

# 一种基于信息几何的矩阵 DP-TBD 算法

赵兴刚,王首勇,郑岱堃

(空军预警学院三系重点实验室,湖北武汉 430019)

**摘要:** 由于单帧相参积累在一些情况下存在较严重的信息损失,且这种损失会随着多帧非相参积累而进一步放大,使得传统动态规划检测前跟踪(DP-TBD)算法的性能下降.本文基于信息几何理论提出了一种矩阵 DP-TBD 算法,该方法直接利用每个分辨单元的协方差矩阵进行多帧积累,将单帧和多帧积累融为一体,避免了单帧积累存在的信息损失,具有更好的检测和跟踪性能.最后通过仿真实验验证了本文算法的有效性.

**关键词:** 动态规划;检测前跟踪;信息几何;测地线距离;黎曼均值

**中图分类号:** TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2017)04-0882-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.04.017

## A Matrix DP-TBD Algorithm Based on Information Geometry

ZHAO Xing-gang, WANG Shou-yong, ZHENG Dai-kun

(Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China)

**Abstract:** The coherent accumulation in a single frame usually suffers serious information loss in some cases and it will be even worse through multi-frame incoherent accumulated, influencing the performance of DP-TBD algorithm. A new DP-TBD algorithm is proposed based on information geometry theory which uses the covariance matrix in every resolution cell to implement multi-frame accumulation directly, avoiding the information loss of coherent accumulation in a single frame with better detecting and tracking performance. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by simulation test.

**Key words:** dynamic programming; track before detection; information geometry; statistic manifold; riemannian mean

### 1 引言

传统 DP-TBD 算法是在雷达单帧回波数据相参积累(一般为 FFT 处理)的基础上,对存储在每个分辨单元的能量幅度值再进行多帧的非相参积累,以提高信杂比来实现目标检测并同时给出航迹<sup>[1-3]</sup>.由于单帧的相参积累通常存在一定的信息损失,尤其是在脉冲数较少和杂波谱展宽时,基于 FFT 的相参积累方法面临多普勒分辨率低、能量泄露和杂波污染等问题<sup>[4]</sup>,信息损失严重,且再经过多帧非相参积累后,信息损失会进一步放大,使得传统 DP-TBD 算法的性能下降.

信息几何是近年来刚发展起来的新兴学科,比较公认地是由日本人 Amari 创立的<sup>[5-7]</sup>,它的主要思想是建立拥有黎曼度量和对偶联络的统计流形,并引入散度作为距离函数.近年来,信息几何理论已在信息理论、系统理论、神经网络和统计推断等领域得到了广泛应

用<sup>[8]</sup>.信息几何在雷达信号处理中的应用主要是法国人 Barbaresco 提出的一种矩阵 CFAR 检测方法<sup>[9,10]</sup>,该方法直接利用检测单元协方差矩阵与参考单元矩阵均值间的距离进行检测,能充分利用目标和杂波的相关性信息,具有较好的检测性能.类比于矩阵 CFAR 的思想,本文提出了一种基于信息几何的矩阵 DP-TBD 算法,该算法直接利用包含了所有回波信息的协方差矩阵进行多帧积累,将传统 DP-TBD 算法中分开的单帧和多帧积累同时进行,避免了上面分析的单帧积累信息损失对算法性能的影响,具有更好的检测和跟踪性能.

### 2 矩阵 CFAR 的基本思想

在矩阵 CFAR 检测方法中,是将观测数据协方差矩阵看作统计流形上的点,通过利用测地线距离度量检测单元协方差矩阵与参考单元协方差矩阵均值间的差异性,达到检测信号的目的,其中参考单元协方差矩阵

的均值利用黎曼均值进行估计.

