

基于特征聚类的稀疏自编码快速算法

付 晓,沈远彤,付丽华,杨迪威

(中国地质大学数学与物理学院,湖北武汉 430074)

摘 要: 稀疏自编码网络在自然语言、图像处理等领域都取得了显著效果. 已有的研究表明增加网络提取的特征个数可以优化稀疏自编码网络的处理效果,同时该操作将导致网络训练耗时过长. 为尽可能减少网络的训练时间,本文提出了一种基于特征聚类的稀疏自编码快速算法. 本算法首先根据 K 均值聚类最优数确定本质特征的个数,再由网络训练得到本质特征,并通过旋转扭曲增加特征的多样性,使网络处理效果得到提升的同时,减少网络训练耗间. 实验在标准的手写体识别数据库 MNIST 和人脸数据库 CMU-PIE 上进行,结果表明本文所提算法能在保证网络正确率有所提升的同时,大幅度缩短网络训练耗时.

关键词: 深度学习; 稀疏自编码器; 特征提取; K 均值聚类

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)05-1041-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.05.003

An Optimized Sparse Auto-encoder Network Based on Feature Clustering

FU Xiao, SHEN Yuan-tong, FU Li-hua, YANG Di-wei

(College of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The method of deep sparse auto-encoder networks has achieved state-of-art performance in the fields of image processing and natural language processing. It's been proved that higher accuracy of deep sparse auto-encoder networks is obtained by the increase of features' number, however, it also leads to a longer training time. In this paper, an optimized sparse auto-encoder networks which based on feature clustering is been presented for both classification accuracy enhancement and training time decreasing. The proposed method first get the number of substantive features by optimizing k-means clustering. Then initialize the network with that number and obtain the substantive features by training again the network. Finally the improvement of feature varieties is achieved by rotation and distortion of the substantive features. In the experiments, the improvement of classification accuracy and reduction of training time is verified by comparing the performance of optimized sparse auto-encoder with normal sparse auto-encoder in the basic dataset MNIST and CMU-PIE.

Key words: deep learning; sparse auto-encoder; feature extraction; K-means clustering

1 引言

近年来,深度学习因其强大的信息处理能力成为学术界的研究热点. 它起源于人工神经网络,并利用逐层自主学习思想,克服传统神经网络的梯度弥散问题^[1,2],在图像处理、自然语言处理等多个领域取得巨大成功. Bengio^[3]提出用自编码器初始化每一层神经网络的想法,后 Bengio 和 Ranzato 等人利用这种想法提出了稀疏自编码神经网络 (Sparse Auto-Encoder, SAE)^[4,5],实现对数据的深层挖掘,进一步扩充深度神经网络的应用范围. 稀疏自编码网络是目前应用最广泛的一类自编码网络,在病理图像分析^[6]、表情图像识别^[7]和高光谱图像分类^[8]等领域都取得了不错的

表现.

理论表明神经网络中隐含层节点数越多,网络的处理效果越好^[9]. 但隐含层节点的增多会导致网络参数规模增大,进而使网络的训练时间大幅增加,甚至导致硬件储存空间不足等问题,因此,不少学者就如何快速训练网络进行了大量研究. Hinton 等人提出利用补充的先验知识构造快速的深度信念网络,从而消除深度网络的训练困难,缩短网络的训练时间^[10],然而该方法需要使用大量的人工标注. 赵由等人通过改变网络调节参数时使用的梯度下降方法,提出使用不同步平均随机梯度下降的方法训练深层网络^[11],此方法可使参数在梯度下降时快速收敛,从而加速网络的训练,但由于每次网络训练的参数初始值都为随机选取,导致

该方法不能确保网络每次训练耗时都减少. Chandra 等人则提出通过为网络参数建模^[12],以基向量表示参数矩阵,避免计算大量参数,此方法和其他的降维方法^[13]虽能减少网络训练时间,但实际操作过于复杂.

