

信号波形已知条件下多目标直接定位性能分析及其改进算法

王鼎^{1,2}, 吴志东¹, 尹洁昕^{1,2}

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450001;

2. 国家数字交换系统工程技术研究中心, 河南郑州 450002)

摘要: 相比传统“测向+位置估计”两步定位体制,以 Weiss 和 Amar 提出的目标直接定位技术具有精度高、分辨能力强等优点,并且便于利用信号波形信息. 该文首先针对 Weiss 和 Amar 提出的信号波形已知条件下的多目标直接定位算法(称为 Weiss-Amar 算法)进行理论性能分析,证明了其参数估计的渐近一致性,推导了其参数估计的渐近方差,并指出当不同目标信号波形相关时会对算法性能产生较大影响. 针对这一缺点,文中提出了信号波形已知条件下的改进型多目标直接定位算法,与 Weiss-Amar 算法不同的是,改进算法对全部目标的位置参数进行协同估计,并且通过交替投影迭代进行数值优化,能显著提高对相关信号的定位精度. 最后文中推导了信号波形已知条件下多目标位置直接估计方差的克拉美罗界. 仿真实验验证了文中理论分析的有效性和改进算法的优越性.

关键词: 无源定位; 位置直接估计; 信号波形; 理论性能分析; 克拉美罗界; 交替投影

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)12-2881-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.12.008

A Performance Analysis and Improvement Algorithm for Multiple-Source Direct Localization with Known Signal Waveforms

WANG Ding^{1,2}, WU Zhi-dong², YIN Jie-xin^{1,2}

(1. School of Information System Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China;

2. National Digital Switching System Engineering & Technological Research Center, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: Compared to the conventional two-step (including direction finding and position estimation) localization mechanism, the direct position determination (DPD) approach presented by Weiss and Amar has lower estimation errors and stronger resolution capability. Moreover, this technique provides a more convenient way to incorporate the signal waveform information. In this paper, the theoretical performance of the DPD algorithm presented by Weiss and Amar (called Weiss-Amar algorithm) is studied analytically. The asymptotical consistency is proved and the closed-form expression of the estimation variance is derived based on the error perturbation analysis method. It is also noted that the localization accuracy of this algorithm will decrease if the signals are correlated with each other. In order to solve this problem, an improved DPD algorithm is proposed for the case of known waveforms. In the new algorithm, the position parameters of all targets are considered as a whole to be estimated by using the alternating projection iteration. The performance improvement compared to the Weiss-Amar algorithm is remarkable for correlated signals. Furthermore, the Cramér-Rao bound (CRB) on the direct position estimation in presence of known waveforms is also deduced. Simulation results corroborate the effectiveness of the theoretical analysis and the advantage of the proposed algorithm.

Key words: passive localization; direct position determination (DPD); signal waveform; theoretical performance analysis; Cramér-Rao Bound (CRB); alternating projection

1 引言

传统无线电定位技术属于两步定位体制,其计算

过程简单,对观测站间通信带宽和同步精度要求不高,便于工程实现.然而,以色列学者 Weiss 和 Amar 却指出两步定位体制的一些固有缺点,并提出一种新型无线

收稿日期:2016-02-16;修回日期:2017-05-07;责任编辑:梅志强

基金项目:国家自然科学基金(No. 61201381, No. 61401513);中国博士后科学基金面上项目(No. 2016M592989);信息工程大学优秀青年基金(No. 2016603201);信息工程大学自主科研基金(No. 2016600701);某部内科研项目(No. 2015201001, No. 2015502801, No. 2015205901)

电信号定位体制,即目标位置直接确定(Direct Position Determination, DPD). DPD 技术的基本思想是从采集信号中直接获取目标位置信息,无需估计其它中间参量.已有的代表性 DPD 方法包括:基于宽带信号时/频差的单目标直接定位方法^[1];基于窄带信号多普勒频移的单目标直接定位方法^[2,3];基于信号波达方向的单(多)目标直接定位方法^[4-7]等.

在一些合作式通信条件下,信号波形信息可以先验已知^[8-10],若能将该信息融入到目标位置估计中,可以显著提高定位精度. Weiss 和 Amar 在文献[5]中提出一种信号波形已知条件下的多目标直接定位算法(本文称其 Weiss-Amar 算法),随后又在文献[6]中提出一种信号波形已知条件下抑制阵列误差的多目标直接定位算法. Weiss-Amar 算法是基于最大似然准则设计的,其特点是能够对多个目标的位置参数进行有效分离(即解耦合),从而将高维优化问题分解成若干低维子优化问题.然而,Weiss-Amar 算法能够将多个目标位置参数进行解耦的前提是不同目标信号波形间相互独立,若该条件不满足,那么 Weiss-Amar 算法的定位精度会受到较大影响,其性能曲线也会明显偏离克拉美罗界(Cramér-Rao Bound—CRB),因为此时低维子优化准则已不能与最初的最大似然估计准则等价,于是需要进一步提出改进算法.

基于上述讨论,本文重点研究信号波形已知条件下的多目标直接定位方法.文中首先针对 Weiss-Amar 算法进行理论性能分析,推导其参数估计的渐近一致性和渐近估计方差,并指出当不同目标信号的波形相关时会对算法定位精度产生较大影响.针对该问题,文中提出一种信号波形已知条件下的改进型多目标直接定位算法,该算法可以提高对相关信号的定位精度.此外,文中还推导了信号波形已知条件下多目标位置直接估计方差的 CRB,从而为新算法的定位精度提供理论下界.

2 多目标直接定位的阵列信号模型与问题描述

2.1 阵列信号时域模型

现有 N 个静止且处于不同空间位置的 M 元天线阵列对 D 个目标源进行定位,其中第 d 个目标的位置向量为 \mathbf{p}_d (令其维数为 $L = \dim[\mathbf{p}_d]$),其发射信号时间为 $t_d^{(0)}$,则第 n 个天线阵列的输出响应可以表示为

$$\mathbf{x}_n(t) = \sum_{d=1}^D \beta_{nd} \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d) s_d(t - \tau_n(\mathbf{p}_d) - t_d^{(0)}) + \boldsymbol{\varepsilon}_n(t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)$ 表示第 d 个信号相对于第 n 个天线阵列的阵列流形向量; $s_d(t)$ 表示第 d 个信号的复包络; $\tau_n(\mathbf{p}_d)$ 表示第 d 个信号到达第 n 个天线阵列的传播时延; β_{nd} 表示第 d 个信号到达第 n 个天线阵列的复传播系数;

$\boldsymbol{\varepsilon}_n(t)$ 表示第 n 个天线阵列的阵元复高斯白噪声向量,其方差为 σ_ε^2 ,并假设其与信号统计独立.

