

基于辅助相位优化的 交替投影阵列综合算法

万 川, 韩玉兵, 盛卫星, 马晓峰, 张仁李

(南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏南京 210094)

摘 要: 本文提出一种新的方向图快速综合算法. 该方法基于交替投影算法(AP), 首先对目标方向图幅度进行限制, 其次引入了目标方向图相位变量并对其进行优化, 得到最佳目标方向图相位, 最后结合临近分裂方法来求解有约束的最小二乘问题(CLMS)以获得满足要求的激励. 相比于其他 AP 类算法只对方向图幅度进行限制的处理, 本文对方向图相位的优化处理有助于提高算法的收敛速度和性能. 实验结果表明, 无论有无激励约束的情况下, 该算法均能取得良好的优化效果, 且适用于任意阵列, 具有很好的推广能力.

关键词: 方向图综合; 交替投影; 方向图相位优化; 阵中天线方向图; 激励约束

中图分类号: TN821.8 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)11-2602-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.11.005

Pattern Synthesis with Auxiliary Phase Optimization Based on Alternating Projection

WAN Chuan, HAN Yu-bing, SHENG Wei-xing, MA Xiao-feng, ZHANG Ren-li

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

Abstract: A new method of fast pattern synthesis is presented in this paper. Under the framework of alternating projection (AP), the amplitudes of desired pattern is firstly constrained. Then the method adopts an auxiliary phase function to obtain the optimized phases of desired pattern. Finally, the required excitations can be obtained from a constrained least mean squares (CLMS), which is solved by the proximal splitting method. Compared with other methods based on AP, the optimization of pattern phase is helpful to improve the convergence speed and performance of the algorithm. The synthesized results show its high performance in the pattern synthesis with or without excitation constraints. The proposed method is suitable for the arbitrary arrays and has good generalization capability.

Key words: pattern synthesis; alternating projection; optimization of pattern phase; embedded element pattern; excitation constraints

1 引言

方向图综合问题可以看作是寻求最佳阵元激励系数的一般性优化问题. 这类优化问题包括最大化增益、最小化副瓣值、设计赋形波束等. 在天线研究领域, 阵列综合问题是一个广泛的课题, 它在很多领域都有应用, 比如雷达、声呐、射电天文学和卫星通信等^[1].

在很多情况下, 阵列综合问题的目的是使赋形波束的主瓣能够覆盖某一感兴趣的复杂区域, 并且为了避免区域外辐射以及由此导致的能量损失, 赋形波束

的旁瓣需要尽可能的低^[2,3]. 到目前为止, 已出现了不少阵列波束赋形的理论和方法^[4-9]. 早期的 Woodward-Lawson 法最早适用于直线阵, 后被延伸至圆阵和平面阵. 由于该类方法对主瓣波动度和旁瓣电平都缺乏控制, 因而促使了 Dolph-Chebyshev 分布和 Taylor 分布的出现. Dolph-Chebyshev 法利用 Chebyshev 多项式的性质, 可以在已知主瓣宽度的情况下使旁瓣电平最小或者在已知方向图副瓣电平的情况下使主瓣最窄. Taylor 在 Chebyshev 分布的基础上提出了 Taylor 分布, 其辐射特性与 Chebyshev 分布相近, 但其激励的幅度分布则比

Chebyshev 分布平缓,因而 Taylor 分布在口径天线和阵列天线中获得了广泛应用. 随后, Elliott 等人提出了不少方法将 Taylor 圆口径分布延伸至平面口径分布^[10-12]. 这类方法的主要缺点在于需要天线阵列结构为矩形栅格或者圆形栅格.

目前,由于计算机强大的计算能力,基于优化技术的迭代算法已成为波束赋形的一种强有力的工具,例如遗传算法、差分进化算法、模拟退火算法以及粒子群优化算法等^[13-18]. 此类算法计算复杂度高,应用在大型阵列上时效率较低. 近年来,半定松弛技术(SDR)经常被应用到阵列综合问题中,首先通过 SDR 将非凸优化问题转化为凸优化问题,然后再利用 CVX 等工具箱进行优化求解^[18]. 此外,交替投影法(AP)是一种非常有效及灵活的阵列综合算法,其对于直线阵、平面阵和共形阵都适用,并且赋形效果突出. 它不仅可以控制综合方向图的赋形区增益波动值和旁瓣电平,还可以对激励系数进行约束. Haddadi 等人在文献[19]提出了加权交替投影算法(WARP),该方法基于加权最小二乘(WLMS)和交集理论,实现了对某些特定点的精确控制以及一些不可避免的振荡的控制.

得益于 WARP 的启发,文献[20]提出了一种新的交替投影算法,该方法结合了 WARP 和临近分裂法,在求解有约束的激励系数时,利用临近分裂法有效求解有约束的加权最小二乘(CWLMS)问题. 本文在此基础上,引入了目标方向图相位变量并对其进行优化,得到最佳目标方向图相位,相比于其他 AP 类算法只对方向图幅度进行限制的处理,本文通过对方向图相位的优化处理不仅提高了算法的收敛速度,还可以获得更佳的赋形效果,相比于文献[18]类利用 CVX 等工具箱的方法,本文算法明显收敛更快,多个实验结果也充分说明了本文方法的有效性.

2 问题模型

假设一个任意排布并有 N 个阵元的天线阵列,其嵌入阵元方向图矩阵为 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$, 其中 $\mathbf{x}_n = [x_n(\theta_1, \varphi_1), \dots, x_n(\theta_K, \varphi_K)]^T$ 为第 n 个阵元在 K 个不同采样方向 $(\theta_k, \varphi_k) |_{k=1}^K$ 的方向图. 若阵元激励矢量为 $\mathbf{I} = [I_1, I_2, \dots, I_N]^T$, 则该阵列天线的远场辐射方向图为

$$\mathbf{F} = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{x}_n = \mathbf{X}\mathbf{I} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{F} = [F(\theta_1, \varphi_1), \dots, F(\theta_K, \varphi_K)]^T$. 阵列综合的目的是找到一组激励系数 $\{I_n, n=1:N\}$ 使得阵列远场方向图和激励均能满足一些特定的要求.

