
F1	Griewanks	F2	Rastrigin
F3	不连续的 Rastrigin	F4	Schwefel
F5	Weierstrass	F6	偏移不连续的 Rastrigin
F7	偏移的 Schwefel	F8	组合函数

需要说明的是,ALSQE-HPSO 是本文所提混合算法的统称,本文测试了 4 种不同 OLS 方法.具体地,ACLbfgs 为采用 BFGS 拟牛顿法的 ALSQE-HPSO 算法.同理,ACLdfp,ACLsd 和 ACLnelder 分别是采用 DFP 拟牛顿法、最速下降法和单纯形搜索法的 ALSQE-HPSO 算法.

4.2 收敛精度分析

对 10 维问题,给定 Max_FEs 条件下算法的收敛精度的统计结果如表 2 所示(实验 1).四种 ALSQE-HPSO 算法通过基于拟熵的判断条件自适应启动 OLS.

表 2 收敛精度的统计结果($D = 10$)

统计量	算法	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Median	CLPSO	5.50E-05	1.21E-04	1.43E-04	5.95E-02	7.00E-08	4.84E-05	5.34E-03	2.23E-02
	ACLbfgs	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	1.91E-11	5.81E-13	5.46E-12	2.76E-13
	ACLdfp	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.18E-11	8.71E-09	5.81E-13	6.37E-12	2.74E-13
	ACLsd	6.66E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.46E-11	4.28E-09	5.04E-13	4.55E-12	8.52E-15
	ACLnelder	3.33E-16	1.42E-14	5.33E-15	1.82E-12	3.72E-09	5.33E-15	1.82E-12	1.40E-28
Mean	CLPSO	2.01E-04	2.01E-04	1.83E-04	1.00E-01	9.27E-08	1.07E-04	1.21E-02	1.05E+00
	ACLbfgs	5.33E-17	0.00E+00	0.00E+00	1.24E-11	3.55E-10	5.83E-13	3.71E-11	3.51E-13
	ACLdfp	1.38E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.20E-11	2.53E-08	5.83E-13	2.93E-11	3.07E-13
	ACLsd	1.06E-15	0.00E+00	0.00E+00	1.42E-11	3.68E-08	5.33E-13	1.20E-11	1.66E-13
	ACLnelder	3.58E-06	1.11E-06	2.94E-06	3.64E-12	7.70E-09	8.24E-15	3.60E-12	3.76E-03
Std.	CLPSO	4.74E-04	2.36E-04	1.39E-04	1.06E-01	8.32E-08	2.20E-04	1.93E-02	4.03E+00
	ACLbfgs	6.51E-17	0.00E+00	0.00E+00	1.46E-12	7.26E-10	1.48E-13	1.43E-10	1.68E-13
	ACLdfp	1.44E-16	0.00E+00	0.00E+00	8.30E-13	4.06E-08	1.49E-13	9.44E-11	2.39E-13
	ACLsd	1.06E-15	0.00E+00	0.00E+00	2.01E-12	1.07E-07	1.32E-13	2.85E-11	2.05E-13
	ACLnelder	1.69E-05	3.11E-06	1.14E-05	4.87E-12	9.63E-09	1.02E-14	3.39E-12	1.88E-02

依收敛精度的均值来看(表2),对所有8个多峰函数,ALSQE-HPSO算法均高于CLPSO算法本身.同时,从中位数的统计结果也能观察到与均值相似的结论,即ALSQE-HPSO算法大幅提高了CLPSO算法的收敛精度.此外,本文算法所得结果的标准差在8个函数的测试中都比CLPSO算法的小很多,表明其结果具有更强的鲁棒性.由于自适应启动OLS,ALSQE-HPSO算法大多情况都未用完给定的Max_FEs评价次数,就达到了启动OLS的条件.也就是说,ALSQE-HPSO算法以较少的评价次数即取得了高出CLPSO算法多个数量级的收敛精度.

