

基于 EM-SBL 迭代的 稀疏 SIMO 信道频域盲均衡算法

张 凯, 于宏毅, 胡贇鹏, 沈智翔
(信息工程大学信息工程学院, 河南郑州, 450001)

摘 要: 针对单输入多输出系统下稀疏信道均衡问题, 提出了一种新的基于最大似然准则的频域迭代均衡算法. 首先将多天线联合均衡问题建模为非完整观测数据集下频域信号序列的最大似然估计问题, 利用期望最大化算法进行近似迭代求解, 最终得到各个单频信号加权求和形式的均衡输出表达式. 在每次迭代过程中, 算法依次完成均衡输出的更新和信道参数联合条件后验分布的更新. 考虑到信道固有的稀疏特性, 在求解信道参数联合条件后验时, 引入具有稀疏促进作用的先验分布对信道系数加以约束, 使用稀疏贝叶斯学习迭代求解信道参数联合条件后验. 仿真结果表明, 本文算法具有较好的收敛特性和稳态性能, 在中高信噪比条件下可以获得接近信道已知条件下的稳态系统误符号率性能.

关键词: 频域均衡; 单输入多输出系统; 期望最大化算法; 稀疏信道

中图分类号: TN911.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)02-0372-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.02.016

Blind Frequency-Domain Equalization for Sparse SIMO Channels Based on Iterative EM-SBL Algorithm

ZHANG Kai, YU Hong-yi, HU Yun-peng, SHEN Zhi-xiang

(Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract: Aiming at the equalization problem of sparse channels in single-input multiple-output (SIMO) systems, a new iterative frequency-domain equalization algorithm is proposed based on the maximum likelihood (ML) criterion. The equalization of multiple signals is first modeled as the maximum likelihood frequency-domain signal sequence estimation from incomplete observations, and approximately solved by means of the expectation-maximization (EM) algorithm in an iterative manner. Analytic expression of the equalization output is finally obtained in the form of weighted summation of each discrete-frequency signals. In each iteration, the proposed scheme alternates between equalization output update and channel posterior distribution update. During the later step, the inherent sparse nature of the channels is exploited by employing sparse promoting prior distributions. Then, the sparse Bayesian learning iterative inference method is applied to the proposed model in order to obtain joint conditional posterior distribution of the channel parameters. Simulation results show that the proposed scheme has a good convergence and steady-state performance, and approaches the steady-state symbol error rate (SER) with known channel parameters, at moderate and high signal-to-noise ratio (SNR) values.

Key words: frequency domain equalization; single-input multiple-output system; expectation-maximization algorithm; sparse channel

1 引言

随着通信技术的发展, 通信速率不断提高, 造成无线信道存在严重的时间弥散现象, 从而引起严重的符

号间干扰, 这给传统时域均衡技术带来巨大的挑战. 单载波频域均衡 (Single Carrier Frequency Domain Equalization, SC-FDE) 技术^[1-3] 作为一种有效且低复杂度的解决方案受到人们的关注. SC-FDE 在接收端通过傅里叶

变换将信号变换到频域,在频域完成信号均衡,并通过逆傅里叶变换将均衡输出变换到时域.借助快速傅里叶变换算法,SC-FDE 避免了传统时域均衡复杂的高阶滤波运算,其处理复杂度远小于时域均衡方法. SC-FDE 研究的关键问题是均衡器系数的估计,在没有训练序列的情况下,文献[4,5]分别研究了基于恒模准则的频域盲均衡方法.结果表明,相比于时域处理方法,频域恒模均衡在保证性能的前提下,具有更小的计算量.与文献[4,5]直接均衡不同,更多的研究基于间接均衡,即首先估计信道参数,然后在不同准则下计算均衡器系数.文献[6]给出了基于近似期望最大化(Approximate Expectation Maximization, AEM)算法的频域均衡处理框架,利用 AEM 迭代求解符号信息和信道系数.文献[7]将译码器输出软符号反馈至前端均衡器,并通过迭代方式完成译码和均衡的联合处理,与非编码辅助类方法相比,该方法降低了算法处理的信噪比门限.

近年来研究表明,在宽带无线通信系统中,信道往往呈现稀疏特性^[8,9],即信道响应的能量集中在少数几个抽头上,而大多数抽头能量很小或者为零.上面两种方法^[6,7]中,信道估计均基于最小二乘(Least Squares, LS)求解,其需要知道精确的信道阶数(非零系数位置),当信道阶数未知时,性能严重下降.文献[10~12]针对稀疏信道下的单载波频域均衡问题开展研究.文献[10]针对水声信道频域均衡问题,利用水声信道的稀疏特性,首先基于已知的训练序列求得信道最小二乘估计值,然后根据预先设定的门限值,对该信道估计结果进行去噪处理(将低于门限值的信道系数置零),该方法主要解决了高信噪比条件下稀疏水声信道均衡高误码率平台问题,但其性能受门限值影响较大,同时其需要特定格式的训练序列,应用范围受限.文献[11]采用类似的做法,首先求得信道最小二乘解,然后通过信道阶数的估计,对信道进行截短和置零操作.文献[12]将匹配追踪(Matching Pursuit, MP)方法应用于 SC-FDE 系统的信道估计.此外,文献[13~17]针对正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)信号系统中的稀疏信道估计技术开展研究.文献[13,14]分别提出了基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)和压缩采样匹配追踪(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)的稀疏信道估计算法.文献[15,16]针对传统稀疏信道估计技术对信道噪声和字典矩阵列相关性敏感的问题,提出了基于快速贝叶斯匹配追踪(Fast Bayesian Matching Pursuit, FBMP)的稀疏信道估计算法.文献[17]基于归一化最小均方算法(Normalized Least-mean square, LMS)和归一化最小四阶算法(Normalized Least-mean fourth, NLMF)给出了自适应的稀疏信道估计方法.相比于传统非稀

疏求解的做法,上述信道估计技术^[10~17]通过对信道稀疏特性的利用,可以获得更优的信道估计结果,它们均需要训练序列的辅助.在没有训练序列的情形下,文献[18,19]将稀疏求解技术与传统盲信道估计方法结合,分别给出了基于 L_1 范数正则化和基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)的盲信道估计方法,二者估计性能均优于传统非稀疏处理算法^[20~22].在高速无线通信系统中,信道往往覆盖几十甚至几百个符号,数据辅助类方法^[10~17]需要较长的训练序列,易降低系统效率,影响系统有效性,而盲信道估计算法^[18,19]没有考虑接收信号中承载的符号信息,在低信噪比和短数据条件下,性能往往比较差.实际中常采用信道参数和符号检测联合处理结构进一步提升系统性能.文献[23~25]分别基于单天线和多天线接收系统模型,给出了稀疏信道估计和符号检测联合处理方案,但它们均针对特定 OFDM 信号.目前对单载波频域均衡系统中稀疏信道估计与符号检测联合求解的研究仍然较少,故本文对该问题进行研究.

