

一种基于双空间密度的多目标进化算法

王 鹏, 张长胜, 张 斌, 吴嘉轩, 刘婷婷

(东北大学计算机科学与工程学院, 辽宁沈阳 110819)

摘要: 目前,大多数多目标进化算法的多样性保持机制都只强调目标空间的多样性而忽视决策空间的多样性. 这种设置可能导致种群在目标空间拥有良好多样性的同时却在决策空间拥有较差的多样性. 为了解决上述问题,本文提出了一种基于双空间密度的多目标进化算法. 为了反映个体在决策空间和目标空间的多样性,本文定义了双空间密度指标. 基于双空间密度的配对选择操作可以平衡算法的收敛性与多样性;基于双空间密度的个体选择操作可以同时使决策空间和目标空间得到充分的搜索. 实验结果表明,本文算法的求解质量明显优于对比算法.

关键词: 人工智能; 进化算法; 空间密度; 决策空间; 目标空间

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)10-2343-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.10.005

A Two-Space-Density Based Multi-objective Evolutionary Algorithm for Multi-objective Optimization

WANG Peng, ZHANG Chang-sheng, ZHANG Bin, WU Jia-xuan, LIU Ting-ting

(School of Computer Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China)

Abstract: Most of the evolutionary algorithm researches related to diversity maintenance scheme are dedicated to the diversity of objective space and ignore the diversity of decision space. This arrangement could lead to excessive diversity in the objective space but poor diversity in the decision space. To address this issue, this paper proposes a two-space-density based multi-objective evolutionary algorithm. Two-space-density is defined to reflect the diversity in both the objective space and the decision space. Based on two-space-density, TSD-mating selection is presented to balance the convergence and the diversity of population; TSD-selection is designed to fully explore the objective space and the decision space. The experimental results show that our algorithm performs competitively against the chosen state-of-the-art designs.

Key words: artificial intelligence; evolutionary algorithm; space density; decision space; objective space

1 引言

随着科学技术的日益发展,最优化问题已成为人工智能领域及其他相关领域中最重要的问题形式. 当有多个目标需要同时优化时,最优化问题被称为多目标优化问题(multi-objective optimization problem, MOP). 多目标优化问题的解通常是一个折中解的集合,称为 Pareto 最优解集^[1].

过去的二十年间,多目标进化算法^[1]已经成为求解多目标优化问题最有效的手段之一. 多目标进化算法的目标就是找到一组靠近最优前沿(收敛性)并且均匀分布(多样性)的解. 一个好的多目标进化算法应该

通过合理分配资源的方式平衡解集的收敛性和多样性. 多目标进化算法在维持多样性的过程中应当分为两种情况:对于目标空间^[1],应当使搜索到的解均匀的分布在得到的最优前沿^[1]上;对于决策空间^[1],在问题未知的情况下,应尽可能扩大搜索范围. 这两种多样性并不互相矛盾,协调好两者的关系对多目标进化算法也有着重要的意义. 然而,绝大多数多目标进化算法的多样性维持机制都没有考虑决策空间多样性,极少数^[2]考虑决策空间多样性的研究又忽略了目标空间多样性. 针对上述情况,本文提出了一个基于双空间密度的多目标进化算法(two-space-density based multi-objective evolutionary algorithms, TSD-MOEA),算法的多样性

收稿日期:2016-06-20;修回日期:2016-12-22;责任编辑:李勇锋

基金项目:国家自然科学基金(No. 61572116, No. 61572117, No. 61502089);国家关键科技研发基金(No. 2015BAH09F02);中央高校东北大学基本科研专项基金(No. N150408001, No. N150404009)

维持机制既考虑了目标空间多样性也考虑了决策空间多样性. 为了反映个体在决策空间和目标空间的多样性情况, 本文定义了双空间密度这一指标. 基于这一指标提出的配对操作可以平衡算法的收敛性与多样性; 基于双空间密度的个体选择操作可以使决策空间和目标空间都得到充分的搜索, 从而加快算法的收敛速度.

