

基于学生 t 分布的鲁棒分层模糊算法 及其在图像分割中的应用

徐 超¹, 詹天明¹, 孔令成², 张 辉^{1,2}

(1. 南京审计大学工学院, 江苏南京 211815; 2. 南京信息工程大学计算机与软件学院, 江苏南京 210044)

摘 要: 著名的模糊 C 均值算法 (FCM) 一直被视为图像分割应用中一个强有力的工具. 然而, 由于 FCM 中距离函数选择问题使得其对图像噪声的鲁棒性不足. 本文提出了一个新的分层模糊 C 均值算法, 使得传统的模糊 C 均值算法对于图像噪声和离群点有更好的鲁棒性. 在此基础上引入了一个更加灵活的函数, 即将距离函数本身看作是一个子学生 t 分布函数. 使分层模型具有更好的通用性和灵活性. 本文提出的算法可以扩展到其他基于 FCM 模型的算法实现, 以获得更优的鲁棒性. 实验结果表明本文提出新的分层模糊 C 均值算法的鲁棒性确实有效.

关键词: 分层算法; 模糊 C 均值; 图像分割; 学生 t 分布

中图分类号: TP37 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)07-1695-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.07.020

A Robust Hierarchical Fuzzy Algorithm with Student's t -Distribution for Image Segmentation Application

XU Chao¹, ZHAN Tian-ming¹, KONG Ling-cheng², ZHANG Hui^{1,2}

(1. School of Technology, Nanjing Audit University, Nanjing, Jiangsu 211815 China;

2. School of Computer & Software, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044 China)

Abstract: The well-known fuzzy c-means algorithm (FCM) has been regarded as a useful tool for image segmentation application. However, it is still insufficient in the robustness to image noise due to the distance function selection in FCM. In this paper, we propose a new hierarchical fuzzy algorithm to make the traditional fuzzy c-means more robust to image noise and outliers. We introduce a more flexible function which considers the distance function itself as a sub-FCM with student's t -distribution. Thus, our hierarchical model is general and flexible enough to deal with outliers and noises. Our algorithm can be extended to any other FCM-based models to achieve superior performance. Experimental results demonstrate the improved robustness and effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: hierarchical algorithm; fuzzy c means; image segmentation; student's t -distribution

1 引言

图像分割是机器人视觉、目标识别和医学图像处理等许多图像处理应用领域中重要以及最困难的问题之一. 虽然有不同图像分割方法^[1,2]被提出, 但是由于叠加密度的影响, 图像对比度低以及噪声原因使得图像分割依然被广大研究学者所关注. 在过去的几十年中, 模糊分割方法, 尤其是模糊 C-均值算法 (FCM)^[3,4], 已被广泛的研究并成功应用于聚类和图像

分割领域.

FCM 算法是由 Ruspini 和 Bezdek 在 1981 年提出, 目前被广泛使用在聚类分析, 图像处理, 机器学习等领域中. 它是一种基于划分的聚类算法, 它的思想就是使得被划分到同一簇的对象之间的相似度最大, 而不同簇之间的相似度最小. FCM 算法是普通 C 均值算法的改进, 普通 C 均值算法对于数据的划分是硬性的, 而 FCM 则是一种柔性的模糊划分. FCM 算法是一种非监督的模糊聚类方法, 将 FCM 算法运用到图像分割中, 能

收稿日期: 2016-11-09; 修回日期: 2017-02-27; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61572257, No. 61640220); 江苏省高校自然科学研究重大项目 (No. 16KJA52002); 江苏省“六大人才高峰”高层次人才资助项目 (No. 2015-XXRJ-015); 南京审计大学政府审计重点项目 (No. D2010530068)

有效地处理图像中存在的模糊性和不确定性问题,他们的模糊性,使聚类过程能够比硬聚类方法保留更多的原始图像信息.

