

# 基于二阶广义方向性全变分的 图像超分辨率重建方法

伍政华<sup>1</sup>, 孙明健<sup>2</sup>, 顾宗山<sup>1</sup>, 范明意<sup>1</sup>

(1. 中国电子科技集团公司第三十八研究所, 安徽合肥 230088; 2. 哈尔滨工业大学(威海)控制科学与工程系, 山东威海 264209)

**摘 要:** 超分辨率图像重建是增强那些低成本成像传感器系统图像分辨率的有效措施. 得益于先验知识的学习, 低分辨率图像可有效地被超分辨率增强. 针对带有明显边缘结构的图像, 现有方法没有有效利用高阶信息从而会出现一些光滑的图像细节. 本文针对这种特殊的图像结构, 研究一种基于二阶广义方向性全变分的重建方法来挖掘那些隐含的高阶可利用信息. 二阶广义方向性全变分不仅可以作为先验知识, 还能作为稀疏正则项抑制伪影和噪声. 实验结果表明, 本文方法可有效超分辨率重建结构边缘图像, 并可获得高分辨率图像细节和纹理特征.

**关键词:** 超分辨率重建; 广义方向性全变分; 优化算法; 正则约束

**中图分类号:** TN919.8      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2017)11-2625-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.11.008

## Second-Order Directional Total Generalized Variation Regularization for Image Super-resolution

WU Zheng-hua<sup>1</sup>, SUN Ming-jian<sup>2</sup>, GU Zong-shan<sup>1</sup>, FAN Ming-yi<sup>1</sup>

(1. No. 38 Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Hefei, Anhui 230088, China;

2. Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai, Shandong 264209, China)

**Abstract:** Super-resolution (SR) image reconstruction has developed into a powerful tool to enhance the image resolution for the systems with low-cost imaging sensors. A direct but efficient approach to super-resolve a low-resolution image is based on prior knowledge learning. But the existing methods do not consider matched high-level features in the images with structured edges, resulting in some smooth image artifacts. A second-order directional total generalized variation (DTGV) regularization based method is proposed to explore the underlying high-level information of the data in this paper. More specifically, second-order DTGV acts as not only an additional prior but also an effective constraint to reduce the image artifacts and remove the noise. Results from several texture images demonstrate that the proposed approach can generate high-resolution image details and tend to produce high-frequency textures.

**Key words:** super-resolution; directional total generalization variation; optimization algorithm; regularization constraints

## 1 引言

超分辨率图像重建 (Super-resolution image reconstruction, SR), 是指从单个或多个低分辨率图像中获得一幅高分辨率图像的过程, 它是计算机视觉和图像处理领域极具挑战的课题之一<sup>[1-6]</sup>. SR 已被证实可用于一些生物医学研究和低成本成像系统的图像分辨率增强<sup>[7,8]</sup>. 目前已经发展了很多方法来解决 SR 这一严重

病态的重构问题. 这些方法大致可分为三大类: 插值方法、基于正则化项的方法和基于机器学习的方法. 插值方法和基于正则化项的方法都可以改善 SR 问题的病态程度<sup>[9-11]</sup>, 基于机器学习的方法主要是通过挖掘高分辨率和低分辨率图像块的联合特征来重建图像的细节并抑制伪影<sup>[1,12-20]</sup>.

本文所讨论的范围是基于正则化项的超分辨率图像重建方法<sup>[21-25]</sup>, 并且针对的是带有结构边缘的图像

(Images with Structured Edges, ISE). 由于数据量的不足和模糊核的不确定性, 导致 SR 问题呈现出严重的病态性, 而正则化项是通过引入先验知识来改善 SR 的病态程度. 常用的一些正则化项包括全变分 (Total variation, TV)<sup>[4,26]</sup>、稀疏约束补偿项等. 但是, 这些补偿项往往都是普适的, 并未深入挖掘特定类型图像 (如 ISE) 的高阶细节信息, 从而只获得了低性能的重建结果.

本文是在基于方向性全变分 (Directional Total Variation, DTV)<sup>[27]</sup> SR 方法的基础之上<sup>[28]</sup>, 以数据驱动为核心, 深入挖掘 ISE 更高阶的图像细节信息而提出的基于二阶广义方向性全变分 (Second-order Directional Total Generalized Variation, DTGV) 的 SR 方法. DTGV 不仅可以保持 DTV 在超分辨率重建过程中表现出的边缘保护和噪声抑制的优势, 还能够通过高阶处理减轻阶梯伪影并重建出更清晰的图像细节. 基于 DTGV 的 SR 问题是一个凸优化问题, 可用交替方向乘子算法 (Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM) 有效求解<sup>[29-30]</sup>. 实验结果表明, 基于 DTGV 的方法在超分辨率重建 ISE 的性能上要优于目前很多方法, 并可以产生更多清晰的图像细节.