为了引出后续的阵列信号频域模型,这里需要将信号均匀划分成 K 段,每段信号持续时间为 T/K ,并且满足 $T/K \gg \max\{\tau_n(\mathbf{p}_d)\}$ ^[4-6].为了便于描述,下面将第 k 个子段的阵列信号,信号时域复包络以及阵列加性噪声分别记为 $\mathbf{x}_n^{(k)}(t)$, $s_d^{(k)}(t)$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(k)}(t)$.

2.2 阵列信号频域模型

若对第 n 个天线阵列的第 k 个子段进行傅里叶变换,则可以得到其频域模型为

$$\tilde{\mathbf{x}}_n^{(k)}(\omega_q) = \sum_{d=1}^D \mathbf{b}_n(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_{nd}, \omega_q) \tilde{r}_d^{(k)}(\omega_q) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{(k)}(\omega_q) \quad (2)$$

式中

$$\begin{cases} \tilde{r}_d^{(k)}(\omega_q) = \tilde{s}_d^{(k)}(\omega_q) \cdot \exp\{-j\omega_q t_d^{(0)}\} \\ \mathbf{b}_n(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_{nd}, \omega_q) = \boldsymbol{\beta}_{nd} \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d) \cdot \exp\{-j\omega_q \tau_n(\mathbf{p}_d)\} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\tilde{s}_d^{(k)}(\omega)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{(k)}(\omega)$ 分别是 $s_d^{(k)}(t)$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(k)}(t)$ 的频域.

现将 N 个天线阵列的频域数据进行合并可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q) &= \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_q) \\ &= \tilde{\mathbf{x}}_0^{(k)}(\omega_q) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_q) \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \\ = [\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\beta}_1, \omega_q) \bar{\mathbf{b}}(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\beta}_2, \omega_q) \cdots \bar{\mathbf{b}}(\mathbf{p}_D, \boldsymbol{\beta}_D, \omega_q)] \\ \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) = [\tilde{r}_1^{(k)}(\omega_q) \tilde{r}_2^{(k)}(\omega_q) \cdots \tilde{r}_D^{(k)}(\omega_q)]^T \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_q) = [\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_1^{(k)H}(\omega_q) \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_2^{(k)H}(\omega_q) \cdots \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_N^{(k)H}(\omega_q)]^H \\ \tilde{\mathbf{x}}_0^{(k)}(\omega_q) = \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \\ \boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_1^T \boldsymbol{\beta}_2^T \cdots \boldsymbol{\beta}_D^T]^T, \boldsymbol{\beta}_d = [\beta_{1d} \beta_{2d} \cdots \beta_{Nd}]^T \\ \mathbf{p} = [\mathbf{p}_1^T \mathbf{p}_2^T \cdots \mathbf{p}_D^T]^T \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{b}}(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d, \omega_q) = \mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_q) \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\beta}_d, \boldsymbol{\Pi} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{1}_{M \times 1} \\ \mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_q) = \text{diag}[\mathbf{a}_1^T(\mathbf{p}_d) \cdot \exp\{-j\omega_q \tau_1(\mathbf{p}_d)\} \cdots \\ \cdots \mathbf{a}_N^T(\mathbf{p}_d) \cdot \exp\{-j\omega_q \tau_N(\mathbf{p}_d)\}] \end{cases} \quad (6)$$

若对 k 取平均可以得到关于频率 ω_q 的阵列输出协方差矩阵为

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx}(\omega_q) = \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{R}}_{rr}(\omega_q) \bar{\mathbf{B}}^H(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) + \tilde{\mathbf{R}}_{\varepsilon\varepsilon}(\omega_q) \quad (7)$$

式中 $\tilde{\mathbf{R}}_{rr}(\omega_q)$ 表示信号(频域)协方差矩阵, $\tilde{\mathbf{R}}_{\varepsilon\varepsilon}(\omega_q)$ 表示噪声(频域)协方差矩阵,根据上述假设可知 $\tilde{\mathbf{R}}_{\varepsilon\varepsilon}(\omega_q) = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_{MN}$.

与文献[5,6]类似,这里也假设向量 $\tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q)$ 先验

已知,这在合作式通信条件下是可以实现的^[8-10].此外,尽管向量 $\tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q)$ 中包含参数 $t_d^{(0)}$,但该参数对于 $\tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q)$ 的影响是将其乘上复常数因子,而根据文献[5,6]可知,该复常数因子可以耦合进向量 $\boldsymbol{\beta}$ 中.于是下面的问题在于,如何在获得 $\tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q)$ 和 $\tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q)$ 的基础上直接估计目标位置向量 \mathbf{p} .

3 信号波形已知条件下多目标直接定位的最大似然估计准则

为了获得渐近最优的统计性能,通常采用最大似然准则进行参数估计.在信号波形已知的条件下,未知参量包括 $\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}$ 和 σ_e^2 ,而最大似然函数为

$$L_{\text{ML}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \sigma_e^2) = \frac{1}{(\pi\sigma_e^2)^{KQMN}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{\sigma_e^2} \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \left\| \tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q) - \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \right\|_2^2 \right\} \quad (8)$$

于是可以得到估计向量 \mathbf{p} 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的最小二乘优化模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} J_a(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) \\ = \min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \left\| \tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q) - \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (9)$$

为了对其进行求解,还需要将 $J_a(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta})$ 进一步表示为

$$\begin{aligned} J_a(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) &= \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \left\| \tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q) \right\|_2^2 \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \bar{\mathbf{B}}^{\text{H}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \\ &- \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \tilde{\mathbf{x}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \\ &- \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \bar{\mathbf{B}}^{\text{H}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \tilde{\mathbf{x}}^{(k)}(\omega_q) \end{aligned} \quad (10)$$

若忽略 $J_a(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta})$ 中与未知参量 \mathbf{p} 和 $\boldsymbol{\beta}$ 无关的项,可以得到如下目标函数

$$\begin{aligned} J_b(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) &= \text{tr} \left(\sum_{q=1}^Q (\bar{\mathbf{B}}^{\text{H}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \right. \\ &\quad - \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_q) \bar{\mathbf{Z}}_2(\omega_q) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \\ &\quad \left. - \bar{\mathbf{B}}^{\text{H}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \bar{\mathbf{Z}}_2^{\text{H}}(\omega_q) \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_q) \right) \bar{\mathbf{Z}}_1(\omega_q) \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{Z}}_1(\omega_q) = \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \\ \bar{\mathbf{Z}}_2(\omega_q) = \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{x}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \end{cases} \quad (12)$$

基于式(11)还可以得到关于向量 \mathbf{p} 和 $\boldsymbol{\beta}$ 更为简洁

的优化模型^[5]

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) &= \min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} \text{tr} \left(\sum_{q=1}^Q ((\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) - \bar{\mathbf{Z}}(\omega_q))^{\text{H}} \right. \\ &\quad \left. \times (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) - \bar{\mathbf{Z}}(\omega_q)) \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_q) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\bar{\mathbf{Z}}(\omega_q) = \bar{\mathbf{Z}}_2^{\text{H}}(\omega_q) \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_q)$.