本文提出一种基于特征聚类的稀疏自编码快速算法.首先对已有特征进行 K 均值聚类来降低特征冗余度,并选择聚类最佳分类数作为网络的本质特征个数,重新训练获取网络本质特征,再对本质特征进行旋转和弹性扭曲,扩充特征多样性,保证网络处理效果.实验证明该算法可在保证网络分类准确率有所提升的同时,减少大量网络训练耗时.

2 稀疏自编码网络

2.1 自编码网络

自编码器是由编码器和解码器共同构成,结构如图 1 所示,通常输入数据 x 通过编码器 f 的编译,得到用以表示输入数据的编码 h ,再将编码数据通过解码器 g 重构输入数据 x' .原始数据通过自编码器的处理,可得到用以表达它的编码.

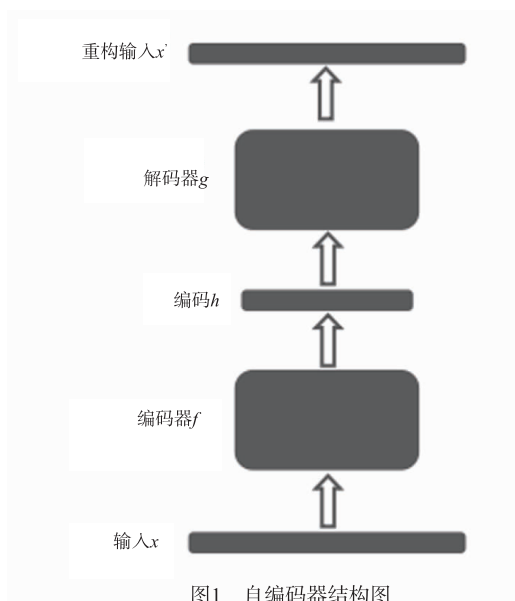


图1 自编码器结构图

将自编码器思想应用于神经网络上就构成了自编码网络,自编码网络是一种 3 层神经网络,但其输入数据与期望输出相同.网络隐含层的计算公式如下:

$$H_j = f\left(\sum_{i=1}^n \omega_{ij}x_i + b_j\right), j = 1, 2, \dots, l \quad (1)$$

其中 x_1, x_2, \dots, x_n 是输入数据, ω_{ij} 和 b_j 分别是连接每个输入层和隐含层神经元之间的权值和阈值, H_j 是隐含层第 j 个神经元的激活值, $f(x)$ 是网络的激活函数,通常选择 sigmoid 函数作为激活函数,其表达形式如下:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp^{-x}} \quad (2)$$

网络的输出层则可将式(1)中的输入数据换成隐含层输出数据,计算所得即为网络的输出值,网络会利用实际与期望输出的误差来反向传播,重复地信息正向传播和误差反向传播直至迭代终止.

2.2 稀疏自编码网络

稀疏自编码网络是深度神经网络的形式之一,它在自编码网络基础上,对隐含层增加稀疏性限制,并将多个自编码网络进行堆叠.图 2 即堆叠两个自编码网络的稀疏自编码网络结构,第一个自编码网络训练好后,取其隐含层 h_1 作为下一个自编码网络的输入与期望输出.如此反复堆叠,直至达到预定网络层数.最后进入网络微调过程,将输入层 x 、第一层隐含层 h_1 、第二层隐含层 h_2 以及之后所有的隐含层整合为一个新的神经网络,最后连接一个数据分类器,利用全部带标数据有监督地重新调整网络的参数.

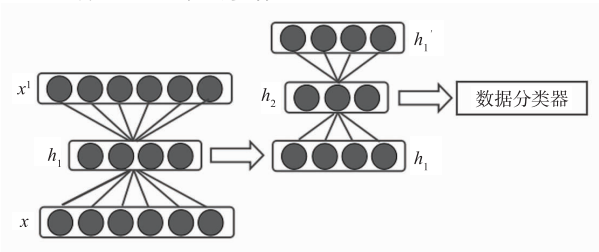


图2 稀疏自编码网络结构图

由于网络常用的激活函数为 sigmoid 函数,其输出范围是 0 到 1,所以使第 i 层隐含层所有神经元激活平均值 p_i ,接近一个比较小的实数 p ,就可保证网络隐含层的稀疏性.为使两值尽量接近,网络引入 Kullback-Liebler 散度(KL 散度),稀疏自编码网络的目标函数为式(3)所示:

$$\varphi^* = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l (y_k - o_k)^2 + \sum_{s=1}^l D_{KL}(p \| p_s) \quad (3)$$

$$p_s = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_j^{(s)}(x; W, b)$$

其中 y_k 为网络输出层第 k 个神经元的值, o_k 为网络第 k 个神经元的期望输出, l 为输出数据的维数, L 为网络中隐含层的层数, p_s 为第 s 层隐含层神经元的激活平均值, m 为第 s 层隐含层神经元个数.当 p_s 很接近 p 时,网络的 KL 散度会接近于 0.

稀疏自编码网络的处理能力已在多个领域得到展现,但使用稀疏自编码网络处理数据时,需要消耗大量的训练时间,特别是当数据的维数和数量增大时,网络不仅需要长时间训练,还对计算机的储存硬件要求过高,所以如何在保证网络处理效果的同时加快网络的训练尤为重要.

3 基于特征聚类的稀疏自编码快速算法

可视化的网络特征中计算出部分特征的相似度较

高,表明一般网络训练的特征冗余度大.因此本文提出对已有特征进行 K 均值聚类来降低特征冗余度,并选择最佳分类后的个数作为网络的本质特征个数,将本质特征进行旋转和弹性扭曲操作扩充其多样性.

3.1 特征重复现象

为探究网络学习到的信息,可按照模最大化的方式^[14]将网络隐含层学习到的特征可视化,其主要原理是求解使隐含层节点响应最大的输入模式并可视化.在处理手写体数字图像数据时,经典稀疏自编码网络的 196 个初级特征可视化结果为图 3,图 3 显示网络初级特征为输入数据的边缘信息,且其中多处特征相似度高,图 3 中框出的便是相似度高的一类特征.大量的实验都能证实这种特质冗余现象是普遍存在的,且在文献^[15]中也有相关说明,则可通过适当缩减网络中隐含层的节点个数,降低特征的冗余性、缩短训练时间.

在调整网络参数或多次重复实验时,需要不断初始化网络进行重复训练,若利用 K 均值聚类方法确定网络的本质特征个数,则可直接使用本质特征个数初始化网络的隐含层神经元个数,而本质特征个数远少于一般网络隐含层神经元个数,所以待训练的特征个数大幅减少,使得网络训练耗时下降.

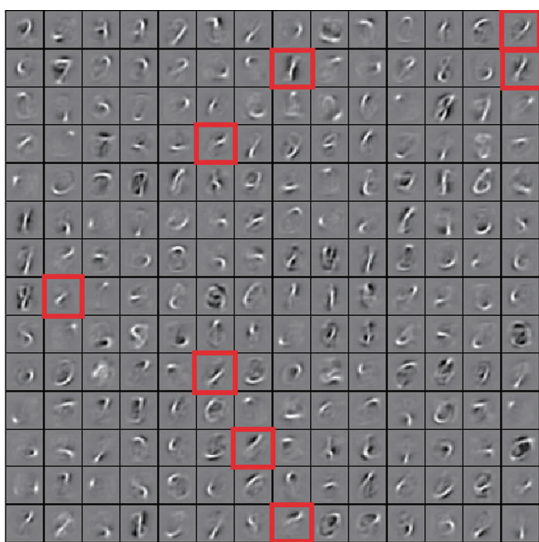


图3 经典稀疏自编码网络初级特征可视化

3.2 特征聚类

为降低特征的冗余度,可对已有特征进行 K 均值聚类,得到最佳类别数也称为网络本质特征个数.由于数据进行最佳分类后,同类数据之间聚合性强,不同类别数据间距离大,所以可按照类间距与类内距比值最大原则选择最佳分类数^[16].