虽然 FCM 算法通常对非噪声图像有效,但其在对图像噪声,离群点和其他成像伪影方面依然薄弱.这是由于标准 FCM 中的欧氏距离函数对于噪声没有较强的鲁棒性. 现有的一些方法已经对标准 FCM 做了改进^[5-12],使用了许多更强大有效的替代函数代替 FCM 算法中的距离函数. 例如,研究人员^[5,6]建议使用城区距离(L1)代替标准 FCM 中的欧氏距离(L2). Bobrowski^[7]等人用 L1 和 L ∞ 范数代替 FCM 中的欧氏距离 L2. 文献[8]提出了一个更一般的研究,使用 L p 范数距离,文献[5~7]可看作其的一个特例. 最近,吴等人^[12]表明,适合 FCM 的距离函数可以直接用连续可微的凸函数推导得到. 在 FCM 的距离函数的选择上,他们的方法提供了更多的灵活性,同时利用了算术质心保持了 FCM 的简单有效性. 不过他们的方法只适用于欧氏距离,不能扩展到其他距离函数上.

上述这些方法都是考虑使用更强大有效的距离函数代替 FCM 中的欧氏距离. 在本文中,我们提出了一种简单而有效的算法,分层模糊 c 均值算法(hierarchical fuzzy c-means, HFCM). 该算法是受分层混合专家(hierarchical mixture of experts, HME)^[13]算法启发得到的. 分层混合专家模型是用来估计条件分布的一般模型. 通常情况下,这些模型先选定一个网络(network),将问题分解成更小的子问题和专家网络(experts network),以用来解决每个子问题. 和 HME 类似,我们的算法假设距离函数是由一个子 FCM 估计得到. 在标准的 FCM 中,该距离函数用欧氏距离表示;即 L2 范数. 然而在我们的算法中,每一个分类中的距离函数是由两个或三个子分类的 FCM 所构成,因此可以更好的近似非欧氏距离函数(如 γ 函数或者对数伽玛距离的合成孔径雷达(SAR)图像处理等). 在子分类的 FCM 距离函数选择上,我们采用了鲁棒性较强的学生 t 分布(student's t -distribution). 此外,基于该算法的思想可以扩展到不同的距离函数,如 L p 范数和核距离等,因此,我们的算法比标准的 FCM 具有更好灵活性和通用性.

2 FCM 算法简介

针对将 N 个点分为 k 个簇的聚类问题, Dunn^[3] 和 Bezdek^[4] 提出了模糊 C 均值聚类算法. 在标准的 FCM 算法,需要被最小化的模糊目标函数为:

$$J_m = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K u_{ij}^m d(y_i, \mu_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K u_{ij}^m d_{ij} \quad (1)$$

这里 y_i 为像素点 i 的灰度值, N 为图像总的像素个数, k 为类的数目, u_{ij} 为像素点 y_i 属于 j 类的隶属度, m 是隶

属函数 u_{ij} 的权重系数, μ_j 表示第 j 类像素点的聚类中心. $d(y_i, \mu_j)$ 是点 y_i 与聚类中心 μ_j 之间的距离测度,称为距离函数. 在标准 FCM 中,通常使用距离函数为欧几里得距离.

3 新的分层模糊 C 均值算法

本文引入了更加灵活的模糊算法称为基于学生的 t 分布的分层 FCM (HFCM), 该算法简单,方便,易于实现. 假设在传统的 FCM 中距离函数本身是一个子模糊模型. 在这种情况下,标准 FCM 中的距离函数可以定义为:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^K w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk} \quad (2)$$

这里式(2)中的子距离函数 \bar{d}_{ijk} 可认为是基于学生 t 分布的条件概率 p , 如下所示:

$$\bar{d}_{ijk} = -\log p(y_i | \theta_{jk}) \quad (3)$$

θ_{jk} 表示均值为 μ_{jk} , 方差为 Σ_{jk} , 自由度为 v 的多变量学生 t 分布的参数. 如下公式所示:

$$\begin{aligned} p(y_i | \theta_{jk}) &= p(y_i | \mu_{jk}, \Sigma_{jk}, v_{jk}) \\ &= \frac{\Gamma(v_{jk}/2 + p/2)}{\Gamma(v_{jk}/2)} \frac{|\Sigma_{jk}|^{-1/2}}{(\pi v_{jk})^{p/2}} \\ &\quad \cdot \left[1 + \frac{(y_i - \mu_{jk})^T \Sigma_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk})}{v_{jk}} \right]^{-(v_{jk}+p)/2} \end{aligned} \quad (4)$$