本文基于单输入多输出(Single-Input Multiple-Output, SIMO)系统,在最大似然准则下,提出了一种基于迭代处理的稀疏信道频域盲均衡算法.与传统做法的不同之处在于,本方法不直接进行信道系数的估计,而是将多天线信号联合均衡问题建模为非完整数据集下频域信号序列的最大似然估计问题.将未知信道参数视为隐变量,利用期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法^[26]进行迭代求解,最终得到频域均衡输出的闭式解.将复杂的多路联合均衡问题转化为各个单频信号的加权求和问题.在每次迭代过程中,算法依次完成均衡输出的更新和信道参数联合条件后验分布的更新.在求解信道参数联合条件后验时,考虑到信道系数固有的稀疏特性,引入具有稀疏促进作用的先验分布对信道系数加以约束,然后利用稀疏贝叶斯学习方法求解所有信道参数的联合条件后验.由于稀疏先验约束的引入,信道系数非零元位置及取值在迭代过程中自动调整,从而避免了传统最小二乘类算法由于信道阶数未知带来的性能损失.仿真结果表明,本文算法具有较好的收敛特性和稳态性能,优于传统盲信道辨识和非稀疏联合处理结构,且在中高信噪比条件下可以获得近似信道已知条件下的误符号率性能.

2 系统模型

考虑如图 1 所示单输入多输出系统模型,第 p 个天线接收等效基带信号可表示为:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= s(t) \otimes c_p(t) + v_p(t) \\ &= \sum_{l=1}^{L_p} c_{p,l} s(t - \tau_{p,l}) + v_p(t), p = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (1)$$

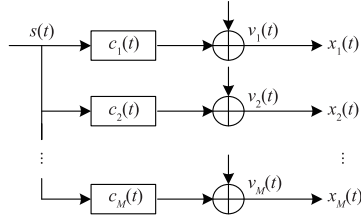


图1 单输入多输出系统模型

其中, $c_p(t) = \sum_{l=1}^{L_p} c_{p,l} \delta(t - \tau_{p,l})$, $c_{p,l}$ 和 $\tau_{p,l} \in [0, \tau_{\max}]$ 分别表示第 p 个信道第 l 径的复增益和传播时延, τ_{\max} 为系统最大径时延值, L_p 为第 p 个信道物理径的数目. $v_p(t)$ 为零均值复高斯白噪声, 实部与虚部相互独立, 且功率谱密度均为 $N_{0,p}/2$. $s(t) = \sum_{m=-N_{cp}}^{N-1} a_m g_T(t - mT)$ 为发送符号序列与成型脉冲卷积输出波形, $g_T(t)$ 为根升余弦成型脉冲, T 为符号周期, $\{a_m\}_{m=0}^{N-1}$ 为发送的符号序列, $\{a_m\}_{m=-N_{cp}}^{-1}$ 表示长度为 N_{cp} 的循环前缀, 即当 $-N_{cp} \leq m \leq -1$ 时, 有 $a_m = a_{m+N}$. 不失一般性, 假设各路噪声间、噪声与源信号间均相互独立, 同时本文假设成型脉冲 $g_T(t)$ 已知, 而物理信道 $c_p(t)$ 未知.

接收端采用通带带宽为 $1/2T_s$ 的理想低通滤波器. 其对各路接收信号进行抗混叠滤波后, 以 $F_s = 1/T_s$ 的速率进行采样, 其中, $T_s = T/u$, u 为大于等于 1 的正整数. 采样后信号模型(1)变为:

$$x_p(nT_s) = \sum_{l=1}^{L_p} c_{p,l} s(nT_s - \tau_{p,l}) + v_p(nT_s), \quad p = 1, \dots, M \quad (2)$$

式(2)模型中, 非线性参数 $\tau_{p,l}$ 给处理带来较大的困难, 因此, 利用虚拟信道模型^[19]可以做如下近似:

$$x_p(n) \approx \sum_{l=1}^L h_{p,l} s(n-l) + v_p(n), \quad p = 1, \dots, M \quad (3)$$

其中, $h_{p,l} \approx \sum_{i \in S_{\tau_{p,l}}} c_{p,i} \text{sinc}(i - F_s \tau_{p,l})$ 称为虚拟径系数, $S_{\tau_{p,l}} = \{i; \tau_{p,i} \in [l/F_s - 1/2F_s, l/F_s + 1/2F_s]\}$ 表示第 l 个虚拟时延 $\hat{\tau}_l = l/F_s$ 附近 $1/F_s$ 时间宽度内所有物理径的集合, $L = \lceil F_s \tau_{\max} \rceil + 1$. 式(3)所示模型表示用一组固定时延值上虚拟信道响应 $h_{p,l}$ 对真实物理信道响应 $c_{p,l}$ 的近似逼近, 采样速率越高, 逼近准确度也越高. 随着采样率的提升, 并不是每个离散区间 $[l/F_s - 1/2F_s, l/F_s + 1/2F_s]$ 均有物理径, 从而虚拟径系数矢量 $\mathbf{h}_p = [h_{p,1}, \dots, h_{p,L}]^T$ 呈现稀疏特性. 不失一般性, 我们假设 $h_{p,l}$ 相互独立, 且服从零均值复高斯分布, 即 $p(\mathbf{h}_p) = \mathcal{C}\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{A}_p^{-1})$, 其中, $\mathbf{A}_p = \text{diag}(\alpha_{p,1}, \dots, \alpha_{p,L})$, $\alpha_{p,l}$ 为 $h_{p,l}$ 先验方差的倒数.

由最佳接收理论^[27]容易得到如图 2 所示的最佳接收机时域处理结构. 采样序列 $x_p(n)$ 与对应的离散信道

响应序列进行匹配滤波后, 用各自噪声功率谱密度的倒数进行加权合并, 并对合并后的序列进行均衡, 均衡输出为 \hat{s}_{m-d} , d 为处理时延. 该系统中, 匹配滤波器起到信道相位失真补偿和使单路信号输出信噪比最大的作用, 相当于单路最佳接收处理. 同时, 考虑不同路加性噪声的差异性, 使用 $N_{0,p}^{-1}$ 对不同路信号进行加权, 目的是为了多路间最佳合并. 该时域处理结构在信道存在大的时延扩展时, 计算复杂度较大, 本文将给出一种新的频域迭代处理结构.