设方向图在某一采样方向 (θ_k, φ_k) 的上下界分别为 $M_U(\theta_k, \varphi_k)$ 和 $M_L(\theta_k, \varphi_k)$, 则该方向图的约束集可以定义为:

$$Y_P: M_L(\theta_k, \varphi_k) \leq |F(\theta_k, \varphi_k)| \leq M_U(\theta_k, \varphi_k), 1 \leq k \leq K \quad (2)$$

同理,激励幅度和相位的约束集可以表示为:

$$Y_E: \begin{cases} I_{\min} \leq |I_n| \leq I_{\max} \\ \phi_{\min} \leq \arg(I_n) \leq \phi_{\max} \end{cases}, 1 \leq n \leq N \quad (3)$$

其中, $|I_n|$ 和 $\arg(I_n)$ 分别为激励 I_n 的幅度和相位, I_{\max} 和 I_{\min} 分别为激励幅度的最大最小限值, ϕ_{\max} 和 ϕ_{\min} 分别为激励相位的最大最小限值. 显然,当考虑唯相位波束赋形时,需要限制 $I_{\min} = I_{\max}$.

此时,阵列综合求解最优激励系数的问题就可以等价于寻找约束集 Y_P 和 Y_E 的交集的问题.

3 算法描述

3.1 方向图幅度限制算子

根据 AP 算法,我们可以定义方向图约束集 Y_P 的投影算子 P_{Y_P} 为

$$P_{Y_P}: \mathbf{F} \rightarrow \bar{\mathbf{F}}_0 = \begin{cases} M_U e^{j\angle F}, |F| > M_U \\ F, M_L \leq |F| \leq M_U \\ M_L e^{j\angle F}, |F| < M_L \end{cases} \quad (4)$$

其中,为了使表达式简单明了,这里我们省略了观察坐标 (θ, φ) . $\mathbf{F} = [F(\theta_1, \varphi_1), \dots, F(\theta_K, \varphi_K)]^T$ 和 $\bar{\mathbf{F}}_0 = [\bar{F}_0(\theta_1, \varphi_1), \dots, \bar{F}_0(\theta_K, \varphi_K)]^T$ 分别表示投影前后的方向图. 由式(4)可知,在投影过程中方向图的幅度被修正到允许的范围,而相位始终保持不变.

3.2 方向图相位优化算子

在传统 AP 算法以及文献[19]和[20]等改进算法中,方向图幅度限制后,求解激励无约束问题时往往由如下无约束最小二乘问题(LMS)求解激励值

$$\min c\{\mathbf{I}\} = \|\bar{\mathbf{F}}_0 - \mathbf{X}\mathbf{I}\|^2 \quad (5)$$

其中 $\bar{\mathbf{F}}_0$ 为方向图幅度约束投影(4)后的临时方向图. 显然,将以 \mathbf{I} 为变量的代价函数 $c\{\mathbf{I}\}$ 展开后,令 $\partial c/\partial \mathbf{I} = 0$ 可以得到最优解为 $\hat{\mathbf{I}} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \bar{\mathbf{F}}_0$. 若激励有约束,则还需对该 LMS 解进行一定的激励约束投影操作.

3.2.1 辅助相位优化

在阵列综合过程中我们只需对方向图的幅度进行限制使其满足要求,对相位并无约束,因此可以引入一个辅助相位变量 $\Phi = [\Phi(\theta_1, \varphi_1), \dots, \Phi(\theta_K, \varphi_K)]^T$, 将其与激励系数 \mathbf{I} 同时作为代价函数 c 的自变量,此时式(5)可以改写为:

$$\min c\{\mathbf{I}, \Phi\} = \|\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}} \bar{\mathbf{F}}_{\text{phase}} - \mathbf{X}\mathbf{I}\|^2 \quad (6)$$

其中, $\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}} \bar{\mathbf{F}}_{\text{phase}}$ 为目标方向图, $\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}} = \text{diag}(|\bar{\mathbf{F}}|) = \text{diag}(|F_0|)$ 为目标幅度, $\bar{\mathbf{F}}_{\text{phase}} = e^{j\Phi}$ 为目标方向图的相位. 显然,式(6)的最优值要小于等于式(5). 将上式展开得到

$$c\{\mathbf{I}, \Phi\} = \mathbf{I}^H \mathbf{R} \mathbf{I} - \mathbf{I}^H \mathbf{r} - \mathbf{r}^H \mathbf{I} + R_0 \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{X}^H \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}} \bar{\mathbf{F}}_{\text{phase}} \\ R_0 &= \|\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}}\|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

此时,对于任意的相位函数 Φ 来说,令 $\partial c / \partial I = 0$ 可以得到使式(7)最小化的激励矢量:

$$\mathbf{I}_\Phi = \mathbf{B} \mathbf{r} \quad (9)$$

由式(8)可知, \mathbf{R} 为 Hermitian 矩阵,故 $\mathbf{B} = \mathbf{R}^{-1}$ 也是 Hermitian 矩阵. 将式(9)代入(7)可以得到与 \mathbf{I}_Φ 相对应的 c 的最小值为

$$d\{\Phi\} = c\{\mathbf{I}_\Phi, \Phi\} = R_0 - \mathbf{r}^H \mathbf{B} \mathbf{r} \quad (10)$$

至此,具有两个自变量的最小化问题简化为了只有一个自变量 Φ 的最小化问题.

