

一种基于曲率变分正则化的小波变换图像去噪方法

周先春^{1,2,3}, 吴 婷¹, 石兰芳⁴, 陈 铭¹

(1. 南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏南京 210044;

2. 儿童发展与学习科学教育部重点实验室(东南大学), 江苏南京 210009;

3. 南京信息工程大学江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏南京 210044;

4. 南京信息工程大学数学与统计学院, 江苏南京 210044)

摘 要: 噪声和图像的细节特征主要集中于图像高频部分, 在图像去噪过程中, 图像的某些重要特征(如边缘、细小纹理等)易受到破坏. 针对这一情况, 本文提出基于曲率变分正则化的小波变换图像去噪方法, 首先用小波提取图像的高频成分, 对图像进行增强处理, 然后用增强图像的水平集曲率建立一个基于水平集曲率的曲率驱动函数, 再将曲率驱动函数作为一个校正因子引入到变分模型中, 建立曲率变分模型, 用以控制图像的整体结构. 在缺乏图像梯度信息的情况下, 该模型克服了 ROF 模型错误扩散这一缺点, 符合图像处理的形态学原则. 最后, 用建立的曲率变分模型处理提取的高频成分, 重构处理后的高频成分和原来的低频成分, 得到去噪后的图像. 分析和仿真结果表明, 新算法可有效抑制噪声, 有极高的图像结构相似度, 去噪效果明显.

关键词: 图像去噪; 变分模型; 驱动函数; 水平集曲率; 小波变换

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)03-0621-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.03.016

A Kind of Wavelet Transform Image Denoising Method Based on Curvature Variation Regularization

ZHOU Xian-chun^{1,2,3}, WU Ting¹, SHI Lan-fang⁴, CHEN Ming¹

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China;

2. Key Laboratory of Child Development and Learning Science (Southeast University), Ministry of Education, Nanjing, Jiangsu 210009, China;

3. CICAET, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China;

4. College of Mathematics and Statistics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China)

Abstract: Image detail feature and noise mainly focus on high frequency part of image, which will make some important features of image (such as edge and fine texture) broken during image denoising. Aimed at such problems, a kind of wavelet transform image denoising method based on curvature variation regularization is set forth in this paper. Firstly, the wavelet is used to extract the high frequency part of image. Secondly, the wavelet is used to make enhancement process for images to get the enhanced image. Because the level set curvature is an important description for its morphological characters, the level set curvature of enhanced image is used to establish a curvature-driven function. Then, the curvature-driven function will be introduced to a variation model as a correction factor to establish a curvature variation model which controls the whole structure of image. This model overcomes the error diffusion caused by lack of image gradient information in ROF model and also conforms to the morphological principle of image processing. Finally, the established curvature variation model is used to process the extracted high frequency part, the wavelet reconstruction is carried out with the processed high frequency coefficients and original low frequency coefficients to get the denoised image. The analysis and simulation indicates that the method can restrict the noise in an effective way and a high similarity of image structure can be got. So a superior denoising effect can be achieved.

Key words: image denoising; variation model; driven function; level set curvature; wavelet transform

收稿日期: 2016-06-13; 修回日期: 2017-03-10; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61601229); 江苏省“信息与通信工程”优势学科建设项目; 江苏省青蓝工程和江苏省高校自然科学基金项目(No. 13KJB170016); 东南大学基本科研业务费资助项目(No. CDLS-2016-03); 江苏省研究生实践创新计划项目(No. SJCX17-0263)

1 引言

数字图像处理技术已广泛的应用于许多科学领域. 在实际应用中, 图像的产生和传输都会夹杂一些随机脉冲或其他噪声干扰, 这严重影响了图像的质量, 因此, 在对图像进行边缘检测、对比度增强和图像分割等处理之前, 图像去噪便是图像处理的首要任务. 现阶段图像去噪主要基于以下两类方法: 即偏微分方程 (Partial Differential Equation, PDE) 图像去噪方法和小波去噪方法.

偏微分方程自 20 世纪 80 年代起已开始应用于图像处理领域, 1992 年, Rudin, Osher, Fatemi 等^[1]提出基于图像的全变差正则化模型 (ROF 模型), 较好地保持图像的边缘纹理等细节特征. 随后, Huang, YM 等^[2]在 ROF 模型的基础上, 利用最大后验估计和对数变量提出了二项数据保真项乘性噪声去除模型, 并获得了较好的降噪效果. 上述二阶偏微分降噪方法在去除噪声的同时, 能够很好地保持边缘, 但在图像平滑区域会产生阶梯效应. 小波去噪是图像去噪的又一主要方法, 在信号的特征提取、数据压缩、奇异点检测等领域都获得了广泛的应用^[3-5]. Donoho^[6]提出的算法能够较好地估计噪声方差, 并去除图像中的噪声, 但是该算法有可能将图像高频子带中的小波系数误认为是噪声系数而被去除, 这会导致图像的边缘、纹理等细节信息的丢失. 文献[7]的研究表明, 偏微分方程方法一步迭代扩散的结果对应 Haar 小波去噪的一步萎缩, 但这只是针对 Haar 小波的研究, 具有一定的局限性. 文献[8]的研究得出了连续小波阈值与偏微分方程之间的关系, 由于在图像处理中, 实际观测到的是离散信号, 因此研究离散小波阈值变换和偏微分方程之间的关系具有很重要的现实意义. 2011 年刘等提出了一种基于双树复小波与波原子的图像扩散滤波, 该算法在含噪图像滤波的同时, 能够较好的保持图像的边缘和纹理等细节信息^[9].