## 2 超分辨率图像重建

一幅观测得到的低分辨率图像  $I_L \in \mathbf{R}^{m \times n}$ , 可以看作是一幅高分辨率图像  $I_H \in \mathbf{R}^{M \times N}$  ( $M > m, N > n$ ) 经过模糊和降采样处理得到的<sup>[1-3]</sup>, 即

$$I_L = \Omega(\mathbf{h} \otimes I_H) \quad (1)$$

其中  $\Omega$  是  $\mathbf{R}^{M \times N} \rightarrow \mathbf{R}^{m \times n}$  的降采样算子,  $\mathbf{h}$  是模糊核函数,  $\otimes$  是卷积处理过程. 超分辨率图像重建过程就是从低分辨率的观测图像  $I_L$  中重建出高分辨率图像  $I_H$ , 且分辨率的提高因子一般可达 3 倍以上 (即  $M \geq 3m, N \geq 3n$ ). 可以看出, 模型中的降采样过程导致了数据的大量缺失, 并且模糊核函数的不确定性进一步加深了 SR 过程的病态程度. 基于正则化约束的 SR 方法是通过引进有效的先验信息约束项来补偿降采样过程中丢失的数据信息, 从而使问题向良态转化. 给定一个正则化补偿项, 从低分辨率图像中重建高分辨率图像的过程可以转化为下面的优化求解问题.

$$\hat{I}_H = \operatorname{argmin}_{I_H} \frac{1}{2} \|\Omega \mathcal{F}^H(\mathcal{A} \mathbf{h}) \mathcal{A}(I_H) - I_L\|_2^2 + \lambda R(I_H) \quad (2)$$

其中  $\mathcal{F}, \mathcal{F}^H$  分别是傅里叶变换和傅里叶反变换, 第一项为数据保真项, 第二项为作用在  $I_H$  上的正则化约束项,  $\lambda$  为正则化参数.  $R(I_H)$  的选择便成为了基于正则化约束 SR 方法的关键. 本文即针对 ISE 这一特殊类型的图像采用 DTGV 补偿项, 深入挖掘隐含的高阶图像细节信息, 使重建出的高分辨率图像性能更佳.

## 3 二阶广义方向性全变分 (DTGV)

回顾之前的工作, 一幅图像  $I_H$  的 DTV 定义为<sup>[27,28]</sup>:

$$\operatorname{DTV}(I_H) = \sum_{i,j} \|\mathbf{W}_\alpha^* \mathbf{A}_\theta^* \nabla I_H(i,j)\|_1 \quad (3)$$

其中  $\mathbf{A}_\theta, \mathbf{W}_\alpha$  分别为旋转变换和尺度收缩矩阵, 具体表示为

$$\mathbf{A}_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \mathbf{W}_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

并且  $\mathbf{A}_\theta^* = \mathbf{A}_{-\theta}, \mathbf{W}_\alpha^* = \mathbf{W}_\alpha$  ( $(\cdot)^*$  表示该算子的共轭算子).

近来提出的广义全变分 (Total Generalized Variation, TGV) 是 TV 的广义模型<sup>[31-33]</sup>, 它利用高阶变差可显著减少 TV 在重建过程中产生的阶梯伪影. 综合考虑计算复杂度和性能, 二阶 TGV 是最为常用的版本, 如无特殊声明, 本文所涉及的 TGV 均为二阶 TGV. 二阶 TGV 本身是一个最小化问题, 其离散版本可表述为,

$$\operatorname{TGV}_\alpha^2(I_H) = \min_p \alpha_1 \|\nabla I_H - \mathbf{p}\|_1 + \alpha_0 \|\varepsilon(\mathbf{p})\|_1 \quad (5)$$

基于 DTV 和二阶 TGV 的概念, 我们提出了二阶 DTGV 的概念, 即

$$\operatorname{DTGV}_\alpha^2(I_H) = \min_p \alpha_1 \|\mathbf{W}_\alpha^* \mathbf{A}_\theta^* \nabla I_H - \mathbf{p}\|_1 + \alpha_0 \|\varepsilon(\mathbf{p})\|_1 \quad (6)$$

其中  $\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{p} + \nabla \mathbf{p}^T)$  表示对称梯度. 可以看出  $\operatorname{DTGV}_\alpha^2$  在一阶差分和二阶差分之间作了一个优化均衡, 我们可以给出其直观的解释. 对于  $I_H$  的平滑区域, 二阶差分要比一阶差分小很多, 所以最小化式 (6) 趋向于选择  $\mathbf{p} = \mathbf{W}_\alpha^* \mathbf{A}_\theta^* \nabla I_H$ , 从而会趋向于用二阶差分来描述平滑区. 对于  $I_H$  的跳变区域如边缘附近, 一阶差分比二阶差分小很多, 所以趋向于选择  $\mathbf{p} = 0$  来最小化式 (6), 因此  $\operatorname{DTGV}_\alpha^2$  变成了 DTV 约束项来描述跳变区域, 而这正是 DTV 的优势所在. 所以可以看出, DTGV 用高阶变分来描述平滑区, 用低阶变分描述跳变区, 可有效抑制低阶差分描述平滑区所带来的伪影, 从而对图像更具有自适应性.

## 4 基于 DTGV 的 SR 方法

给定了式 (2) 基于正则化项的模型和式 (6) DTGV 的概念, 可以整合得到基于 DTGV 的 SR 模型, 那么就可以从一幅低分辨率图像中重建出高分辨率图像,

$$\hat{I}_H = \operatorname{argmin}_{I_H} \frac{\beta}{2} \|\Omega \mathcal{F}^H(\mathcal{A} \mathbf{h}) \mathcal{A}(I_H) - I_L\|_2^2 + \alpha_1 \|\mathbf{W}_\alpha^* \mathbf{A}_\theta^* \nabla I_H - \mathbf{p}\|_1 + \alpha_0 \|\varepsilon(\mathbf{p})\|_1 \quad (7)$$

其中  $\beta$  是数据保真项参数. 令  $\mathbf{B} = \mathbf{W}_\alpha^* \mathbf{A}_\theta^*$ , 也即是

$$\begin{pmatrix} b_{11}b_{12} \\ b_{21}b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\cos\theta & \sin\theta \\ -\alpha\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (8)$$