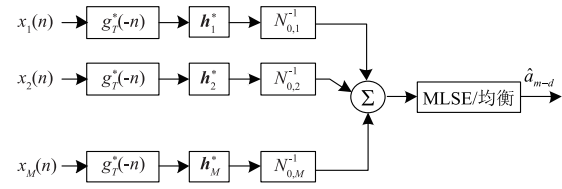


图2 多天线联合最佳接收机时域处理结构

3 基于 EM-SBL 迭代的频域均衡算法

3.1 基于 EM 的最大似然频域均衡

将模型式(3)中接收信号移除循环前缀, 并对其左右两边进行 uN 点离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT), 可以得到如下频域等效模型

$$X_{p,k} = S_k H_{p,k} + V_{p,k} \\ = G_{T,k} A_k H_{p,k} + V_{p,k}, \quad k = 0, \dots, uN-1 \quad (4)$$

其中, $G_{T,k}$ 表示离散成型脉冲序列 $g_T(n) = g_T(t) |_{t=nT}$ 经过 uN 点 DFT 变换后得到的序列; A_k 表示对 a_m 进行 u 倍内插后进行 uN 点 DFT 变换得到序列, 即 $A_k = \sum_{m=0}^{N-1} a_m e^{-j2\pi mk/N}$; $V_{p,k}$ 表示 $v_p(n)$ 进行 uN 点 DFT 变换得到频域噪声序列, 很明显, 其仍然为零均值复高斯白噪声, 假设其方差为 σ_p^2 ; $H_{p,k}$ 表示信道响应 $h_{p,l}$ 的 uN 点 DFT 变换.

我们的目标是根据观测信号 $X_{p,k}$ 恢复出发送符号序列 a_m , 普遍的做法是首先估计物理信道的响应 \mathbf{h}_p 和噪声功率谱密度, 然后代入图 2 结构进行顺序处理. 本文从一个新的角度出发, 不直接估计信道, 而是将其等效为频域信号波形 S_k 的最大似然估计问题.

令 $\mathbf{S} = [S_0, \dots, S_{uN-1}]^T$, $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \dots, \mathbf{X}_M^T]^T$, $\mathbf{X}_p = [X_{p,0}, \dots, X_{p,uN-1}]^T$, 则由式(4)可知, 在信道信息已知的情况下, \mathbf{X} 关于 \mathbf{S} 的似然函数为:

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{S}) = \prod_{p=1}^M (\pi \sigma_p^2)^{-uN} \exp[-\sigma_p^{-2} \sum_{k=0}^{uN-1} (X_{p,k} - S_k H_{p,k})^2] \quad (5)$$

在最大似然准则下, 对该似然函数最大化即可得到 \mathbf{S} 的最佳估计, 进而可以恢复出发送符号 a_m . 然而, 由于物理信道未知, 该问题很难直接求解, 这类问题通

常建模为非完整数据集下的最大似然估计问题. 令 $\boldsymbol{\theta}$ 为所有未知信道参数的集合, 且定义其为缺失数据, 从而有

$$p(\mathbf{X}|\mathbf{S}) = \int p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta} \quad (6)$$

对上面似然函数左右两边同时取对数, 并对 \mathbf{S} 求偏导可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln p(\mathbf{X}|\mathbf{S})}{\partial \mathbf{S}} &= \frac{1}{\int p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta}} \cdot \int \frac{\partial}{\partial \mathbf{S}} p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta} \\ &= \frac{1}{p(\mathbf{X}|\mathbf{S})} \cdot \int \frac{\partial}{\partial \mathbf{S}} p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta} \\ &= \int \frac{p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})}{p(\mathbf{X}|\mathbf{S})} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{S}} \ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta} \quad (7) \end{aligned}$$

利用贝叶斯公式, 上式积分第一项可简化为:

$$\frac{p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})}{p(\mathbf{X}|\mathbf{S})} = p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}) \quad (8)$$

进而, 式(7)可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln p(\mathbf{X}|\mathbf{S})}{\partial \mathbf{S}} &= \int p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}) \frac{\partial \ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})}{\partial \mathbf{S}} d\boldsymbol{\theta} \\ &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{S}} E_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}}[\ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})] \quad (9) \end{aligned}$$

通过上面推导, 将非完整数据集下似然函数 $\ln p(\mathbf{X}|\mathbf{S})$ 的最大化问题变换为完整数据集下似然函数的条件期望问题, 然而由于未知信道参数同时存在于期望对象 $\ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})$ 和期望条件 $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S})$ 中, 直接求解仍然存在较大困难, 而 EM 算法提供了一种近似求解方案. EM 算法包含期望化(E 步骤)和最大化(M 步骤)两步, E 步骤在完整数据集下计算对数似然函数的条件期望, 然后, M 步骤对该条件期望进行最大化得到待估参数新的估计值, EM 算法在 E 步骤和 M 步骤迭代进行求解, 直至收敛, 最终获得近似最大似然的解.

本文待估参数为 \mathbf{S} , 在求得第 i 步估计值 \mathbf{S}^i 的基础上, 完整数据集似然函数的条件期望可表示为(E 步骤):

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{S}, \mathbf{S}^i) &= E_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i}[\ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})] \\ &= \int p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i) \ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta} \quad (10) \end{aligned}$$

仅考虑与待估参数 \mathbf{S} 有关的项, 上式中完整数据集似然函数 $p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S})$ 可近似表示为:

$$p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{S}) \propto \prod_{p=1}^M \exp(-\sigma_p^{-2} \|\mathbf{X}_p - \text{diag}(\mathbf{S})\mathbf{H}_p\|^2) \quad (11)$$

其中, $\text{diag}(\mathbf{S})$ 表示矢量 \mathbf{S} 中元素组成的对角阵, $\mathbf{H}_p = \mathbf{F}\mathbf{h}_p$ 为第 p 个信道的频域响应矢量, \mathbf{F} 为 $uN \times L$ 的 DFT 变换矩阵.