4.3 参数敏感性分析

由于在ALSQE-HPSO算法中引入了2个需要预先设定的参数,拟熵值下降比例 λ 和粒子的选取比例 β .因此需要对参数 λ 和 β 的敏感性进行分析(实验2).为

表3 参数 λ 的敏感性实验的收敛精度的中位数

算法	λ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
ACLbfgs	0.92	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	2.41E-11	5.83E-13	4.55E-12	2.72E-13
	0.93	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.18E-11	5.79E-11	6.73E-13	5.46E-12	2.79E-13
	0.94	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.18E-11	2.72E-11	6.63E-13	7.28E-12	2.78E-13
	0.95	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	1.91E-11	5.81E-13	5.46E-12	2.76E-13
	0.96	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	2.60E-11	5.77E-13	6.37E-12	2.75E-13
	0.97	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	2.66E-11	6.73E-13	5.46E-12	2.76E-13

表4 参数 β 的敏感性实验的收敛精度的中位数

算法	β	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
ACLbfgs	1/5	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	2.60E-11	6.08E-13	8.19E-12	2.79E-13
	1/4	1.11E-16	0.00E+00	0.00E+00	1.18E-11	2.28E-12	6.15E-13	6.37E-12	2.76E-13
	1/3	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-11	1.91E-11	5.81E-13	5.46E-12	2.76E-13
	1/2	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.18E-11	7.16E-11	5.76E-13	5.46E-12	2.73E-13

4.4 维度扩展实验分析

为了测试算法的适用性,对8个标准多峰函数的20维问题也进行测试(实验3).表5的统计结果表明,对更高维问题,ALSQE-HPSO算法的性能同样优于CLPSO算法.

与10维问题相同地,ALSQE-HPSO算法使用的函数评价次数也略少于CLPSO算法.综合实验1和实验3的结果,得出ALSQE-HPSO算法以较少的函数评价次数取得更高的收敛精度,计算效率和收敛性能都大大提升,且适用于不同维度的问题.

4.5 四种ALSQE-HPSO算法的排名分析

依据四种ALSQE-HPSO算法和CLPSO算法在8个

了能够定量地评价参数设置对加速效果的影响,本文采用收敛精度的中位数评价敏感性.

本文对参数 λ 和 β 分别选取了6个和4个不同的参数设置,并利用8个标准函数对4种ALSQE-HPSO算法进行测试,每次实验独立运行25次.

鉴于4种OLS方法的结果相似性,仅展示ACLbfgs算法的结果.在不同的 λ 和 β 取值时,收敛精度的中位数差异较小(表3和表4),说明ALSQE-HPSO算法对参数 λ 和 β 不敏感.并且四种ALSQE-HPSO算法的收敛精度一致高于CLPSO算法,也进一步验证本文混合算法中OLS方法对CLPSO算法具有加速收敛的作用.在实际应用中,建议 λ 可在 $[0.90, 0.99]$ 取值, β 可在 $[0.2, 0.5]$ 取值.本文的实验中, λ 的取值为0.95, β 的取值为1/3.

标准函数的10维和20维问题测试的收敛精度的均值进行综合排名(表6),基于最速下降法和BFGS拟牛顿法的ALSQE-HPSO算法分别排第一和第二.四种ALSQE-HPSO算法比CLPSO算法的排名都靠前.同时,依据得第一名的次数来看,ACLbfgs算法最多.最速下降法和拟牛顿法都利用了导数信息(割线信息),具有更快的局部收敛速度,因此基于这两类OLS方法的混合方法计算效率更高.由于单纯形搜索法未利用任何求导运算,故收敛速度相对前者较慢.但其局部搜索能力仍然强于CLPSO算法,因此对应的混合方法的计算效率高于CLPSO.