将梯度算子表示为  $\nabla = (D_1, D_2)$ ,  $D_1, D_2$  分别表示水平和垂直差分算子. 从而可以将方向梯度算子改写为

$$W_\alpha^* A_\theta^* \nabla I_H = \begin{pmatrix} b_{11}D_1(I_H) + b_{12}D_2(I_H) \\ b_{21}D_1(I_H) + b_{22}D_2(I_H) \end{pmatrix} \quad (9)$$

为了简化,引入一些辅助变量表示这些复合变量. 设  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ , 则令  $\mathbf{x}_1 = b_{11}D_1(I_H) + b_{12}D_2(I_H) - \mathbf{p}_1$ ,  $\mathbf{x}_2 = b_{21}D_1(I_H) + b_{22}D_2(I_H) - \mathbf{p}_2$ ,  $y_1 = (\varepsilon(\mathbf{p}))_1 = D_1\mathbf{p}_1$ ,  $y_2 = (\varepsilon(\mathbf{p}))_2 = D_2\mathbf{p}_2$ ,  $y_3 = y_4 = (\varepsilon(\mathbf{p}))_3 = \frac{1}{2}(D_1\mathbf{p}_2 + D_2\mathbf{p}_1)$ .

进一步,我们用  $K_1$  表示算子  $b_{11}D_1 + b_{12}D_2$ , 用  $K_2$  表示算子  $b_{21}D_1 + b_{22}D_2$ , 用  $\mathcal{L}(I_H)$  表示作用在  $I_H$  上的算子  $\Omega^{\mathcal{H}}(\mathcal{A}h)\mathcal{A}(I_H)$ . 因此,问题(7)可以等价于下面的优化求解问题,

$$\hat{I}_H = \arg \min_{I_H, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} \frac{\beta}{2} \|\mathcal{L}(I_H) - I_L\|_2^2 + \alpha_1 \sum_{i=1}^2 \|\mathbf{x}_i\|_1 + \alpha_0 \sum_{j=1}^4 \|y_j\|_1$$

s. t.  $\mathbf{x}_i = K_i(I_H) - \mathbf{p}_i, y_j = (\varepsilon(\mathbf{p}))_j$  (10)

通过引入 ADMM 方法,可以将上面的优化求解问题转化为以下若干子问题的求解,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{x}_i} \|\mathbf{x}_i\|_1 + \frac{\mu_1}{2} \|\mathbf{x}_i - (K_i(I_H^{(t)}) - \mathbf{p}_i^{(t)}) - \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)}\|_2^2, i = 1, 2 \\ y_j^{(t+1)} = \arg \min_{y_j} \|y_j\|_1 + \frac{\mu_2}{2} \|y_j - (\varepsilon(\mathbf{p}))_j^{(t)} - \tilde{y}_j^{(t)}\|_2^2, j = 1, 2, 3, 4 \\ (I_H^{(t+1)}, \mathbf{p}_1^{(t+1)}, \mathbf{p}_2^{(t+1)}) = \arg \min_{I_H, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} \frac{\alpha_0 \mu_2}{2} \sum_{j=1}^3 \|y_j^{(t+1)} - (\varepsilon(\mathbf{p}))_j - \tilde{y}_j^{(t)}\|_2^2 \\ \quad + \frac{\alpha_1 \mu_1}{2} \sum_{i=1}^2 \|\mathbf{x}_i^{(t+1)} - (K_i(I_H) - \mathbf{p}_i) - \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)}\|_2^2 + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{L}(I_H) - I_L\|_2^2 \\ \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t+1)} = \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)} + \gamma_1 (K_i(I_H^{(t+1)}) - \mathbf{p}_i^{(t+1)} - \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)}), i = 1, 2 \\ \tilde{y}_j^{(t+1)} = \tilde{y}_j^{(t)} + \gamma_2 ((\varepsilon(\mathbf{p}))_j^{(t+1)} - \tilde{y}_j^{(t)}), j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (11)$$

第一个子问题的解可以通过软阈值算子得到,即

$$\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \text{shrink} \left( (K_i(I_H^{(t+1)}) - \mathbf{p}_i^{(t+1)}) + \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)}, \frac{1}{\mu_1} \right) \quad (12)$$

其中  $\text{shrink}(a, b) = \text{sgn}(a) \cdot \max(|a| - b, 0)$ ,  $\text{sgn}$  为符号函数. 类似地,可以用软阈值算子求解  $y_j^{(t+1)}$ .

为求解第三个子问题,我们首先定义如下的增广拉格朗日函数,

$$\begin{aligned} L(I_H, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = & \frac{\alpha_1 \mu_1}{2} \sum_{i=1}^2 \|\mathbf{x}_i - (K_i(I_H) - \mathbf{p}_i) - \tilde{\mathbf{x}}_i\|_2^2 \\ & + \frac{\alpha_0 \mu_2}{2} (\|y_1 - D_1\mathbf{p}_1 - \tilde{y}_1\|_2^2 \\ & + \|y_2 - D_2\mathbf{p}_2 - \tilde{y}_2\|_2^2) \\ & + \alpha_0 \mu_2 \left\| y_3 - \frac{1}{2}(D_2\mathbf{p}_1 + D_1\mathbf{p}_2) - \tilde{y}_3 \right\|_2^2 \end{aligned}$$

$$+ \frac{\beta}{2} \|\mathcal{L}(I_H) - I_L\|_2^2 \quad (13)$$

其中  $\mathbf{x}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i, y_1, \tilde{y}_1, y_2, \tilde{y}_2, y_3, \tilde{y}_3$  均为最新更新值. 为求解  $I_H$ , 固定变量  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ , 并对  $I_H$  求偏导, 即  $\partial L(I_H, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) / \partial I_H = 0$ , 可以得到相应的变量方程,

