

基于改进 RRT 算法的无人机航迹规划

尹高扬,周绍磊,吴青坡

(海军航空工程学院控制科学与工程系,山东烟台 264001)

摘要: 针对快速扩展随机树(RRT)算法用于无人机自主在线航迹规划时,只能快速获得可行的航迹,无法获得接近于最短航迹的较优航迹的缺点,提出了一种改进的 RRT 算法. 该算法将无人机动力学约束融入到节点扩展过程中,通过改进离随机采样点最近的根节点的选取策略和引入航迹距离约束,搜索树将沿着航迹距离较短的方向朝着目标点进行扩展,使得规划出来的航迹接近最优,并采用基于 B 样条曲线的航迹平滑方法生成平滑可跟踪的航迹. 仿真结果表明该算法能够快速搜索安全并且满足无人机动力学约束的较优航迹.

关键词: 无人机; 快速扩展随机树; 实时性; 航迹距离约束; 航迹平滑

中图分类号: V249.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)07-1764-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.07.029

An Improved RRT Algorithm for UAV Path Planning

YIN Gao-yang, ZHOU Shao-lei, WU Qing-po

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: To solve the problem that the basic RRT algorithm for UAV path planning can only quickly get feasible path, but cannot obtain near optimal path, an improved RRT algorithm is proposed. The algorithm takes into account the dynamic constraints of UAV, by introducing the path length constraint and improving the selection strategy for root node that is nearest to the random sample point, the search tree will explore along the direction of the near optimal path. Flyable path is generated by using B-spline curves for path smoothing. Simulation results demonstrate that this proposed method can complete UAV path planning mission quickly and effectively.

Key words: unmanned aerial vehicle (UAV); rapidly-exploring random tree; real-time; path length constraint; path smoothing

1 引言

在现代战争中,无人机所处的战场环境瞬息万变,同时由于其所执行任务的不确定性,无人机要能够根据任务过程中的实时环境信息进行在线的自主航迹规划. 与预先航迹规划相比较,在线自主航迹规划需要在有限的时间及计算资源的条件下规划出安全可行的航迹,这对航迹规划算法的实时性和有效性提出了很高要求^[1,2].

当前对于航迹规划的研究主要在规划环境建模和求解的搜索算法两个方面. 常用的规划环境划分方法包括概略图和单元分解法. 概略图法按一定规则将规划空间表示成一个由一维线段组成的网络图,常用的概略图方法包括 Voronoi 图法^[3,4]、随机路线图法^[5]和

轮廓图法^[6]等. 单元分解法则将规划空间分解成简单的单元,并判断这些单元之间是否具有连通性. 栅格法和四叉树法是常用的单元分解方法. 在此基础上求解的搜索算法主要分为确定性算法和随机性算法两大类. 确定性算法包括基于图搜索的 Dijkstra 算法^[7], 稀疏 A* 搜索算法^[8], D* 搜索算法等^[9]; 随机性算法则包括遗传算法^[10,11]、蚁群算法^[12]、粒子群算法^[13]等. 由于无人机航迹规划的规划区域广阔,构造完全的规划空间非常耗时,且战场环境变化时需要更新搜索图;传统的求解搜索算法基于预先确定的代价函数生成一条具有最小代价的路径,强调航迹的最优性^[14],加上要考虑无人机的性能约束等要求,要获得一条最优路径需要很长的收敛时间和极大的内存需求,失去了在线航迹规划的现实可行性.