事实上,该算法也可以被看作一个两层 FCM: (1) 在第一层中,原始数据级由第一类 J 分类区分;(2) 在每个 j 类中,每个数据再由第二类 K 分类区分. 将式(2)代入到式(1)中,算法的目标函数为:

$$J_{mn} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{ij}^m w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk} \quad (5)$$

这里 \bar{d}_{ijk} 是子距离函数, w_{ijk} 为子隶属度函数,满足条件 $\sum_{k=1}^K w_{ijk} = 1$. 隶属度函数 u_{ij} 满足条件 $\sum_{j=1}^J u_{ij} = 1$.

4 参数估计与算法设计

和标准 FCM 函数类似,也可以同样最小化式(5)中的目标函数 J_{mn} . 将 J_{mn} 分别对 u_{ij} , w_{ijk} 和 θ_{jk} 求偏导数(对某一变量求偏导时将其余参数看作常数),并将其设为零即可得到局部极值.

首先考虑对隶属度和子隶属度求解,对于隶属度函数 u_{ij} 和子隶属度函数 w_{ijk} 是有条件约束的,在 $\sum_{j=1}^J u_{ij} = 1$ 和 $\sum_{k=1}^K w_{ijk} = 1$ 的条件约束下,利用拉格朗日乘法将约束条件整合到目标函数中,得到:

$$J'_{mn} = J_{mn} + \alpha \left(1 - \sum_{j=1}^J u_{ij} \right) + \beta \left(1 - \sum_{k=1}^K w_{ijk} \right) \quad (6)$$

然后将 J'_{mn} 对隶属度 u_{ij} 求偏导,并设为零,得到:

$$\frac{\partial J'_{mn}}{\partial u_{ij}} = \sum_{k=1}^K m u_{ij}^{m-1} w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk} - \alpha = 0 \quad (7)$$

并求得 u_{ij} 的解为:

$$u_{ij} = \left(\frac{m}{\alpha}\right)^{1/(1-m)} \left(\sum_{k=1}^K w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk}\right)^{1/(1-m)} \quad (8)$$

为了消去参数 α ,我们重新使用约束条件 $\sum_{j=1}^J u_{ij} = 1$,

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{j=1}^J u_{ij} = \sum_{j=1}^J \left(\frac{m}{\alpha}\right)^{1/(1-m)} \left(\sum_{k=1}^K w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk}\right)^{1/(1-m)} \\ &= \left(\frac{m}{\alpha}\right)^{1/(1-m)} \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk}\right)^{1/(1-m)} \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)中 j 改写成 h ,并代入式(8)中,最终得到

$$J_{mn(\mu_k)} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{ij}^m w_{ijk}^n \left\{ \frac{v_{jk} + p}{2} \log \left[1 + \frac{(y_i - \mu_{jk})^T \sum_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk})}{v_{jk}} \right] \right\} \quad (12)$$

$$J_{mn(\Sigma_k^{-1})} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{ij}^m w_{ijk}^n \left\{ \frac{v_{jk} + p}{2} \log \left[1 + \frac{(y_i - \mu_{jk})^T \sum_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk})}{v_{jk}} \right] - \log \frac{|\sum_{jk}^{-1}|^{-1/2}}{(\pi v_{jk})^{p/2}} \right\} \quad (13)$$

$$J_{mn(v_k)} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{ij}^m w_{ijk}^n \left\{ \frac{v_{jk} + p}{2} \log \left[1 + \frac{(y_i - \mu_{jk})^T \sum_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk})}{v_{jk}} \right] - \log \frac{\Gamma(v_{jk}/2 + p)}{\Gamma(v_{jk}/2)} \right\} \quad (14)$$