表 5 收敛精度的统计结果 ($D=20$)

统计量	算法	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Median	CLPSO	1.75E-05	5.50E-04	9.00E-04	1.99E-02	1.19E-07	4.62E-04	1.16E-03	2.43E-02
	ACLbfgs	2.22E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.18E-11	1.08E-10	1.22E-12	3.09E-11	1.94E-13
	ACLdfp	7.77E-16	0.00E+00	0.00E+00	2.18E-11	4.72E-07	1.22E-12	3.64E-11	1.94E-13
	ACLsd	2.33E-15	0.00E+00	0.00E+00	2.73E-11	3.26E-07	1.12E-12	2.00E-11	1.91E-13
	ACLnelder	1.99E-05	8.82E-04	1.09E-03	5.28E-11	1.33E-06	1.24E-13	4.73E-11	6.11E-27
Mean	CLPSO	2.15E-05	5.96E-04	9.73E-04	2.12E-02	1.39E-07	5.28E-04	1.44E-03	1.50E-01
	ACLbfgs	2.80E-16	7.11E-17	2.13E-16	2.20E-11	1.45E-10	1.24E-12	2.06E-10	3.11E-13
	ACLdfp	9.99E-16	0.00E+00	1.42E-16	2.23E-11	1.46E-06	1.24E-12	1.78E-10	4.01E-13
	ACLsd	2.40E-15	0.00E+00	7.11E-17	2.79E-11	1.10E-06	1.17E-12	9.82E-11	2.81E-13
	ACLnelder	3.32E-05	1.33E-03	1.51E-03	6.98E-11	2.32E-06	1.65E-13	4.87E-11	1.67E-26
Std.	CLPSO	1.48E-05	3.16E-04	4.63E-04	8.76E-03	6.17E-08	3.29E-04	1.26E-03	3.03E-01
	ACLbfgs	2.92E-16	3.55E-16	5.89E-16	3.52E-12	1.46E-10	2.57E-13	7.28E-10	2.08E-13
	ACLdfp	1.09E-15	0.00E+00	4.92E-16	3.95E-12	1.68E-06	2.57E-13	3.70E-10	3.01E-13
	ACLsd	6.29E-16	0.00E+00	3.55E-16	3.18E-12	1.51E-06	2.41E-13	3.13E-10	2.62E-13
	ACLnelder	3.73E-05	1.46E-03	1.35E-03	6.43E-11	2.16E-06	1.48E-13	2.71E-11	2.67E-26

表 6 基于收敛精度的均值的 ALSQE-HPSO 算法排名

度量指标	CLPSO	ACLbfgs	ACLdfp	ACLsd	ACLnelder
第一的次数	0	7	3	5	6
平均排名	4.625	2.25	2.5	2.188	3
排名	5	2	3	1	4

4.6 与其他改进 PSO 算法的对比分析

为了进一步验证 ALSQE-HPSO 算法的性能,与 6 种其他改进 PSO 算法进行对比(实验 4),包括 UPSO^[17], FDR-PSO^[18], DMS-L-PSO^[12], DNLPSO^[8], HCLPSO^[9] 和 SRPSO^[19]. 这里仅以根据排名分析得出的前两种 ALSQE-HPSO 算法参与比较,即 ACLsd 和 ACLbfgs. 同样对 8 个标准函数的 10 维和 20 维问题进行测试. 本小节从收敛精度、排名和收敛曲线展开讨论与分析.

从收敛精度的均值看(表 7),本文提出的混合算法的优势明显. ACLbfgs 和 ACLsd 对 10 维的 F2 和 F3 收敛到了全局最优解. 对于 10 维 F2 和 F7, CLPSO 本不是最优的,但在加入 OLS 之后, ACLbfgs 和 ACLsd 算法的性能在这两个函数上明显优于其他对比算法.

为了更直接地比较各个算法,依据收敛精度的均值进行排名(表 8),得出 ACLsd 算法最优, ACLbfgs 次之. 接下来的 3 个名次依次由 CLPSO, HCLPSO 和 DMS-L-PSO 获得. 同时,按照得第一名的次数来看, ACLsd 最多,其次是 ACLbfgs 算法.