快速扩展随机树(RRT)方法是一种基于采样的单查询随机搜索算法,由 S M LaValle 在 1998 年首次提出^[15]. RRT 的节点扩展不需要在规划前执行预处理,能够根据当前的环境信息快速有效地搜索规划空间,在可行路径的搜索概率意义上是完全的. RRT 方法具备快速重规划能力,能够适应任务和环境的动态变化,已被成功应用于许多非完整系统的规划问题中,包括地面移动机器人运动规划^[16]和无人机航迹规划^[17]等问题. 虽然 RRT 方法具有很多良好特性,但是在搜索过程中没有考虑航迹的综合代价,节点扩展的随机性导致规划出来的航迹也具有随机性,只能保证高效快速地获取无人机的可行轨迹,无法获得较优轨迹. 针对基本 RRT 方法的不足,文献[18]采用双向搜索来加速求解过程;文献[19]在节点扩展时从已有搜索树中选择 k 个距离目标点最近的节点,通过评价函数引导节点的扩展;文献[20]在文献[19]的基础上,采用多重随机采样策略,减少了 RRT 方法随机性的影响;文献[21]通过自适应动态调节随机点的采样区域对随机采样策略进行了改进,提高了 RRT 方法的节点扩展效率.

本文在 RRT 方法的基础上,在节点扩展时考虑无人机的动力学约束,改进了离随机采样点最近的根节点的选取策略,在节点选择时引入航迹距离约束,提出了一种改进 RRT 算法的航迹规划方法. 实验证明该算法能够快速获得接近于最短航迹的较优航迹.

2 问题提出

无人机在线航迹规划要求无人机根据实时更新的任务区的环境和威胁参数,规划出一条从当前规划起始点到目标点的可行航迹,该航迹避开所有障碍物和威胁,满足无人机自身的飞行性能约束,同时航迹长度较短. 假定无人机以恒定速度和高度飞行,则无人机的动力学约束可以采用 Dubins 车模型进行描述^[22]:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \psi \\ \dot{y} = v \sin \psi \\ \dot{\psi} = (v/R_{\min})u \end{cases} \quad (1)$$

式中 (x, y) 表示无人机在惯性坐标系中的位置; v 表示无人机的速度; ψ 为无人机的航向角; R_{\min} 为无人机的最小转弯半径; $u \in \{-1, 0, 1\}$.

具体来说,无人机航迹规划生成的目标航迹要求满足以下几个约束条件:

(1) 最小航迹段长度:无人机在开始改变飞行姿态前必须保持直飞的最短距离. 这一约束取决于无人机的机动能力和导航要求.

(2) 最大拐弯角:无人机只能在小于或等于由自身水平面机动性能预先确定的最大拐弯角范围内转弯.

(3) 最大航迹长度:无人机的规划航迹的长度必须小

于或等于一个预先设置的最大距离,它由无人机所携带的燃料以及指定任务中到达目标的允许飞行时间决定.

考虑到由于 RRT 方法随机性太强,在同一条件下的规划过程缺乏可重复性,轨迹的长度往往是不可控的;本文引入了航迹距离约束,在一定程度上减少了扩展节点的随机性和可扩展的节点数,保证规划出来的航迹接近最短航迹.

(4) 航迹距离约束:航迹距离约束对应于与最短航迹的接近程度. 节点扩展过程中,通过回溯新节点到起始节点的距离和新节点到目标点的直线距离,两者长度之和大于航迹约束距离的新节点为无效节点.

只有满足了以上约束条件的航迹才是无人机的可行航迹. 根据实时获取的战场环境和威胁信息,无人机将规划空间划分为障碍物空间和无障碍物空间,假设障碍物被安全圆或球体包围,由此确定路径规划问题的安全边界.

3 基本 RRT 方法

基于 RRT 方法的航迹规划以状态空间中的规划起始点为根节点,通过随机采样逐渐增加叶节点的方式生成随机扩展树. 当随机树的叶节点中包含了目标点或者目标区域的点时,随机树的扩展停止,便可在随机树中找到一条以根节点组成的从起始点到目标点的路径. RRT 的扩展方式如图 1 所示.

图 1 中 T 表示当前存在的扩展树, q_{rand} 表示状态空间中的随机采样点, q_{rand} 的选取原则如下:以概率 $goalpro$ 选取目标点 q_{goal} ,以概率 $1-goalpro$ 在规划区域内随机选取一个点. q_{near} 表示离随机采样点 q_{rand} 最近的一个树节点,然后在 q_{rand} 和 q_{near} 的连线上以扩展步长 $step$ 为单位截取一个新节点 q_{new} ,如果在向新节点 q_{new} 行进的过程中没有碰到障碍物,则将应 q_{new} 加入到扩展树中,否则需要重新选择为 q_{rand} . 继续迭代计算直到 q_{new} 到达目标区域则算法结束,此时可以在扩展树 T 中找到一条从起点 q_{ini} 到目标点 q_{goal} 的路径.