求取最佳聚类数的算法:首先设定最大类别数为 k_{\max} ,再使类别数从 1 遍历到 k_{\max} ,对每个类别数求取以下数值:

$$a(i) = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} \|x_i - x_j\|, b(i) = \min_{\substack{1 \leq p \leq k \\ p \neq p_i}} \|x_i - m_p\|$$

$$S_k = \sum_{i=1}^n \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))} \quad (4)$$

其中 $a(i)$ 为样本 x_i 与同类中其他样本的平均距离, n_i 为样本 x_i 所在类别中样本的总个数; $b(i)$ 为样本 x_i 与其他类别中心样本的最小距离, p_i 表示样本 x_i 所在类别, m_p 为第 p 类数据的中心样本, k 为样本划分的类别数; S_k 即样本分为 k 类的聚合效果指标, n 为样本的总量, S 越大则表示分类结果的聚合性越好. 试验遍历类别数后,得到 S_k 值最大对应的类别数 k ,再通过多次重复试验,选取结果中出现次数最多的类别数做为最佳分类个数,得到本质特征个数后,可将自编码网络隐含层节点个数初始化为本质特征个数,重新构造自编码网络训练得到数据的本质特征. 网络在使用本质特征时减少了特征冗余度,但同时也会小幅降低网络的分类准确率,因此还需通过旋转扭曲操作增加特征的多样性.

3.3 增加特征多样性

而根据图 3 的结果可知,相似特征之间存在细微差别,这种差别构成了特征的多样性. 一般扩充图像特征多样性时,可采取旋转操作丰富特征图像的方向性^[15],也可采取对图像数据的扭曲增加图像的多样性^[17,18].

对特征图像旋转不同角度以增加特征图像的方向性,而对旋转后的部分特征进行弹性扭曲则可进一步增加特征的图像多样性. 弹性扭曲操作的第一步是对图像进行随机映射,利用双线性差值法计算坐标为 $(x + c_1, y + c_2)$ 处的像素值,然后利用式(5)更新坐标为 (x, y) 的像素值:

$$f^*(x, y) = f(x + \alpha \cdot c_1, y + \alpha \cdot c_2) \quad (5)$$

其中 α 是弹性形变参数,控制弹性扭曲程度, $f^*(x, y)$ 表示图像在坐标点为 (x, y) 处的新像素值, c_1 和 c_2 为大小 -1 到 1 之间的随机数. 弹性扭曲操作第二步则是对上一步得到结果进行高斯模糊,图 4 为普通数字图像经弹性扭曲两个步骤的处理结果对比,由图 4 知若仅仅对

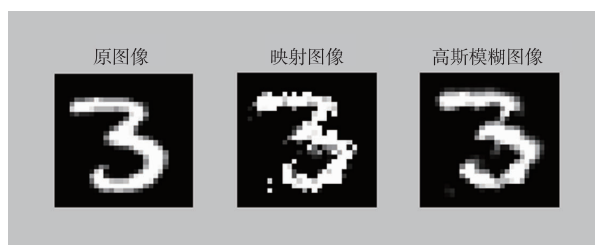


图4 图像扭曲结果图

图像进行随机映射,图像数字边缘呈锯齿状,与原图像差别过大,所以扭曲操作的第二步,可使数据的边缘趋于平滑。

网络的本质特征经过旋转扭曲操作后,其多样性会得到很大的优化,网络特征丰富的多样性可以防止网络的过拟合,使网络特征在原特征图像基础之上增加新的信息,从而得到更高的分类准确率。

3.4 具体算法步骤

本文提出的基于特征聚类的稀疏自编码快速算法具体算法步骤如下:

(1)随机选取数据的一部分作为训练数据输入自编码网络,并设置网络层数和每层网络节点数等超参数,通过LBFGS梯度下降法^[19]训练网络;(2)对训练好的个自编码网络特征进行K均值聚类,并得到最佳聚类个数 k ;(3)构造一个新的自编码网络,设置网络的隐含层节点数为 k ,提取训练好的隐含层特征;(4)对 k 个特征进行扭曲和旋转,扩充特征;(5)构造第二个自编码网络,以步骤(4)获得的特征为输入,训练学习网络;(6)重复步骤(2)~(5)直至达到初始设置的网络层数,并利用全部数据对网络进行微调。

4 实验

实验采用L-BFGS梯度下降法调整网络参数,且为增加特征的鲁棒性,添加Dropout算法以提高网络泛化能力.实验1中,迭代次数为400次,Dropout操作系数为0.5,网络稀疏系数为0.05.特征聚类时,最大类别数均设置为带聚类特征个数的1/3,实验重复次数为15次;实验2中,LBFGS梯度下降法迭代次数为300次,其他参数同实验1.为方便比较实验结果,本文均默认将本质特征扩充到与原特征同等规模.实验所用计算机CPU为Intel(R)Core(TM)i5-2450M.