2 问题描述及相关研究

一个具有 m 个目标函数的多目标优化问题可以定义为如下形式:

$$\begin{aligned} \text{minimize } \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))^T \\ \text{subject to } \mathbf{x} &\in \Omega \end{aligned} \quad (1)$$

其中, Ω 代表 n 维的决策空间; 映射 $\mathbf{F}: \Omega \rightarrow R^m$ 中包含了 m 个实值的目标函数; R^m 代表 m 维的目标空间. Pareto 支配^[1]的概念在比较 MOP 的解的过程中显得至关重要.

对于上述最小化问题, 设 $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \Omega$ 为决策空间的两个解, 若当且仅当 $u_i < v_i$ 对于 $i = 1, 2, \dots, m$, 称解 \mathbf{u} Pareto 强支配解 \mathbf{v} . 若 \mathbf{P} 为上述多目标优化问题的一个解集, 如果对 \mathbf{P} 中的任意一点 $x_0 \in \mathbf{P}$, 有 x_0 不被 \mathbf{P} 中的其他点 $x \in \mathbf{P}$ 所强支配, 则可以称 x_0 为 \mathbf{P} 的 Pareto 最优解. \mathbf{P} 的一个 Pareto 最优解在目标空间的映射称为 \mathbf{P} 的一个 Pareto 最优向量. 所有 \mathbf{P} 的 Pareto 最优解所组成的集合称为 \mathbf{P} 的 Pareto 最优解集. 所有 \mathbf{P} 的 Pareto 最优向量所组成的集合称为解集 \mathbf{P} 的 Pareto 最优前沿.

根据求解的基本思想的区别, 多目标进化算法可以分为四类: (1) 基于支配关系的多目标进化算法^[1,3]; (2) 基于指标的多目标进化算法^[4]; (3) 基于分解的多目标进化算法^[5]; (4) 基于偏好的多目标进化算法^[6]. 多目标进化算法的多样性维持机制都着力于提高决策空间多样性: Deb 在 NSGAII^[1] 利用个体之间的拥挤距离保持种群在目标空间的多样性; Laumanns 在 SPEA2^[3] 中则提出了个体的 k -th 邻近邻居的概念; 在 Zhang^[5] 提出的 MOEA/D 中, 算法首先通过分解方法将问题分解成一系列子问题. 极少数研究涉及到决策空间的多样性, Chow 在 MODdEA^[2] 在进化过程中只维持了决策空间的多样性却忽略了目标空间的多样性.

3 基于双空间密度的多目标进化算法

3.1 TSD-MOEA 框架

TSD-MOEA 的主循环如下, 首先, 初始化操作 INITIALIZATION(N) 随机生成 N 个个体构成初始种群 P ; 然后, 算法进入迭代过程, 直至满足终止条件, 在迭代过程中: 首先, 基于双空间密度的配对选择操作 TSD-MATING_SELECTION(P) 从父代种群 P 中选择更加适合进行变异操作的个体形成种群 P' ; 然后, 繁殖操作

REPRODUCTION(P') 对配对选择操作选择出的 P' 进行交叉变异产生新个体, 并形成子代种群 P'' ; 随后, 基于双空间密度的选择操作 TSD-SELECTION($P \cup P''$) 从父代种群和子代种群的并集 $P \cup P''$ 中选择出 N 个个体作为新的种群 P ; 最后, 检查是否满足终止条件, 若满足则跳出迭代, 否则进行下一轮迭代.

3.2 快速分区和双空间密度

我们先要分别对决策空间和目标空间进行快速分区, 从而得到个体在决策空间和目标空间的密度信息. 决策(目标)空间快速分区的具体操作如下: (1) 输入分区参数 d ; (2) 根据分区参数, 将决策(目标)空间的所有维度依次等分为 d 份; (3) 汇总所有维度的划分, 整个空间就被划分为 d^{\dim} 份 (\dim 为空间维度数); 这样就得到了超体积相同的决策(目标)空间的空间划分, 其中决策空间被等分为 d^n 个子空间, 目标空间被等分成 d^m 个子空间.