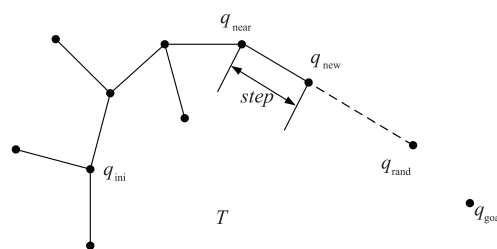


图 1 基本 RRT 算法的扩展过程

4 改进 RRT 方法

4.1 改进的节点扩展

在 RRT 算法中,通过随机采样点 q_{rand} ,可以找出已

存在扩展树 T 的树节点 q 中离随机采样点距离最近的一个树节点 q_{near} , 使得

$$\text{Dis}(q_{near}, q_{rand}) \leq \text{Dis}(q, q_{rand}) \quad (2)$$

为了使 RRT 方法能够得到长度接近最短路径的航迹, 对与随机采样点距离最近的树节点的选取策略进行了改进. 令扩展树 T 的树节点 q 到起始点 q_{ini} (树的根节点) 的距离为 $\text{Dis}(q, q_{ini})$, 则 q_{near} 的选取必须满足

$$\begin{aligned} \text{Dis}(q_{near}, q_{rand}) + \text{Dis}(q_{near}, q_{ini}) \\ \leq \text{Dis}(q, q_{rand}) + \text{Dis}(q, q_{ini}) \end{aligned} \quad (3)$$

在 q_{near} 和 q_{rand} 的连线上, 计算从 q_{near} 以最小航迹段长度 L 到达的新点 q_{new} ,

$$q_{new} = q_{near} + L \cdot \frac{(q_{rand} - q_{near})}{\|q_{rand} - q_{near}\|} \quad (4)$$

令 q_{new} 的坐标为 (x_{new}, y_{new}) , q_{near} 的坐标为 (x_{near}, y_{near}) , q_{near} 的根节点为 $q_{near_root}(x_{near_root}, y_{near_root})$. q_{new} 在满足避障和无人机自身性能约束的条件下, 本文引入了航迹距离约束, 只有满足了以上所有约束的 q_{new} 才能被加入扩展树 T 中.

(1) 最大拐弯角约束

如图 2 所示, 令航迹段 $q_{near_root}q_{near}$ 和 $q_{near}q_{new}$ 的水平投影分别为

$$hor_1 = (x_{near} - x_{near_root}, y_{near} - y_{near_root}) \quad (5)$$

$$hor_2 = (x_{new} - x_{near}, y_{new} - y_{near}) \quad (6)$$

设最大允许拐弯角为 θ , 则 q_{new} 必须满足

$$\cos \Delta\psi = \frac{hor_1 \cdot (hor_2)^T}{\|hor_1\| \cdot \|hor_2\|} \geq \cos \theta \quad (7)$$

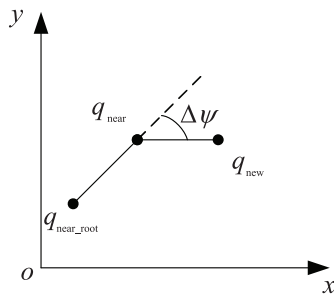


图 2 拐弯角约束示意图

(2) 航迹距离约束

航迹距离约束是保证生成航迹长度接近最短航迹的策略, 其长度一般设定为起始点到目标点直线长度的一定比例, 记为 d_{max} , $d_{max} = k \cdot \text{Dis}(q_{ini}, q_{goal})$, $k \geq 1$. 节点扩展过程中长度大于这个距离的航迹认为是无效航迹, 新节点为无效点. 该约束在二维空间的投影表示如图 3 所示. 新的扩展节点 q_{new} , 通过追溯根节点得到从起始点到 q_{new} 的航迹距离为 $D(q_{new})$, 图中黑色粗实线航迹. $SL(q_{new})$ 是从扩展节点 q_{new} 到目标点 q_{goal} 的欧氏距离. 只有当满足 $D(q_{new}) + SL(q_{new}) \leq d_{max}$ 时, 才能把 q_{new} 加入到已有的扩展树 T 中. 最大航迹长度是无人机的特