4 Weiss-Amar 算法的引入及其理论性能分析

4.1 Weiss-Amar 算法的引入

Weiss-Amar 算法假设不同目标的信号波形统计独立^[5,6],此时可以将 $\bar{\mathbf{Z}}_1(\omega_q)$ 看成是(渐近)对角矩阵,于是式(13)就可以分解为如下 D 个相互独立的(解耦)子优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d} J_d(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d) \\ = \min_{\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d} \sum_{q=1}^Q \left\| \mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_q) \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\beta}_d - \tilde{\mathbf{z}}_d(\omega_q) \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\tilde{\mathbf{z}}_d(\omega_q)$ 表示矩阵 $\bar{\mathbf{Z}}(\omega_q)$ 的第 d 列向量.基于式(14)即可独立估计 D 个目标的位置向量 \mathbf{p}_d 及其复传播系数向量 $\boldsymbol{\beta}_d$,从而将高维未知参数的估计问题分解为 D 个低维未知参数的估计问题.

注意到式(14)中的未知参量 \mathbf{p}_d 和 $\boldsymbol{\beta}_d$ 也可以进行“解耦”估计,首先给出向量 $\boldsymbol{\beta}_d$ 的最优闭式解为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{d, \text{opt}} = \frac{1}{MQ} \left(\sum_{q=1}^Q \boldsymbol{\Pi}^{\text{H}} \mathbf{A}^{\text{H}}(\mathbf{p}_d, \omega_q) \tilde{\mathbf{z}}_d(\omega_q) \right) \quad (15)$$

将式(15)代入式(14)中可以得到如下仅关于向量 \mathbf{p}_d 的优化模型

$$\max_{\mathbf{p}_d} J_e(\mathbf{p}_d) = \max_{\mathbf{p}_d} \left\| \bar{\mathbf{A}}^{\text{H}}(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_d \right\|_2^2 \quad (16)$$

式中

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) = [\boldsymbol{\Pi}^{\text{H}} \mathbf{A}^{\text{H}}(\mathbf{p}_d, \omega_1) \boldsymbol{\Pi}^{\text{H}} \mathbf{A}^{\text{H}}(\mathbf{p}_d, \omega_2) \cdots \\ \quad \cdots \boldsymbol{\Pi}^{\text{H}} \mathbf{A}^{\text{H}}(\mathbf{p}_d, \omega_Q)]^{\text{H}} \\ \tilde{\mathbf{z}}_d = [\tilde{\mathbf{z}}_d^{\text{H}}(\omega_1) \tilde{\mathbf{z}}_d^{\text{H}}(\omega_2) \cdots \tilde{\mathbf{z}}_d^{\text{H}}(\omega_Q)]^{\text{H}} \end{cases} \quad (17)$$

通过搜索式(16)的最大值即可获得 D 个目标的位置估计值,该算法即为本文命名的 Weiss-Amar 算法.

4.2 Weiss-Amar 算法的理论性能分析

4.2.1 参数估计的渐近一致性

根据式(12)可知,当 $K \rightarrow +\infty$ 时可得

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow +\infty} \bar{\mathbf{Z}}(\omega_q) &= \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \\ &\cdot \lim_{K \rightarrow +\infty} \left(\sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \right) \left(\sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \right)^{-1} \\ &+ \lim_{K \rightarrow +\infty} \left(\sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \right) \left(\sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q) \tilde{\mathbf{r}}^{(k)\text{H}}(\omega_q) \right)^{-1} \\ &= \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \end{aligned} \quad (18)$$

基于式(18)可以进一步推得

$$\lim_{K \rightarrow +\infty} \tilde{\mathbf{z}}_d(\omega_q) = \lim_{K \rightarrow +\infty} \bar{\mathbf{Z}}(\omega_q) \mathbf{i}_D^{(d)} = \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) \mathbf{i}_D^{(d)}$$

$$= \bar{\mathbf{b}}(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d, \omega_q) = \mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_q) \mathbf{I} \boldsymbol{\beta}_d \quad (19)$$

式中 $\mathbf{i}_d^{(d)}$ 表示 \mathbf{I}_d 的第 d 列。结合式(14)和式(19)可知,当 $K \rightarrow +\infty$ 时,Weiss-Amar 算法给出的估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 和 $\hat{\boldsymbol{\beta}}_d$ 将趋于真实值 \mathbf{p}_d 和 $\boldsymbol{\beta}_d$ 。因此,无论目标信号波形是否独立,Weiss-Amar 算法都具有渐近一致性。

4.2.2 参数估计的渐近方差

在推导参数估计方差时大都采用一阶误差分析方法,即将参数估计误差表示成关于观测误差或者噪声的线性函数。为了实现该目标,有两种方法可以选用。第一种方法是基于“目标函数在估计值处的梯度向量等于零”这一性质,对目标函数的梯度向量进行一阶 Taylor 级数展开,从而获得估计误差与噪声之间的线性关系^[11-13]。第二种方法则是将目标函数表示成关于估计误差的二次函数,而真实的估计误差就是该二次函数的极值点,基于这一性质并求导同样可以求得估计误差与噪声之间的线性关系^[14,15]。事实上,这两种方法的最终结果是相同的,但第一种方法一般用于目标函数梯度的闭式表达式易于获得的情况下,而第二种方法则没有任何限制。鉴于式(16)中目标函数的梯度表达式不易表示,这里将采用第二种方法。

假设式(16)的最优解为 $\hat{\mathbf{p}}_d$,其估计误差为 $\Delta \mathbf{p}_d = \hat{\mathbf{p}}_d - \mathbf{p}_d$,下面将定量推导误差向量 $\Delta \mathbf{p}_d$ 与阵元噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}(\omega_q)$ 之间的线性关系,并基于此获得估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 的协方差矩阵。

首先利用矩阵函数的 Taylor 级数展开可得

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}^H(\hat{\mathbf{p}}_d) \tilde{\mathbf{z}}_d \approx & \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} + \sum_{l=1}^L \langle \Delta \mathbf{p}_d \rangle_l \cdot \dot{\bar{\mathbf{A}}}_l^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ & + \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d + \sum_{l=1}^L \langle \Delta \mathbf{p}_d \rangle_l \cdot \dot{\bar{\mathbf{A}}}_l^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d \\ & + \frac{1}{2} \cdot \sum_{l_1=1}^L \sum_{l_2=1}^L \langle \Delta \mathbf{p}_d \rangle_{l_1} \cdot \langle \Delta \mathbf{p}_d \rangle_{l_2} \cdot \ddot{\bar{\mathbf{A}}}_{l_1 l_2}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \end{aligned} \quad (20)$$