对图像局部特征进行分析, 仅用一阶微分量 (梯度) 来表征图像局部特征是不够的, 二阶微分量中含有更丰富的信息分析, 建立曲率驱动函数, 将水平集曲率作为一个校正因子引入到变分模型中, 建立曲率变分模型, 控制图像的整体结构. 噪声和图像的细节特征主要集中于图像高频部分, 因此在图像进行去噪过程中, 常会使图像的某些重要特征 (如边缘、细小纹理等) 受到破坏, 用小波提取图像的高频部分, 将新建立的模型与小波变换相结合, 建立基于曲率变分的小波变换图像去噪算法. 实验结果表明, 新算法去噪效果明显.

2 ROF 模型

Rudin, Osher, Fatemi 等人提出经典整体变分模型 (ROF 模型), 将图像去噪问题转化成一个能量最小化问题 $\min E(I)$, 其中:

$$E(I) = \iint_{\Omega} I(x, y) dx dy \quad (1)$$

且满足以下两个约束条件:

$$\iint_{\Omega} I(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} I_0(x, y) dx dy \quad (2)$$

$$\frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} (I(x, y) - I_0(x, y))^2 dx dy = \sigma^2 \quad (3)$$

其中, I 为原始图像, I_0 为加入均值为 0, 方差为 σ^2 的噪声后图像, 引入 Lagrange 乘子 λ , 将式(1) 转化成一个不加限制条件的最小化问题 $\min E(I)$, 其中:

$$E(I) = \iint_{\Omega} |\nabla I| dx dy + \frac{\lambda}{2} \iint_{\Omega} |I(x, y) - I_0(x, y)|^2 dx dy \quad (4)$$

函数 I 使能量值达到最小, 它是一个泛函求极值的问题, 即变分问题. λ 为依赖于噪声水平的尺度参数, 对平滑和去噪起到重要的平衡作用. λ 越大, I 越接近于带噪声观测图像 I_0 , 但如果 λ 取值过大, 局部特征平滑强度就变弱, 无法很好的去除噪声; λ 越小, 图像细节和噪声平滑强度越大, 如果取值过小, 会造成过度平滑现象.

式(4) 等号右边第一项称为图像问题泛函的正则项, 其作用是在能量泛函极小化的过程中, 去除噪声平滑图像; 第二项称为图像泛函保真项, 它的作用是控制演化图像 I 和带噪观测图像 I_0 之间的差异程度, 起到保护图像边缘等几何结构的信息以及降低失真度的作用.

能量泛函式(4) 对应的 Euler-Lagrange 方程为

$$-\nabla \cdot \left(\frac{(\nabla I)}{|\nabla I|} \right) + \lambda(I - I_0) = 0 \quad (5)$$

用梯度下降流建立偏微分方程为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{(\nabla I)}{|\nabla I|} \right) - \lambda(I - I_0) \quad (6)$$

按照局部展开方法建立局部坐标系, 定义内在坐标系 (η, ξ) , η 为图像的梯度方向, 即垂直于图像特征 (边缘) 的方向; ξ 为垂直于梯度的方向, 即沿图像特征 (边缘) 的方向. 则 ROF 模型式(6) 等号右边的第一项便可改写为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\nabla \cdot (|\nabla I|^{-1} (\nabla I)) = \frac{1}{|\nabla I|} I_{\xi\xi} \quad (7)$$

从式(7) 可知, ROF 模型实质上也是一个各向异性扩散模型, 其垂直梯度方向的扩散系数为 $\frac{1}{|\nabla I|}$, 而其平行于梯度方向的扩散系数为 0. 因此保证了模型沿梯度方向几乎不进行扩散, 可以较好的保护图像的整体边缘.

但 ROF 模型也存在一些缺点,根据 ξ 和 η 的局部定义,ROF 模型在图像的每个像素点处都存在两个相互垂直的方向——梯度方向和梯度垂直方向,但一般情况下,在图像非边缘区域并不能找到一个真实存在的梯度方向和垂直于梯度的方向,因此非边缘区域出现虚假边缘,产生“阶梯效应”。

3 小波域去噪算法

小波域去噪是根据信号和噪声小波变换的不同表现形态,构造出相应的规则,对信号和噪声的小波变换系数进行处理,处理的实质在于减小以致完全剔除由噪声产生的系数,同时最大限度的保留有效信号对应的小波系数.应用小波变换的时频特性,可以达到良好的去噪效果,图像经过采样得到一系列矩阵之后,对图像进行小波变换,经过小波变换的图像可以分成低通分量 LL,保留了原图的大部分信息;三个高通分量(HL,LH,HH),均包含了边缘、区域轮廓等细节信息.如图 1 所示.