将式(8)中 \mathbf{r} 改写为:

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_k^H \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},k} e^{j\Phi_k} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r_1, r_2, \dots, r_N]^T \\ r_n &= \sum_{k=1}^K x_{n,k}^* \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},k} e^{j\Phi_k} \\ \mathbf{X}_k^H &= \mathbf{X}^H(\theta_k, \varphi_k) \\ x_{n,k} &= x_n(\theta_k, \varphi_k), \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},k} = \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}}(\theta_k, \varphi_k), e^{j\Phi_k} = e^{j\Phi(\theta_k, \varphi_k)} \end{aligned} \quad (12)$$

将式(11)代入式(10)可得:

$$d\{\Phi\} = R_0 - \sum_{g=1}^K \sum_{h=1}^K J_{gh} \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},g} \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},h} e^{j(\Phi_g - \Phi_h)} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{J} = \mathbf{X}^* \mathbf{B} \mathbf{X}^T$ 是一个 $K \times K$ 维的矩阵,其元素为 J_{gh}
 $= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N B_{nm} x_{m,g}^* x_{n,h}$. 注意本文下标中两个字母间没有逗号的表示矩阵的行和列,比如 B_{mn} 为矩阵 \mathbf{B} 第 m 行 n 列元素,有逗号的如 $x_{m,g}$ 则表示第 m 个阵元的方向图在角度 (θ_g, φ_g) 的值. 由于 \mathbf{B} 为 Hermitian 矩阵,所以 \mathbf{J} 也为 Hermitian 矩阵,该性质在接下来的求导过程中会使用到.

为了使目标函数式(10)最小化,对于任意一个角度 $(\theta_\eta, \varphi_\eta)$ 的相位变量 Φ_η ,我们求其一阶导数和二阶导数分别为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial \Phi_\eta} &= 2\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},\eta} |Z_\eta| \sin(\Phi_\eta + \arg(Z_\eta)) \\ \frac{\partial^2 d}{\partial \Phi_\eta^2} &= 2\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},\eta} |Z_\eta| \cos(\Phi_\eta + \arg(Z_\eta)) \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $Z_\eta = \sum_{k=1, k \neq \eta}^K \bar{\mathbf{F}}_{\text{amp},k} J_{\eta k} e^{-j\Phi_k}$. 令 $\frac{\partial d}{\partial \Phi_\eta} = 0$ 且 $\frac{\partial^2 d}{\partial \Phi_\eta^2} > 0$, 则

$$\mathbf{P}_\Phi: \Phi_\eta = -\arg(Z_\eta) + 2\mu\pi, \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (15)$$

3.2.2 相位初值选取及迭代终止条件

可以看到,式(15)对方向图相位变量是逐个角度进行修正,每个角度的相位值与其它角度的相位值都

是相关的,这意味着需要事先为相位设定一组初值,这里我们选择 $\Phi^{(0)} = \arg(\bar{\mathbf{F}}_0)$. 设 $\Phi^{(0)} = [\Phi_1^{(0)}, \Phi_2^{(0)}, \dots, \Phi_K^{(0)}]$, 按照式(15)对 $\Phi_1^{(0)}$ 进行更新后可以得到 $\Phi_1^{(1)} = [\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(0)}, \dots, \Phi_K^{(0)}]$, 显然 $d\{\Phi^{(0)}\} \geq d\{\Phi_1^{(1)}\}$, 接着在 $\Phi_1^{(1)}$ 的基础上对 $\Phi_2^{(0)}$ 更新后得到 $\Phi_2^{(1)} = [\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, \Phi_3^{(0)}, \dots, \Phi_K^{(0)}]$, 依此类推,在对每个角度的相位都进行更新后,即完成了一次迭代,此时 $\Phi^{(1)} = [\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, \dots, \Phi_K^{(1)}]$, 显然 $d\{\Phi^{(0)}\} \geq d\{\Phi^{(1)}\} \geq \dots \geq d\{\Phi^{(t-1)}\}$, 其中 t 为迭代次数. 当满足以下条件时迭代终止:

$$\frac{d\{\Phi^{(t-1)}\} - d\{\Phi^{(t-2)}\}}{d\{\Phi^{(t-2)}\}} \leq \varepsilon \quad (16)$$

迭代终止界限 ε 为一个正实数. 将求得的最佳相位矢量 $\Phi_{\text{opt}} = \Phi^{(t-1)}$ 代入目标方向图 $\bar{\mathbf{F}}$, 即得到 $\bar{\mathbf{F}}_{\text{amp}} e^{j\Phi_{\text{opt}}}$.

3.3 激励投影算子

通过方向图幅度限制投影 \mathbf{P}_{Y_E} 以及相位优化运算 \mathbf{P}_Φ , 我们可以得到一个新的方向图 $\bar{\mathbf{F}}$. 对于激励有约束的方向图赋形问题,考虑如下有约束的最小二乘问题 (CLMS):

$$\hat{\mathbf{I}} = \arg \min_{\mathbf{I} \in Y_E} \left\{ \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{F}} - \mathbf{X}\mathbf{I}\|^2 \right\} \quad (17)$$

显然,上述 CLMS 问题可以等价于无约束问题:

$$\hat{\mathbf{I}} = \arg \min_{\mathbf{I}} \left\{ \ell(\mathbf{I}) + \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{F}} - \mathbf{X}\mathbf{I}\|^2 \right\} \quad (18)$$

其中 ℓ 为激励约束集 Y_E 的示性函数:

$$\ell: \mathbf{I} \rightarrow \begin{cases} 0, & \mathbf{I} \in Y_E \\ +\infty, & \mathbf{I} \notin Y_E \end{cases} \quad (19)$$

由文献[20~22]可知,式(18)可以利用前后向分裂迭代方法进行求解得到:

$$\mathbf{P}_E: \mathbf{I}^{(p+1)} = \mathbf{P}_{Y_E} \mathbf{P}_U \mathbf{I}^{(p)} \quad (20)$$

其中 $p = 0, 1, \dots, (P-1)$ 为求解激励 \mathbf{I} 时的迭代次序. 式(20)的具体推导可以参照文献[20]. $\mathbf{P}_U \mathbf{I} = \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{I} + \lambda \mathbf{X}^H (\bar{\mathbf{F}} - \mathbf{X}\mathbf{I})$ 为前向梯度步骤, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$, $\lambda = [(\mathbf{S}^{(p)})^H \mathbf{S}^{(p)}] [(\mathbf{S}^{(p)})^H \mathbf{R} \mathbf{S}^{(p)}]^{-1}$ 为步长参数,且 $\mathbf{S}^{(p)} = \mathbf{X}^H (\bar{\mathbf{F}} - \mathbf{X}\mathbf{I}^{(p)})$, $\mathbf{R} = \mathbf{X}^H \mathbf{X}$. \mathbf{P}_{Y_E} 为后向步,同时也是激励约束集 Y_E 的投影算子,即 $\mathbf{P}_{Y_E} = \mathbf{P}_{\text{amp}} \mathbf{P}_{\text{phase}}$, \mathbf{P}_{amp} 和 $\mathbf{P}_{\text{phase}}$ 分别为激励幅度约束和激励相位约束的投影算子:

$$\mathbf{P}_{\text{amp}}: \alpha_n \rightarrow \bar{\alpha}_n = \begin{cases} I_{\max} e^{j\angle \alpha_n}, & |\alpha_n| > I_{\max} \\ \alpha_n, & I_{\min} \leq |\alpha_n| \leq I_{\max}, 1 \leq n \leq N \\ I_{\min} e^{j\angle \alpha_n}, & |\alpha_n| < I_{\min} \end{cases} \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{\text{phase}}: \alpha_n \rightarrow \bar{\alpha}_n = \begin{cases} |\alpha_n| e^{j\phi_{\min}}, & \arg(\alpha_n) > \phi_{\max} \\ \alpha_n, & \phi_{\min} \leq \arg(\alpha_n) \leq \phi_{\max}, 1 \leq n \leq N \\ |\alpha_n| e^{j\phi_{\max}}, & \arg(\alpha_n) < \phi_{\min} \end{cases} \quad (22)$$

激励迭代过程式(20)的初值可以通过将求得的最佳相位 Φ_{opt} 代入式(9)计算得到,即 $\mathbf{I}^{(0)} = \mathbf{I}_\phi$.

3.4 综合方向图

在求得激励初值后,将其代入式(20)并进行 P 次迭代后可以得到最优激励矢量 \mathbf{I} . 由场方向图与激励系数之间的线性关系我们可以得到一个新的综合方向图:

$$\mathbf{P}_F : \mathbf{F} = \mathbf{X}\mathbf{I} \quad (23)$$

总的来说,本文提出的方向图赋形算法可以总结为:

$$\mathbf{F}^{(q+1)} = \mathbf{P}_F \mathbf{P}_k \mathbf{P}_\phi \mathbf{P}_{Y_r} \mathbf{F}^{(q)} \quad (24)$$

其中 $q=0,1,\dots,Q-1$ 为整个算法的迭代次序.

3.5 算法总结

综上所述,本文提出的方向图综合算法详细流程如算法 1 所示. 相对于原有 AP 类算法只将激励 \mathbf{I} 作为自变量的最小二乘解,本文给出的基于辅助相位优化的最优解具有更好的收敛性和赋形效果,这在第 4 节的仿真实验中也可以看出来. 此外,在求解凸优化问题时利用临近分裂算法可以适当提高收敛性和稳定性,并减小迭代结果的振荡^[20].

算法 1 方向图综合算法流程

- 步骤 1 初始化远场方向图 \mathbf{F} 和方向图上下界 M_U, M_L 等参数;
 步骤 2 根据式(4)由 \mathbf{P}_{Y_r} 对远场方向图 \mathbf{F} 进行幅度限制投影得到临时方向图 $\bar{\mathbf{F}}_0$;
 步骤 3 根据式(15)得到优化相位并更新目标方向图 $\bar{\mathbf{F}}$;
 步骤 3.1 求出矩阵 $\mathbf{J} = \mathbf{X}^* \mathbf{B}\mathbf{X}^T$;
 步骤 3.2 根据 \mathbf{P}_ϕ 逐个角度更新相位变量 $\Phi_k \stackrel{K}{k=1}$;
 步骤 3.3 根据式(16),若不满足迭代终止条件则返回步骤 3.2;
 步骤 3.4 更新目标方向图 $\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_{amp} e^{j\Phi_{opt}}$;
 步骤 4 激励投影求解 CLMS 问题:
 步骤 4.1 根据式(9)求出迭代式(20)中的激励初值 $\mathbf{I}^{(0)} = \mathbf{I}_\phi$;
 步骤 4.2 计算前向迭代步 $\mathbf{P}_U \mathbf{I}$;

步骤 4.3 通过激励约束投影算子 \mathbf{P}_{Y_k} 对激励施加约束;

步骤 4.4 若不满足迭代终止条件,则返回步骤 4.2;

步骤 5 根据式(23)计算得到综合方向图 \mathbf{F} ;

步骤 6 若 \mathbf{F} 满足要求,则迭代终止;否则,返回步骤 2 继续运行.

4 计算机仿真与性能分析

为了验证本文提出算法的有效性,本节针对线性阵列和平面阵列分别做了仿真实验,并与文献[18]和[20]的仿真结果进行比较分析. 其中,实验 1 和实验 2 为线阵,实验 3 为面阵,实验 1 的激励无约束,实验 2 分为激励无约束部分和激励有约束部分,实验 3 则为激励有约束的仿例. 由于文献[18]方法无法对激励进行任意约束,所以激励有约束的仿例只对比了本文方法与文献[20]方法. 表 1 罗列了不同实验结果的性能参数,注意这里的迭代次数是指外迭代次数,文献[18]方法的迭代次数是指完整运行 CVX 过程的次数,并不是指 CVX 内部迭代次数,所有实验均在同一台台式机上完成(Intel Core i5-4590 CPU@3.30GHz, RAM 4.00GB). 此外,为了说明本文方法通过对方向图相位的优化大大提高了算法的收敛速度,在实验 1 和实验 2 中分别给出了三种方法的第一次外迭代结果. 同时为了不失一般性,所有实验的初始激励值均设为全 1.