式中

$$\boldsymbol{\Phi}_1(\mathbf{p}_d) = 2 \cdot \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{11}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{12}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{1L}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{21}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{22}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{2L}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{L1}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{L2}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_{LL}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} & \dots & + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \end{bmatrix} \right\} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{A}}}_l(\mathbf{p}_d) = \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_l}, \\ \ddot{\bar{\mathbf{A}}}_{l_1 l_2}(\mathbf{p}_d) = \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{l_1} \partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{l_2}}, \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0} = [\bar{\mathbf{b}}^H(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d, \omega_1) \bar{\mathbf{b}}^H(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d, \omega_2) \cdots \bar{\mathbf{b}}^H(\mathbf{p}_d, \boldsymbol{\beta}_d, \omega_Q)]^H, \\ \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d = \sum_{k=1}^K (\tilde{\mathbf{i}}_d^{(k)} \odot \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}) = \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{T}}_d^{(k)} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)} \end{cases} \quad (21)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_1) \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_2) \\ \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}(\omega_Q) \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{T}}_d^{(k)} = \text{diag}[\tilde{\mathbf{t}}_d^{(k)}] \\ \tilde{\mathbf{t}}_d^{(k)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{r}}^{(k)H}(\omega_1) \tilde{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_1) \mathbf{i}_d^{(d)} \\ \tilde{\mathbf{r}}^{(k)H}(\omega_2) \tilde{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_2) \mathbf{i}_d^{(d)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{r}}^{(k)H}(\omega_Q) \tilde{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\omega_Q) \mathbf{i}_d^{(d)} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}_{MN \times 1} \end{cases} \quad (22)$$

基于式(20)可将目标函数在估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 处表示为

$$\begin{aligned} J_e(\hat{\mathbf{p}}_d) \approx & J_e(\mathbf{p}_d) + \Delta \mathbf{p}_d^T \cdot \boldsymbol{\varphi}_1(\mathbf{p}_d) + \boldsymbol{\varphi}_2^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d \\ & + \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d^H \boldsymbol{\varphi}_2(\mathbf{p}_d) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{p}_d^T \cdot \boldsymbol{\Phi}_1(\mathbf{p}_d) \cdot \Delta \mathbf{p}_d \\ & + \delta \mathbf{p}_d^T \cdot \boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d + \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d^H \boldsymbol{\Phi}_2^H(\mathbf{p}_d) \cdot \Delta \mathbf{p}_d \\ & + \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d^H \boldsymbol{\Phi}_3(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_1(\mathbf{p}_d) = 2 \cdot \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \end{bmatrix} \right\} \\ \boldsymbol{\varphi}_2(\mathbf{p}_d) = \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{z}}_{d0} \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \Phi_2(\mathbf{p}_d) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1^H(\mathbf{p}_d) + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_1(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2^H(\mathbf{p}_d) + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_2(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L^H(\mathbf{p}_d) + \tilde{\mathbf{z}}_{d0}^H \dot{\bar{\mathbf{A}}}_L(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \end{bmatrix} \\ \Phi_3(\mathbf{p}_d) = \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{A}}^H(\mathbf{p}_d) \end{cases} \quad (26)$$

根据最优化极值原理可知,目标位置的真实向量 \mathbf{p}_d 和估计向量 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 分别满足

$$\left. \frac{\partial J_e(\mathbf{p}_d)}{\partial \mathbf{p}_d} \right|_{\tilde{\mathbf{z}}^{(k)}(\omega_q) = \mathbf{0}_{M \times 1}} = \mathbf{0}_{L \times 1}, \quad \frac{\partial J_e(\hat{\mathbf{p}}_d)}{\partial \hat{\mathbf{p}}_d} = \mathbf{0}_{L \times 1} \quad (27)$$

根据式(27)中的第一式可得 $\boldsymbol{\varphi}_1(\mathbf{p}_d) = \mathbf{0}_{L \times 1}$,而基于式(27)中的第二式可知估计误差 $\Delta \mathbf{p}_d$ 应满足

$$\Delta \mathbf{p}_d \approx \arg \max_{\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{L \times 1}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \mathbf{z}^T \Phi_1(\mathbf{p}_d) \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \Phi_2(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d + \tilde{\boldsymbol{\xi}}_d^H \Phi_2^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{z} \right\} \quad (28)$$

利用式(28)可以进一步推得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{p}_d \approx & - \sum_{k=1}^K \Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) \Phi_2(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)} \\ & - \sum_{k=1}^K \Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) \Phi_2^*(\mathbf{p}_d) \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)*} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)*} \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)给出定位误差向量 $\Delta \mathbf{p}_d$ 与阵元噪声向量 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}$ 之间的线性关系式。由该式可知,误差向量 $\Delta \mathbf{p}_d$ 近似服从零均值的高斯分布,并且估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \text{cov}(\hat{\mathbf{p}}_d) \approx & \sigma_e^2 \left(\Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) \Phi_2(\mathbf{p}_d) \left(\sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)} \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)H} \right) \right. \\ & \Phi_2^H(\mathbf{p}_d) \Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) + \Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) \Phi_2^*(\mathbf{p}_d) \\ & \left. \left(\sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)*} \bar{\mathbf{T}}_d^{(k)T} \right) \Phi_2^T(\mathbf{p}_d) \Phi_1^{-1}(\mathbf{p}_d) \right) \end{aligned} \quad (30)$$

针对 Weiss-Amar 算法的理论性能分析,下面给出 3 点注释:

注释 1 上述理论分析是基于二阶误差分析给出的,因此要想取得较好的预测精度,一般要求信噪比不能过低,但由于 Weiss-Amar 算法是在信号波形已知的条件下提出的,因此其产生“门限效应”的信噪比阈值会更加低,这意味着使上述性能分析失效的信噪比门限值也更低。

注释 2 要想在更低信噪比条件下取得较高的性能预测精度,则需要利用二阶误差分析方法,从而得到估计误差与噪声之间的二次关系,此时至少要推导目标函数的三阶导数(或梯度向量的二阶导数)。

注释 3 文中的性能分析是在多个目标可分辨的前提下推导的,从数学上来说就是式(16)中的目标函数存在 D 个极值点,只要信噪比不过低,这在绝大

多数条件下是能够满足的。如果在恶劣环境下该条件不能满足,那么还可以利用文献[16,17]中提出的“不完全条件矩理论”进行分析。

由于 Weiss-Amar 算法是基于最大似然准则提出的,因此当不同目标信号在时域上统计独立时,该算法的估计方差可以渐近逼近 CRB。然而,当不同目标的信号波形存在相关性时,该算法便难以获得最优的估计精度,这是因为此时 $\bar{\mathbf{Z}}_1(\omega_q)$ 已不再是渐近对角矩阵,优化模型式(13)与式(14)也不能相互等价,而式(13)才是最初的最大似然估计准则。此时要想获取渐近最优的估计精度,还需要重新回到模型式(13)中进行数值优化。因此下节将给出一种求解式(13)的数值优化算法。