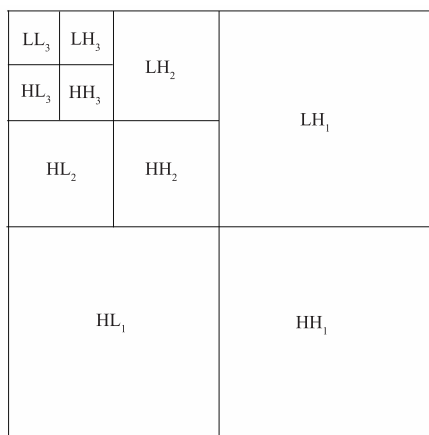


图1 三级二维小波变换的塔式结构图

目前应用较广泛的小波域去噪算法是 Donoho 提出的通过对小波分解系数进行阈值处理来去除噪声图像,通常对系数进行阈值处理的方法分为硬阈值和软阈值,即

$$\hat{\omega}_{j,k} = \begin{cases} \omega_{j,k}, & |\omega_{j,k}| \geq \text{Th} \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \text{Th} \end{cases} \quad (8)$$

$$\hat{\omega}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(\omega_{j,k})(|\omega_{j,k}| - \text{Th}), & |\omega_{j,k}| \geq \text{Th} \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \text{Th} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\omega_{j,k}$ 为原始小波系数, $\hat{\omega}_{j,k}$ 为估计小波系数, Th 为阈值.

4 新方法的提出

4.1 水平集曲率

设平面曲线的切矢量为 \mathbf{T} , 且为单位矢量, 记为

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}_s, |\mathbf{T}| = 1 \quad (10)$$

现定义与 \mathbf{T} 构成右手坐标系的单位矢量为法矢量 \mathbf{N} . 可得

$$\mathbf{T}_s = \kappa \mathbf{N} \quad (11)$$

它表示曲率 $\kappa(s)$ 的几何意义是切矢量 \mathbf{T} 随弧长的变化率. 式中, 比例系数 κ 称为曲率. 现假定曲线上某一点 s 的切矢量和法矢量分别为 $\mathbf{T}(s) = (\cos\theta, \sin\theta)$, $\mathbf{N}(s) = (-\sin\theta, \cos\theta)$, 式中 θ 为 \mathbf{T} 与 x 轴的夹角. 有

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} \quad (12)$$

这说明曲率是切矢量的旋转角速度, 同时也是法矢量的旋转角速度. 又因为单位法矢量 $\mathbf{N}(s) = (-\sin\theta, \cos\theta) = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$, $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ 表示法矢量, 所以

$$\kappa = -\left(\frac{\partial \mathbf{n}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{n}_2}{\partial y}\right) = -\text{div}(\mathbf{N}) \quad (13)$$

对于平面封闭曲线

$$C = \{(x, y), I(x, y) = 0\} \quad (14)$$

式中 $I(x, y)$ 为某一个二维函数. 有 $I(x, y)$ 的梯度为

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right) \quad (15)$$

它与水平集的切矢量 $\mathbf{T}(s) = (\cos\theta, \sin\theta)$ 相垂直, 即与水平集的法矢量平行. 另一方面, 根据式(15), 梯度矢量总是指向 I 值增大的方向, 可见, 水平集的单位法矢量可表示为

$$\mathbf{N} = \pm \frac{(\nabla I)}{|\nabla I|} \quad (16)$$

一般约定式(16)取负号, 把式(16)代入式(13)中, 便可求得嵌入函数 $I(x, y)$ 水平集曲率为

$$\begin{aligned} \kappa = \text{div}\left(\frac{(\nabla I)}{|\nabla I|}\right) &= \text{grad}\left(\frac{1}{|\nabla I|}\right) \cdot (\nabla I) \\ &+ \frac{1}{|\nabla I|} \text{div}(\nabla I) \end{aligned} \quad (17)$$

4.2 基于曲率变分正则化的小波变换图像去噪方法

由于 ROF 模型是沿着边缘方向进行扩散的, 因而能很好地保持边缘信息. 然而, 在图像的平坦区域, 则会导致平坦区域出现“假边缘”, 甚至产生块状效应. 此外, 由于图像中包含 $|\nabla I| = 0$ 的点, ROF 模型是一个带有病态条件的 PDE 方程. 因此, 在全变分过程中设一个小的正数 ε 并对其正则化, 其表达式可为

$$\text{TV}(I) = \iint_{\Omega} |\nabla I|_{\varepsilon} d\Omega = \iint_{\Omega} \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + \varepsilon} dx dy \quad (18)$$

式(18)对应的 Euler-Lagrange 方程为

$$\lambda(I - I_0) - \text{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|_{\varepsilon}}\right) = 0 \quad (19)$$

用梯度下降流建立偏微分方程为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|_e} \right) - \lambda(I - I_0) \quad (20)$$

但是,式(20)的时间步长 Δt 必须满足

$$\Delta t \leq c \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + \varepsilon} \quad (21)$$