收敛曲线反映最优解随迭代次数的变化情况. 鉴于相似性,图 2 仅展示 20 维的 F7 中各算法的收敛曲线. 迭代前期,算法之间的差异较小,但在迭代后期,当

启动 OLS 之后, ACLbfgs 和 ACLsd 的收敛精度在很少的迭代次数内显著提高.

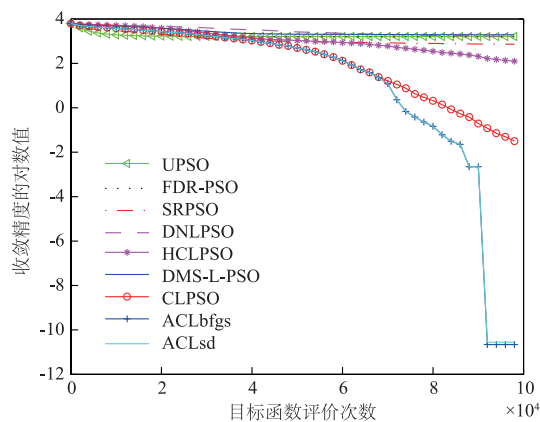


图 2 F7 的 D20 的不同 PSO 算法的收敛曲线

需要说明的是,和同样基于 CLPSO 改进的 HCLPSO 和 DNLPSO 算法,以及作为典型混合算法的 DMS-L-PSO 相比, ALSQE-HPSO 的计算性能均优于这三种先进方法. 这是因为 ALSQE-HPSO 的混合策略在全局搜索阶段充分利用 CLPSO 的强大的全局搜索性能,并根据拟熵指标,在迭代后期自适应启动 OLS,实现了全局搜索和局部搜索同时加强,因而具有更高的效率.

综上,通过与其他改进 PSO 算法的对比,本文提出的 ALSQE-HPSO 算法具有一定的优势,在大多数的测试函数中,收敛精度远远高于对比算法,进一步验证了算法的有效性.

表 7 与其他改进 PSO 算法的收敛精度的均值的对比

维度	函数	CLPSO	ACLbfgs	ACLsd	DMS-L-PSO	DNLPSO	HCLPSO	SRPSO	UPSO	FDR-PSO
D10	F1	2.01E-04	5.33E-17	1.06E-15	7.69E-03	4.13E-01	1.16E-02	3.05E-02	2.96E-02	6.01E-02
	F2	2.01E-04	0.00E+00	0.00E+00	2.61E-14	1.07E+01	3.98E-02	2.07E+00	8.68E+00	3.02E+00
	F3	1.83E-04	0.00E+00	0.00E+00	3.30E-01	1.00E+01	4.02E-02	3.64E+00	6.53E+00	4.44E+00
	F4	1.00E-01	1.24E-11	1.42E-11	1.42E+02	9.49E+02	2.50E+01	7.13E+02	4.36E+02	6.85E+02
	F5	9.27E-08	3.55E-10	3.68E-08	0.00E+00	9.17E-01	7.11E-16	1.41E-07	0.00E+00	0.00E+00
	F6	1.07E-04	5.83E-13	5.33E-13	4.83E-01	8.37E+00	2.40E-01	5.68E+00	5.69E+00	4.12E+00
	F7	1.21E-02	3.71E-11	1.20E-11	4.74E+00	3.94E+02	3.53E-03	1.81E+02	1.04E+02	4.61E+02
	F8	1.05E+00	3.51E-13	1.66E-13	4.39E-14	1.02E+02	1.23E-17	1.04E+02	4.00E+00	8.00E+01
D20	F1	2.15E-05	2.80E-16	2.40E-15	0.00E+00	5.73E-01	1.58E-02	1.15E-02	3.96E-04	2.10E-02
	F2	5.96E-04	7.11E-17	0.00E+00	2.32E+00	3.39E+01	7.99E-02	9.07E+00	3.58E+01	1.08E+01
	F3	9.73E-04	2.13E-16	7.11E-17	6.09E+00	3.69E+01	2.00E-01	9.32E+00	3.23E+01	7.04E+00
	F4	2.12E-02	2.20E-11	2.79E-11	7.26E+02	1.60E+03	1.11E+02	1.94E+03	1.61E+03	1.57E+03
	F5	1.39E-07	1.45E-10	1.10E-06	0.00E+00	3.46E+00	2.84E-16	4.65E-05	0.00E+00	5.68E-16
	F6	5.28E-04	1.24E-12	1.17E-12	6.84E+00	2.19E+01	1.20E-01	1.72E+01	2.66E+01	8.04E+00
	F7	1.44E-03	2.06E-10	9.82E-11	1.33E+02	1.51E+03	4.74E+00	9.79E+02	1.09E+03	1.13E+03
	F8	1.50E-01	3.11E-13	2.81E-13	8.00E+00	6.40E+01	1.04E-26	5.60E+01	3.16E-32	5.20E+01