个体 z 在搜索(目标)空间的密度可以用 z 在进化过程中被产生的概率表示, 这个概率可以表达为单位超体积内进化过程中产生的点表示. 近似的, z 的搜索(目标)空间密度 $D(z)$ ($O(z)$) 可以表示为该解所在的子空间内已经产生的个体数量, 如下:

$$D(z) \approx |J_D| / V(h(z)) \quad (2)$$

$$O(z) \approx |J_O| / V(h(z)) \quad (3)$$

其中, $h(z)$ 表示个体 z 的子区域, $J_* = \{J_i\}$ 表示 $h(z)$ 内已经产生的解, $V(h(z))$ 表示 $h(z)$ 的超体积.

为了消除两个空间超体积差异所带来的影响, 对两个区域的密度进行标准化, 得到如下定义:

定义 1 设个体 z 为问题(1)的一个解, 则 z 的双空间密度为标准化后的决策空间密度和目标空间密度之和, 如下:

$$TSD(z) = (J_D + J_O) / N \quad (4)$$

易见, 双空间密度的值在数值上等于该个体所在的空间的子区域中产生的个体之和. 也就是说该区域产生数量越大的解, 区域内的个体的双空间密度则越大.

3.3 基于双空间密度的配对选择操作

在很多情况下父代种群中的个体都是非支配解, 此时 Pareto 支配信息就难以区分个体的优劣. 这就需要加入多样性信息帮助算法区分这些个体. 在支配性质相同的情况下, 选择双空间密度较大的个体作为配对候选, 更有利于算法在变异过程中对目标空间和决策空间进行充分的搜索.

在每轮选择中, 配对选择操作从父代种群 P 中随机的挑选两个个体, 如果其中一个个体 Pareto 支配另外一个个体, 则将这个个体选入繁殖候选种群 P' 中; 如果两个个体互不支配, 则选择双空间密度值较小的个体; 如果双空间密度值仍然难以区别两个个体, 随机选择

一个个体.

3.4 基于双空间密度的选择操作

绝大多数多目标进化算法的选择机制在保证收敛性的同时都着力维持目标空间的多样性,这种设计有可能导致搜索到的个体在目标空间拥有良好的分布,却使得算法不能充分的探索决策空间,最终导致算法收敛缓慢.为了解决上述问题,本文提出了基于双空间密度的选择操作.首先,利用非支配排序算法将父代种群 P 与子代种群 P' 的并集 Q 进行非支配排序.随后,根据排序结果由低向高依次向新种群内移动,直至关键等级 F_i 出现, F_i 中的个体不能全部移动到新种群内.此时根据调用轮盘赌操作,以个体的 TSD 值为依据,TSD 值更小的有更大的几率被选择,直至新种群中的个体数达到 N .

4 实验研究

4.1 测试基准问题

3 个基准问题集构成了本文实验的测试基准问题集,分别是:文献[7]中的 $ZDT_i (i=1,2,3,6)$;文献[8]中的 $CEC_i (i=1,2,\dots,5)$;文献[2]中的 $TYD_i (i=1,2,\dots,6)$.

4.2 对比算法与评价指标

为了验证算法 TSD-MOEA 的性能,本文选取 3 个最先进的多目标进化算法作为实验的对比算法:MODdEA^[2];MOEA/D^[5];MTS^[9].本文选取 IGD^[8] 指标作为评估算法性能指标.

4.3 参数设置

测试基准问题方面:在适应度进化代数上,ZDT1-3 设为 30000,ZDT6 设为 3000,CEC1-5 设为 300000,TYD1-6 设为 30000.ZDT1-3,6, TYD1-6 独立运行 100 次,CEC1-5 独立运行 30 次.

对比算法方面:(1)MODdEA 的种群数量设为 100;(2)MOEA/D 的分解数量设为 600(两个目标),10000(三个目标);交叉控制参数设为 1.0;变异控制参数设为 0.5;变异机率设为 $1/n$,其中 n 为变量数;边界参数设为 0.005;(3)MTS 的 M 值设为 40;边界 1 设为 9,边界 2 设为 2;本地搜索测试值设为 5;本地搜索值设为 45. TSD-MOEA 方面,种群数量设为 100;交叉控制参数设为 1.0;变异控制参数设为 0.5;空间分割数 d 设为 5.所有的实验内容都在一台 CPU 2.4GHz、内存 8G、操作系统为 Win 7 的 PC 上完成,TSD-MOEA 通过 C 语言实现.