分别对均值 μ_{jk} 和方差 Σ_{jk}^{-1} 求导,并使其等于 0,得到:

$$\frac{\partial J_{mn(\mu_k)}}{\partial \mu_{jk}} = \sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n t_{ijk} v_{jk} \sum_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk}) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{mn(\Sigma_k^{-1})}}{\partial \sum_{jk}^{-1}} &= \\ \sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n \left[\frac{1}{2} \sum_{jk} - \frac{1}{2} t_{ijk} (y_i - \mu_{jk})^T (y_i - \mu_{jk}) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{mn(v_k)}}{\partial v_{jk}} &= \sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n \left\{ \log(v_{jk}/2) - \psi(v_{jk}/2) + 1 \right. \\ &+ \left. (\log u_{ijk}^{(t)} - u_{ijk}^{(t)}) + \psi\left(\frac{v_{jk}^{(t)} + p}{2}\right) + \log\left(\frac{v_{jk}^{(t)} + p}{2}\right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

这里:

$$t_{ijk} = \frac{v_{jk} + p}{v_{jk} + (y_i - \mu_{jk})^T \sum_{jk}^{-1} (y_i - \mu_{jk})} \quad (18)$$

最后,分别对式(15~17)求解,得到均值 μ_{jk} 和方差 Σ_{jk} 的计算公式,以及自由度 v_{jk} 的等式:

$$\mu_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n t_{ijk} y_i}{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n t_{ijk}} \quad (19)$$

u_{ij} 的解:

$$u_{ij} = \frac{\left(\sum_{k=1}^K w_{ijk}^n \bar{d}_{ijk}\right)^{1/(1-m)}}{\sum_{h=1}^J \left(\sum_{k=1}^K w_{ihk}^n \bar{d}_{ihk}\right)^{1/(1-m)}} \quad (10)$$

同理,对子隶属度 w_{ijk} 做同样类似的计算,得到:

$$w_{ijk} = \frac{(u_{ij}^m \bar{d}_{ijk})^{1/(1-n)}}{\sum_{h=1}^K (u_{ij}^m \bar{d}_{ijh})^{1/(1-n)}} \quad (11)$$

接下来,将考虑目标函数 J_{mn} ,合并式(3~5),忽略部分常数项,分别得到关于均值 μ_{jk} ,方差 Σ_{jk} 和自由度 v_{jk} 的目标函数 $J_{mn(\mu_k)}$, $J_{mn(\Sigma_k)}$, $J_{mn(v_k)}$:

$$\Sigma_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n t_{ijk} (y_i - \mu_{jk})(y_i - \mu_{jk})^T}{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{v_{jk}}{2}\right) - \psi\left(\frac{v_{jk}}{2}\right) + 1 + \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n [\log t_{ijk} - t_{ijk}]}{\sum_{i=1}^N u_{ij}^m w_{ijk}^n} \\ + \psi\left(\frac{v_{jk} + p}{2}\right) - \log\left(\frac{v_{jk} + p}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

为了更好的理解算法流程如图 1 所示.

5 实验过程与结果

为了评估方法的有效性,本文将一系列的合成图像和真实图像来进行验证.实验环境为:MATLAB R2009b、英特尔奔腾双核 2.2 GHz CPU,2G 内存.同时还比较了 SMM^[2], SVFMM^[14], HMRF-FCM^[15], SMM-SC^[16] 和 SMM-FCM^[17].

在第一个实验中,使用了自然图像来评估我们分层算法的学生 t 分布距离函数,并且将其与标准的高斯函数和学生 t 函数进行比较.我们的实验图像来源于伯克利图像数据集^[18],该数据集主要是为研究图像分割和边缘检测提供实证依据,收集了 30 个受试者的 12000 个手工标记的分割结果.为了进行公平的比较,我们使用 k -均值算法来初始化所有不同方法的数据.高斯分布函数,学生 t 分布函数和我们提出的分层学生