定航迹距离约束, 它取决于无人机的燃料载荷和任务执行时间的限制. 当最大航迹长度小于 d_{max} 的值, 则最大航迹长度设定为 d_{max} 的值.

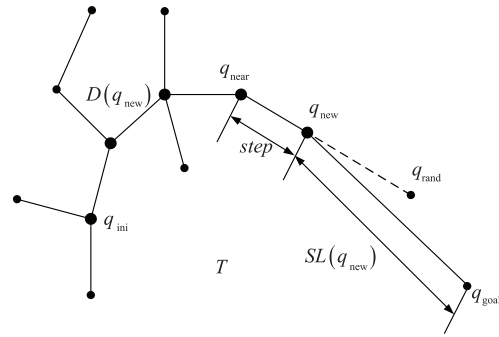


图 3 最大航迹长度约束

4.2 基于 B 样条曲线的航迹平滑

由于 RRT 方法产生的是一系列航迹点, 无法满足无人机的实际飞行要求, 需要进一步进行平滑处理. B 样条曲线将生成的航迹点作为 B 样条基函数的控制点, 可以生成曲率连续的平滑路径^[23]. 设经过改进 RRT 方法求得的可行路径的节点序列为 $\{wp_1, \dots, wp_n\}$, 其中 wp_n 为目标点位置. 本文采用三阶 B 样条曲线, 则其基函数为

$$\begin{cases} G_{0,3}(t) = \frac{1}{6}(-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \\ G_{1,3}(t) = \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4) \\ G_{2,3}(t) = \frac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1) \\ G_{3,3}(t) = \frac{1}{6}t^3 \end{cases}, t \in [0, 1] \quad (8)$$

航迹点 wp_i 到航迹点 wp_{i+3} 之间的三次 B 样条曲线段 $wp_{i,i+3}$ 为

$$wp_{i,i+3} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} wp_i \\ wp_{i+1} \\ wp_{i+2} \\ wp_{i+3} \end{bmatrix}, t \in [0, 1] \quad (9)$$

4.3 算法描述

基于改进 RRT 方法的无人机航迹规划算法的具体步骤如下:

Step1: 以无人机当前位置作为规划起始点 q_{ini} , 设定航迹距离约束 d_{max} , 初始化搜索树 T .

Step2: 产生随机数 $p \in [0, 1]$, 如果 $p < goalpro$, 则选择 q_{goal} 作为随机采样点 q_{rand} , 否则, 在问题空间里随机生成采样点 q_{rand} .

Step3: 通过随机采样点 q_{rand} , 找出已存在扩展树 T 的树节点 q 中离随机采样点距离最近的一个树节点

q_{near} , 使得

$$\begin{aligned} & Dis(q_{near}, q_{rand}) + Dis(q_{near}, q_{ini}) \\ & \leq Dis(q, q_{rand}) + Dis(q, q_{ini}). \end{aligned}$$

在 q_{near} 和 q_{rand} 的连线上, 计算从 q_{near} 以最小航迹段长度 L 到达的新点 q_{new} .

Step4: 判断 q_{new} 是否满足避障、文中所述无人机自身性能约束和航迹距离约束 $D(q_{new}) + SL(q_{new}) \leq d_{max}$. 若满足, 则将 q_{new} 加入到扩展树 T 中. 否则转到 Step2.

Step5: 判断 $|q_{new} - q_{goal}| \leq L$, 若满足, 转到 Step6, 否则转到 Step2.

Step6: 通过形成的扩展树 T , 获得从起始点 q_{ini} 到终点 q_{goal} 的航迹点路径.