实验 1 考虑一个均匀分布的线阵,其 31 个阵元均各向同性,阵元间隔为 0.5λ . 期望方向图为一个平顶波束,其主瓣区域为 $70^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$,要求波动度小于 0.5dB ,旁瓣区域为 $0^\circ \leq \theta \leq 62^\circ, 118^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$,要求最大旁瓣电平(SLL)小于 -60dB . 图 1 为三种不同方法的仿真结果对比,图 1(a)为只迭代一次的综合方向图,可以看到此时文献[20]的结果还很糟糕,文献[18]的旁瓣满足要求但主瓣性能较差,本文方法的主瓣基本满足波动度要求,但旁瓣还稍有欠缺. 图 1(b)为三种方法

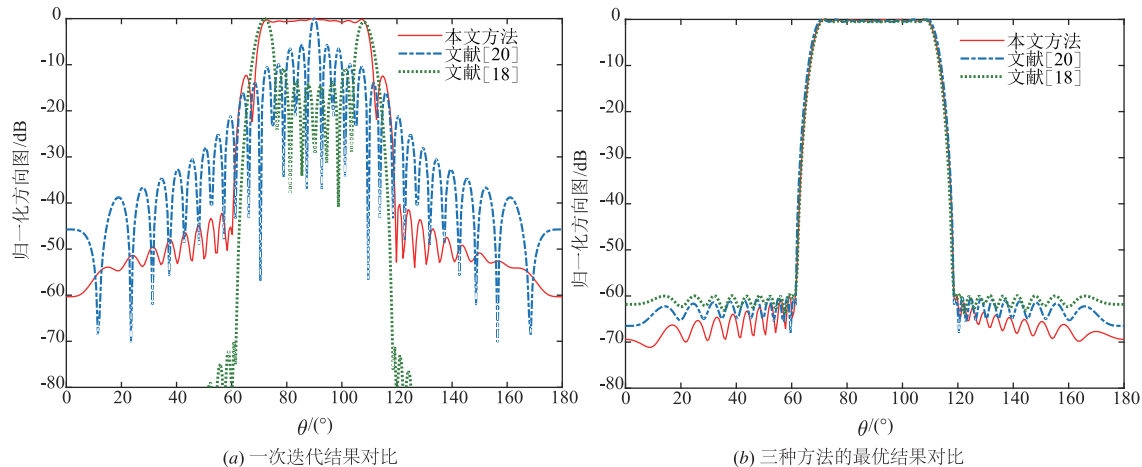


图1 平顶波束赋形结果对比

分别得到的最佳综合方向图,结合表1可以看到,尽管三种方法的仿真结果性能差不多且都满足要求,相对其他两种方法,本文方法具有更快的收敛速度和更低的旁瓣.

实验2 考虑一个均匀分布的线阵,其12个阵元均为各向同性天线,阵元间隔为 0.5λ .如图2所示,期望的余割方向图的主瓣区域角度为 99° 到 134° ,主瓣波动度要求小于 0.5dB ,最大SLL要求在 -30dB 以下.本实验内容分为两部分,第一部分为激励无约束赋形,第二部分为激励幅度和相位均受约束赋形,激励幅度要求 $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 6.5$ (16.3dB),相位要求 $\phi_{\max} = -\phi_{\min} = 50^\circ$.图2为激励无约束时不同方法的仿真结果对比,图2(a)为三种方法均只进行一次迭代的结果对比,可以看到相比于两种对比算法,本文方法的方向图明显与期望方向图更加吻合,且旁瓣已满足要求,证明了辅助相位优化对算法收敛性的改善.图2

(b)为三种方法在同等条件下分别得到的最优结果,可以看到本文方法与文献[20]方法的仿真结果均满足要求,且本文方法的方向图副瓣更低,主瓣波动度更小,且运行时间更短为 0.12s .图3为激励有约束情况下本文方法和文献[20]方法的仿真结果对比,由图3(a)可以得到,本文方法第一次迭代得到的综合方向图已基本符合期望方向图曲线,图3(b)为两种算法的最佳赋形结果对比,结合表1可以看到,本文方法的综合方向图具有更好的性能,其主瓣波动度和最大SLL分别为 0.5dB 和 -30.5dB ,CPU运行时间为 2.55s ,文献[20]方法的主瓣波动度和最大SLL分别为 0.68dB 和 -30.45dB ,CPU运行时间为 14.23s .图3(c)和3(d)分别为本文方法和文献[20]方法的激励幅度(dB)和相位($^\circ$)分布,可以看到这两种方法得到的激励幅度波动度均小于 16.3dB ,激励相位在 $-50^\circ \sim 50^\circ$ 之间.