4.4 IGD 值比较

按照上述实验参数,本文将 TSD-MOEA 与其他三个对比多目标进化算法在 3 类 15 个测试问题上进行了对比实验,本章将对实验得到的 IGD 值进行分析对比.4 个算法在所有问题上实验所得的 IGD 值的最大值、最小值、均值和标准差如表 1 所示,其中所有算法中最小的数据用加粗字体表示.15 个问题中具有代表性的 3 个问题 IGD 值的盒子图如图 1 所示(由于 MTS 在求解过程中与其他算法有数量级的差别,盒子图中只将 TSD-MOEA 与 IGD 值在相近数量级上的算法进行比较).

表 1 IGD 值对比[最大/最小/均值(标准差)]

	TSD-MOEA	MODdEA	MOEA/D	MTS
ZDT1	4.553e-3/2.546e-3/ 3.523e-3(1.994e-4)	1.064e-2/5.139e-3/ 7.997e-3(5.008e-4)	5.787e-3/3.900e-3/ 4.946e-3(3.534e-4)	9.360e-1/5.706e-1/ 7.007e-1(3.490e-2)
ZDT2	3.944e-3/2.030e-3/ 2.816e-3(2.436e-3)	5.155e-3/2.353e-3/ 4.033e-3(4.337e-3)	5.990e-3/4.040e-3/ 5.127e-3(1.330e-4)	9.725e-1/7.664e-1/ 9.337e-1(5870e-2)
ZDT3	8.444e-3/6.963e-3/ 7.035e-3(8.170e-4)	1.095e-2/6.640e-3/ 8.151e-3(8.477e-4)	1.415e-2/9.996e-3/ 1.134e-2(6.200e-3)	5.524e-1/4.173e-1/ 4.841e-1(1.250e-2)
ZDT6	3.569e-4/2.020e-4/ 2.525e-4(5.289e-4)	2.670e-4/2.080e-4/ 2.352e-4(9.489e-5)	3.666e-3/1.703e-3/ 2.170e-3(1.000e-4)	2.463e-0/1.061e-0/ 1.906e-0(2.214e-1)
CEC1	4.967e-3/3.115e-3/ 3.709e-3(3.433e-3)	7.169e-3/5.581e-3/ 6.319e-3(4.536e-3)	5.555e-3/2.538e-3/ 4.357e-3(1.776e-3)	7.563e-3/5.092e-3/ 6.465e-3(4.390e-3)
CEC2	8.844e-3/3.491e-3/ 5.895e-3(5.423e-3)	1.084e-2/5.112e-3/ 7.168e-3(4.865e-3)	1.008e-2/3.478e-3/ 6.793e-3(1.832e-3)	9.863e-3/2.067e-3/ 6.145e-3(4.789e-3)
CEC3	6.753e-2/4.633e-2/ 5.257e-2(3.001e-3)	7.777e-2/6.367e-2/ 7.083e-2(5.467e-3)	8.649e-2/6.512e-2/ 7.446e-2(5.993e-3)	6.028e-1/4.562e-1/ 5.312e-1(1.173e-2)
CEC4	3.432e-2/2.712e-2/ 3.147e-2(6.020e-3)	3.163e-2/2.815e-2/ 3.016e-2(5.326e-3)	6.899e-2/5.612e-2/ 6.385e-2(5.346e-3)	2.832e-2/1.934e-2/ 2.356e-2(6.606e-4)