从而, 给定条件后验概率密度函数 $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i)$ 的情况下, Q 函数可简化为:

$$Q(\mathbf{S}, \mathbf{S}^i) \propto \sum_{p=1}^M \left[[\sigma_p^{-2}] (2\Re(\mathbf{S}^T \text{diag}(\mathbf{X}_p^*) \bar{\mathbf{H}}_p)) \right.$$

$$\left. - \sum_{k=0}^{uN-1} |S_k|^2 [|H_{p,k}|^2] \right] \quad (12)$$

其中, $\bar{\mathbf{H}}_p = \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_p, \boldsymbol{\mu}_p$ 为 \mathbf{h}_p 的条件后验均值, $[\sigma_p^{-2}]$ 和 $[|H_{p,k}|^2]$ 分别表示 σ_p^{-2} 和 $|H_{p,k}|^2$ 的条件后验期望, 它们均由 $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i)$ 获得. $Q(\mathbf{S}, \mathbf{S}^i)$ 对 S_k^* 求偏导, 并令倒数为零, 即可得到新的关于 S_k 的软估计值

$$\tilde{S}_k^{i+1} = \frac{\sum_{p=1}^M [\sigma_p^{-2}] \bar{H}_{p,k}^* X_{p,k}}{\sum_{p=1}^M [\sigma_p^{-2}] [|H_{p,k}|^2]} \quad (13)$$

上式右边分子中 $[\sigma_p^{-2}] \bar{H}_{p,k}^*$ 表示第 p 路信号在第 k 个频点分量的加权系数, 分母为对应频点的归一化因子. 很明显, 其同时完成了均衡与合并, 且满足最大比合并准则^[28]. 可以看到, 式(13)将复杂的多路信号联合均衡问题转化为各个单频信号的加权求和问题. 相比于传统最大似然序列检测或者时域均衡的处理方法, 该处理结构具有明显的计算量优势. 得到 \tilde{S}_k^{i+1} 后需要利用已知的符号星座信息对其进行硬判决以用于下一次迭代. 首先, 对 \tilde{S}_k^{i+1} 进行 uN 点的逆 DFT 变换以获得更新的时域波形信号 \tilde{s}_n^{i+1} , 利用 $g_T^*(-n)$ 进行匹配滤波并进行 u 倍抽取, 得到更新后的软符号信息 \tilde{a}_m^{i+1} , 对 \tilde{a}_m^{i+1} 进行硬判决后通过 u 倍内插并经过成型脉冲即可得到更新的频域波形硬判决 S_k^{i+1} .

3.2 信道参数联合条件后验分布的求解

从上一节的分析可以看到, 每次迭代过程中, 需要利用上一轮迭代估计得到的信道参数的一阶和二阶统计量对均衡输出(13)进行更新. 由于 $\boldsymbol{\theta}$ 中包含多个未知参数, $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i)$ 一般没有解析解, 直接计算非常复杂. 考虑到信道的稀疏特性, 本节利用稀疏贝叶斯学习算法^[29]进行迭代求解. 在稀疏贝叶斯学习框架下, $\boldsymbol{\alpha}_p = [\alpha_{p,1}, \dots, \alpha_{p,L}]^T$ 称为超参数, 其决定信道系数稀疏性, 当 $\alpha_{p,l} \rightarrow \infty$ 时, 相应的信道系数值 $h_{p,l}$ 趋于零. 在没有先验信息的情况下, 我们一般假设 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 σ_p^{-2} 服从先验均匀分布.

由于各路信道参数相互独立, 所以条件后验概率密度函数 $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i)$ 可分解为:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{X}, \mathbf{S}^i) = \prod_{p=1}^M p(\mathbf{h}_p, \boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2} | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i) \quad (14)$$

由贝叶斯公式可知

$$p(\mathbf{h}_p, \boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2} | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i) \quad (15)$$

$$= p(\mathbf{h}_p | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i, \boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2}) p(\boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2} | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i)$$

在稀疏贝叶斯框架下, 信道系数矢量 \mathbf{h}_p 的估计由上式右边第一项得到. 很容易验证, 其为高斯分布, 即:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{h}_p | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i, \boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2}) &= \frac{p(\mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i | \mathbf{h}_p, \sigma_p^{-2}) p(\mathbf{h}_p | \boldsymbol{\alpha}_p)}{p(\mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i | \boldsymbol{\alpha}_p, \sigma_p^{-2})} \\ &= CN(\boldsymbol{\mu}_p, \boldsymbol{\Sigma}_p) \quad (16) \end{aligned}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_p$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_p$ 分别表示信道系数矢量 \mathbf{h}_p 的条件后验均值和条件后验协方差矩阵, 各自表达式如下:

$$\boldsymbol{\Sigma}_p = (\boldsymbol{\sigma}_p^{-2} \mathbf{F}^H \mathbf{S}_d^{(i)} \mathbf{S}_d^{(i)} \mathbf{F} + \mathbf{A}_p)^{-1} \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\mu}_p = \boldsymbol{\sigma}_p^{-2} \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{F}^H \mathbf{S}_d^{(i)} \mathbf{X}_p \quad (18)$$

其中, $\mathbf{S}_d^{(i)} = \text{diag}(S_0^i, \dots, S_{uN-1}^i)$. 由于 $\mathbf{H}_p = \mathbf{F} \mathbf{h}_p$, 很容易求得 $|\mathbf{H}_{p,k}|^2$ 的条件期望为:

$$\begin{aligned} [|\mathbf{H}_{p,k}|^2] &= E_{\boldsymbol{\theta}_p | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i} (|\mathbf{H}_{p,k}|^2) \\ &= \sum_{m=1}^L \sum_{n=1}^L e^{j2\pi \frac{kn}{uN}} (\boldsymbol{\Sigma}_{p,mn} + \boldsymbol{\mu}_{p,m}^* \boldsymbol{\mu}_{p,n}) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma}_{p,mn}$ 表示信道条件后验协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_p$ 第 m 行第 n 列的元素, $\boldsymbol{\mu}_{p,n}$ 表示矢量 $\boldsymbol{\mu}_p$ 第 n 个元素.