### 2.1 矩阵流形及测地线距离

设观测信号向量  $\mathbf{x} = (x(0), x(1), \dots, x(n-1))^T$  服从零均值复多元高斯分布, 即

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{R}) = \frac{1}{\pi^n |\mathbf{R}|} e^{-\mathbf{x}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{R}$  为  $n$  阶协方差矩阵. 在一定的正则条件下, 零均值多元复高斯分布族可以构成一个统计流形<sup>[10]</sup>

$$S = \{p(\mathbf{x}|\mathbf{R}) | \mathbf{R} \in \Theta \subset C^{n \times n}\} \quad (2)$$

式中,  $\Theta$  为  $n$  阶共轭对称正定矩阵空间,  $\mathbf{R}$  为统计流形  $S$  的坐标, 那么  $S$  又可称为矩阵流形. 矩阵流形上任意两点  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  之间的测地线距离为<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} D(\mathbf{A}, \mathbf{B}) &= \|\log(\mathbf{A}^{-1/2} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1/2})\|_F \\ &= \sqrt{\sum_{k=1}^n \log^2(\lambda_k)} \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $\lambda_k$  为矩阵  $\mathbf{A}^{-1/2} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1/2}$  的第  $k$  个特征值.

### 2.2 矩阵的黎曼均值

矩阵流形上连接任意两点  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  的测地线表达式为<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}(t) &= \mathbf{A}^{1/2} e^{t \log(\mathbf{A}^{-1/2} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1/2})} \mathbf{A}^{1/2} \\ &= \mathbf{A}^{1/2} (\mathbf{A}^{-1/2} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1/2})^t \mathbf{A}^{1/2}, 0 \leq t \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

则对于已知的  $N$  个矩阵  $\mathbf{R}_k (k=1, 2, \dots, N)$ , 当  $N=2$  时, 黎曼均值  $\bar{\mathbf{R}}$  等于连接  $\mathbf{R}_1$  和  $\mathbf{R}_2$  的测地线在  $t=1/2$  处的值

$$\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_1^{1/2} (\mathbf{R}_1^{-1/2} \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1^{-1/2})^{1/2} \mathbf{R}_1^{1/2} \quad (5)$$

当  $N>2$  时, 很难得到  $\bar{\mathbf{R}}$  的解析表达式, 文献[12, 13] 利用梯度下降算法给出了  $\bar{\mathbf{R}}$  的迭代计算方法, 可得黎曼均值迭代计算的表达式为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_{i+1} &= \bar{\mathbf{R}}_i^{1/2} e^{\frac{\tau}{N} \sum_{k=1}^N \log(\bar{\mathbf{R}}_i^{-1/2} \mathbf{R}_k \bar{\mathbf{R}}_i^{-1/2})} \bar{\mathbf{R}}_i^{1/2}, \\ &0 \leq \tau \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

根据式(6), 选择迭代的初始值  $\bar{\mathbf{R}}_0$  和步长  $\tau$ , 就可以对矩阵的黎曼均值进行迭代运算, 黎曼均值的估计精度由迭代次数  $n_s$  决定, 通常  $n_s$  越大, 估计精度越高.

### 2.3 矩阵 CFAR 检测方法

矩阵 CFAR 检测器框图如图 1 所示<sup>[14]</sup>, 滑窗中参考单元的长度为  $N$ , 滑窗中的阴影部分为保护单元,  $\mathbf{R}_D$  为检测单元的协方差矩阵,  $\bar{\mathbf{R}}$  是参考单元中的  $N$  个协方差矩阵的黎曼均值,  $T$  是根据虚警概率计算得到的检测门限.

检测过程中, 首先利用式(6)计算参考单元的黎曼均值  $\bar{\mathbf{R}}$ , 用于估计背景杂波协方差矩阵; 然后利用式(3)计算  $\mathbf{R}_D$  和  $\bar{\mathbf{R}}$  之间的测地线距离作为检测统计量进行检测

$$D(\mathbf{R}_D, \bar{\mathbf{R}}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{<}} T \quad (7)$$

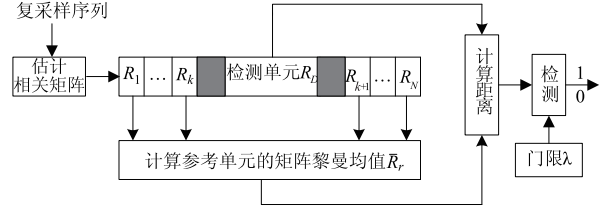


图1 矩阵CFAR检测器框图

矩阵 CFAR 检测方法直接利用采样序列的协方差矩阵描述短时间序列下的回波特性, 并进行目标检测, 不对回波进行多普勒处理, 避免了多普勒处理在短序列条件下所面临的能量泄露和谱污染等问题, 提高了检测性能, 而且利用了矩阵流形的结构对矩阵均值进行了准确的估计, 具有更稳健的恒虚警特性.