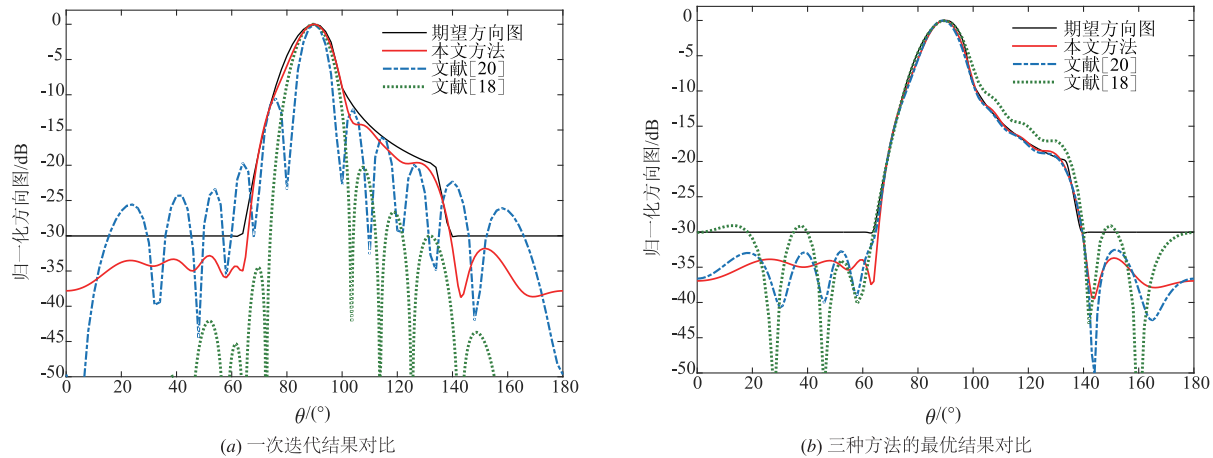


图2 激励无约束时余割方向图赋形结果对比

表1 不同实验结果的参数对比

| | 激励约束 | 方法 | Ripple (dB) | SLL (dB) | 迭代次数 | CPU 时间 (s) |
|-------------------------------|---|--------|-------------|-----------------|-------|------------|
| 实验1 $N = 31$ $K = 300$ | / | 本文 | 0.50 | -60.01 | 1430 | 23.59 |
| | | 文献[20] | 0.51 | -59.97 | 10200 | 31.52 |
| | | 文献[18] | 0.50 | -60.00 | 7 | 154.35 |
| 实验2 $N = 12$ $K = 91$ | / | 本文 | 0.49 | -33.74 | 15 | 0.12 |
| | | 文献[20] | 0.51 | -32.46 | 390 | 0.20 |
| | | 文献[18] | 2.32 | -29.10 | 6 | 8.09 |
| | $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 6.5, \phi_{\max} = 50^\circ$ | 本文 | 0.50 | -30.50 | 96 | 2.55 |
| | | 文献[20] | 0.68 | -30.45 | 839 | 6.32 |
| 实验3 $N = 10$ $K = 2500$ | $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 2$ | 本文 | 1.60 | -13.22 / -34.66 | 5 | 8.98 |
| | | 文献[20] | 2.00 | -13.08 / -29.59 | 2025 | 12.63 |

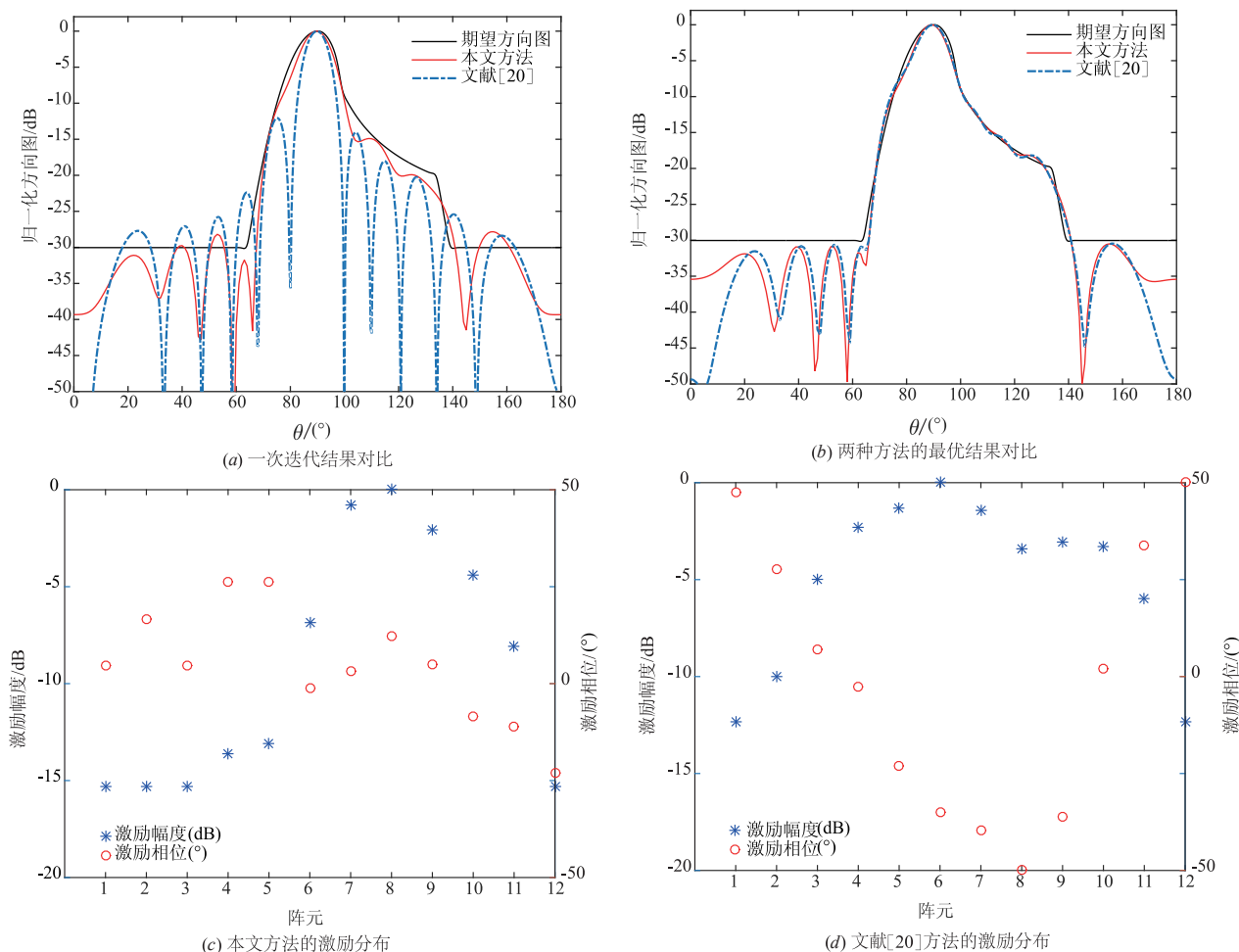


图3 激励有约束时余割方向图赋形结果对比

实验 3 考虑一个反射面天线,如图 4(a) 所示馈源阵面由 10 个馈源组成,等间距蜂窝状排列,坐标原点位于阵面中心,阵元间距 23mm,馈源方向图由 HFSS 软件仿真得到。图 4(b) 为期望方向图的脚印图,其中椭圆主瓣长轴为 $\pm 1^\circ$,短轴为 $\pm 0.5^\circ$,绕原点逆时针旋转 56° ,中心零陷圆的半径为 0.1° 。要求主瓣波动度小于 2dB,最大 SLL 低于 -13dB ,中心零深达到 -30dB ,同时要求激励幅度限制为 $\frac{I_{\max}}{I_{\min}}=2(6\text{dB})$ 。图 5 为本文方法的仿真结果,图 5(a) 为归一化的综合方向图,图 5(b) 和图 5(c) 分别为

椭圆长轴切面和短轴切面方向图,图 5(d) 为 -3dB 、 -13dB 和 -30dB 的等高线图,可以看到旁瓣满足要求低于 -13dB ,且中心零深达到 -34.66dB 。图 6 为文献[20] 方法的仿真结果,从图 6(b)、图 6(c) 和图 6(d) 可以看到,综合方向图的旁瓣电平为 -13.08dB ,中心零深为 -29.59dB 。表 2 为由两种赋形方法分别得到的归一化阵元激励幅度值,其激励幅度波动度均在 6dB 内,满足赋形要求。该计算结果已经成功应用到我国某型通信卫星的抗干扰赋形波束设计中。