5 信号波形已知条件下改进型多目标直接定位算法

本节将提出一种求解式(13)的数值优化算法。首先将目标函数 $J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta})$ 表示成如下形式

$$\begin{aligned} J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) &= \sum_{q=1}^Q \left\| (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_q) - \bar{\mathbf{Z}}(\omega_q)) \bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_q) \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (31)$$

利用矩阵恒等式 $\text{vec}(\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3) = (\mathbf{Z}_3^T \otimes \mathbf{I}_1) \cdot \text{vec}(\mathbf{Z}_2)$ 可以将 $J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta})$ 进一步表示为

$$\begin{aligned} J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) = & \sum_{q=1}^Q \left\| \left((\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_q))^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right) \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}, \omega_q) \boldsymbol{\beta} \right. \\ & \left. - \left((\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_q))^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right) \tilde{\mathbf{z}}(\omega_q) \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (32)$$

式中

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}, \omega_q) = \text{blkdiag}[A(\mathbf{p}_1, \omega_q) \boldsymbol{\Pi} \cdots A(\mathbf{p}_D, \omega_q) \boldsymbol{\Pi}] \\ \tilde{\mathbf{z}}(\omega_q) = \text{vec}(\bar{\mathbf{Z}}(\omega_q)) \end{cases} \quad (33)$$

基于式(32)可以建立如下优化模型

$$\min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} J_c(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}) = \min_{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}} \left\| \mathbf{I} \mathbf{C}(\mathbf{p}) \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\gamma} \right\|_2^2 \quad (34)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{I} = \text{blkdiag} \left[\left(\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_1) \right)^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \cdots \left(\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_Q) \right)^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right] \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}, \omega_1) \\ \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}, \omega_2) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{p}, \omega_Q) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \left(\left(\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_1) \right)^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right) \tilde{\mathbf{z}}(\omega_1) \\ \left(\left(\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_2) \right)^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right) \tilde{\mathbf{z}}(\omega_2) \\ \vdots \\ \left(\left(\bar{\mathbf{Z}}_1^{1/2}(\omega_Q) \right)^T \otimes \mathbf{I}_{MN} \right) \tilde{\mathbf{z}}(\omega_Q) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (35)$$

由于式(34)是关于向量 $\boldsymbol{\beta}$ 的二次优化问题,因此其最优闭式解为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{opt}} = (\mathbf{C}^H(\mathbf{p}) \mathbf{I} \mathbf{C}(\mathbf{p}))^{-1} \mathbf{C}^H(\mathbf{p}) \mathbf{I} \boldsymbol{\gamma} \quad (36)$$

将式(36)代入式(34)中可以得到仅关于向量 \mathbf{p} 的优化问题

$$\max_{\mathbf{p}} J_d(\mathbf{p}) = \max_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\gamma}^H \cdot \boldsymbol{\Omega}[\mathbf{I} \mathbf{C}(\mathbf{p})] \cdot \boldsymbol{\gamma} \quad (37)$$

显然,式(37)只能通过迭代的方式进行数值求解,下面将提出一种求解式(37)的交替投影迭代算法.

交替投影迭代算法的基本思想是在每轮迭代中进行 D 次优化,而每一次仅针对其中某单个目标的位置向量进行优化,与此同时保持其它目标的位置向量固定不变,按照 ([18]) 的方式进行多轮迭代直至收敛为止.

$$\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_d^{(1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_1^{(l)}, \omega_1) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(d-1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d-1}^{(l)}, \omega_1) \mathbf{\Pi}) & \mathbf{i}_d^{(d+1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d+1}^{(l-1)}, \omega_1) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(D)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_D^{(l-1)}, \omega_1) \mathbf{\Pi}) \\ \mathbf{i}_d^{(1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_1^{(l)}, \omega_2) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(d-1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d-1}^{(l)}, \omega_2) \mathbf{\Pi}) & \mathbf{i}_d^{(d+1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d+1}^{(l-1)}, \omega_2) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(D)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_D^{(l-1)}, \omega_2) \mathbf{\Pi}) \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{i}_d^{(1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_1^{(l)}, \omega_Q) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(d-1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d-1}^{(l)}, \omega_Q) \mathbf{\Pi}) & \mathbf{i}_d^{(d+1)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_{d+1}^{(l-1)}, \omega_Q) \mathbf{\Pi}) \cdots \mathbf{i}_d^{(D)} \otimes (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{p}}_D^{(l-1)}, \omega_Q) \mathbf{\Pi}) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d) = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_d^{(d)} \otimes (\mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_1) \mathbf{\Pi}) \\ \mathbf{i}_d^{(d)} \otimes (\mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_2) \mathbf{\Pi}) \\ \vdots \\ \mathbf{i}_d^{(d)} \otimes (\mathbf{A}(\mathbf{p}_d, \omega_Q) \mathbf{\Pi}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

利用正交投影矩阵递推公式可得 [18]

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)} \quad \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d)] &= \mathbf{\Omega}[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] + \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \\ &\cdot \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d) (\mathbf{C}_d^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{\Gamma}^H \cdot \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \\ &\cdot \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d))^{-1} \mathbf{C}_d^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{\Gamma}^H \cdot \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \end{aligned} \quad (41)$$

将式(41)代入式(38)中可以得到关于向量 \mathbf{p}_d 的优化模型为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{p}_d} J_f(\mathbf{p}_d) &= \max_{\mathbf{p}_d} \boldsymbol{\gamma}^H \cdot \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \\ &\cdot \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d) (\mathbf{C}_d^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{\Gamma}^H \\ &\cdot \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \cdot \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d))^{-1} \mathbf{C}_d^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{\Gamma}^H \\ &\cdot \mathbf{\Omega}^\perp[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)}] \cdot \boldsymbol{\gamma} \end{aligned} \quad (42)$$

利用式(42)依次对每个目标的位置向量进行数值优化即完成了一轮迭代,进行多轮迭代直至收敛为止就实现了交替投影迭代算法的全部计算过程.

基于上述讨论,下面总结基于交替投影迭代的直接定位算法的计算步骤:

步骤 1 设置 ε 为迭代门限值,利用 Weiss-Amar 算法计算初值 $\{\hat{\mathbf{p}}_d^{(0)}\}_{d=1}^D$, 并令 $l := 1$.

步骤 2 利用式(42)依次对 D 个目标的位置向量进行数值寻优,从而完成一轮迭代运算,并获得最新的目标位置估计值 $\{\hat{\mathbf{p}}_d^{(l)}\}_{d=1}^D$.