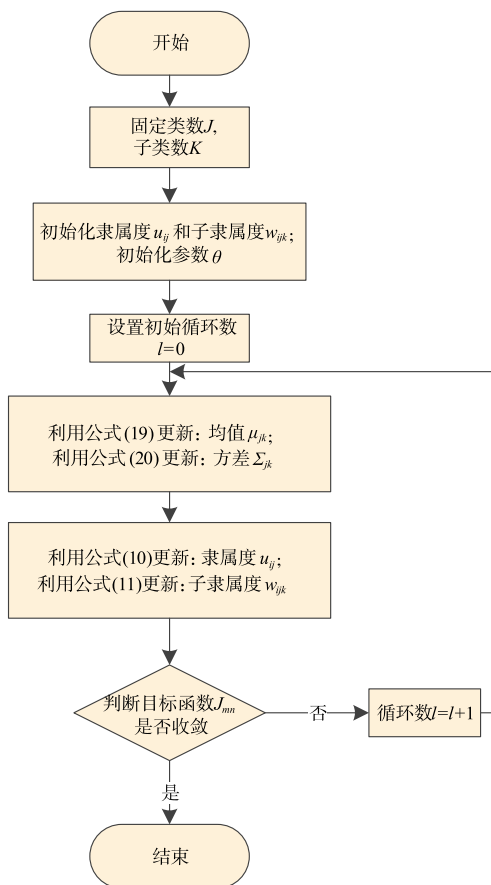


图1 模型中的参数估计

t 分布函数的拟合结果如图 2 所示. 从图 2 中可以看出, 每一个算法可以拟合数据, 然而我们的算法性能较优, 可以更有效的近似实际图像的概率分布. 这是因为前

两者只能用高斯分布或学生 t 分布近似拟合实际图像的概率分布, 而当实际图像的分布不符合这两个概率分布时, 那么就会产生较大的误差. 而我们的分层模型可看作是多个距离函数的线性组合, 因此可以更有效的去拟合实际图像分布. 相对于标准高斯函数和学生 t 函数, 本文所提出的算法具有较强的鲁棒性, 并实现了更有效的距离函数估计.

在第二个实验中, 将 RGB 彩色图像分割成三类: 红色的屋顶、蓝色的天空和白色的墙. 原始图像 (481×321 大小) 如图 3(a) 所示. 对原始图像加入了均值 = 0, 协方差 = 0.1 的高斯噪声的噪声图像如图 3(b) 所示. 图 3(c)-(h) 分别显示了 SMM, SVFMM, HMRFCM, SMM-SC, SMM-FCM 和本文的方法对于图像分割的实验结果. Probabilistic Rand (PR) 值^[19] 用来评估这些方法的性能. Probabilistic Rand (PR) 值在 0 和 1 之间, 值越大说明分割结果越好. 从这些方法的分割结果来看, SMM, SVFMM 和 HMRFCM 性能较差. 从图 3(f) 中可以看到, SMM-SC 有一些错误分类, 在图片中间墙的位置并创建了两个新区域. 从图 3(g) 中可以看出 SMM-FCM 将屋顶上的十字架分类错误了. 此外, 左边的钟形建筑也有缺失. 与其他方法相比, 本文的算法图 3(h) 具有更好的分类结果, 尤其在图像的边缘和细节处. 十字架分割与背景天空分割的更明显, 并且左边的钟形轮廓刻画得更清晰. 所有方法的运行时间和 PR 值也如图 3 所示. 本文的算法需要 57.47 秒, 另外对于光线影响的屋顶, 本文的算法也保留了更多的图像细节, 并达到最高的 PR 值.