$$\begin{aligned} \alpha_1 \mu_1 \sum_{i=1}^2 K_i^T (K_i I_H - (\mathbf{x}_i + \mathbf{p}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)) \\ + \beta \mathcal{L}^T (\mathcal{L} I_H - I_L) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $K_i^T = b_{i1}D_1^T + b_{i2}D_2^T$  与  $\mathcal{L}^T$  分别是算子  $K_i$  和  $\mathcal{L}$  的共轭算子. 上述方程可改写为

$$\begin{aligned} (\alpha_1 \mu_1 \sum_{i=1}^2 K_i^T K_i + \beta \mathcal{L}^T \mathcal{L}) I_H = \alpha_1 \mu_1 \sum_{i=1}^2 K_i^T (\mathbf{x}_i + \mathbf{p}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i) \\ + \beta \mathcal{L}^T I_L \end{aligned} \quad (15)$$

上面的线性算子方程可以用很多数值算法有效求解, 本文采用基本的共轭梯度算法求解式(15).

类似地,求解变量  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  可以固定其余变量并分别求偏导, 可最终得到与式(15)类似的线性算子方程,

$$\begin{aligned} (\alpha_1 \mu_1 + \alpha_0 \mu_2 D_1^T D_1 + \frac{\alpha_0 \mu_2}{2} D_2^T D_2) \mathbf{p}_1 = \alpha_1 \mu_1 (K_1 I_H - \mathbf{x}_1 + \tilde{\mathbf{x}}_1) \\ + \alpha_0 \mu_2 (D_1^T (y_1 - \tilde{y}_1) + D_2^T (y_3 - \tilde{y}_3) - \frac{1}{2} D_1 \mathbf{p}_2) \end{aligned} \quad (16)$$

以及

$$\begin{aligned} (\alpha_1 \mu_1 + \alpha_0 \mu_2 D_2^T D_2 + \frac{\alpha_0 \mu_2}{2} D_1^T D_1) \mathbf{p}_2 = \alpha_1 \mu_1 (K_2 I_H - \mathbf{x}_2 + \tilde{\mathbf{x}}_2) \\ + \alpha_0 \mu_2 (D_2^T (y_2 - \tilde{y}_2) + D_1^T (y_3 - \tilde{y}_3) - \frac{1}{2} D_2 \mathbf{p}_1) \end{aligned} \quad (17)$$

总结基于 DTGV 的 SR 算法如算法 1 所示.

## 5 参数选取

如算法 1 所示,该算法有许多参数需要确定. 由于该算法是直接由 ADMM 算子直接引申出的,  $\mu_1, \mu_2, \gamma_1, \gamma_2$  的选择是为了保证算法的收敛性, 参照文献[28, 29] 的收敛性分析, 选择准则应满足  $\mu_1, \mu_2 > 0$  和  $0 < \gamma_1, \gamma_2 < (1 + \sqrt{5})/2$ . 在本文中的所有实验中, 设置  $\mu_1 = 10^{-3}$ ,  $\mu_2 = 10^{-5}$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01$ .  $\alpha_0, \alpha_1$  的选择是为了平衡低阶差分和高阶差分, 类似于经典 TGV 对这两个参数的选取, 在本文的仿真实验中选取  $\alpha_0 = 2, \alpha_1 = 1$ .  $\alpha, \theta$  分别是关于方向变化的主方向角和伸缩长度, 根据我们之前对 DTV 的分析工作,  $\theta$  的选择是当其作为自变量时, 使得 DTGV 取得最小值的  $\theta$  值, 而  $\alpha$  的选取是根据估算出的  $\theta$  值的可靠性决定的.  $\beta$  是数据保真项参数, 需要根据数据的噪声水平调整.  $\mathbf{h}$  是关联低分辨率图像和高分辨率图像的模糊核, 本文中选取为同向高斯核, 根据 Candès E J 等人给出的经验方法<sup>[3]</sup>, 其方差值比放大因子的一半稍大.  $\text{maxiter}$  和  $\text{tol}$  是最大迭代次数和停止迭代误差, 在本文中设置为  $\text{maxiter} = 100, \text{tol} = 10^{-5}$ .

### 算法 1 基于 DTGV 和 ADMM 算子的图像超分辨率重建算法

输入: 低分辨率图像  $I_L$ , 参数  $\alpha_1, \alpha_0, \beta, \mu_1, \mu_2, \gamma_1, \gamma_2, \theta, \alpha, \mathbf{h}, \maxiter, tol$

$$t = 0, \mathbf{I}_H^{(0)} = \mathbf{0}, \mathbf{p}_1^{(0)} = \mathbf{0}, \mathbf{p}_2^{(0)} = \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{x}}_i^{(0)} = \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{x}}_i^{(0)} = \mathbf{0} (i=1,2), \\ \mathbf{y}_j^{(0)} = \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{y}}_j^{(0)} = \mathbf{0} (j=1,2,3,4)$$