步骤 3 若 $\max_{1 \leq d \leq D} \{\|\hat{\mathbf{p}}_d^{(l)} - \hat{\mathbf{p}}_d^{(l-1)}\|_2\} < \varepsilon$, 则停止计算; 否则令 $l := l + 1$, 并转至步骤 2.

与 Weiss-Amar 算法相比,上述改进型算法将多个目标的位置向量进行协同估计,因此当不同目标信号的波形存在相关性时,该算法具有更高的定位精度.

6 信号波形已知条件下多目标位置直接估计方差的克拉美罗界

本节将推导信号波形已知条件下多目标位置直接

假设进行第 l 轮迭代,并且针对其中第 d 个目标的位置向量 \mathbf{p}_d 进行优化,相应的优化模型为

$$\max_{\mathbf{p}_d} J_e(\mathbf{p}_d) = \max_{\mathbf{p}_d} \boldsymbol{\gamma}^H \cdot \mathbf{\Omega}[\mathbf{I}\hat{\mathbf{C}}_d^{(l)} \quad \mathbf{I}\mathbf{C}_d(\mathbf{p}_d)] \cdot \boldsymbol{\gamma} \quad (38)$$

式中

估计方差的 CRB. 事实上,文献[5]已经推导了关于全部未知参量估计方差的 CRB 矩阵,但实际应用中人们通常仅关心目标位置向量 \mathbf{p} 的估计方差的 CRB 子矩阵,而该子矩阵的表达式在文献[5]中并没有显式给出,因此本节将重点推导该子矩阵的表达式.

首先定义如下数据向量

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{\mathbf{x}}^{(1)H}(\omega_1) \cdots \tilde{\mathbf{x}}^{(1)H}(\omega_Q) \cdots \tilde{\mathbf{x}}^{(K)H}(\omega_1) \cdots \tilde{\mathbf{x}}^{(K)H}(\omega_Q)]^H \quad (43)$$

于是数据向量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 的数学期望为

$$\boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_1) \tilde{\mathbf{r}}^{(1)}(\omega_1)) \\ \vdots \\ (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_Q) \tilde{\mathbf{r}}^{(1)}(\omega_Q)) \\ \cdots \\ (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_1) \tilde{\mathbf{r}}^{(K)}(\omega_1)) \\ \vdots \\ (\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}, \omega_Q) \tilde{\mathbf{r}}^{(K)}(\omega_Q)) \end{bmatrix} \quad (44)$$

由于这里推导信号波形已知条件下的 CRB,因此向量 $\{\tilde{\mathbf{r}}^{(k)}(\omega_q)\}_{1 \leq k \leq K, 1 \leq q \leq Q}$ 将作为已知量,其中未知参量仅包括目标位置向量 \mathbf{p} , 复传播系数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 和噪声方差 σ_e^2 , 而关于向量组 $\{\mathbf{p}, \boldsymbol{\beta}\}$ 的 CRB 子矩阵可以表示为 [19,20]

$$\text{CRB} \left(\begin{bmatrix} \text{Re}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \text{Im}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \right) = \frac{\sigma_e^2}{2} \cdot (\text{Re}\{\tilde{\mathbf{E}}^H \tilde{\mathbf{E}}\})^{-1} \quad (45)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{E}} = [\tilde{\mathbf{E}}_1 \quad \tilde{\mathbf{E}}_2 \quad \tilde{\mathbf{E}}_3] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial (\text{Re}\{\boldsymbol{\beta}\})^T} & \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial (\text{Im}\{\boldsymbol{\beta}\})^T} & \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial \mathbf{p}^T} \end{bmatrix} \quad (46)$$

其中 $\tilde{\mathbf{E}}_1 = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial (\text{Re}\{\boldsymbol{\beta}\})^T}$, $\tilde{\mathbf{E}}_2 = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial (\text{Im}\{\boldsymbol{\beta}\})^T} = \mathbf{j} \cdot \tilde{\mathbf{E}}_1$

和 $\tilde{\mathbf{E}}_3 = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}}{\partial \mathbf{p}^T}$.

显然式(45)并不具备块状对角矩阵结构,因此难

以从中直接获得关于向量 \boldsymbol{p} 的 CRB 子矩阵. 为此, 下面将借鉴文献[21]中的分析方法, 重新定义一个新的参数向量

$$\boldsymbol{\eta} = [(\operatorname{Re}\{\boldsymbol{\beta}\} + \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{W}}\} \cdot \boldsymbol{p})^T (\operatorname{Im}\{\boldsymbol{\beta}\} + \operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{W}}\} \cdot \boldsymbol{p})^T \boldsymbol{p}^T]^T \quad (47)$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{W}} = \tilde{\boldsymbol{E}}_1^* \tilde{\boldsymbol{E}}_3$, 根据式(47)可知

$$\boldsymbol{\eta} = \tilde{\boldsymbol{F}} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \operatorname{Im}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} & \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{W}}\} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} & \operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{W}}\} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \operatorname{Im}\{\boldsymbol{\beta}\} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} \quad (48)$$

利用式(48)可以推得关于向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的 CRB 矩阵为

$$\operatorname{CRB}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2} \cdot (\operatorname{Re}\{(\tilde{\boldsymbol{E}}\tilde{\boldsymbol{F}}^{-1})^H (\tilde{\boldsymbol{E}}\tilde{\boldsymbol{F}}^{-1})\})^{-1} \quad (49)$$

式中

$$\tilde{\boldsymbol{E}}\tilde{\boldsymbol{F}}^{-1} = [\tilde{\boldsymbol{E}}_1 \quad \boldsymbol{j} \cdot \tilde{\boldsymbol{E}}_1 \quad \boldsymbol{\Omega}^\perp [\tilde{\boldsymbol{E}}_1] \cdot \tilde{\boldsymbol{E}}_3] \quad (50)$$

将式(50)代入式(49)中可得

$$\operatorname{CRB}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{Q}}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \tilde{\boldsymbol{Q}}_2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (51)$$

式中

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{Q}}_1 = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1\} & -\operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1\} \\ \operatorname{Im}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1\} & \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1\} \end{bmatrix} \\ \tilde{\boldsymbol{Q}}_2 = \operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_3^H \cdot \boldsymbol{\Omega}^\perp [\tilde{\boldsymbol{E}}_1] \cdot \tilde{\boldsymbol{E}}_3\} \end{cases} \quad (52)$$

由于式(51)具有块状对角矩阵结构, 从中可以得到关于向量 \boldsymbol{p} 的 CRB 子矩阵的显式表达式为

$$\begin{aligned} \operatorname{CRB}(\boldsymbol{p}) &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2} \cdot \tilde{\boldsymbol{Q}}_2^{-1} \\ &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2} \cdot (\operatorname{Re}\{\tilde{\boldsymbol{E}}_3^H \tilde{\boldsymbol{E}}_3 - \tilde{\boldsymbol{E}}_3^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1 (\tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_1)^{-1} \tilde{\boldsymbol{E}}_1^H \tilde{\boldsymbol{E}}_3\})^{-1} \end{aligned} \quad (53)$$