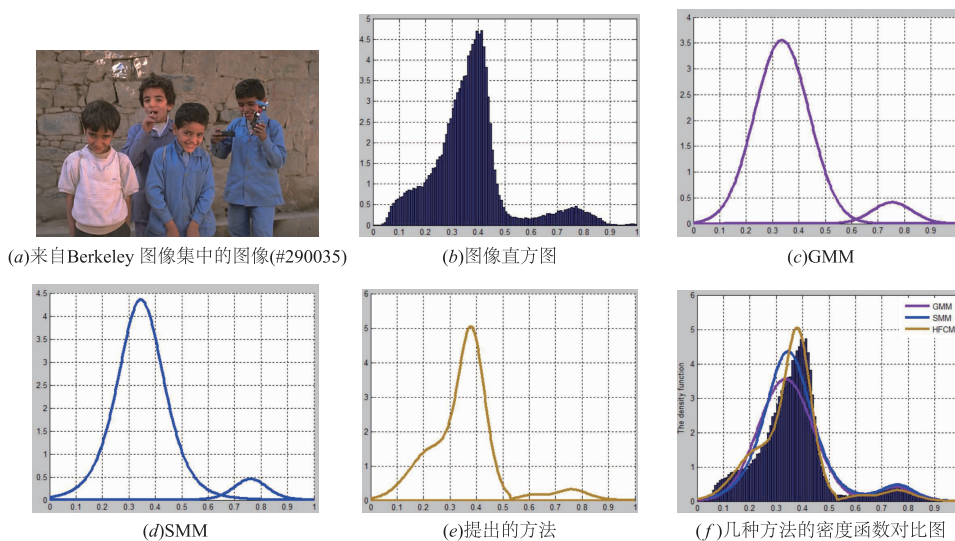


图2 自然图像实验

基于本文所提出的方法的伯克利图像的分割结果如图 4 所示. 为公平比较, 我们也给出了 SMM, SVFMM,

FLICM, HMRFCM 和 SMM-SC 的实验结果. 表 1 列举出了所有方法的 PR 值. 与其他方法相比, 本文的方法

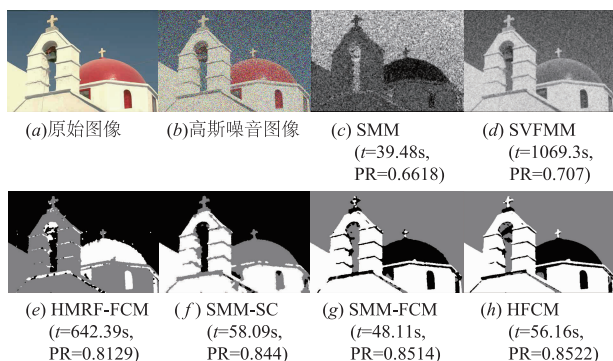


图3 不同方法的RGB图像分割对比结果

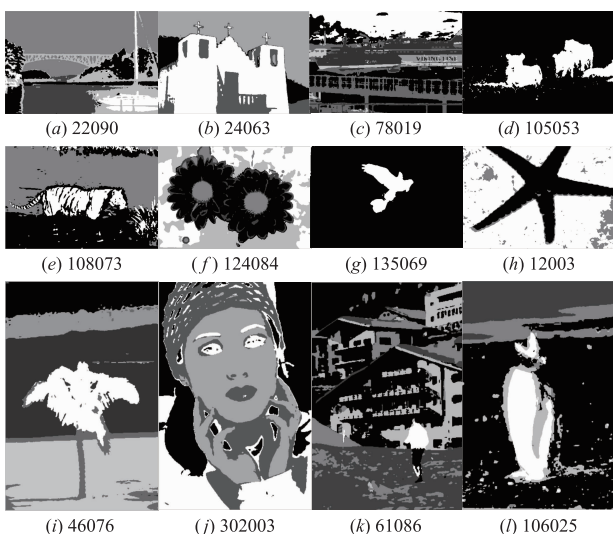


图4 HFMM方法图像分割结果

具有最佳的分割结果与最高的 PR 值.

表 1 提出的方法与其他方法的 PR 值比较结果

Image #	SMM	SVFMM	FLJCM	HMRF-FCM	SMM-SC	Proposed
108073	0.514	0.576	0.582	0.586	0.620	0.611
124084	0.606	0.606	0.6	0.720	0.723	0.738
135069	0.987	0.983	0.983	0.987	0.988	0.980
302003	0.699	0.717	0.717	0.717	0.712	0.793
105053	0.539	0.550	0.51	0.555	0.636	0.808
22090	0.764	0.776	0.768	0.778	0.793	0.820
46076	0.832	0.832	0.838	0.860	0.897	0.903
61086	0.670	0.704	0.721	0.722	0.700	0.717
106025	0.815	0.808	0.783	0.824	0.825	0.852
12003	0.730	0.621	0.613	0.634	0.733	0.726
78019	0.823	0.815	0.816	0.823	0.832	0.778
24063	0.802	0.849	0.814	0.856	0.863	0.812
Mean	0.732	0.736	0.729	0.755	0.777	0.795