当  $t=0,1,\dots,\maxiter$  时执行下面操作

1.  $\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \text{shrink}((K_i(\mathbf{I}_H^{(t)}) - \mathbf{p}_i^{(t)}) + \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)}, 1/\mu_1), i=1,2$
2.  $\mathbf{y}_j^{(t+1)} = \text{shrink}((\mathcal{E}(\mathbf{p}))_j^{(t)} + \tilde{\mathbf{y}}_j^{(t)}, 1/\mu_2), j=1,2,3,4$
3. 求解式(15)得到  $\mathbf{I}_H^{(t+1)}$
4. 求解式(16)得到  $\mathbf{p}_1^{(t+1)}$
5. 求解式(17)得到  $\mathbf{p}_2^{(t+1)}$
6.  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(t+1)} = \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t)} + \gamma_1(K_i(\mathbf{I}_H^{(t+1)}) - \mathbf{p}_i^{(t+1)} - \tilde{\mathbf{x}}_i^{(t+1)}), i=1,2$
7.  $\tilde{\mathbf{y}}_j^{(t+1)} = \tilde{\mathbf{y}}_j^{(t)} + \gamma_2((\mathcal{E}(\mathbf{p}))_j^{(t+1)} - \tilde{\mathbf{y}}_j^{(t+1)}), j=1,2,3,4$
8. 若  $\|\mathbf{I}_H^{(t)} - \mathbf{I}_H^{(t+1)}\|_b \leq tol$ , 停止并输出  $\mathbf{I}_H^{(t+1)}$ , 否则  $t \leftarrow t+1$

输出: 高分辨率图像  $\tilde{\mathbf{I}}_H = \mathbf{I}_H^{(t+1)}$

## 6 实验结果

本文所用到的带有一些方向结构特征的测试图像如图 1 所示, 分别为光声血管图像、鹦鹉图像、篱笆图像、神殿图像和叶子图像. 由于本文的方法是之前基于 DTV 的 SR 方法的扩展, 所以, 我们首先将要验证本文方法相比于 DTV 方法的优势. 在第一个实验中, 我们用光声显微成像 (Photoacoustic microscopy, PAM) 的血管图像来验证 DTGV 方法的有效性.



图1 本文所用到的测试图像

PAM 一般是通过逐点扫描实现的, 成像的分辨率一般取决于扫描步长, 且 PAM 图像一般带有明显的方向特征. 所选用的原始高分辨率图像为  $480 \times 480$  的血管图像 (图 2(d)), 输入的低分辨率图像分辨率是  $160 \times 160$  (图 2(a)), 相当于  $x$  和  $y$  方向的扫描步长都减小三倍, 可明显降低数据率. 在重建图像之前需要通过最小化 DTGV 的值来估计低分辨率图像的主方向. 如图 4 所示, 所选用血管图像在  $\theta = -\pi/3$  附近取得 DTGV 的最小值, 这与图 2(a) 的纹理方向特征是一致的. 图 2 和图 3 展示了 DTV 和 DTGV 方法的超分辨率重建对比结果, 图 5 和图 6 描述了鹦鹉图像的

类似实验结果.

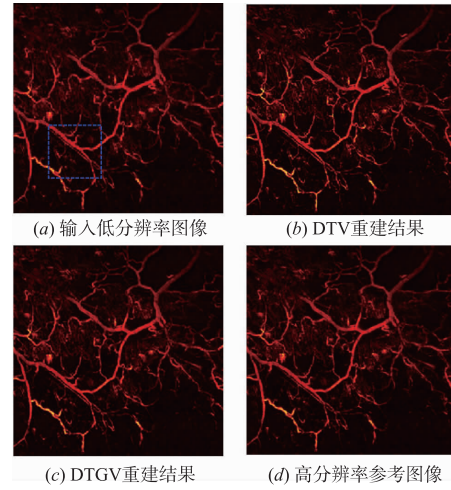


图2 血管图像超分辨率重建结果, 放大因子为3

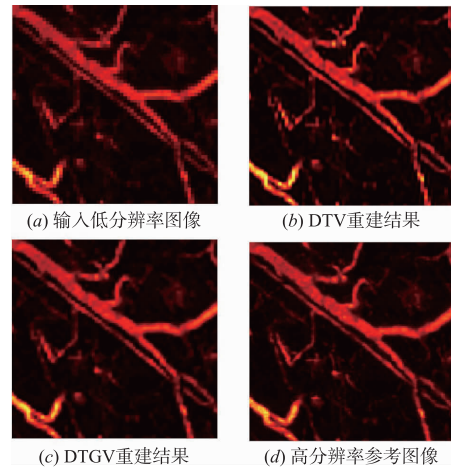


图3 血管图像中蓝色框对应区域的细节放大图

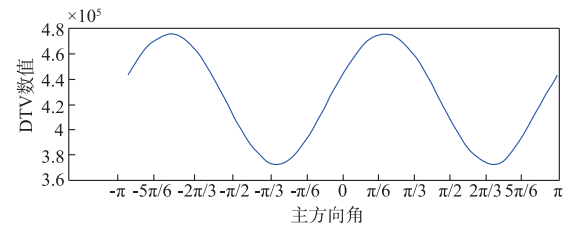


图4 对图2的血管图像, 当主方向角变化时的 DTGV 值变化曲线

从图 3 和图 6 的细节放大图可以看出, 尽管 DTV 的实验结果可以获得一定的超分辨率效果, 但同时也会导致边缘尖锐和图像细节特征的缺失. 对比 DTV 和 DTGV 的实验结果可以发现, DTGV 结果的视觉效果更佳, 得到的边缘更平滑, 并且锯齿状的伪影更少. 特别在图 3 中, DTGV 实验结果已经非常接近于真实的高分辨率参考图像. 为了进一步对比实验结果, 我们选用三种常用指标来定量分析不同实验结果的优劣, 即峰值信