续表

	TSD-MOEA	MODdEA	MOEA/D	MTS
CEC5	1.456e-1/1.011e-1/ 1.223e-1 (3.209e-2)	1.786e-1/1.218e-1/ 1.480e-1 (1.864e-2)	2.438e-1/1.366e-1/ 1.807e-1 (6.833e-2)	1.863e-1/1.135e-1/ 1.489e-1 (3.170e-3)
TYD1	6.291e-3/2.708e-3/ 3.808e-3 (7.988e-4)	6.615e-3/3.604e-3/ 4.262e-3 (9.281e-4)	1.944e-1/1.112e-1/ 1.423e-1 (5.060e-2)	8.815e-1/6.904e-1/ 8.277e-1 (7.700e-2)
TYD2	3.461e-2/2.846e-2/ 3.204e-2 (4.886e-3)	4.274e-2/3.057e-2/ 3.458e-2 (8.321e-3)	3.015e-0/2.001e-0/ 2.411e-0 (6.071e-1)	3.956e-1/2.824e-1/ 3.151e-1 (4.878e-0)
TYD3	3.097e-1/1.766e-1/ 2.314e-1 (3.826e-2)	3.845e-1/1.974e-1/ 2.583e-1 (7.099e-2)	2.863e-0/1.763e-0/ 2.431e-0 (2.751e-1)	5.863e-1/4.004e-1/ 4.916e-1 (9.281e-0)
TYD4	2.536e-1/4.779e-2/ 7.888e-2 (2.036e-3)	1.249e-1/4.284e-2/ 7.271e-2 (1.520e-2)	1.915e-0/1.104e-0/ 1.583e-0 (5.494e-1)	5.518e-1/4.004e-1/ 4.942e-1 (8.799e-0)
TYD5	1.366e-2/5.843e-3/ 9.099e-3 (6.003e-3)	1.864e-2/3.912e-3/ 1.159e-2 (4.545e-3)	2.232e-0/1.222e-0/ 1.548e-0 (3.461e-1)	9.966e-1/8.865e-1/ 9.620e-1 (1.711e-1)
TYD6	3.038e-2/1.399e-2/ 2.086e-2 (5.126e-3)	3.459e-2/1.627e-2/ 2.284e-2 (5.232e-3)	1.685e-0/1.001e-0/ 1.393e-0 (1.416e-1)	8.726e-1/1.265e-2/ 9.790e-1 (1.719e-1)

分析表 1 结果可知:在算法收敛性方面,TSD-MOEA 算法在 12 个测试基准问题上求得的 IGD 均值好于其他三个对比算法,由此可以说明,相较于三个对比算法,TSD-MOEA 算法拥有更好的收敛能力;在算法稳定性方面,在 6 个测试基准问题上,TSD-MOEA 算法的 IGD 最大值、最小值和平均值均小于其他三个对比算法.由此可以得出,TSD-MOEA 算法拥有更好的稳定性.综上所述,通过实验

结果可以表明 TSD-MOEA 算法对比算法更加有效.

图 1 的结果进一步验证了 TSD-MOEA 算法的性能,图中选取了 10 个问题中具有代表性的 3 类 6 个问题,并给出了 TSD-MOEA 算法和对比算法的 IGD 值分布:最小观察值、低四分位值、中位值、高四分位值、最大观察值和平均值.可以看出 TSD-MOEA 算法在所显示问题上 IGD 值的显著优越性.