表 8 与其他改进 PSO 算法的对比实验的基于收敛精度的均值的排名

统计量	CLPSO	ACLbfgs	ACLsd	DMS-L-PSO	DNLPSO	HCLPSO	SRPSO	UPSO	FDR-PSO
排第一的次数	0	5	8	3	0	1	0	3	1
平均排名	3.875	2.313	2.250	3.938	8.625	3.875	7.188	6.063	6.500
排名	3	2	1	5	9	4	8	6	7

5 结论

本文算法的提出,来源于对 CLPSO 和 OLS 的局部收敛性能的理论分析.基于拟熵的自适应耦合策略通过了数学理论证明和实验验证. ALSQE-HPSO 混合算法的性能在大量的实验测试和对比实验分析中得到了充分的验证.

ALSQE-HPSO 算法结合了 CLPSO 算法的全局搜索优势和 OLS 方法的高效局部收敛性能.两者之间的自适应耦合策略是文章的主要创新,有效地解决了寻找最佳 OLS 启动时机这一关键问题.研究中提出的以部分较优粒子的 fit_pbest 计算出的拟熵指标构造的 OLS 启动时机的判断依据,使混合算法的局部收敛效率大幅提高.

未来的研究一方面将其他 PSO 算法与 OLS 方法混合,另一方面将本文算法应用于实际问题的优化.

参考文献

[1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[A]. Proceedings of IEEE International Conference on

Neural Networks[C]. Perth: IEEE, 1995. 1942-1948.

- [2] 丁旭, 吴晓蓓, 黄成. 基于改进粒子群算法和特征点集的无线传感器网络覆盖问题研究[J]. 电子学报, 2016, 44(4): 967-973.
DING Xu, WU Xiao-bei, HUANG Cheng. Area coverage problem based on improved PSO algorithm and feature point set in wireless sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(4): 967-973. (in Chinese)
- [3] XIONG T, BAO Y, HU Z, et al. Forecasting interval time series using a fully complex-valued RBF neural network with DPSO and PSO algorithms[J]. Information Sciences, 2015, 305: 77-92.
- [4] 李文锋, 梁晓磊, 张煜. 具有异构分簇的粒子群优化算法研究[J]. 电子学报, 2012, 40(11): 2194-2199.
LI Wen-feng, LIANG Xiao-lei, ZHANG Yu. Research on PSO with clusters and heterogeneity[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(11): 2194-2199. (in Chinese)
- [5] TANWEER M R, SURESH S, SUNDARARAJAN N. Dynamic mentoring and self-regulation based particle swarm optimization algorithm for solving complex real-world optimization problems[J]. Information Sciences, 2016, 326: 1