4.1 实验1

4.1.1 数据库介绍

实验1采用MNIST手写体识别数据库,该数据库中的数据均为大小为 28×28 的手写体数字图像.数据库中共有60000个训练数据,10000个测试数据.本文实验仅在全部训练数据中,随机选取30000个训练数据训练网络,5000个测试数据测试网络.

4.1.2 特征聚类

实验首先对已训练好的网络初始特征进行K均值聚类,得到最优聚类数 k ,再采用旋转和弹性扭曲增加特征.使用不同聚类数的优化网络在分类准确率和耗时上的对比结果如表1所示,表1中网络结构784-196($n1$)-196-10的含义是,先构造结构为784- $n1$ -784的稀疏自编码网络,即网络输入层与输出层节点数为784(输入数据维数),隐含层节点数为 $n1$ (特征聚类个

数),再将训练好的 $n1$ 个特征通过旋转和弹性扭曲增多至196个,然后利用196个初级特征重新构造下一层自编码网络,获取深层的196个特征,最后将196个深层特征输入softmax分类器,分为10类(数据类别数).

表1 不同特征聚类数的快速网络准确率与耗时对比结果

网络结构	分类准确率	训练耗时(s)
784-196(1)-196-10	95.13%	1436
784-196(10)-196-10	95.84%	1615
784-196(20)-196-10	96.15%	1740
784-196(50)-196-10	96.28%	1831
784-196(54)-196-10	96.38%	1870
784-196(80)-196-10	96.38%	2157
784-196(100)-196-10	96.40%	2488

表1结果显示,特征聚类个数越多,网络的分类准确率越高,但同时其训练耗时越长.表1中倒数第二行的网络,在分类准确率和训练耗时上都有良好的表现,其中的54即196个特征进行K均值聚类时的最佳聚类个数,也即网络的本质特征个数.当聚类类别数比54大时,网络的准确率虽能进一步提升,但提高幅度不明显,且会消耗大量计算时间,所以利用本质特征个数优化的网络在准确率与训练耗时上均能达到不错效果.图5为网络的54个本质特征可视化图,对比图3看出54个本质特征很好地保留了原196个特征的多样性,虽仍有少量重复,但已很大程度减少了原特征的冗余性。

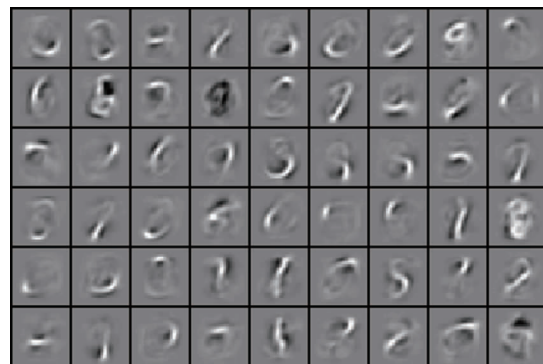


图5 网络本质特征可视化

4.1.3 快速稀疏自编码网络

使用聚类最优数确定网络本质特征,并扩充本质特征的多样性,可利用这种优化算法对不同规模的稀疏自编码网络进行加速优化.经过多次实验可知,当网络不同的隐含层神经元个数相同时,它们聚类得到的本质特征个数相近,所以实验中均取为同一最佳类别数.实验在3个不同规模稀疏自编码网络上进行优化,并与原网络在分类准确率和耗时上进行对比,对比结果如表2.

表2结果显示优化网络相比于原网络,在保证分类准确率小幅增长的同时,缩短了至少50%的训练时间.因快速算法对每层特征都进行旋转扭曲操作时,在不

增加网络训练时间的条件下,强制性丰富了每层特征的多样性,所以优化网络较原网络在分类准确率上会有小幅增长.