Step7: 采用三次 B 样条曲线对航迹进行平滑, 得到最终航迹.

5 仿真实验

基于上述算法设计, 在 Intel 2.5 GHz 主频, 8GB 内存的普通 PC 机上使用 MATLAB 编程进行算法仿真实验. 无人机的最大转弯角为 60° , 最小航迹段长度为 0.5 (无量纲). 任务区域范围为 10×10 , 存在的障碍物和威胁分别以实心圆和空心网格圆表示, 规划起始点坐标为 (0, 0), 目标点坐标为 (8.5, 10).

图 4 为不同航迹距离约束下的单次仿真结果. 图 4(a) 没有考虑航迹距离约束, 规划出的航迹长度为 17.4180, 扩展节点数为 98 个; 图 4(b) 中的最大航迹约束 d_{max} 取值为起始点到目标点的直线距离 S 的 1.2 倍, 即 15.7493, 规划出的航迹长度为 14.9033, 扩展节点数为 111 个; 图 4(c) 中采用 d_{max} 取值为起始点到目标点的直线距离 S 的 1.1 倍, 即 14.4368, 规划出的航迹长度为 14.4011, 扩展节点数为 202 个; 图 4(d) 中采用一个较小的 d_{max} , 取值为起始点到目标点的直线距离 S 的 1.05 倍, 即 13.7806, 规划出的航迹长度为 13.7656, 扩展节点数为 516 个. 表 1 为不同航迹距离约束下 100 次实验数据的平均值, 通过图 4 和表 1 的仿真结果可知, 在所设定的障碍物环境下, 采用改进节点选择策略和引入航迹距离代价的改进 RRT 方法能够满足不同航迹距离约束下的自主在线航迹规划. 由图 4 可知, 随着航迹距离约束的值的减小, 满足航迹距离约束的扩展节点也随之减少, 可行的扩展节点被束缚在起始点和目标点直线距离的两侧一定范围内.

为了验证所提改进 RRT 算法的性能, 在所设定的障碍物环境下, 设定最大航迹长度约束为 15, 分别用基本 RRT 方法, 文献 [16] 的 hRRT 方法和本文的改进 RRT 方法进行了 100 次实验. 仿真结果如表 2 所示. 由表 1 和表 2 可知, 改进 RRT 方法在最大航迹长度约束下的比 RRT 方法和 hRRT 方法的搜索成功率大大提

高, 虽然搜索时间上有所增加, 但是能够满足无人机在线自主航迹规划的需求; 改进的离随机采样点最近的树节点的选取策略, 使得即使在没有航迹距离约束时, 改进的 RRT 方法规划出来的航迹距离也要优于 RRT 方法和 hRRT 方法.

表 1 改进 RRT 方法在不同航迹距离约束下 100 次实验的仿真结果

100 次实验	无距离约束	$d_{max} = 1.2S$	$d_{max} = 1.1S$	$d_{max} = 1.05S$
搜索成功次数	100	100	100	100
平均航迹长度	15.6042	15.1809	14.3259	13.7525
平均扩展节点数	127	186	305	398
平均耗时 (s)	0.264	0.387	0.635	0.829

表 2 算法效率对比表

100 次实验	RRT 方法	改进 RRT 方法	hRRT 方法
满足最大航迹长度约束次数	8	100	20
平均航迹长度	16.6317	14.6923	16.1198
平均扩展节点数	111	197	106
平均耗时 (s)	0.23	0.41	0.22