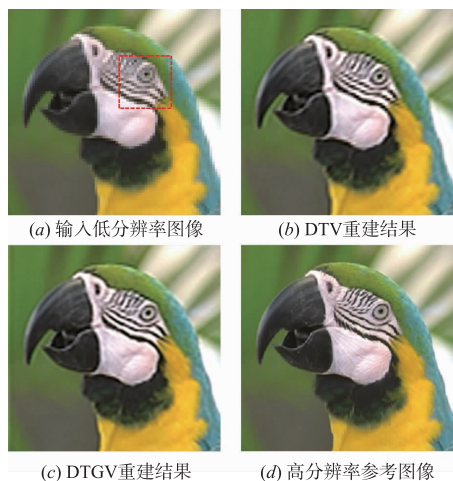


图5 鸚鵡图像超分辨率重建结果,放大因子为3



图6 鸚鵡图像中红色框对应区域的细节放大图

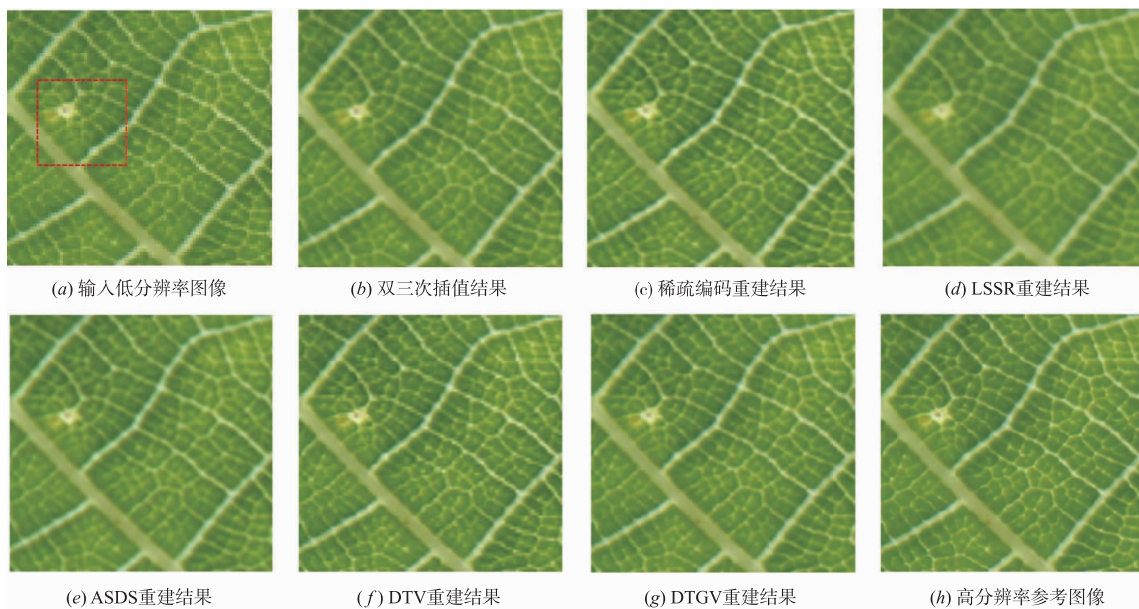


图7 叶子图像超分辨率重建结果,放大因子为3

噪比 (Peak signal-to-noise ratio, PSNR)、均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 和结构相似度 (Structural similarity, SSIM)<sup>[34]</sup>. 图 2 中 DTV 和 DTGV 实验结果的 PSNR、RMSE 和 SSIM 分别为 31.1052, 31.5024, 7.1004, 6.7830, 0.8854 和 0.9013, 图 5 中的结果为 27.0230, 27.2105, 11.3603, 11.1177, 0.8650 和 0.8724, 这也从定量描述中反映出 DTGV 方法相比 DTV 方法重建效果更佳.

为了更进一步展示 DTGV 方法的优势,选取了一些具有代表性的超分辨率重建算法和一些测试图像来获得更全面的比较结果. 选取的 SR 算法包括: 双三次插值、稀疏编码 (Sparse coding)<sup>[1]</sup>、Local semi-supervised regression (LSSR)<sup>[5]</sup>、Adaptive sparse domain selection (ASDS)<sup>[4]</sup>. 图 7 ~ 图 8 显示了一组具有代表性的实验结果,可以看出,双三次插值、LSSR 和 ASDS 的实验结果都很模糊,并不能获得较为清晰的图像边缘. 稀疏编码和 DTV 的结果稍好并可产生较为清晰的边缘和图像细节. 相比之下 DTGV 的结果最好,并可获得清晰的图像边缘,尽管 DTGV 结果相比于真实图像还是有点模糊,但它已非常接近于真实的高分辨率图像.

表 1 总结了不同 SR 方法对不同图像实验结果的 PSNR、RMSE 和 SSIM 值的比较结果. 可以看出,DTGV 方法在 PSNR、RMSE 和 SSIM 的数值比较上都占优(只有一组值没有表现最优结果),反映了本文所提出方法的有效性和优越性. 值得注意的是,DTGV 方法比 DTV 方法的 PSNR 和 SSIM 数值都大,从侧面反映出 DTGV 不仅可以去除噪声影响,还可以重建出更多清晰的高频段纹理.