## 3 基于信息几何的 DP-TBD 算法

本节借鉴了上一节介绍的矩阵 CFAR 检测方法利用矩阵流形上测地线距离和黎曼均值实现检测的思想, 针对传统 DP-TBD 算法单帧相参积累在一些情况下存在较严重信息损失, 并会随着多帧非相参积累进一步放大的问题, 将信息几何理论应用到了 DP-TBD 算法中, 提出了一种矩阵 DP-TBD 算法, 该算法直接利用协方差矩阵进行多帧积累, 将单帧和多帧积累融为一体, 避免了单帧信息损失, 具有更好的检测和跟踪性能.

### 3.1 传统 DP-TBD 算法及存在的问题

DP-TBD 算法是在雷达观测数据单帧相参积累的基础上, 选择每个分辨单元对应的积累值作为目标函数, 然后对连续多帧的数据进行非相参积累<sup>[15]</sup>. 首先以目标当前位置为中心, 由目标最大速度确定各状态在前一帧中的关联区域, 如图 2 中  $\Gamma_n(s(n))$  所示.

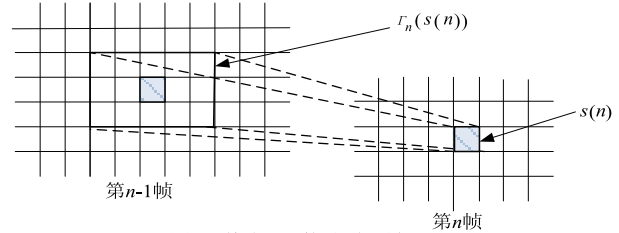


图2 状态 $s(n)$ 的关联区域

设目标在当前帧的状态为  $s(n) = (r_x(n), r_y(n), v_{x,\max}, v_{y,\max})^T$ , 其中,  $r_x(n)$  和  $r_y(n)$  表示目标在  $x$  轴和  $y$  轴方向的位置,  $v_{x,\max}$  和  $v_{y,\max}$  为  $x$  轴和  $y$  轴方向的最大速度, 则该状态在前一帧的关联区域  $\Gamma_n(s(n))$  为

$$\Gamma_n(s(n)) = \{s(n-1) | r_x(n-1) \in [r_x(n) - v_{x,\max} T, r_x(n) + v_{x,\max} T], \quad (8)$$

$$r_y(n-1) \in [r_y(n) - v_{y,\max} T, r_y(n) + v_{y,\max} T]\}$$

式中,  $T$  为扫描周期. 关联区域确定后, 将当前帧中每个状态的能量值与其关联区域内的能量积累最大值进行

相加,得到当前各状态的能量积累值,即

$$f_n(\mathbf{s}(n)) = \max_{s(n-1) \in \Gamma_n(\mathbf{s}(n))} \{ J_n(\mathbf{s}(n), u_n(\mathbf{s}(n))) + f_{n-1}(\mathbf{s}(n-1)) \}, \quad n=2,3,\dots,N_f \quad (9)$$

此时,  $f_n(\mathbf{s}(n))$  表示从初始状态  $\mathbf{s}(1)$  到状态  $\mathbf{s}(n)$  的能量积累最大值,  $J_n(\mathbf{s}(n), u_n(\mathbf{s}(n)))$  表示状态  $\mathbf{s}(n)$  的能量值.  $\Gamma_n(\mathbf{s}(n))$  为状态  $\mathbf{s}(n)$  在前一帧的关联区域,  $u_n(\mathbf{s}(n))$  表示关联区域中能量积累最大值对应的状态.  $N_f$  为处理的帧数. 每一帧状态  $\mathbf{s}(n)$  的决策通过下式记录

$$\Psi_n(\mathbf{s}(n)) = \arg \max_{s(n-1) \in \Gamma_n(\mathbf{s}(n))} f_{n-1}(\mathbf{s}(n-1)) \quad (10)$$