式中, c 为常数, 由于 $\sqrt{I_x^2 + I_y^2}$ 可能为零, 这一限制条件十分苛刻, 它不完全符合图像处理的形态学原则。

又考虑到图像的点与线条边缘点的梯度模值差别不大, 仅用一阶微分量(梯度)来表征图像局部特征和决定扩散速度显然是不够的, 二阶微分量中含有更丰富的信息。由上面曲率的定义及其表达式可知, 图像的水平集曲率是一个二阶微分量, 它是水平集形态学特征的一种重要描述, 是几何体不平坦程度的一种度量, 对于一幅图像来说, 其水平集应该是光滑的, 而当图像受到噪声污染时, 其曲率将发生变化, 所以有必要将水平集曲率作为一个校正因子引入到变分模型中, 因此, 建立了一个新的曲率变分模型。其能量泛函为 $\min E(I)$, 其中:

$$E(I) = \alpha \iint_{\Omega} |\nabla I| \, dx dy + \beta \iint_{\Omega} |\nabla(W * f(\kappa))| \, dx dy \quad (22)$$

现对式(22)用梯度下降法进行求解, 新建的曲率变分模型为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} = & \alpha \cdot \operatorname{div} \left(\frac{1}{|\nabla I|} (\nabla I) \right) \\ & + \beta \cdot \operatorname{div} \left(\frac{1}{|\nabla(W * f(\kappa))|} \nabla(W * f(\kappa)) \right) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)等号右边的第 1 项为图像平滑过程中的扩散项, 其作用是在扩散过程中去除噪声平滑图像; 第 2 项为图像结构控制函数, 其作用是在扩散过程中维持图像的整体结构, 降低失真度, 实质是将水平集曲率作为另一个检测算子引入到变分模型中, 在梯度和曲率的双重作用力下, 对图像进行扩散去噪, 此外, 当缺乏图像梯度信息时, 该模型可以克服 ROF 模型错误扩散的弊端, 即使当梯度为零时, 也能保证对图像进行正确扩散, 排除了 ROF 模型的病态性, 符合图像处理的形态学原则。式(23)中, div 是散度算子, ∇ 是梯度算子, I 是噪声图像, $|\nabla I|$ 、 $|\nabla f|$ 是梯度模值, α 和 β 是连贯系数, 旨在保持模型的连续性, α 和 β 通过曲线拟合来确定, $f(\kappa)$ 是以图像 I 的曲率 κ 为自变量的曲率驱动函数, 曲率驱动函数是单调递增函数, 且满足 $f(0) = 0$, 该函数是用于维持图像的结构信息, 根据模型的扩散系数性质, 本节设 $f(\kappa)$ 为

$$f(\kappa) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\kappa}{c} \right)^2 \right) \quad (24)$$

c 是曲率阈值, $f(\kappa)$ 的作用维持了图像的结构信息, 根据曲率的大小来调整结构信息维持的力度, 当 $\kappa > c$ 时, 即在图像曲率幅值较大的边缘区, 则 $f(\kappa) \approx 1$, 维持程度较大, 从而保护边缘纹理等结构信息; 当 $\kappa < c$ 时, 即在图像梯度幅值较小的平坦区域, $f(\kappa) \approx 0$, 维持程度较小。 W 是小波算子, 是为了突出图像的整体结构, 且 $W * f(\kappa) = f(W * \kappa)$, 即用小波对图像进行分解, 在频域里对图像进行增强, 处理分解系数。本节将图像的高频系数设为 350, 若小于该高频系数, 则使高频系数设为原来的一半, 否则设为原来的两倍, 从而突出图像的整体结构、轮廓等结构特征, 弱化细节, 如图 2 所示, 噪声图像 Nuist (512 × 512) 经小波算子处理后得到增强图像。

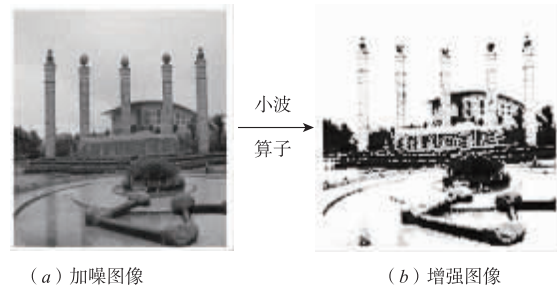


图2 小波算子处理后图像

再用式(23)建立曲率驱动函数 $f(\kappa)$, 维持图像的整体结构特征, 如图 3 所示, 图 3 中的横轴和纵轴分别表示曲率 κ 和 $f(\kappa)$ 的直方图。增强图像 $f(\kappa)$ 的直方图明显比噪声图像 $f(\kappa)$ 的幅值增大, 峰值出现在直方图的较左部分, 非零值都较低, 分布很宽且比较均匀, 对比度比较高, 明显地增强了图像的整体结构、轮廓等结构特征, 弱化了图像的细节特征, 从而增强了 $f(\kappa)$ 的结构控制能力。