由上面分析可以看出, 一旦求得 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$, 将其带入式(17)和式(18)即可求解出 $\boldsymbol{\mu}_p$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_p$, 因此, 我们下一个目标是求解 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 值. 在稀疏贝叶斯学习算法框架下, $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 通过对 $p(\boldsymbol{\alpha}_p, \boldsymbol{\sigma}_p^{-2} | \mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i)$ 最大化实现. 在 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 服从先验均匀分布的假设下, 我们仅需对其边缘概率 $p(\mathbf{X}_p, \mathbf{S}^i | \boldsymbol{\alpha}_p, \boldsymbol{\sigma}_p^{-2})$ 最大化即可求得 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 的最优估计值. 采用迭代重估算法, 可计算得到 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 更新表达式为:

$$(\boldsymbol{\alpha}_{p,l})^{\text{new}} = \gamma_{p,l} / \boldsymbol{\mu}_{p,l} \quad (20)$$

$$(\boldsymbol{\sigma}_p^{-2})^{\text{new}} = \frac{uN - \sum_{l=1}^L \gamma_{p,l}}{\|\mathbf{X}_p - \mathbf{S}_d^{(i)} \mathbf{F} \boldsymbol{\mu}_p\|_2^2} \quad (21)$$

其中, $\gamma_{p,l} = 1 - \boldsymbol{\alpha}_{p,l} \boldsymbol{\Sigma}_{p,ll}$.

稀疏贝叶斯学习算法在式(17)、式(18)、式(20)和式(21)之间迭代求解, 直至收敛. 在迭代过程中, 很多 $\boldsymbol{\alpha}_{p,l}$ 值变为无限大, 对应的条件后验均值 $\boldsymbol{\mu}_{p,l}$ 无限接近零, 当其高于某一门限时, 可将对应的信道系数强制置零, 最终求得稀疏解.

利用最终收敛结果对信道条件后验一阶、二阶统计量进行更新, 得到 $\boldsymbol{\mu}_p$, $\boldsymbol{\Sigma}_p$, $[|\mathbf{H}_{p,k}|^2]$ 和 $[\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}]$, 并用于下一轮迭代. 至此, 我们完成一轮迭代的推导.

3.3 算法总结及收敛特性分析

本算法可用下面两个公式概括:

(1) 最大似然均衡

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{i+1} &\leftarrow \underset{\mathbf{S}}{\text{argmax}} [Q(\mathbf{S}, \mathbf{S}^i)] \\ &= \underset{\mathbf{S}}{\text{argmax}} [\int p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X}, \mathbf{S}^i) \ln p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{S}) d\boldsymbol{\theta}] \end{aligned} \quad (22)$$

(2) 基于 SBL 的信道参数联合估计

$$\{\boldsymbol{\mu}_p\}_{p=1}^M, \{\boldsymbol{\Sigma}_p\}_{p=1}^M, \{\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}\}_{p=1}^M \leftarrow \underset{\boldsymbol{\theta}}{\text{argmax}} p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X}, \mathbf{S}^i) \quad (23)$$

在 EM 算法框架下, 式(22)和式(23)分别在 M 步和 E 步完成, 如图 3 所示.

采用迭代处理的方式, 依次完成均衡输出表达式的更新和信道参数联合条件后验分布的更新, 二者迭代进行, 直至收敛, 算法流程如下:

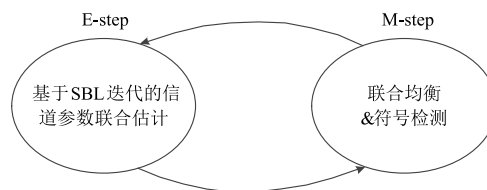


图3 本文所提算法框图

步骤1 初始化相关参数

$$\text{令 } i=0, \boldsymbol{\mu}_p = \mathbf{h}_p^0, \boldsymbol{\Sigma}_p = \mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}_p^2 = 1$$

超参数上限: $\alpha_{\max} = 10^{12}$.

步骤2 利用式(13)对频域均衡输出进行更新, 并通过 DFT 和逆 DFT 变换等操作求得其硬判决 \mathbf{S}_k^{i+1} ;

步骤3 利用新得到的 \mathbf{S}^{i+1} 求解信道参数联合后验分布

3.1 初始化

$$\text{令 } \boldsymbol{\alpha}_{p,l} = \frac{1}{L}, \boldsymbol{\sigma}_p^2 = 1$$

3.2 迭代

(a) 利用式(17)和式(18)计算条件后验协方差矩阵和条件后验均值;

(b) 计算 $\gamma_{p,l} = 1 - \boldsymbol{\alpha}_{p,l} \boldsymbol{\Sigma}_{p,ll}$, 并利用式(20)和(21)对参数 $\boldsymbol{\alpha}_{p,l}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}$ 进行更新;

(c) 删除使 $\boldsymbol{\alpha}_{p,l} > \alpha_{\max}$ 的项, 且令 $\boldsymbol{\mu}_{p,l} = 0$;

(d) 若 $\sum_p \|\boldsymbol{\alpha}_p^{\text{new}} - \boldsymbol{\alpha}_p\| \leq 10^{-6}$ 或迭代次数大于 20, 则结束循环, 否则重新从 (a) 开始迭代;

3.3 最终得到更新的信道条件后验统计量 $\boldsymbol{\mu}_p, \boldsymbol{\Sigma}_p, [\boldsymbol{\sigma}_p^{-2}]$, 并利用式(19)计算 $[|\mathbf{H}_{p,k}|^2]$

步骤4 令 $i = i + 1$;

步骤5 若 $\|\mathbf{S}^i - \mathbf{S}^{i-1}\| = 0$ 或者 $i > 20$, 则结束循环, 否则重新从步骤 2 开始.

从上面步骤可以明显看出, 本方法包含内外两层迭代, 即基于 EM 的外层迭代和基于稀疏贝叶斯学习的内层迭代. 外层 EM 迭代实现了符号检测和均衡器设计的联合处理, 内层迭代在稀疏贝叶斯学习框架下求解所有信道参数的联合条件后验. 二者收敛性在文献 [26] 和 [29] 中已有详细的分析, 本文在此不再赘述, 在第 5 节结合仿真对其收敛性进行说明.

4 算法特性分析

4.1 计算量分析

表 1 列出了本文算法各个步骤所需计算量. 在均衡阶段, 求解 $\tilde{\mathbf{S}}_k^{i+1}$ 需要 $\mathcal{O}(uMNL)$ 次乘法运算, 求解 \mathbf{S}_k^{i+1} 过程需要经过 DFT 变换和逆 DFT 变换, 采用快速傅里叶变换算法, 一般可将计算量控制在 $\mathcal{O}[uM \log_2(uN)]$ 以下. 利用稀疏贝叶斯学习方法进行信道参数联合条件后验的求解过程, 从表 1 可以看出, 其运算量主要来自于后验协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_p$ 的求解, 需要计算 M 个 $L \times L$ 矩阵的逆, 若采用 Cholesky 分解进行求逆, 一般需要

$\mathcal{O}(ML^3)$ 次乘法运算^[29]. 必须说明的一点是, 稀疏贝叶斯学习有多种不同的求解方法, 本文仅给出了其中一种, 若采用其它快速解法进行求解, 其计算复杂度可以大大降低^[30].