式中,  $\Psi_n(\mathbf{s}(n))$  记录状态  $\mathbf{s}(n)$  在关联区域内的决策. 根据式(9)对所有的数据帧积累完后,按照式(11)进行目标判决,如果积累值大于检测门限,则宣布目标出现,同时给出航迹

$$\hat{\mathbf{S}}(N_f|N_f) = \{ \mathbf{s}(N_f) : f_{N_f}(\mathbf{s}(N_f)) > V_T \} \quad (11)$$

式中,  $V_T$  是检测门限,  $\hat{\mathbf{S}}(N_f|N_f)$  为最后一帧中能量积累值超过检测门限的状态,是利用  $1 \sim N_f$  时刻数据得到的  $N_f$  时刻状态的估计值. 然后,根据式(12)进行航迹回溯

$$\hat{\mathbf{s}}(n|n) = \Psi_{n+1}(\hat{\mathbf{s}}(n+1|n+1)), \quad n = N_f - 1, N_f - 2, \dots, 1 \quad (12)$$

得到估计的目标航迹  $\hat{\mathbf{S}}(N_f|N_f) = \{ \hat{\mathbf{s}}(1|1), \hat{\mathbf{s}}(2|2), \dots, \hat{\mathbf{s}}(N_f|N_f) \}$ .

通过以上 DP-TBD 算法的实现过程可以看出,传统 DP-TBD 算法本质上没有考虑单帧数据的积累性能对算法最终性能的影响,仅是通过多帧数据的非相参积累来提高信杂比,而在实际雷达检测中,当 CPI 脉冲数较少并在强杂波背景下时,由于多普勒滤波器组的分辨率较低导致的能量泄露及杂波谱展宽带来的谱污染,都会使单帧数据的相参积累面临非常严重的信息损失,这种损失再经 DP-TBD 算法的多帧积累会得到进一步叠加和放大,最终使得算法的性能严重下降.

### 3.2 矩阵 DP-TBD 算法

矩阵 DP-TBD 算法是把协方差矩阵作为目标函数,利用最短测地线距离对相邻帧的协方差矩阵进行关联,从而形成航迹,最后通过比较关联矩阵航迹的黎曼均值与参照矩阵间的距离大小来判断目标存在并同时给出目标航迹,其具体实现步骤为:

#### (1) 确定目标函数和关联区域

在每一帧数据到来时,假设某一个分辨单元的回波数据为  $\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ ,传统 DP-TBD 算法是首先通过 FFT 运算对  $\mathbf{x}$  进行相参积累,然后将积累值作为 DP-TBD 算法的目标函数,而矩阵 DP-TBD 算法是利用  $\mathbf{x}$  计算每一个分辨单元的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  并存储下来作为目标函数. 从理论上讲,协方差矩阵

$\mathbf{R}$  包含了回波的所有信息,直接利用  $\mathbf{R}$  作为目标函数就避免了相参积累存在的信息损失. 矩阵 DP-TBD 的关联区域同样是根据目标当前位置和速度限制确定的,同式(8)所示的关联区域相同.

#### (2) 矩阵关联

关联区域确定后,传统 DP-TBD 是按式(9)选取关联区域内的能量最大值进行叠加积累,由于矩阵 DP-TBD 的目标函数是协方差矩阵,所以不能直接相加,而是将当前帧每个位置的协方差矩阵与其关联区域内测地线距离最小的协方差矩阵进行关联,即

$$\Psi_n(\mathbf{s}(n)) = \arg \min_{s(n-1) \in \Gamma_n(\mathbf{s}(n))} d \left( \mathbf{R}(r_x(n), r_y(n)), \mathbf{R}(r_x(n-1), r_y(n-1)) \right) \quad (13)$$

式中,  $d(\cdot, \cdot)$  代表测地线距离,可由式(3)计算得到,  $\mathbf{R}(r_x(n), r_y(n))$  表示当前帧目标所在位置的协方差矩阵

$$\mathbf{R}(r_x(n-1), r_y(n-1)), (r_x(n-1), r_y(n-1)) = \arg \{ \mathbf{s}(n-1) \in \Gamma_n(\mathbf{s}(n)) \}$$

表示当前状态在前一帧的关联区域内所有位置的协方差矩阵.