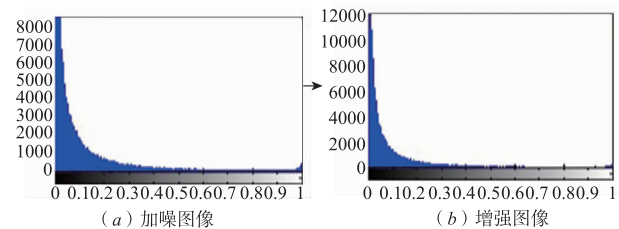


图3 $f(\kappa)$ 的整体结构控制能力图

综上, 在图像中, 由于结构特征和噪声通常包含于图像的高频成分, 当对图像进行去噪时, 会破坏图像的重要结构特征, 因此, 用小波提取图像的高频部分, 并对图像的高频部分用新建立的曲率变分模型进行处理, 然后重构处理过后的高频部分和原来的低频部分, 得到滤波过后的图像。新算法流程如图 4 所示。

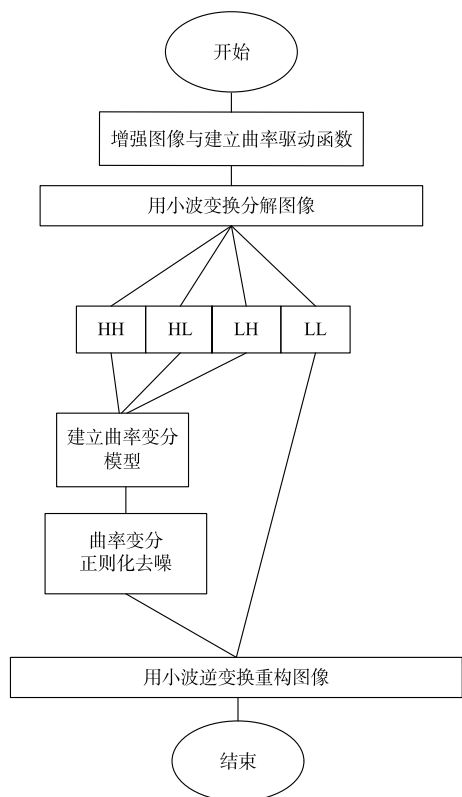


图4 新算法流程图

5 实验结果与分析

为验证算法的合理性与有效性,用 Matlab 软件进行仿真,选用像素都为 512×512 的 Lena 图像和 Buddha 图像作为实验对象,并对这些图像加方差为 20 的高斯随机加性噪声进行仿真实验.

本节首先用小波 sym4 提取噪声图像 Lena 的高频成分. 根据曲线拟合, α 为 0.1, β 为 0.9. 本文方法对图像进行去噪时,为防止图像过于平滑,维持图像的结构信息,曲率阈值 c 设为 10. 同时,为在同一实验条件下进行比较,本节方法中的曲率变分模型与 ROF 模型均采用加性算子分裂(AOS)数值算法进行离散化,设置迭代次数 n 为 7,步长 Δt 为 5, λ 为 0.02. 最后,通过测试分别与变分正则化 ROF 模型、NLM 方法、BM3D 方法、Non-iterative PPB 方法、Iterative PPB 方法、WHT 方法、和 WST 方法^[10-14]进行了性能比较. 平滑结果如图 5 所示,左上角为局部放大图像,评价指标如表 1 所示. 为了更好的显示滤波前后图像的结构特征保持状况,采用 Canny 算子检测各种模型滤波结果的边缘,结果如图 6 所示.

对 Buddha 图像进行各方法的滤波实验,参数设置同 Lena 图像的参数设置相同. 滤波结果如图 7 所示,右下角为局部放大图像,评价指标如表 1 所示. 图 8 是图像的边缘提取图.