- 24.
- [6] 邵鹏,吴志健,周炫余,等. 基于折射原理反向学习模型的改进粒子群算法[J]. 电子学报,2015,43(11):2137-2144.
SHAO Peng, WU Zhi-jian, ZHOU Xuan-yu, et al. Improved particle swarm optimization algorithm based on opposite learning of refraction[J]. Acta Electronica Sinica, 2015,43(11):2137-2144. (in Chinese)
- [7] LIANG J J, QIN A K, SUGANTHAN P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3):281-295.
- [8] NASIR M, DAS S, MAITY D, et al. A dynamic neighborhood learning based particle swarm optimizer for global numerical optimization[J]. Information Sciences, 2012, 209:16-36.
- [9] LYNN N, SUGANTHAN P N. Heterogeneous comprehensive learning particle swarm optimization with enhanced exploration and exploitation[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2015, 24:11-24.
- [10] LUENBERGER DG, YE Y. Linear and Nonlinear Programming (Fourth Edition) [M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2015.
- [11] PABLO M. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: towards memetic algorithms [A]. Caltech Concurrent Computation Program, Technique Report[R]. USA, 1989. 158-179.
- [12] ZHAO S Z, LIANG J J, SUGANTHAN P N, et al. Dynamic multi-swarm particle swarm optimizer with local search for large scale global optimization[A]. IEEE Congress on Evolutionary Computation[C]. Hong Kong, China: IEEE, 2008. 3845-3852.
- [13] HAN F, LIU Q. An improved hybrid PSO based on ARPSO and the quasi-newton method[A]. International Conference in Swarm Intelligence[C]. Cham: Springer International Publishing, 2015. 460-467.
- [14] TRELEA I C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6):317-325.
- [15] BROYDEN C G, DENNIS J E, MORÉ J J. On the local and superlinear convergence of quasi-newton methods[J]. Journal of the Institute of Mathematics & Its Applications, 1973, 12(3):223-245.
- [16] PETALAS Y G, PARSOPOULOS K E, VRAHATIS M N. Memetic particle swarm optimization[J]. Annals of Operations Research, 2007, 156(1):99-127.
- [17] PARSOPOULOS KE, VRAHATIS MN. Unified particle swarm optimization in dynamic environments. Applications of evolutionary computing[A]. FRANZ R. Proceedings of EvoWorkshops[C]. Berlin Heidelberg: Springer, 2005. 590-599.
- [18] PERAM T, VEERAMACHANENI K, Mohan CK. Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization[A]. Proceedings of IEEE Swarm Intelligence Symposium[C]. Indianapolis: IEEE, 2003. 174-181.
- [19] TANWEER M R, SURESH S, SUNDARARAJAN N. Self regulating particle swarm optimization algorithm[J]. Information Sciences, 2015, 294:182-202.

作者简介



曹玉莲 女,1987年5月出生,湖南益阳人.2012年获得武汉理工大学的工学硕士学位,现为武汉理工大学物流工程学院博士研究生.研究方向:群智能算法、物流系统建模与优化、数据挖掘.
E-mail:yalianjingren@126.com



李文锋(通信作者) 男,1966年4月出生,湖南临湘人,教授、博士生导师,IEEE高级会员.2000年毕业于武汉理工大学,获工学博士学位.现任武汉理工大学物流工程学院副院长,物流与机器人技术实验室主任,物联网与物流技术研究中心主任.发表学术论文200余篇,获省部级科技成果奖一等奖1项,二等奖7项.主要研究方向:物联网与机器人技术、智能计算、物流系统优化等. E-mail:liwf@whut.edu.cn



张焯 男,1974年6月出生,天津人,教授、博士生导师.2007年毕业于武汉理工大学,获工学博士学位.发表学术论文40余篇,获省部级科技成果奖一等奖1项,二等奖3项.主要研究方向:物流系统建模、仿真与优化,港口物流及其优化决策,智慧港口顶层设计等.
E-mail:sanli@whut.edu.cn