根据信息几何理论,所有分辨单元的协方差矩阵都对应了流形上的点,如图3所示,现假设在流形上给定一个代表杂波平均水平的参照矩阵,则这些点与参照矩阵之间的测地线距离显然会有如下规律:即与参照矩阵之间的测地线距离越大的,存在目标的可能性也越大,相反,则越小. 所以,在矩阵流形上,所有分辨单元对应的点可大致分为两个区域,即有目标单元区域和无目标单元区域,因而在进行矩阵关联时,选择关联区域内与当前帧每个位置的协方差矩阵测地线距离最小的协方差矩阵进行关联,就可以尽可能保证最终的关联矩阵航迹中的所有点都在一个区域,进而这些点的黎曼均值与参照矩阵之间的测地线距离越大时,关联航迹是目标航迹的可能性就越大.

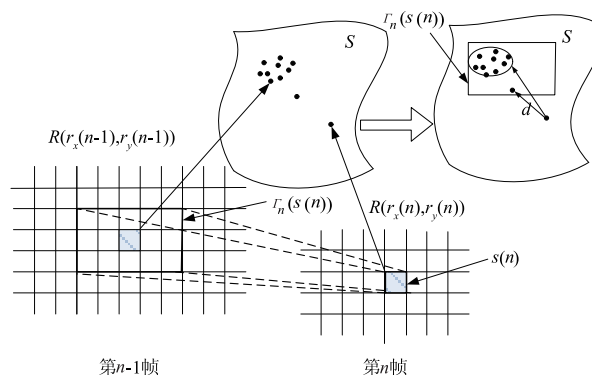


图3 矩阵DP-TBD算法关联区域示意图

#### (3) 计算关联矩阵航迹的黎曼均值及其与参照矩

阵的测地线距离

经过相邻帧间的矩阵关联,到最后一帧时,每个位置都对应了一条航迹,称之为关联矩阵航迹,可通过式(14)回溯得到.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(n) &= \Psi_{n+1}(\mathbf{s}(n+1)), \\ n &= N_f - 1, N_f - 2, \dots, 1 \end{aligned} \quad (14)$$

每一条关联矩阵航迹都对应了  $N_f$  个协方差矩阵,根据式(6)计算这  $N_f$  个矩阵的黎曼均值  $\bar{\mathbf{R}}(r_x(N_f), r_y(N_f))$ ,再根据式(3)计算该黎曼均值与参照矩阵  $\mathbf{R}_e$  的测地线距离,作为每一条航迹的能量积累值. 类似于矩阵 CFAR 检测器中参考单元矩阵的黎曼均值,这里的参照矩阵要能起到较好地反映杂波功率水平的作用,即可以代表杂波数据的协方差矩阵,因而可以利用无目标时某一帧中所有协方差矩阵的黎曼均值代替,单帧的分辨单元个数在数量上是足够的,再通过求解其黎曼均值就可以较好地满足要求.

每条关联矩阵航迹所对应矩阵群的质心即矩阵的黎曼均值可以代表每条航迹在流形上所处的位置,前

面已经分析过,有目标和无目标单元的协方差矩阵在矩阵流形上处于不同的位置,且信杂比越高,二者之间的距离越大,则关联矩阵航迹的黎曼均值与参照矩阵间的距离就代表了积累能量的大小.