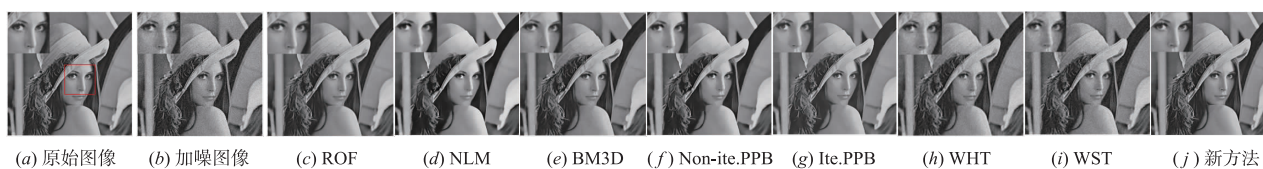


图5 Lena图像使用不同算法平滑结果

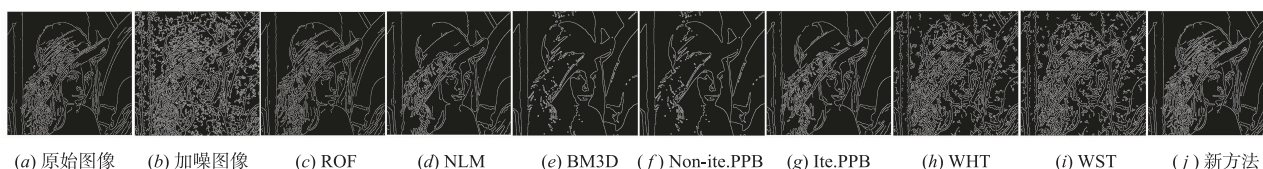


图6 Lena图像使用不同算法平滑后边缘提取图像

表 1 各图像使用不同去噪方法的 PSNR 与 SSIM 指标的比较

| | | ROF | NLM | BM3D | Non-iterative PPB | Iterative PPB | WHT | WST | 新方法 |
|--------|------|---------|---------|---------|-------------------|---------------|---------|---------|---------|
| Lena | PSNR | 41.4119 | 32.7596 | 35.1214 | 33.1141 | 32.8910 | 30.3414 | 30.1024 | 58.7711 |
| | SSIM | 0.9815 | 0.8891 | 0.9616 | 0.8865 | 0.8924 | 0.8121 | 0.8088 | 0.9998 |
| Buddha | PSNR | 34.1325 | 28.0455 | 29.8030 | 28.3843 | 28.5519 | 25.9745 | 25.6101 | 50.1186 |
| | SSIM | 0.9440 | 0.7420 | 0.8876 | 0.7544 | 0.7715 | 0.6415 | 0.6265 | 0.9990 |

从图 5(c) 和图 7(c) 的整体可视效果和局部放大可视效果来看,ROF 模型平滑结果较好,但如图 6(c) 和图 8(c) 可知, Lena 图像的帽子、眼睛周围和 Buddha 图像的树木、石碑上等丢失了一些细节信息,这是由于

ROF 模型用梯度作为边缘检测算子进行边缘检测,容易受到噪声的影响,并且一些角点与窄边缘点的梯度模值差别不大,这使得角点和窄边缘也按照边缘点的方式平滑,所以图像细节被磨光. 由表 1 可知,尽管

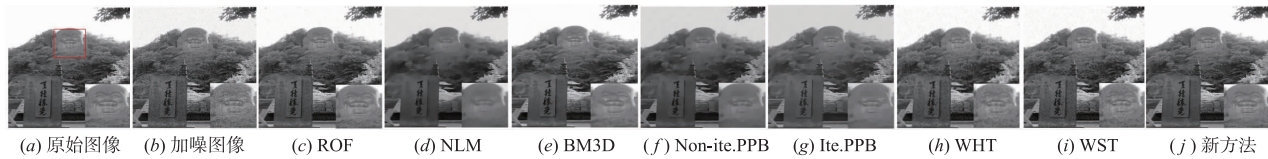


图7 Buddha图像使用不同算法平滑结果

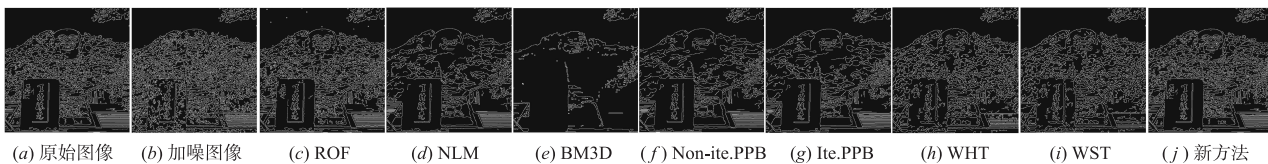


图8 Buddha图像使用不同算法平滑后边缘提取图像

NLM 方法能有效地去除图像的噪声,但是对原图像结构信息保护不够,从图 6(d) 和图 8(d) 可以清楚地看到,NLM 处理后的图像丢失了很多边缘等重要细节特征. 由表 1 和图 5(e) 和图 7(e) 可知,BM3D 去噪方法有较高的峰值信噪比和较好的视觉效果,但从图 6(e) 和图 8(e) 可以看出,该方法在保护图像重要特征方面有待提高. 表 1 中,Iterative PPB 方法能有效地去除图像的噪声,但是该方法运行时间很长,不利于应用于现实生活,而 Non-iterative PPB 方法虽然解决了 Iterative PPB 方法耗时过长的的问题,但从图 6(f) 和图 8(f) 可以看到该方法破坏了图像的结构特征. 从图 5 和图 7 中的 (h)、(i) 和图 6 和图 8 中的 (h)、(i) 可以看出,WHT 方法和 WST 方法平滑效果不是太理想,虽然该方法能够较好地估计噪声方差,并去除图像中的噪声,但会将图像高频子带中的小波系数误认为噪声系数而被去除,导致图像的边缘、纹理等细节信息丢失,所以图像中会产生较严重的“阶梯效应”. 从图 5(j)、图 7(j) 和图 6(j)、图 8(j) 可以看出,本文所提的方法的可视性最好,从表 1 的评价指标可以看出,本文所提方法效果最好,与滤波结果的可视性相一致.

此外,仿真实验是在计算机平台上实现,研究算法的复杂度和运行时间更具实际意义,因此我们将文中提到的几种模型以及新模型的复杂度和运行时间进行比较,对 Buddha 图和 Lena 图均进行了实验,实验如图 9 所示,由于 NLM 算法运行时间较长,将其运行时间柱状图单独分开.