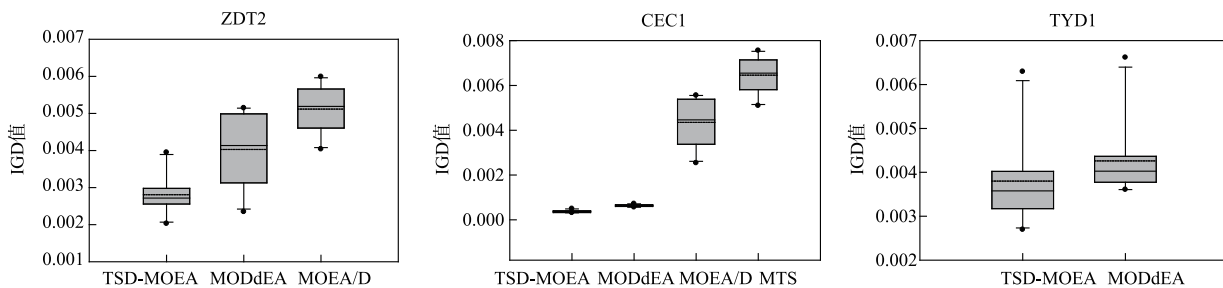


图 1 IGD 值盒式图

4.5 非参数检验

本文使用统计假设检验 Kruskal-Wallis 来分析 TSD-MOEA 算法与对比算法在各个测试问题上获得的 IGD 值,其中设显著性水平 $\alpha = 0.05$. 表 2 中包含了 TSD-MOEA 算法与对比算法在同一问题的假设检验的结果 p-值,当一个算法相对于另一个算法的 p-值小于 0.05 时,表示发生了显著性差异.从表 2 易见,在 15 个测试问题中的 12 上 TSD-MOEA 算法相较于对比算法假设检验的 p-值都小于 0.05,可以认为 TSD-MOEA 算法得到的解好于对比算法得到的解.

表 2 Kruskal-Wallis 检验比较结果 ($\alpha = 0.05$)

	MODdEA	MOEA/D	MTS
ZDT1	2.428e-11	4.941e-06	3.853e-20

续表

	MODdEA	MOEA/D	MTS
ZDT2	8.537e-04	6.343e-08	7.634e-19
ZDT3	4.386e-04	4.787e-15	3.676e-32
ZDT6	>0.05	4.975e-10	2.845e-42
CEC1	2.884e-08	2.811e-16	1.481e-21
CEC2	2.083e-23	5.490e-14	3.985e-06
CEC3	7.101e-09	2.925e-20	8.802e-44
CEC4	>0.05	9.152e-12	>0.05
CEC5	1.875e-08	7.848e-35	6.835e-11
TYD1	9.216e-05	8.364e-48	2.235e-78
TYD2	6.425e-04	2.594e-66	5.651e-47
TYD3	5.396e-04	2.722e-93	1.296e-50
TYD4	>0.05	7.044e-68	6.813e-23
TYD5	4.074e-08	6.173e-77	5.042e-25
TYD6	1.995e-07	1.510e-55	8.303e-43

5 结论

针对目前 MOEA 算法的多样性机制没有考虑决策空间多样性这一问题,本文提出一种基于双空间密度的多目标进化算法.首先,提出了一种快速的决策空间与目标空间的空间划分方法;基于这种方法定义了双空间密度这一指标,用于反映个体在两个空间的多样性情况;然后,根据双空间密度,提出的配对选择操作和个体选择操作:配对选择操作可以平衡算法的收敛性与多样性;个体选择操作使得决策空间和目标空间都可以得到充分的搜索,从而使算法拥有更加高效的多样性保持机制.最后,通过实验证明 TSD-MOEA 算法的求解效果明显优于其它 3 个对比算法.

参考文献

- [1] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 - 197.
- [2] Chow C K, Yuen S Y. A multiobjective evolutionary algorithm that diversifies population by its density [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2012, 16(2): 149 - 172.
- [3] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm [J]. Eurogen, 2001, 3242(103): 95 - 100.
- [4] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search [A]. Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII [C]. Berlin Heidelberg: Springer, 2004. 832 - 842.
- [5] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712 - 731.
- [6] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. On finding well-spread Pareto optimal solutions by preference-inspired co-evolutionary algorithm [A]. Proceedings of the 15th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation [C]. ACM, 2013. 695 - 702.
- [7] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results [J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173 - 195.
- [8] Zhang Q, Zhou A, Zhao S, et al. Multiobjective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition [R]. University of Essex, Colchester, UK and Nanyang technological University, Singapore: Special Session on Performance Assessment of Multi-objective Optimization Algorithms, Technical Report, 2008. 264.
- [9] Tseng L Y, Chen C. Multiple trajectory search for unconstrained/constrained multi-objective optimization [A]. IEEE Congress on Evolutionary Computation 2009 [C]. IEEE, 2009. 1951 - 1958.

作者简介



王 鹏 男, 1987 年生于山东烟台. 东北大学计算机应用技术专业博士研究生. 研究方向为服务计算、人工智能算法.
E-mail: 815268711@qq.com



张长胜 男, 1980 年生于吉林长春. 东北大学信息科学与工程学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为智能信息处理.