(4) 门限判决并给出航迹

将最后一帧每个位置根据步骤(3)计算得到的测地线距离与门限进行比较,判定目标存在

$$\hat{\mathbf{s}}(N_f|N_f) = \{\mathbf{s}(N_f) : d(\bar{\mathbf{R}}(r_x(N_f), r_y(N_f)), \mathbf{R}_e) > V_T\} \quad (115)$$

并根据式(12)进行回溯,给出目标航迹  $\hat{\mathbf{S}}(N_f|N_f) = \{\hat{\mathbf{s}}(1|1), \hat{\mathbf{s}}(2|2), \dots, \hat{\mathbf{s}}(N_f|N_f)\}$ . 其中,由于检测统计量  $d(\bar{\mathbf{R}}(r_x(N_f), r_y(N_f)), \mathbf{R}_e)$  的形式较为复杂,通常很难求得检测门限的理论表达式,因而可以通过蒙特卡洛方法来确定  $V_T$ .

上面给出了矩阵 DP-TBD 算法的基本思想,为使整个过程更简洁明了,图 4 给出了矩阵 DP-TBD 算法实现过程的简化框图.

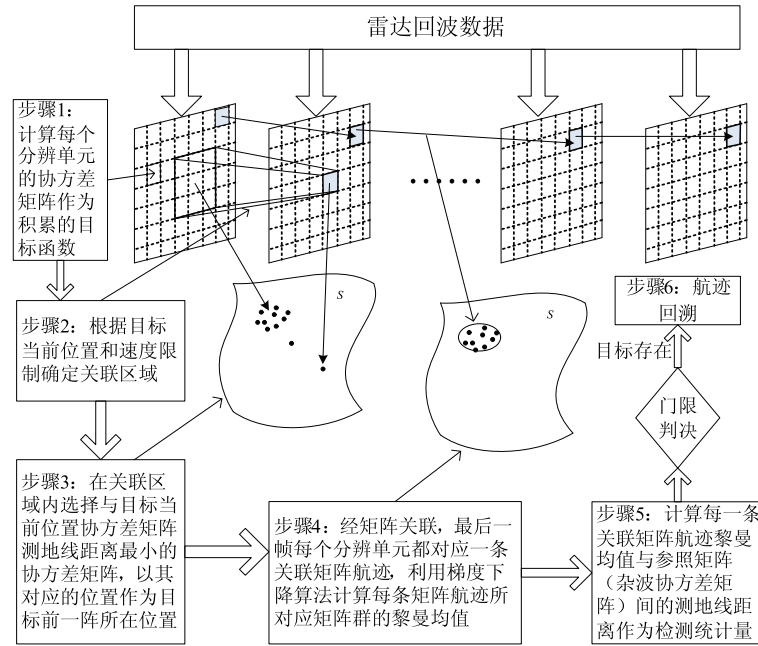


图4 矩阵DP-TBD算法实现过程的简化框图

## 4 仿真分析

假设雷达每一帧的观测区域有  $N_x \times N_y = 20 \times 20$  个分辨单元,雷达帧间采样间隔为 1s,共扫描  $N_f = 20$  帧. 其中,为体现杂波背景的复杂性,单帧的回波数据由  $K$  杂波仿真产生, $K$  杂波的尺度参数和形状参数都取 1,功率谱 3dB 带宽设为 80Hz,每个分辨单元的 CPI 长度为 8. 在观测区域内,目标做匀速直线运动,并附加

一个过程噪声,噪声方差设为 0.05,目标初始状态  $\mathbf{s}(1) = [n_x, n_y, v_x, v_y] = [1, 1, 1, 1]^T$ ,其中  $n_x, n_y$  为目标在  $x$  轴和  $y$  轴上的位置, $v_x, v_y$  为目标在  $x$  轴和  $y$  轴方向的速度,单位为单元/帧,设置关联区域时目标的最大速度设为  $v_{x,max} = v_{y,max} = 4$  单元/帧.

在实际处理中,为减小运算量,传统 DP-TBD 算法是在单帧相参积累的基础上设置一个低门限,对数据进行预处理,为分析单帧积累的信息损失,我们在此以

传统雷达中采用的 FFT 处理接 CFAR 检测器的检测性能作为衡量信息损失的指标,并与矩阵 CFAR 进行对比,检测性能越差表明信息损失越大.