表 2 实验 3 的归一化阵元激励幅度分布

| 阵元(n) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 本文方法 | 0.5821 | 0.6819 | 1.0000 | 0.6450 | 0.5538 | 0.7016 | 0.5208 | 1.0000 | 0.6910 | 0.6963 |
| 文献[20]方法 | 0.6987 | 0.6486 | 1.0000 | 0.6443 | 0.5012 | 0.6840 | 0.5012 | 1.0000 | 0.7152 | 0.7513 |

5 结论

本文提出了一种新的基于辅助相位优化的交替投影阵列综合算法。该算法在文献[20]方法的基础上引入了

方向图相位优化,相比于其他 AP 类算法只对方向图幅度进行限制的处理,本文对方向图相位的优化处理有助于提高算法的收敛速度和性能。为了说明本文算法的有效性,针对线阵和平面阵均给出了一些仿真实验,同时面

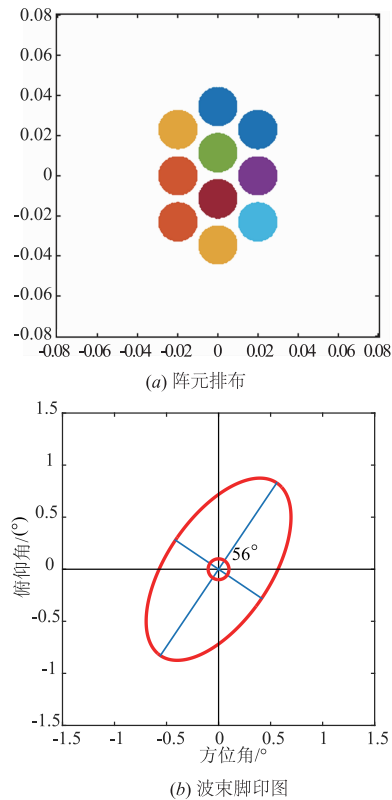


图4 阵列结构和波束覆盖区域

阵仿真考虑了阵中天线方向图. 从实验结果可以看到, 相比于文献[20]和文献[18]的方法, 本文算法的第一次迭代均能得到较好的结果, 且最佳仿真结果也优于其他两种方法. 本文算法适用于任意阵列形式, 易于添加和处理方向图约束和阵元激励约束, 适应性较强.

参考文献

- [1] Balanis C A. Antenna Theory: Analysis and Design [M]. New York: Wiley-Interscience, 2005.
- [2] Aghasi A, Amindavar H, Miller E L, et al. Flat-top footprint pattern synthesis through the design of arbitrary planar-shaped apertures [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2010, 58(8): 2539 - 2552.
- [3] Dohmen C, Odendaal J W, Joubert J. Synthesis of conformal arrays with optimized polarization [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2007, 55(10): 2922 - 2925.
- [4] Marciano D, Durán F. Synthesis of array antenna using genetic algorithms [J]. IEEE Antennas & Propagation Magazine, 2000, 42(3): 12 - 20.
- [5] Fan Y, Jin R, Wu Z, et al. Pattern synthesis of linear arrays using a hybrid optimization algorithm [A]. International Conference on Signal Processing [C]. Hangzhou, China, 2004. 428 - 430.