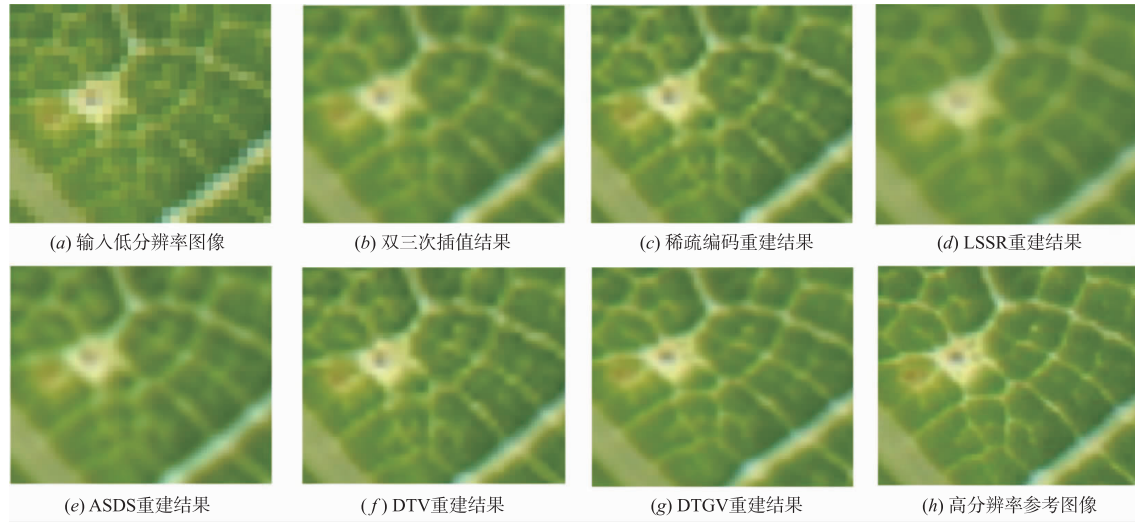


图8 叶子图像中红色框对应区域的细节放大图

表1 不同SR方法对5幅测试图像实验结果的PSNR和SSIM值比较,第一个数值为PSNR值,第二个数值为SSIM值,第三个数值为RMSE值

	叶子	血管	篱笆	鹦鹉	神殿
双三次插值	32.3989	31.0113	19.8387	26.1280	26.8098
	0.8799	0.8541	0.5623	0.8438	0.8125
	6.1178	7.1775	25.9780	12.5933	11.6426
稀疏编码	32.6823	31.0357	19.7078	25.9397	27.6240
	0.8902	0.8659	0.5789	0.8425	0.8432
	5.9214	7.1574	26.3724	12.8693	10.6008
ASDS	32.4124	30.6725	<b>21.9283</b>	26.4744	27.5032
	0.8823	0.8640	0.5890	0.8637	0.8397
	6.1083	7.4630	<b>20.4233</b>	12.1010	10.7493
DTV	32.9272	31.1052	21.5601	27.0230	28.1320
	0.9092	0.8854	0.5957	0.8650	0.8656
	5.7568	7.1004	21.3076	11.3603	9.9986
DTGV	<b>32.9864</b>	<b>31.5024</b>	21.7342	<b>27.2105</b>	<b>28.2467</b>
	<b>0.9153</b>	<b>0.9013</b>	<b>0.6104</b>	<b>0.8724</b>	<b>0.8845</b>
	<b>5.7177</b>	<b>6.7830</b>	20.8848	<b>11.1177</b>	<b>9.8675</b>

## 7 结论

本文是在基于方向性全变分的超分辨率方法的基础之上,提出了一种更高阶的基于方向性二阶广义全变分的超分辨率图像重建方法. 相比之前的工作,进一步提出一种更高阶的自适应差分形式描述图像边缘区域和平滑区域之间的跳变,并用ADMM算子对引出的优化问题进行有效求解. 算法里一个重要的参数即主方向 $\theta$ 的取值,是由数据驱动进行预先估计的. 实验结果表明,相比于目前大多数SR方法,本文所提出的SR方法在重建具有一定方向纹理的图像上具有明显的优

势,并且是DTV方法的一个重要改进. 对于重建那些方向特征不明显的一般图像来说,一种可选策略为将图像分块处理,每个图像块选取一个可信的主方向,但随之带来的将会是图像块之间的平滑拼接问题,这将会是我们下一步工作需要研究的问题.

## 参考文献

- [1] Yang J C, Wright J, Huang T S, Ma Y. Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2010, 19(11): 2861-2873.
- [2] Shan Q, Li Z R, Jia J Y, Tang C K. Fast Image/Video Up-