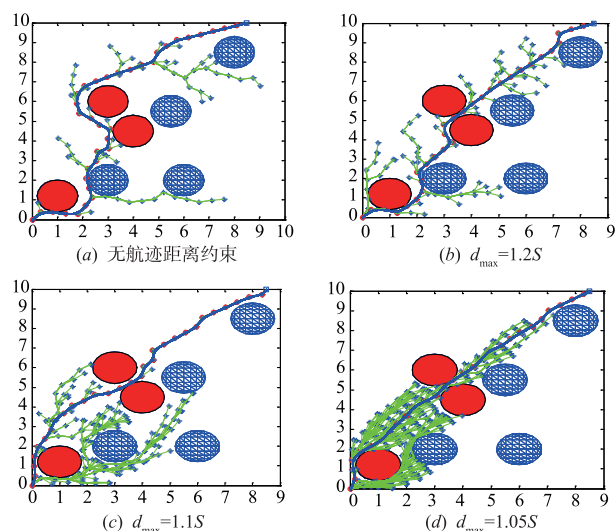


图 4 改进 RRT 方法在不同航迹距离约束下的仿真结果

实验结果表明, 改进 RRT 方法的无人机航迹规划算法对于不同的航迹距离约束均能够快速规划出满足威胁回避和无人机自身性能约束条件的可行航迹. 通过引入航迹距离约束, 限制了生成路径中可能的转弯次数, 减少了可扩展节点, 同时以一定概率选择目标点作为采样点和改进离随机采样点最近的根节点的选取策略, 加强了搜索过程中的启发信息, 搜索树将沿着路径距离最短的近似最优航迹的方向进行扩展. 该算

法克服了基本 RRT 方法随机性强,只能快速获得可行航迹,无法获得较优航迹的缺点.改进的 RRT 方法具有良好的时间特性,能够满足无人机在线自主航迹规划的要求.

6 结论

本文针对无人机自主航迹规划的实时性问题和基本 RRT 方法随机性太强,无法获得接近最短航迹的较优航迹的问题,提出了改进 RRT 方法的航迹规划算法.该算法继承了 RRT 方法的快速性,同时无人机的自身性能约束结合到扩展树的节点扩展中,通过采用 B 样条曲线平滑方法产生曲率连续的平滑路径,使得规划出来的航迹能够满足实战要求.通过引入航迹距离约束和改进离随机采样点最近的根节点的选取策略,增加了克服搜索随机性的启发信息,使得规划出的可行航迹接近最优航迹,兼顾了无人机自主航迹规划的最优性与实时性.

参考文献

- [1] 沈林成,牛轶峰,朱华勇.多无人机自主协同控制理论与方法[M].北京:国防工业出版社,2013.
SHEN Lin-cheng, NIU Yi-feng, ZHU Hua-yong. Theories and Methods of Autonomous Cooperative Control for Multiple UAVs[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013. (in Chinese)
- [2] 沈林成,陈璟,王楠.飞行器任务规划技术综述[J].航空学报,2014,35(3):593-606.
SHEN Lin-cheng, CHEN Jin, WANG Nan. Overview of air vehicle mission planning techniques[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(3): 593-606. (in Chinese)
- [3] JENNIFER W, MARIO G P, BRENTON W. Development of a modified voronoi algorithm for UAV path planning and obstacle avoidance [A]. Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]. Minnesota, 2012. 1-12.
- [4] 雷兴明,邢昌凤,吴玲.基于分布式约束优化的多平台导弹协同航路规划[J].电子学报,2012,40(10):2068-2072.
LEI Xing-ming, XING Chang-feng, WU Ling. Path planning for multi-platform missiles based on distributed constrained optimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(10): 2068-2072. (in Chinese)
- [5] 龙涛,孙汉昌,朱华勇,沈林成.战场环境中多无人机任务分配的快速航路预估算法[J].国防科技大学学报,2006,28(5):109-113.
LONG Tao, SUN Han-chang, ZHU Hua-yong, SHEN Lin-cheng. Fast route predicting algorithm for multiple UAVs task allocation in battlefield[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(5): 109-113. (in Chinese)
- [6] CANNY J F, LIN M. An opportunistic global path planner [J]. Algorithmica, 1993, 10(3): 102-120.
- [7] BORTOFF S. Path-planning for unmanned air vehicles [A]. Proceedings of American Control Conference [C]. Chicago, 2000. 364-368.
- [8] 李春华,郑昌文,周成平.一种三维航迹快速搜索方法[J].宇航学报,2002,23(3):13-16.
LI Chun-hua, ZHENG Chang-wen, ZHOU Cheng-ping. Fast search algorithm for 3D-route planning [J]. Journal of Astronautics, 2002, 23(3): 13-16. (in Chinese)
- [9] 郑昌文,丁明跃,周成平.一种飞行器在线航迹重规划算法[J].华中科技大学学报,2003,31(2):90-92.
ZHENG Chang-wen, DING Ming-yue, ZHOU Cheng-pin. A new algorithm for aircraft online route re-planning [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2003, 31(2): 90-92. (in Chinese)
- [10] 周兰凤,洪炳熔.用基于知识的遗传算法实现移动机器人路径规划[J].电子学报,2006,34(5):911-914.
ZHOU Lan-feng, HONG Bing-rong. A knowledge based genetic algorithm for path planning of a mobile robot [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(5): 911-914. (in Chinese)
- [11] CHEN M, WU Q X, JIANG C S. A modified ant optimization algorithm for path planning of UCAV [J]. Applied Soft Computation, 2008, 8(4): 1712-1718.
- [12] DUAN H B, ZHANG X Y, WU J. Max-min adaptive ant colony optimization approach to multi-UAVs coordinated trajectory replanning in dynamic and uncertain environments [J]. Journal of Bionic Engineering, 2009, 6(2): 161-173.
- [13] FU Y G, DING M Y, ZHOU C P. Routing planning for unmanned aerial vehicle (UAV) on the sea using hybrid differential evolution and quantum-behaved particle swarm optimization [J]. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2013, 43(6): 1451-1465.
- [14] 涂吉林,丁明跃,周成平.满足直飞限制二维航迹规划方法研究[J].电子学报,2000,28(3):87-89.
TU Ji-lin, DING Ming-yue, ZHOU Cheng-ping. Research on 2D route planning approach constrained for straight-flight [J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(3): 87-89. (in Chinese)
- [15] LAVALLE S M. Rapidly-Exploring Random Trees: A New Tool for Path Planning [R]. Computer Science Department, Iowa State University, 1998.
- [16] 周金良,黄彦文,曹其新.对抗环境下足球机器人路径规划[J].上海交通大学学报,2006,40(11):1827-1831.