7 仿真实验

本节将通过若干仿真实验验证文中改进型直接定位算法的优势, 并将其与文献[5]提出的信号波形已知条件下的直接定位算法(即 Weiss-Amar 算法)、传统的两步定位算法(MUSIC 算法 + Taylor 级数迭代定位算法)以及第 6 节推导的 CRB 进行性能比较, 此外, 文中还将 Weiss-Amar 算法的定位性能仿真值与第 4 节推导的理论值进行比较, 从而验证第 4 节理论分析的有效性. 这里将利用目标定位均方根误差来衡量算法的性能, 其度量方式如下

$$\varepsilon_{p_d} = \sqrt{\frac{1}{500} \cdot \sum_{k=1}^{500} \|\boldsymbol{p}_d - \hat{\boldsymbol{p}}_{d,k}\|_2^2} \quad (54)$$

式中 $\hat{\boldsymbol{p}}_{d,k}$ 表示第 k 次实验对第 d 个目标的定位结果.

假设有 3 个观测站对两个目标信号源进行定位, 3 个观测站的位置坐标分别设置为(4km, 4km), (4km, -

4km)和(-4km, 4km), 每个测向站均安装 5 元均匀线阵, 其相邻阵元间距与波长比均为 0.5, 两个目标信号源的位置坐标分别为(-1km, -1km)(目标 1)和(2km, 2km)(目标 2), 目标信号波形先验已知, 并且信号到达观测站的信道传播系数见表 1, 信号时域数据通过基 2 时分 FFT 算法转化为频域数据, FFT 算法的点数 为 128 点.

表 1 目标信号到达观测站的信道传播系数

	目标 1 信号	目标 2 信号
观测站 1	0.6428 + 0.7660j	0.3420 + 0.9397j
观测站 2	0.5736 + 0.8192j	0.1736 + 0.9848j
观测站 3	-0.1392 + 0.9903j	-0.5000 + 0.8660j

首先, 将每个频点累积的样本点数固定为 20, 两个目标信号的时域相关系数固定为 0.7, 图 1 和图 2 分别给出了目标 1 和目标 2 的定位均方根误差随着信噪比的变化曲线. 接着, 将信噪比固定为 0dB, 两个目标信号的时域相关系数固定为 0.7, 图 3 和图 4 分别给出了目标 1 和目标 2 的定位均方根误差随着每个频点累积样本点数的变化曲线. 最后, 将信噪比固定为 0dB, 每个频点累积的样本点数固定为 20, 图 5 和图 6 分别给出了目标 1 和目标 2 的定位均方根误差随着两个目标信号时域相关系数的变化曲线.

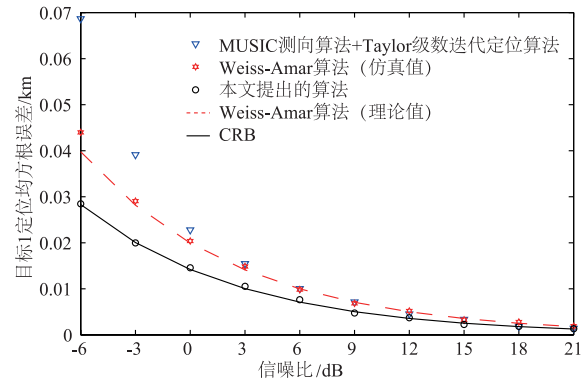


图 1 目标 1 定位均方根误差随着信噪比的变化曲线

从图 1 至图 6 中可以看出:(1) Weiss-Amar 算法定位性能的仿真值与第 4 节推导的理论值吻合较好, 从而验证了其理论分析的有效性.(2)改进型直接定位算法的估计精度要优于 Weiss-Amar 算法, 并且随着两个目标信号时域相关性的增强, 前者的优势会更为明显, 这是因为改进算法将多个目标的位置向量进行协同估计, 而 Weiss-Amar 算法则是将多个目标的位置向量进行解耦合估计, 因此当不同目标信号相关时, 改进算法的优势会得以显现.(3)改进型直接定位算法的性能曲线与第 6 节推导的 CRB 吻合较好, 从而验证了其渐近最优的估计性能, 这是由于该算法是基于最大似然估计准则设计出的, 从而可以给出渐近最优的统计性能.