表 2 实验 1 优化网络与原网络的准确率与耗时对比结果

网络结构	分类准确率	耗时(s)
784-100-100-10	94.98%	2801
784-100(25)-100(25)-10	95.28%	1194
784-196-196-10	96.22%	3876
784-196(54)-196(54)-10	96.27%	1689
784-300-300-10	97.30%	5599
784-300(84)-300(84)-10	97.44%	2677

4.2 实验 2

4.2.1 数据库介绍

实验 2 采用 CMU-PIE 人脸数据库,该数据库包含 68 位志愿者的 41,368 张多姿态、光照和表情的面部图像.由于计算机硬件和时间限制,实验二仅选择数据库中尺寸为 32×32 的 30 种人脸图像进行分类,其中每种人脸均有 170 张不同的数据,即共有 5100 个带标数据,随机选取 4500 个作为训练数据,其余 600 个数据作为测试数据.

4.2.2 快速稀疏自编码网络

实验在 3 个不同规模的稀疏自编码网络上进行加速优化,在尺寸为 32×32 的人脸数据上,优化网络与原网络在分类准确率与耗时上的对比结果如表 3 所示.

表 3 对比结果显示,本文优化算法在处理人脸数据时,能达到缩短训练时间约 50% 的效果,同时优化网络的准确率较原网络有约 1% 的提升.由于实验 2 中网络提取的特征较实验一更为复杂,采用旋转扭曲操作可使特征的多样性得到更大程度的丰富,对比实验 1 和实验 2 的优化效果可看出,在复杂数据上优化网络在分类准确率上的优化效果更加突出.

表 3 实验 2 优化网络与原网络的准确率与耗时对比结果

网络结构	分类准确率	耗时(s)
1024-100-100-30	96.17%	675
1024-100(29)-100(29)-30	97.33%	389
1024-300-300-30	97.67%	1698
1024-300(60)-300(60)-30	98.50%	669
1024-500-500-30	98.17%	2593
1024-500(98)-500(98)-30	98.83%	1062

如图 6 所示,图 6(a) 为经典网络提取的 100 个初级特征可视化图像,图 6(b) 为快速算法优化网络的 100 个本质特征.由于特征中线条越清晰,说明网络对训练数据的学习越充分,则该网络会由于过拟合问题,出现对测试数据分类效果差的现象.因此,认为特征中线条相对模糊的特征,鲁棒性更好.而对比图 6 的两个结果图可以看出,图 6(b) 中快速算法优化网络的特征图像



(a) 经典网络特征可视化图



(b) 优化网络特征可视化图

图 6 可视化人脸数据的原特征与扩充特征图像对比

线条较模糊,表明其鲁棒性和多样性更丰富,所以优化网络的分类预测效果更佳.

5 结论

针对网络学习中特征冗余高的特点,提出一种基于特征聚类的稀疏自编码快速算法.首先对原特征进行 K 均值聚类得到最佳聚类个数,即网络的本质特征个数,再对本质特征进行旋转扭曲增加多样性.实验结果表明,大量网络特征并非只能通过扩大网络规模来获取,对本质特征进行扩充同样可得到较好的特征,而采用优化操作提取的特征较原特征有更好的分类效果,且这种优化操作能至少为网络缩短约 50% 的训练耗时.在处理高维复杂大数据量的数据、多次重复实验和训练深度多层网络的情况下,本文的优化方法效果尤为明显.

本文提出的快速算法基本可适用于大部分深度网络方法,同时还可用于处理非二维的语音数据或信号数据,只需改变其扩充多样性的方法即可.文中为方便实验比较,扩充本质特征的规模与原特征规模一致,但如何获得最佳的隐含层节点个数,仍需进行大量对比实验确定,目前暂无理论方法直接求得最佳隐含层节点个数,所以如何获取使准确率和时间双重目标达到最佳的隐含层节点个数是接下来的研究重点.