表 1 本算法各步骤运算量评估

操作说明		乘法运算次数	迭代次数
计算 \mathbf{S}_k^{i+1}		$\mathcal{O}(uMNL)$	-
DFT 和 IDFT		$\mathcal{O}[uN\log_2(uN)]$	-
条件后验计算	计算 $\boldsymbol{\mu}_p$	$\mathcal{O}(uMNL)$	5 ~ 8
	计算 $\boldsymbol{\Sigma}_p$	$\mathcal{O}(ML^3)$	
	计算 $\boldsymbol{\alpha}_p$, 计算 σ_p^2	$\mathcal{O}(uMNL)$	

4.2 初始值设定

本文所提算法为一个迭代处理结构, 为了获得较好的稳态特性, 需要给算法设定一个好的初始条件. 首次迭代时, 可采用现有的盲信道估计方法^[18-22] 估计初始信道系数值 \mathbf{h}_p^0 , 同时令 $\boldsymbol{\Sigma}_p = \mathbf{0}$. 对于稀疏贝叶斯算法, 根据前人的研究结论^[23], 初始状态值 $\alpha_{p,t} = 1/L$, $\sigma_p^2 = 1$ 即可满足收敛要求.

5 算法仿真及结果分析

实验条件如下: 采用文献[31]信道模型独立产生 M 路子信道. 系统最大信道时延扩展为 20 个符号间隔, 各信道物理径数目均为 6, 径时延均匀分布, 径增益为零均值复高斯随机变量, 各径平均功率随时延呈负指数衰减. 假设信道参数在观测长度内近似保持不变. 发送符号采用 QPSK 调制信号, 发送和接收滤波器均采用根升余弦成型脉冲. 对各路信号加入复高斯白噪声, 各路信号等信噪比, 信噪比定义如下:

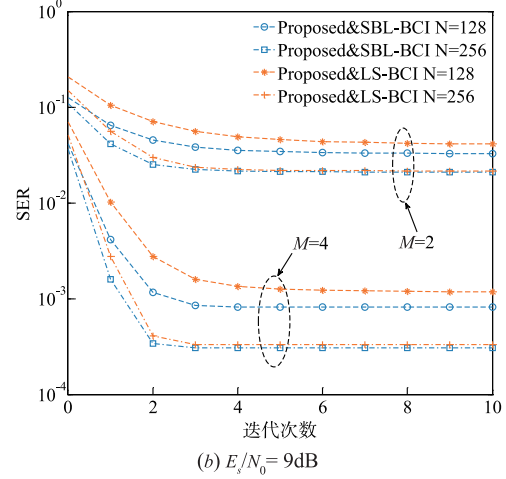
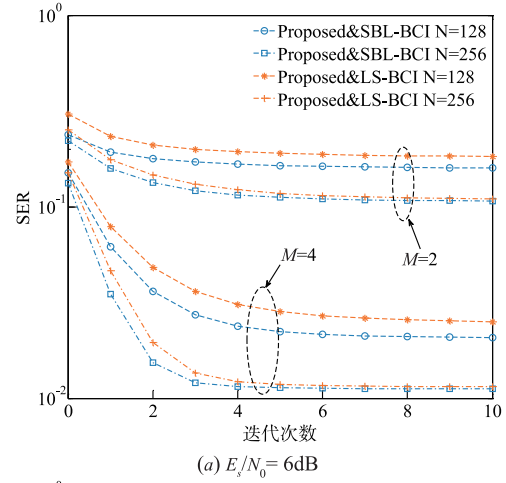
$$\text{SNR}_p = \|\mathbf{h}_p\|_2^2 \sigma_s^2 / N_{0,p} \quad (24)$$

其中, σ_s^2 表示发送符号序列平均功率, 其值设定为 1.

仿真 1 本文算法收敛特性.

图 4 所示为不同信噪比、不同数据长度、不同天线数目下, 系统剩余误符号率随迭代次数变化曲线, 其中, 过采样倍数 $u=2$, 根升余弦脉冲滚降系数 $\alpha=1$.

为了更好的说明算法性能, 分别采用稀疏贝叶斯 (SBL-BCI)^[19] 和最小二乘 (LS-BCI)^[20] 两种方法求得的信道估计值作为初始值开始迭代. 从图中可以看到, 采用两种不同的信道初始值, 本文算法均能够收敛到一个稳定点. 其它条件相同的情况下, 好的初始值 (SBL-BCI) 可以使系统获得更优的稳态误符号率性能, 在短数据下体现尤为明显 ($N=128$); 当 $N=256$ 时, 收敛后二者误符号率性能几乎一致. 此外, 从图中可以看到, 在信噪比和信号长度一定的条件下, 增加接收天线数目可以获得更优的误符号率性能, 且算法在高信噪比条件下收敛更快.

图 4 不同迭代次数下平均剩余误符号率曲线($u=2, \alpha=1$)

仿真 2 本文算法稳态性能.

图 5 为不同条件下系统稳态误符号率性能曲线, 图中横坐标为单路输入信号每符号能量与噪声功率谱密度之比 (E_s/N_0). 信号采样间隔为 T_s , 分别取 $T/2$ ($u=2$) 和 T ($u=1$), 根升余弦脉冲滚降系数 $\alpha=0.2/1$, 信号长度 $N=128/256$. 图中黑色实线 (KnownCh) 表示信道已知条件下最优均衡合并系统误符号率曲线. 采用基于稀疏贝叶斯的盲信道估计方法求得的信道估计值作为迭代初始值.