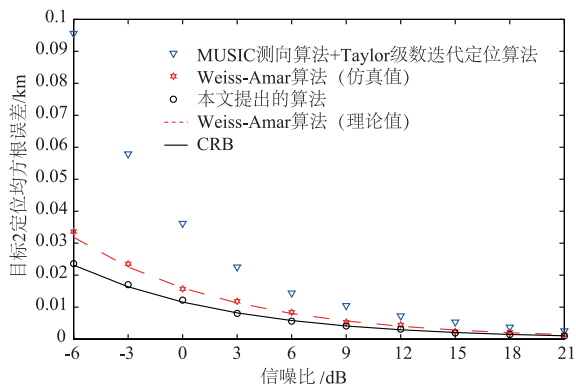


图2 目标2定位均方根误差随着信噪比的变化曲线

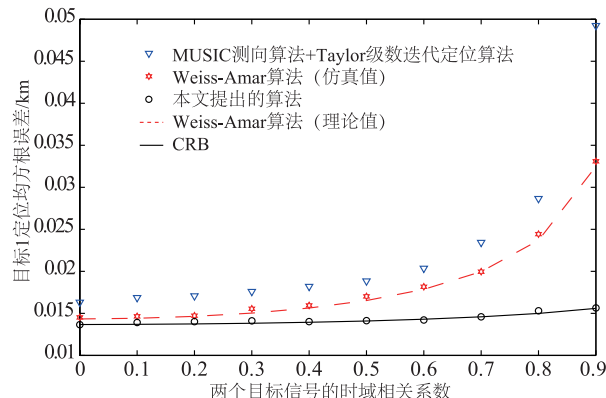


图5 目标1定位均方根误差随着两个目标信号时域相关系数的变化曲线

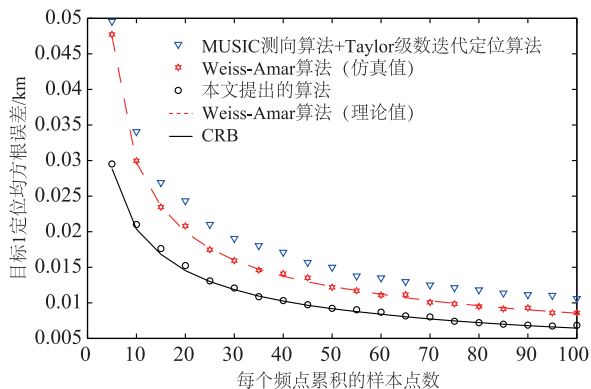


图3 目标1定位均方根误差随着每个频点累积样本点数的变化曲线

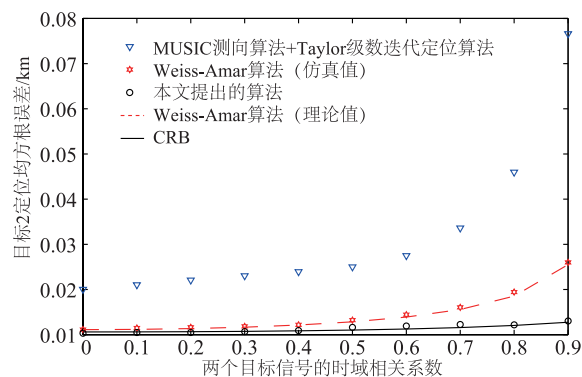


图6 目标2定位均方根误差随着两个目标信号时域相关系数的变化曲线

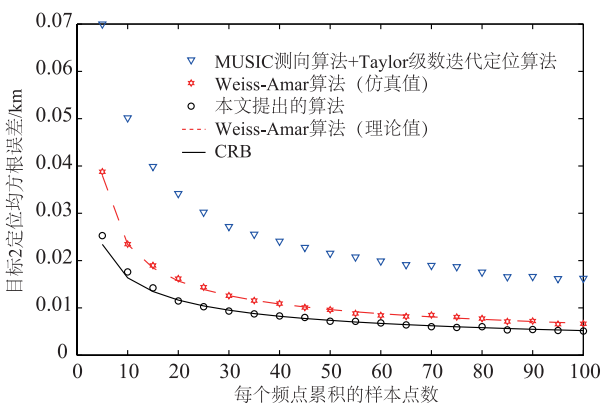


图4 目标2定位均方根误差随着每个频点累积样本点数的变化曲线

(4) 相比传统两步定位方法, Weiss-Amar 算法和改进型直接定位算法都能够给出更高的定位精度, 这一方面是由于单步直接定位方法本身所带来的好处, 另一方面则是由于信号波形先验信息所带来的性能增益。

8 结论

本文首先针对 Weiss 和 Amar 提出的信号波形已知条件下的多目标直接定位算法进行理论性能分析, 证明了其参数估计的渐近一致性, 推导了其参数估计的渐近方差, 并指出当不同目标信号相关时会对定位算法的性能产生较大影响. 针对该问题, 文中提出了一种

信号波形已知条件下的改进型多目标直接定位算法, 与 Weiss-Amar 算法不同的是, 改进算法对全部目标的位置参数进行协同估计, 并通过交替投影迭代进行数值优化, 能够显著提高对多个相关信号源的定位精度. 此外, 文中还给出了信号波形已知条件下多目标位置直接估计方差的 CRB 闭式表达式. 仿真实验不仅证明了文中理论分析的有效性, 还验证了改进算法的优越性。

参考文献

- [1] Weiss A J. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2513 - 5520.
- [2] Amar A, Weiss A J. Localization of narrowband radio emitters based on Doppler frequency shifts [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(11): 5500 - 5508.
- [3] 王鼎, 张刚. 一种基于窄带信号多普勒频率测量的运动目标直接定位方法 [J]. 电子学报, 2017, 45(3): 591 - 598.
Wang Ding, Zhang Gang. A direct localization method for moving narrowband source based on Doppler frequency shifts [J]. Acta Electronic Sinica, 2017, 45(3): 591 - 598. (in Chinese)

- [4] Weiss A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(5): 513 – 516.
- [5] Weiss A J, Amar A. Direct position determination of multiple radio signals[J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005, 2005(1): 37 – 49.
- [6] Amar A, Weiss A J. Direct position determination in the presence of model errors—known waveforms [J]. *Digital Signal Processing*, 2006, 16(1): 52 – 83.
- [7] Oispuu M, Nickel U. Direct detection and position determination of multiple sources with intermittent emission [J]. *Signal Processing*, 2010, 90(12): 3056 – 3064.
- [8] Li J, Compton R T. Maximum likelihood angle estimation for signals with known waveforms [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(9): 2850 – 2862.
- [9] Li J, Halder B, Stoica P, et al. Computationally efficient angle estimation for signals with known waveforms [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2154 – 2163.
- [10] Wang D, Wu Y. Sensor array calibration method in presence of gain/phase uncertainties and position perturbations using the spatial and time-domain information of the auxiliary sources [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2015, 26(3): 835 – 868.
- [11] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramér-Rao bound [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(5): 720 – 741.
- [12] Swindlehurst A, Kailath T. A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model errors, part I; the MUSIC algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(7): 1758 – 1773.
- [13] Swindlehurst A, Kailath T. A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model errors: part II-Multidimensional algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(9): 2882 – 2890.
- [14] Ho K C, Chan Y T. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 770 – 783.
- [15] Wang D, Wu Y. Statistical performance analysis of direct position determination method based on doppler shifts in presence of model errors [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2017, 28(1): 149 – 182.
- [16] Ferreol A, Larzabal P, Viberg M. On the resolution probability of MUSIC in presence of modeling errors [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 1945 – 1953.
- [17] Ferreol A, Larzabal P, Viberg M. Statistical analysis of the MUSIC algorithm in the presence of modeling errors, taking into account the resolution probability [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4156 – 4166.
- [18] Ziskind T, Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projections [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1988, 36(10): 1553 – 1560.
- [19] Stoica P, Larsson E G. Comments on “Linearization method for finding Cramér – Rao bounds in signal processing” [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(12): 3168 – 3169.
- [20] Liu Z M. Conditional Cramér-Rao lower bounds for DOA estimation and array calibration [J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2014, 24(3): 361 – 364.
- [21] Pesavento M, Gershman A B, Wong K M. Direction finding in partly calibrated sensor arrays composed of multiple subarrays [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(9): 2103 – 2115.

作者简介



王 鼎 男, 1982 年生于安徽芜湖, 博士(后)。现为解放军信息工程大学信息工程学院副教授。主要研究方向为无源定位和阵列信号处理。

E-mail: wang_ding814@aliyun.com

吴志东 男, 1986 年生于河南汤阴, 海军工程大学博士。现为解放军信息工程大学信息工程学院讲师。主要研究方向为无源定位和阵列信号处理。

E-mail: 3092004009wzd@163.com

尹洁昕(通信作者) 女, 1989 年生于河南郑州, 现为解放军信息工程大学信息工程学院博士研究生。主要研究方向为无源定位和阵列信号处理。

E-mail: Cindyin0807@163.com