- ZHOU JiN-liang, HUANG Yan-wen, CAO Qi-xin. The path planning for robot soccer under antagonistic environment[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2006, 40(11):1827-1831. (in Chinese)
- [17] AMIN J N, BOSKOVIC J D, MEHRA R K. A fast and efficient approach to path planning for unmanned vehicles [A]. Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit [C]. Keystone, 2006. 1-5.
- [18] KUFFNER J J, LAVALLE S M. RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. San Francisco: IEEE, 2000. 995-1001.
- [19] URMSON C, SIMMONS R. Approaches for heuristically biasing RRT growth [A]. Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems [C]. Las Vegas, Nevada: IEEE, 2003. 1178-1183.
- [20] 彭辉, 王林, 沈林成. 区域搜索中基于改进 RRT 的 UAV 实时航迹规划 [J]. 国防科学技术大学学报, 2009, 31(5):86-91.
PENG Hui, WANG Lin, SHEN Lin-cheng. The modified RRT-based real-time route planning for UAV area target searching [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(5):86-91. (in Chinese)
- [21] YERSHOVA A, JAILLET L, SIMEON T. Dynamic-domain RRTs: Efficient exploration by controlling the sampling domain [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. Barcelona: IEEE, 2005. 3851-3861.
- [22] DUBINS L. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal position [J]. American Journal of Math, 1957, 79(3):497-516.
- [23] 宋金泽, 戴斌, 单恩忠等. 一种改进的 RRT 路径规划算法 [J]. 电子学报, 2010, 38(2A):225-228.
SONG Jin-ze, DAI Bin, SHAN En-zhong. An improved RRT path planning algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2A):225-228. (in Chinese)

作者简介



尹高扬 男, 1987 年 6 月出生于湖南湘潭, 从事导航、制导与控制相关研究。
E-mail: ygy3632@163.com; Tel: 15969659253



周绍磊 男, 1963 年 1 月出生于山东淄博, 教授、博士生导师, 主要研究领域为控制与测试。