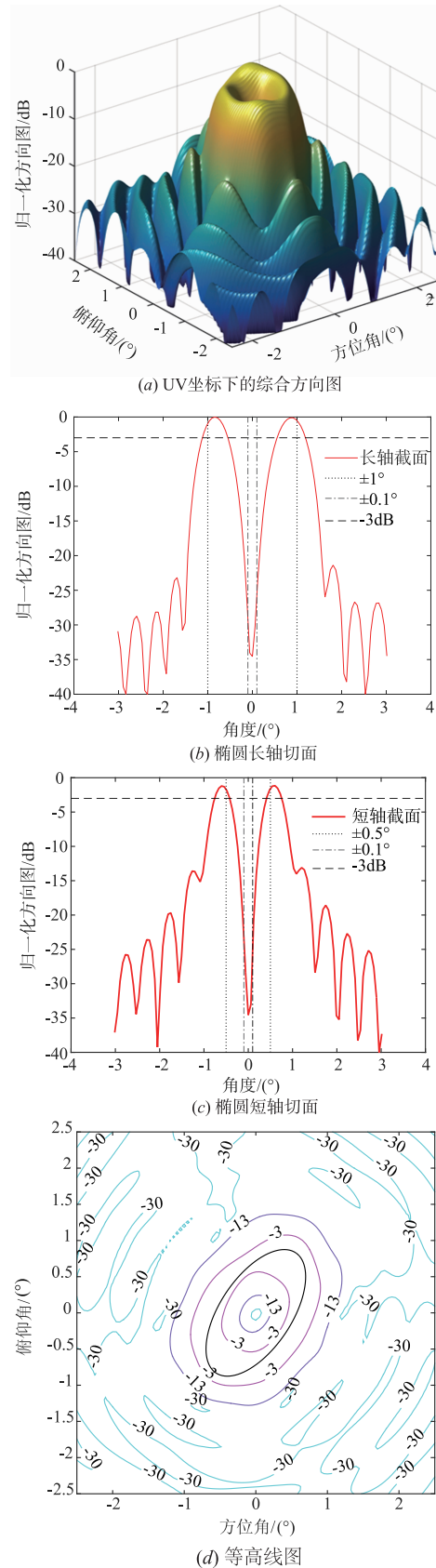


图5 本文方法的仿真结果

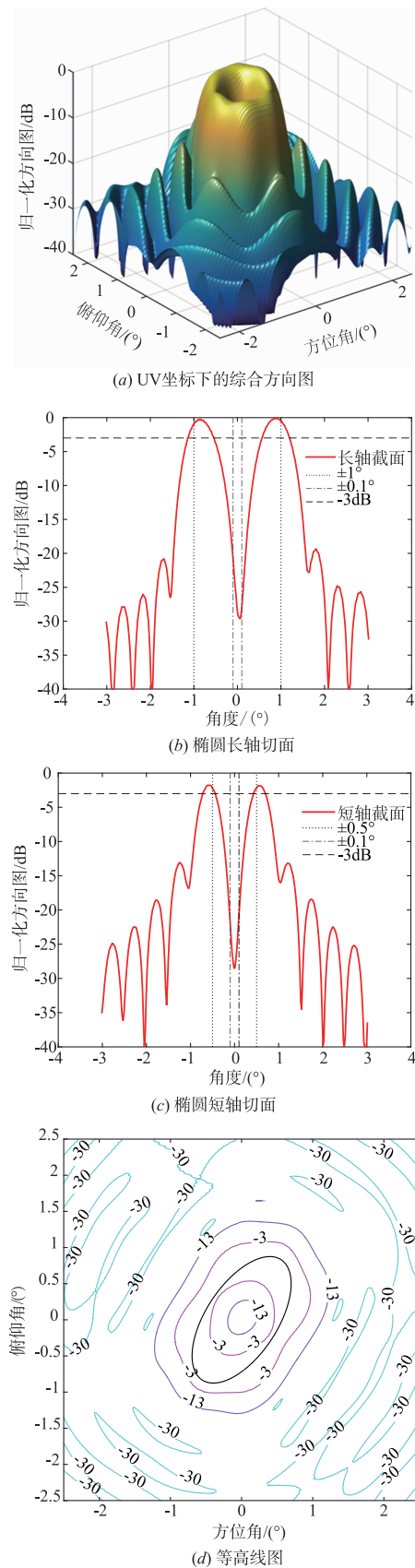


图6 文献 [20] 方法的仿真结果

- [6] Farhat N H, Bai B. Phased-array antenna pattern synthesis by simulated annealing [J]. Proceedings of the IEEE, 1987, 75 (6) : 842 – 844.
- [7] Guy R F E. General radiation-pattern synthesis technique for array antennas of arbitrary configuration and element type [J]. Microwaves Antennas & Propagation IEE Proceedings H, 1988, 135 (4) : 241 – 248.
- [8] Wen Y, Gan W S, Yang J. Nonlinear least-square solution to flat-top pattern synthesis using arbitrary linear array [J]. Signal Processing, 2005, 85 (9) : 1869 – 1874.
- [9] 何学辉, 吴兆平, 吴顺君. 一种任意阵的方向图模值综合方法 [J]. 电子学报, 2010, 38 (10) : 2292 – 2296.
HE Xue-hui, WU Zhao-ping, WU Shun-jun. Pattern synthesis with desired magnitude response for arbitrary arrays [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38 (10) : 2292 – 2296. (in Chinese)
- [10] Ares F, Elliott R S, Moreno E. Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1994, 42 (11) : 1509 – 1514.
- [11] Elliott R S, Stern G J. Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution [J]. IEE Proceedings H-Microwaves, Antennas and Propagation, 1988, 135 (6) : 366 – 370.
- [12] Elliott R S, Stern G J. Footprint patterns obtained by planar arrays [J]. Microwaves Antennas & Propagation IEE Proceedings H, 1990, 137 (2) : 108 – 112.
- [13] Elkamchouchi H M, Hassan M M. Array pattern synthesis approach using a genetic algorithm [J]. IET Microwaves Antennas & Propagation, 2014, 8 (14) : 1236 – 1240.
- [14] Zhang F, Jia W, Yao M. Linear aperiodic array synthesis using differential evolution algorithm [J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2013, 12 (9) : 797 – 800.
- [15] Ferreira J A, Ares F. Pattern synthesis of conformal arrays by the simulated annealing technique [J]. Electronics Letters, 1997, 33 (14) : 1187 – 1189.
- [16] 袁智皓, 耿军平, 金荣洪, 范瑜. 基于改进的粒子群算法的二维阵列天线方向图综合技术 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29 (5) : 1236 – 1239.
YUAN Zhi-hao, GENG Jun-ping, JING Rong-hao, FAN Yu. Pattern synthesis of 2-D arrays based on a modified particle swarm optimization algorithm [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29 (5) : 1236 – 1239. (in Chinese)
- [17] 王婷, 夏克文, 张文梅, 白建川. 基于改进 QPSO 算法的阵列天线方向图综合 [J]. 电子学报, 2013, 41 (6) : 1177 – 1182.
WANG Ting, XIA Ke-wen, ZHANG Wen-mei, BAI Jian-chuan. Pattern synthesis of array antenna with modified

- quantum particle swarm optimization algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41 (6): 1177 – 1182. (in Chinese)
- [18] Fuchs B. Application of convex relaxation to array synthesis problems [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2014, 62(2): 634 – 640.
- [19] Haddadi A, Ghorbani A, Rashed-Mohassel J. Cosecant-squared pattern synthesis using a weighted alternating reverse projection method [J]. Iet Microwaves Antennas & Propagation, 2011, 5(15): 1789 – 1795.
- [20] Han Y, Wan C, Sheng W, et al. Array synthesis using weighted alternating projection and proximal splitting [J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 1006 – 1009.
- [21] Combettes P L, Va A, Wajs E R. Signal recovery by proximal forward-backward splitting [J]. Siam Journal on Multiscale Modeling & Simulation, 2005, 4 (4): 1168 – 1200.
- [22] Bauschke H H, Burachik R S, Combettes P L, et al. Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering [M]. Berlin: Springer, 2011.

作者简介



万川女, 1991年7月出生于江苏泰州。2013年获得南京理工大学工科学士学位。现为南京理工大学电子工程与光电技术学院信息与通信工程专业博士研究生。主要研究方向为阵列信号处理、阵列天线波束赋形。
E-mail: CWan_pawan@163.com



韩玉兵(通信作者)男, 1971年11月出生于江苏江都。2006年毕业于东南大学无线电工程系, 获工学博士学位。现为南京理工大学电子工程与光电技术学院教授, 博士生导师。主要研究方向为阵列天线设计、阵列信号处理、微波系统建模、数字图像处理等。
E-mail: hanyb@njjust.edu.cn