由图可知,本文提出模型的运行时间虽然较经典的 ROF 模型和小波阈值的运行时间慢,但是较 NLM 方法、BM3D 方法、Non-iterative 方法和 Iterative 方法复杂度低,运行时间快,能快速地进行滤波,减少了运行时间,另一方面由于本文模型采用 AOS 算法进行数值分解,并用 Thomas 方法进行求解,进一步减少了运行时间,有利于实际应用.

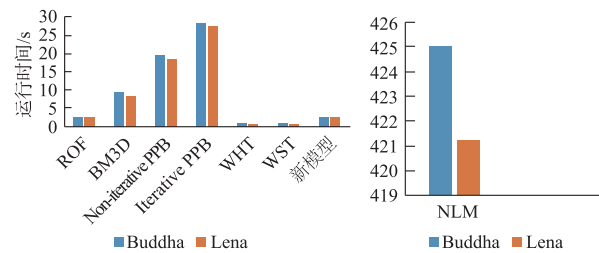


图9 Buddha和Lena图像各模型滤波运行时间

图9 Buddha和Lena图像各模型滤波运行时间

为进一步检测本文所提方法的性能,在不同噪声方差的条件下,用峰值信噪比对去噪结果进行性能分析,实验结果如图 10. 由图 10 可知,本节所提方法在所有方法中有最高的峰值信噪比,再次证实了本节所提方法的去噪性能.

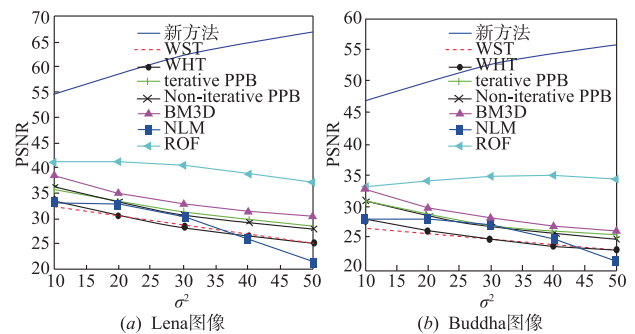


图10 各方法不同方差噪声下的峰值信噪比

此外,在遥感、合成孔径雷达等成像领域,主要会产生乘性噪声. 新方法同样能有效地对 SAR 图像进行去噪. 现对加方差为 0.02 的乘性噪声 SAR 图像采用上述各方法进行去噪,参数设置同 Lena 图像和 Buddha 图像的参数设置相同,滤波结果如图 11 所示,左下角为局部放大图像,图 12 为边缘提取图,评价指标如表 2 所示,图 13 为各方法不同噪声方差下的性能比较图.

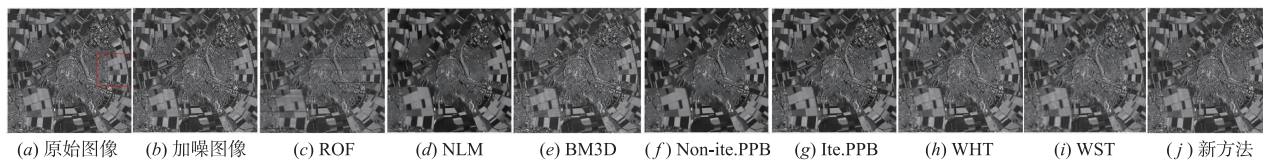


图11 SAR图像使用不同算法平滑结果

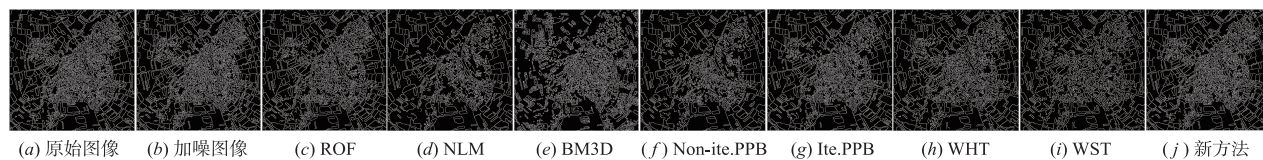


图12 SAR图像使用不同算法平滑后边缘提取图像

表 2 SAR 图像使用不同去噪方法的 PSNR 与 SSIM 指标的比较

| | ROF | NLM | BM3D | Non-iterative PPB | Iterative PPB | WHT | WST | 新方法 |
|------|---------|---------|---------|-------------------|---------------|---------|---------|---------|
| PSNR | 25.9838 | 23.3740 | 25.3052 | 23.6369 | 24.6123 | 21.6259 | 20.9251 | 41.4653 |
| SSIM | 0.8749 | 0.6642 | 0.8668 | 0.6883 | 0.7576 | 0.5677 | 0.5013 | 0.9966 |

从图 11 的整体、局部放大可视效果,图 12 的边缘提取图像,表 2 的评价指标 2 和图 13 的性能比较图来看,新方法能有效地对含有乘性噪声的 SAR 图像进行去噪。