从图 5 中可以看出, 其它条件一定的情况下, 分数间隔采样 ($u=2$) 相比符号间隔采样处理 ($u=1$) 具有明显性能优势. 这是由于采用符号速率采样时, 采样输出数字信号发生混叠, 均衡器仅能对该混叠信号进行补偿, 而无法补偿信道的固有失真; 而分数间隔处理结构对过采样信号波形进行均衡, 在未发生混叠前对信道失真加以补偿, 因此获得更优的性能, 该结论与文献[18]相关分析是一致的. 同时, 随着成型脉冲滚降系数值变小, 成型脉冲时域展宽, 造成符号间干扰变强, 采用符号间隔处理结构时, 系统稳态误码率变大, 而分数间

隔处理对整个信号波形进行均衡处理,其性能几乎不受滚降系数的影响。

从不同天线数目的横向对比(图 5(a)和图 5(b))来看,增加天线数目可以获得更优的稳态误符号率性能,且在高信噪比下体现更为明显,例如,一符号两采样($u=2$),信号长度 $N=256$,2 天线接收在 $E_s/N_0=6\text{dB}$ 时可以获得 10^{-1} 的误符号率,4 天线接收在 $E_s/N_0=3\text{dB}$ 时可以获得相同的误符号率性能,也就是说 4 天线接收相比 2 天线接收有 3dB 的增益;而当 $\text{SER}=10^{-3}$ 时,该增益提升为 4dB(2 天线: $E_s/N_0=12\text{dB}$,4 天线: $E_s/N_0=8\text{dB}$)。

此外,从图 5(a)和(b)两幅图均可以看到,当过采样倍数 $u=2$,信号长度 $N=256$ 时,本文算法在中高信噪比条件下可以获得近似最优均衡合并的误符号率性能,体现出较好的稳态性能。

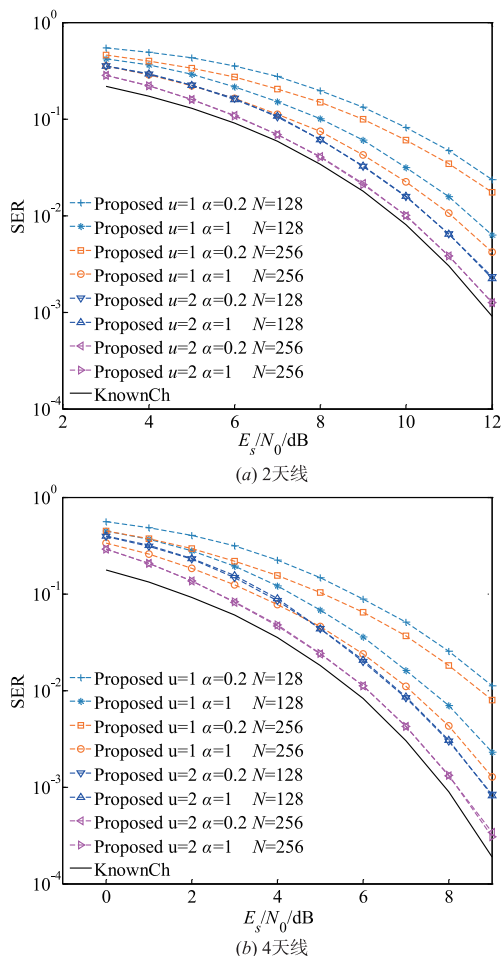


图5 不同条件下本文算法收敛后误符号率随信噪比变化性能

仿真3 与相关算法进行性能对比.

图 6 所示为本文算法与传统信道估计与符号检测联合处理(AEM-FDE)方法^[6]及稀疏贝叶斯盲信道估计(SBL-BCI)方法^[19]性能对比,其中,过采样倍数 $u=2$,根升余弦脉冲滚降系数 $\alpha=1$,信号长度 $N=128/256$ 。

为了对比的公平性,AEM-FDE 和本文算法均采用基于稀疏贝叶斯的盲信道估计方法求得的信道估计值作为迭代初始值.也就是说,图中 SBL-BCI 曲线相当于其它两种算法第 0 次迭代的剩余误符号率曲线。

从图中可以看到,本文算法具有最优误符号率性能,而 SBL-BCI 性能最差.与 SBL-BCI 相比,本文算法和 AEM-FDE 的性能优势主要来自于符号信息的充分利用.同时可以看到,本文算法优于 AEM-FDE 方法,且在低信噪比和短数据长度下性能优势体现尤为明显,该优势主要来自于信道估计性能的提升.在本文算法中,由于加入具有稀疏促进作用的先验分布,相当于加入信道稀疏的物理约束,迭代的过程中,为零的信道系数被强制致零,而 AEM-FDE 中信道估计基于最小二乘法,其目标是估计所有信道系数,估计误差较大。

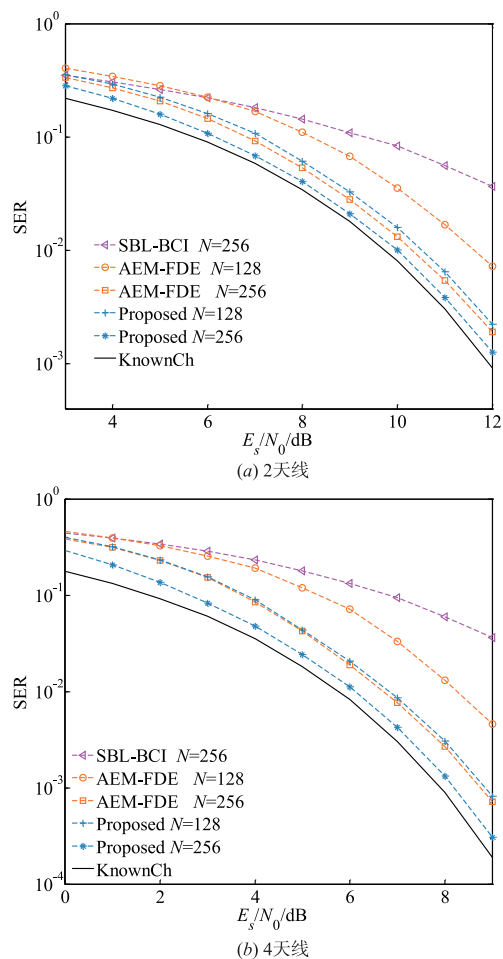


图6 本文算法与现有方法误符号率性能对比($u=2, \alpha=1$)

6 总结

本文针对 SIMO 系统中稀疏信道均衡问题,在最大似然准则下,给出了一种新的频域均衡迭代处理结构,将复杂的多天线信号联合均衡问题转化为各个单频信

号的加权求和问题. 本文所提方法属于联合处理的范畴,其包含两方面的含义:(1)基于 EM 迭代的符号检测与信道参数估计联合处理;(2)基于稀疏贝叶斯学习的多个信道参数联合求解,二者相互依存,又相互独立,分别在内外两层迭代单独求解. 仿真结果表明,相比于传统盲信道辨识方法和非稀疏的联合信道估计与符号检测的处理方法,本文所提方法在短数据和低信噪比条件下具有明显的优势.