6 结论

本文提出了一个新的有效的聚类算法,并将其应用于聚类和图像分割应用中. 这种将分层模型引入 FCM 中,并考虑 FCM 中的距离函数为学生 t 分布距离函数. 与之前的已有算法不同,该算法简单,有效,并且计算复杂度低. 与现有的主流方法相比,实验结果表明本文方法的有效性和鲁棒性. 下一步将继续考虑距离函数的实现,如贝塔分布,伽玛分布等,并将其应用于医学图像处理中. 另外也将考虑多变量分布函数并将其用于视频处理中.

参考文献

- [1] Krinidis S, Chatzis V. A robust fuzzy local information c-means clustering algorithm [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(5): 1328 - 1337.
- [2] Bishop C M. Pattern Recognition and Machine Learning [M]. New York: Springer, 2006.
- [3] J C Dunn. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters [J]. Journal of Cybernetics, 1973, 3(3): 32 - 57.
- [4] Bezdek J C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms [M]. New York: Plenum, 1981.
- [5] Kersten P R. Fuzzy order statistics and their application to fuzzy clustering [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, 7(6): 708 - 712.
- [6] Miyamoto S, Agusta Y. An efficient algorithm for c fuzzy c-means and its termination [J]. Control and Cybernetics, 1995, 24(4): 421 - 436.
- [7] Bobrowski L, Bezdek J C. c-means clustering with the l_1 and l_∞ norms [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, 1991, 21(3): 545 - 554.
- [8] Hathaway R J, Bezdek J C, Hu Y. Generalized fuzzy c-means clustering strategies using L_p norm distances [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8(5): 576 - 582.
- [9] Klawonn F, Keller A. Fuzzy clustering based on modified distance measures [J]. Springer Berlin Heidelberg, 1999, 1642: 291 - 301.
- [10] Yu J, Yang M S. A generalized fuzzy clustering regularization model with optimality tests and model complexity analysis [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007, 15(5): 904 - 915.
- [11] Nefti S, Oussalah M, Kaymak U. A new fuzzy set merging technique using inclusion-based fuzzy clustering [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(1): 145 - 161.
- [12] Wu J, Xiong H, Liu C, et al. A generalization of distance functions for fuzzy c-means clustering with centroids of a-

- rithmetic means [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(3): 557 - 571.
- [13] Jordan M I, Jacobs R A. Hierarchical mixtures of experts and the EM algorithm [J]. Neural Computation, 1994, 6(2): 181 - 214.
- [14] Blekas K, Likas A, Galatsanos N P, et al. A spatially constrained mixture model for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2005, 16(2): 494 - 498.
- [15] Chatzis S P, Varvarigou T A. A fuzzy clustering approach toward hidden markov random field models for enhanced spatially constrained image segmentation [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(5): 1351 - 1361.
- [16] Nguyen T M, Wu Q M J. Robust student's-t mixture model with spatial constraints and its application in medical image segmentation [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2012, 31(1): 103.
- [17] Zhang H, Wu Q M J, Nguyen T M. A robust fuzzy algorithm based on student's t-distribution and mean template for image segmentation application [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(2): 117 - 120.
- [18] Martin D, Fowlkes C, Tal D, et al. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics [A]. Proceedings of the Eighth IEEE International Conference on Computer Vision [C]. USA: IEEE, 2002. 416 - 423.
- [19] Unnikrishnan R, Pantofaru C, Hebert M. A measure for objective evaluation of image segmentation algorithms [J]. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005, 29(6): 34 - 34.

作者简介



徐超 男, 1980 年出生, 湖北红安人, 博士, 副教授, 研究方向为可信软件、软件工程和嵌入式系统.

E-mail: xuchao@nau.edu.cn



詹天明 男, 1984 年出生, 江苏省高邮人, 博士, 副教授, 研究方向为模式识别、图像处理与大数据分析.

E-mail: ztm@nau.edu.cn