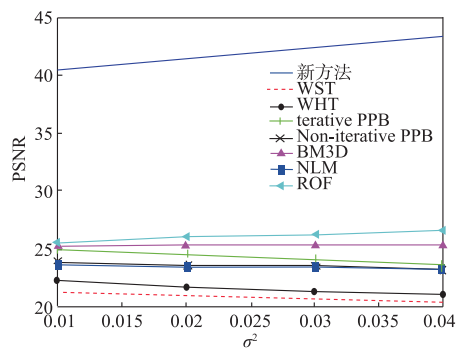


图13 SAR图像各方法不同方差噪声下的峰值信噪比

综上所述,新方法无论是对加性噪声还是对乘性噪声都有优越的去噪性能,这是由于本节所提方法采用小波变换提取图像的高频部分,在高频部分进行基于曲率的正则化去噪,并建立增强的曲率驱动函数,控制图像的整体结构,避免了变分模型的病态性。

6 结论

图像的水平集曲率是一个二阶微分量,是水平集形态学特征的一种重要描述,是几何体不平坦程度的一种度量.本文首先采用小波变换提取图像的高频部分,然后将水平集曲率作为一个校正因子引入到变分模型中,建立曲率变分模型,控制图像的整体结构.在缺乏图像梯度信息的情况下,该模型排除了 ROF 模型错误扩散的缺点,符合图像处理的形态学原则.最后,

将曲率变分模型与小波变换相结合,建立基于曲率变分正则化的小波变换去噪新方法.新方法在有效去除图像噪声的同时,保护了图像的结构特征.相比于当前典型的图像去噪方法有着去噪效果好、运行速度快等优势。

参考文献

- [1] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithm [J]. *Physica D*, 1992, 60, (1-4): 259 - 268.
- [2] Huang Y M, Ng M, Wen Y W. A new total variation method for multiplicative noise removal [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2 (1): 20 - 40.
- [3] 晁锐, 张科, 李言俊. 一种基于小波变换的图像融合算法 [J]. *电子学报*, 2004, 32 (5): 750 - 753.
Chao Rui, Zhang Ke, Li Yan-jun. An image fusion algorithm using wavelet transform [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32 (5): 750 - 753. (in Chinese)
- [4] 周先春, 汪美玲, 石兰芳, 周林锋. 基于小波与重调和方程的扩散去噪模型的研究 [J]. *物理学报*, 2015, 64 (6): 064203-1 - 064203-9.
Zhou Xian-chun, Wang Mei-ling, Shi Lan-fang, Zhou Lin-feng. Diffusion denoising model based on the wavelet and biharmonic equation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64 (6): 064203-1 - 064203-9. (in Chinese)
- [5] 周先春, 汪美玲, 石兰芳. 阈值寻优的高保真各向异性滤波模型 [J]. *计算机辅助设计与图像图形学学报*, 2016, 28 (9): 1550 - 1559.
Zhou Xian-chun, Wang Mei-ling, Shi Lan-fang. Anisotropic filtering model of high-fidelity based on threshold optimization [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer*

- Graphics, 2016, 28(9): 1550 – 1559 (in Chinese)
- [6] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Press, 1995, 41, (3): 613 – 627.
- [7] Steidl G, Weickert J, Brox T, et al. On the equivalence of soft wavelet shrinkage, total variation regularization, and SIDEs [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2004, 42 (2): 686 – 713.
- [8] Didas S, Weickert J. Integro differential equations for continuous multiscale wavelet shrinkage [J]. Inverse Problems and Imaging, 2007, 1(1): 47 – 62.
- [9] 刘金华, 余堃. 基于双树复小波与波原子的图像扩散滤波 [J]. 物理学报, 2011, 60, (12): 212 – 221.
Liu Jin-hua, She Kun. Image diffusion filtering based on dual tree complex wavelet and wave atoms [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(12): 212 – 221. (in Chinese)
- [10] Zhang K K, Gao X B, Li X L. Single image super-resolution with non-local means and steering kernel regression [J]. IEEE Trans Image Process, 2012, 21 (11): 4544 – 4555.
- [11] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. Image denoising by sparse 3-D transform domain collaborative filtering [J]. IEEE Trans Image Process, 2007, 16 (8): 2080 – 2095.
- [12] Deledalle C A, Denis L, Tupin F. Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights [J]. IEEE Trans Image Process, 2009, 18 (12): 2661 – 2672.
- [13] Wang X T, Shi G M, Niu Y, Zhang L. Robust adaptive directional lifting wavelet transform for image denoising [J]. IET Image Processing, 2011, 5 (3): 249 – 260.
- [14] Chen G, Zhu W-P, Xie W. Wavelet-based image denoising using three scales of dependency [J]. IET Image Processing, 2010, 6 (6): 756 – 760.

作者简介



周先春 男, 1974 年生于安徽庐江, 博士, 副教授, 硕士生导师, 中国电子学会高级会员, 研究方向为信号与信息处理.
E-mail: 001398@nuist.edu.cn



吴婷 女, 1992 年生在安徽合肥, 2016 年毕业于南京信息工程大学滨江学院防雷专业, 现就读于南京信息工程大学, 攻读电子与通信工程专业的研究生, 主要研究领域为数字图像处理、模式识别.

石兰芳 女, 1976 年生于安徽合肥, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为非线性分析、图像处理.

陈铭 男, 1997 年生于江苏南京, 本科生, 研究方向为信号处理.