- sampling[J]. *ACM Trans. Graphics*, 2008, 27(5):153.
- [3] Granda C F, Candès E J. Super-resolution via transform-invariant group-sparse regularization[A]. *IEEE International Conference on Computer Vision Proceedings*[C]. Sydney, NSW, Australia:IEEE, 2013, 3336 – 3343.
- [4] Dong W, Zhang L, Wu X. Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2011, 20(7):1838 – 1857.
- [5] Tang Y, Pan X, Yuan Y, Yan P, et al. Local semi supervised regression for single-image super-resolution [A]. *IEEE International Workshop on Multimedia Signal Processing Proceedings*[C]. Hangzhou, China:IEEE, 2011, 52 – 56.
- [6] Hu J, Luo Y P. Single-image super resolution based on local regression and nonlocal self-similarity[J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2014, 23(3):033014.
- [7] Reeth E V, Tham I W K, Tan C H, Poh C L. Super-resolution in magnetic resonance imaging: a review[J]. *Concepts in Magnetic Resonance Part A*, 2012, 40(6):306 – 325.
- [8] Joshi S H, Marquina A, Osher S J, Dinov I, et al. MRI resolution enhancement using total variation regularization [A]. *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro* [C]. Boston, MA, United States:IEEE, 2009, 161 – 164.
- [9] Hou H S, Andrews H C. Cubic spline for image interpolation and digital filtering[J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1978, 26(6):508 – 517.
- [10] Sun J, Xu Z, Shum H. Image super-resolution using gradient profile prior[A]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Proceedings* [C]. Anchorage, AK, United States:IEEE, 2008, 1 – 8.
- [11] 任福全, 邱天爽, 韩军, 金声. 基于二阶广义全变差的多帧图像超分辨率重建[J]. *电子学报*, 2015, 43(7):1275 – 1280.
- Ren F Q, Qiu T S, Han J, Jin S. Multiframe image super resolution based on second order total generalized variation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(7):1275 – 1280. (in Chinese)
- [12] Sun J, Zheng N N, Tao H, Shum H. Image hallucination with primal sketch priors [A]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Proceedings* [C]. Madison, WI, United States:IEEE, 2003, 729 – 736.
- [13] 潘宗序, 禹晶, 肖剑柏, 孙卫东. 基于自适应多字典学习的单幅图像超分辨率算法[J]. *电子学报*, 2015, 43(2):209 – 216.
- Pan Z X, Yu J, Xiao C B, Sun W D. Single image super resolution based on adaptive multi-dictionary learning [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(2):209 – 216. (in Chinese)
- [14] Liu W, Lin D, Tang X. Hallucinating faces: Tensor patch super resolution and coupled residue compensation [A]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Proceedings*[C]. San Diego, CA, United States:IEEE, 2005, 478 – 484.
- [15] Zhang K, Gao X, Li X, Tao D. Partially supervised neighbor embedding for example learning-based image super-resolution[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(2):230 – 239.
- [16] Gao X, Zhang K, Li X, Tao D. Joint learning for single-image super-resolution via a coupled constraint[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2012, 21(2):469 – 480.
- [17] Zhang K B, Gao X B, Tao D C, Li X L. Single image super-resolution with multiscale similarity learning [J]. *IEEE Trans. Neural Networks Learning System*, 2013, 24(10):1648 – 1659.
- [18] Glasner D, Bagon S, Irani M. Super-resolution from a single image [A]. *IEEE International Conference on Computer Vision*[C]. Kyoto, Japan:IEEE, 2009.
- [19] Kim K I, Kwon Y. Single-image super-resolution using sparse regression and natural image prior [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence*, 2010, 32(6):1127 – 1133.
- [20] 詹曙, 方琪, 杨福猛, 常乐乐, 闫婷. 基于耦合特征空间下改进字典学习的图像超分辨率重建[J]. *电子学报*, 2016, 44(5):1189 – 1195.
- Zhan S, Fang Q, Yang F M, Chang L L, et al. Image super-resolution reconstruction via improved dictionary learning based on coupled feature space[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(5):1189 – 1195. (in Chinese)
- [21] Farsiu S, Robinson M D, Elad M, Milanfar P. Fast and robust multi frame super resolution[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2004, 13(10):1327 – 1344.
- [22] Hardie R C, Barnard K J, Armstrong E A. Joint map registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1997, 6(12):1621 – 1633.
- [23] Zhang K, Gao X, Tao D, Li X. Single image super-resolution with non-local means and steering kernel regression [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2012, 21(11):4544 – 4556.
- [24] Marquina A, Osher S J. Image super-resolution by TV-regularization and Bergman iteration[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2008, 37(3):367 – 382.
- [25] Tai Y W, Liu S, Brown M S, Lin S. Super resolution using edge prior and single image detail synthesis [A]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision*

- and Pattern Recognition Proceedings [C]. San Francisco, CA, United States: IEEE, 2010, 2400 – 2407.
- [26] Yang J, Wright J, Ma Y, Huang T. Image super-resolution as sparse representation of raw image patches [A]. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Proceedings [C]. Anchorage, AK, United States: IEEE, 2008. 1 – 8.
- [27] Bayram I, Kamasak M E. Directional total variation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(12): 781 – 784.
- [28] Wang Q, Wu Z H, Sun M J, Liu T, et al. Single-image super-resolution using directional total variation regularization and alternating direction method of multiplier solver [J]. Journal of Electronic Imaging, 2015, 24(2): 023026.
- [29] Guo W, Qin J, Yin W. A new detail-preserving regularity scheme [R]. UCLA CAM Report, 2013, 13 – 04.
- [30] He B, Liao L, Han D, Yang H. A new inexact alternating directions method for monotone variational inequalities [J]. Mathematical Programming, 2002, 92(1): 103 – 118.
- [31] Bredies K, Kunisch K, Pock T. Total generalized variation [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3): 492 – 526.
- [32] Knoll F, Bredies K, Pock T, Stollberger R. Second order total generalized variation (TGV) for MRI [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2011, 65(2): 480 – 491.
- [33] Wu Z H, Lam F, Ma C, Liang Z P. Improved image reconstruction for subspace-based spectroscopic imaging using non-quadratic regularization [A]. Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society [C]. Chicago, IL, United States: IEEE, 2014, 2432 – 2435.
- [34] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, Simoncelli E P. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2004, 13(4): 600 – 612.

#### 作者简介



**伍政华** 男, 1987 年生于重庆市万州区, 2015 年获哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士学位。现为中国电子科技集团公司第三十八研究所工程师, 主要研究方向为稀疏优化算法、雷达信号处理、生物医学图像重建等。

E-mail: zhenghuahitchina@gmail.com



**孙明健 (通信作者)** 男, 1980 年生于山东潍坊, 2012 年获哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士学位, 现为哈尔滨工业大学(威海)副教授, 博士生导师, 信息与电气工程学院副院长。主要研究方向为智能检测处理与控制、光声成像技术与应用、水下探测与声呐成像、无人机自主控制及应用等。

E-mail: sunmingjian@hit.edu.cn