参考文献

- [1] Sari H, Karam G, Jeanclaude I. Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting [J]. *IEEE Communications Magazine*, 1995, 33(2): 100 - 109.
- [2] Pancaldi F, Vitetta G M, Kalbasi R, et al. Single-carrier frequency domain equalization [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(5): 37 - 56.
- [3] 顾晨阳, 杨瑞, 盛文钦, 等. 单载波频域均衡系统中一种简化的 IBDFE 算法 [J]. *电子学报*, 2014, 42(9): 1699 - 1704.
Gu Chenyang, Yang Rui, Sheng Wenqin, et al. A simplification of IBDFE algorithm in single carrier frequency domain equalization system [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(9): 1699 - 1704. (in Chinese)
- [4] Chan C K, Petraglia M R, Shynk J J. Frequency-domain implementations of the constant modulus algorithm [A]. *Twenty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* [C]. Pacific Grove, CA, USA: IEEE, 1989. 663 - 669.
- [5] Yang Y G, Cho N I, Lee S U. Fast blind equalization by using frequency domain block constant modulus algorithm [A]. *Proceedings of the 38th Midwest Symposium on Circuits and Systems* [C]. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 1995. 1003 - 1006.
- [6] Choi J. A joint channel estimation and detection for frequency-domain equalization using an approximate EM algorithm [J]. *Signal Processing*, 2004, 84(5): 865 - 880.
- [7] Guo Q, Huang D, Nordholm S E, et al. Iterative frequency domain equalization with generalized approximate message passing [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(6): 559 - 562.
- [8] Saleh A A M, Valenzuela R. A statistical model for indoor multipath propagation [J]. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 1987, 5(2): 128 - 137.
- [9] Vuokko L, Kolmonen V M, Salo J, et al. Measurement of large-scale cluster power characteristics for geometric channel models [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, 55(11): 3361 - 3365.
- [10] 张歆, 张小蓓, 邢晓飞, 等. 单载波频域均衡中的水声信道频域响应与噪声估计 [J]. *物理学报*, 2014, 63(19): 179 - 186.
Zhang Xin, Zhang Xiao-Ji, Xing Xiao-Fei, et al. Frequency domain response estimation of underwater acoustic channel and noise estimation for single-carrier frequency domain equalization [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(19): 179 - 186. (in Chinese)
- [11] Zhong Y, Zhou Y, Lei Q. A simple sparse channel estimation method for single-carrier frequency domain equalization based on noise space [J]. *International Journal of Future Generation Communication and Networking*, 2016, 9(9): 231 - 238.
- [12] X LI, Y ZHENG, Y BAI. Sparse multipath channel estimation for SC-FDE system with unknown sparsity [J]. *WSEAS Transactions on Communications*, 2016, 1(15): 2224 - 2864.
- [13] Taubock G, Hlawatsch F, Eiwien D, et al. Compressive estimation of doubly selective channels in multicarrier systems: Leakage effects and sparsity-enhancing processing [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 255 - 271.
- [14] Gui G, Wan Q, Peng W. Fast compressed sensing-based sparse multipath channel estimation with smooth L0 algorithm [A]. *2011 Third International Conference on Communications and Mobile Computing* [C]. Washington, DC, USA: Universita Karlova, 2011. 242 - 245.
- [15] Guan G, Mehbodniya A, Adachi F. Bayesian sparse channel estimation and data detection for OFDM communication systems [A]. *2013 IEEE Vehicular Technology Conference* [C]. Dresden: IEEE, 2013. 1 - 5.
- [16] Gui G, Xu L, Shan L, et al. Compressive sensing based Bayesian sparse channel estimation for OFDM communication systems: High performance and low complexity [J]. *Sci World J*, 2014, 1 - 10.
- [17] Gui G, Adachi F. Stable adaptive sparse filtering algorithms for estimating multiple-input-multiple-output channels [J]. *IET Communications*, 2014, 8(7): 1032 - 1040.
- [18] Lin Y, Chen J, Kim Y, et al. Blind channel identification for speech dereverberation using l1-norm sparse learning [A]. *Advances in Neural Information Processing Systems 2007* [C]. Vancouver, B C, Canada: Curran Associates, Inc., 2007. 921 - 928.
- [19] Zhang K, Yu H, Hu Y, et al. Blind identification of multi-channel systems based on sparse bayesian learning [J]. *Ice Transactions on Communications*, 2016, E99-B(12): 2614 - 2622.
- [20] Xu G, Liu H, Tong L, et al. A least-squares approach to blind channel identification [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(12): 2982 - 2993.

- [21] E Moulines, P Duhamel, J-F Cardoso, S Mayrargue. Subspace methods for the blind identification of multichannel fir filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(2): 516 – 525.
- [22] Tong L, Xu G, Kailath T. Blind identification and equalization based on second-order statistics: A time domain approach [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(2): 340 – 349.
- [23] Prasad R, Murthy C R. Bayesian learning for joint sparse OFDM channel estimation and data detection [A]. 2010 Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010) [C]. Washington D C, USA: IEEE, 2010. 1 – 6.
- [24] Prasad R, Murthy C R, Rao B D. Joint approximately sparse channel estimation and data detection in OFDM systems using sparse bayesian learning [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(14): 3591 – 3603.
- [25] Ranjitha Prasad, Chandra R. Murthy and Bhaskar D. Rao, Joint channel estimation and data detection in MIMO-OFDM systems; a sparse Bayesian learning approach [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(20): 5369 – 5382.
- [26] Dempster A. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Elearn, 1977, 39(1): 1 – 38.
- [27] Optimality considerations Chugg K M, Polydoros A. MLSE for an unknown channel. I. Optimality considerations [J]. IEEE Transactions on Communications, 1996, 44(7): 836 – 846.
- [28] Krstić D, Stefanović M. The statistical characteristics of the MRC diversity system output signal [J]. Elektronika ir Elektrotehnika, 2015, 73(1): 45 – 48.
- [29] Tipping M E. Sparse Bayesian Learning and the Relevance Vector Machine [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2001, 1: 211 – 244.
- [30] C. M. Bishop. Pattern Recognition and Machine Learning [M]. New York; Springer, 2006. 345 – 357.
- [31] Jakobsen M L, Laugesen K, Manchón C N, et al. Parametric modeling and pilot-aided estimation of the wireless multipath channel in OFDM systems [A]. 2010 IEEE International Conference on Communications (ICC) [C]. Cape Town, South Africa: IEEE, 2010. 1 – 6.

作者简介



张 凯 (通信作者) 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为通信信号处理, 信道估计.

E-mail: zk_xxgc@163.com

于宏毅 男, 1963 年生, 教授, 研究方向为无线通信.

E-mail: maxyuen@sohu.com