参考文献

- [1] Hinton G, Salakhutdinov R. Reducing the dimensionality of data with neural networks[J]. *Science*, 2006, 313(28): 504 – 507.
- [2] Kolen J, Kremer S. A Field Guide to Dynamical Recurrent Networks[M]. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2001. 237 – 243.
- [3] Bengio Y, Lamblin P, Popovici D, et al. Greedy layer wise training of deep networks[A]. *The 19th International Conference on Neural Information Processing Systems [C]*. Massachusetts, USA: MIT Press, 2007. 153 – 160.
- [4] Ranzato M, Poulthley C, Chopra S, et al. Efficient learning of sparse representations with an energy-based model[A]. *The 19th International Conference on Neural Information Processing Systems [C]*. Massachusetts, USA: MIT Press, 2007. 1137 – 1144.
- [5] Bengio Y. Learning deep architectures for AI[J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2009, 2(1): 1 – 127.
- [6] Xiaofan Zhang, Hang Dou, Tao Ju, et al. Fusing heterogeneous features from stacked sparse autoencoder for histopathological image analysis[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2015, 20(5): 1377 – 1383.
- [7] Binbin Huang, Zilu Ying. Sparse autoencoder for facial expression recognition[A]. *2015 IEEE 12th Intl Conf on Ubiquitous Intelligence and Computing and 2015 IEEE 12th Intl Conf on Autonomic and Trusted Computing and 2015 IEEE 15th Intl Conf on Scalable Computing and Communications and Its Associated Workshops (UIC-ATC-ScalCom) [C]*. Piscataway: IEEE Press, 2015. 10 – 14.
- [8] Chao Tao, Hongbo Pan, Yansheng Li, et al. Unsupervised spectral spatial feature learning with stacked sparse auto-encoder for hyperspectral imagery classification[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(12): 2438 – 2442.
- [9] Coates A, Ng A, Lee H. An analysis of single layer networks in unsupervised feature learning[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2011, 15: 215 – 223.
- [10] Hinton G, Osindero S, Teh YW. A fast learning algorithm for deep belief nets [J]. *Neural Computation*, 2006, 18(7): 1527 – 1554.
- [11] Zhao You, Bo Xu. Improving training time of deep neural network with asynchronous averaged stochastic gradient descent[A]. *The 9th International Symposium on Chinese Spoken Language Processing [C]*. Piscataway: IEEE Press, 2014. 12 – 14.
- [12] Chandra B, Sharma R. Fast learning in deep neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2016, 171(C): 1205 – 1215.
- [13] Xiang Li, Ge Wang. Optimal band selection for hyperspectral data with improved differential evolution[J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2015, 6(5): 675 – 688.
- [14] Erhan D, Bengio Y, Courville A, et al. Visualizing higher layer features of a deep network[R]. University of Montreal, 2009.
- [15] Yuxi Luo, Yi Wan. A novel efficient method for training sparse auto-encoder[A]. *International Congress on Image and Signal Processing [C]*. Piscataway: IEEE Press, 2013. 1019 – 1023.
- [16] Yijing Chong, Hong Sun, Peiwen Zhang. A clustering algorithm applying to transportation market segment [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 505(3): 735 – 739.
- [17] Simard P, Steinkraus D, Platt J. Best practices for convolutional neural networks applied to visual document analysis [A]. *The 7th International Conference on Document Analysis and Recognition [C]*. Piscataway: IEEE Press, 2003. 958 – 963.
- [18] Chaoqun Li, Victor S. Sheng, Liangxiao Jiang, et al. Noise filtering to improve data and model quality for crowdsourcing[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 107: 96 – 103.
- [19] Liu D, Nocedal J. On the limited memory BFGS method for large scale optimization [J]. *Mathematical Programming*, 1989, 45(3): 1503 – 1528.

作者简介



付晓女, 1993 年生于湖北黄冈. 中国地质大学数学与物理学院硕士研究生. 研究方向为数字图像处理.

E-mail: cugfuxiao@163.com



沈远彤 男, 1963 年生于湖北武汉. 中国地质大学数学与物理学院教授. 研究方向为小波分析理论及其应用、数字图像处理.