矩阵 CFAR 与传统 CFAR 的区别首先在于矩阵 CFAR 利用黎曼均值对杂波功率水平进行估计,具有更好的估计性能.利用梯度下降算法计算矩阵均值,协方差矩阵均值的估计性能如图 5 所示,其中,三角符号表示算术均值的经验方差.由图可知,梯度下降算法能保证均值估计的经验方差不断减少,黎曼均值估计的经验方差趋向于一个常数,约为 6,而传统 CFAR 中使用的直接平均方法方差较大.

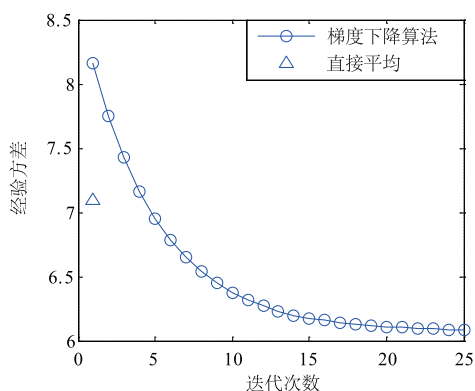


图5 经验方差表示的矩阵均值迭代估计性能

矩阵 CFAR 的另一优势是使用测地线距离作为检测统计量进行检测.测地线距离作为一个几何度量相比于 FFT 处理,优点是受杂波谱展宽及目标多普勒跨越损失影响较小,假设目标速度为 100m/s.在虚警概率  $P_f = 10^{-4}$  情况下,比较矩阵 CFAR 与常规 CFAR 的检测性能.检测曲线如图 6 所示,其中,常规方法为在 FFT 后进行 CFAR 处理,矩阵 CFAR 中矩阵黎曼均值迭代计算的初值采用参考单元矩阵的算术均值,迭代步长取

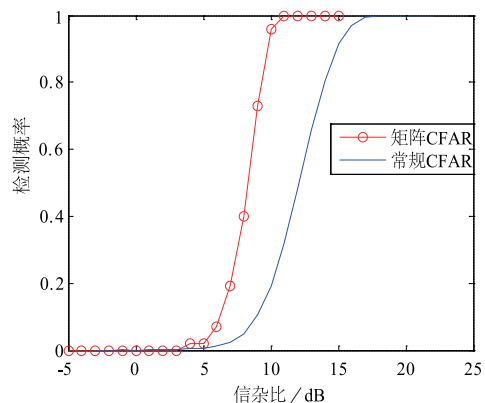


图6 信息几何方法与常规检测方法的检测性能

0.01,检测门限都基于虚警概率由蒙特卡洛方法确定.由图可知,在检测概率为 0.8 时,信息几何方法需要单脉冲信杂比约 9dB,常规检测方法需约 13dB,信杂比改善约 4dB.

然后我们针对第 3 节分析的单帧积累在杂波背景和短脉冲序列条件下存在的杂波谱展宽和能量泄露等问题设置四种仿真场景,即场景 1:不存在杂波谱展宽和能量泄露的影响;场景 2:只存在能量泄露的影响;场景 3:只存在杂波谱展宽的影响;场景 4:杂波谱展宽和能量泄露的影响都存在.四种场景的设置可以通过调节  $K$  杂波仿真中的杂波谱宽度和目标多普勒频率  $f_d$  来实现.场景 1 和 2 的设置中,令  $K$  杂波仿真中的功率谱 3dB 带宽为 40Hz,场景 3 和 4 对应为 80Hz,目标多普勒频率在场景 1 和 3 中为  $f_d = 142.86\text{Hz}$ ,场景 2 和 4 中  $f_d = 214.29\text{Hz}$ ,图 7 以多普勒滤波器组的形式给出了 4 种场景的示意图.

利用矩阵 CFAR 和传统 CFAR 分别对每一种场景下的仿真目标信号进行检测,信杂比范围设置为  $[-10\text{dB}, 20\text{dB}]$ ,得检测性能曲线如图 8 所示.

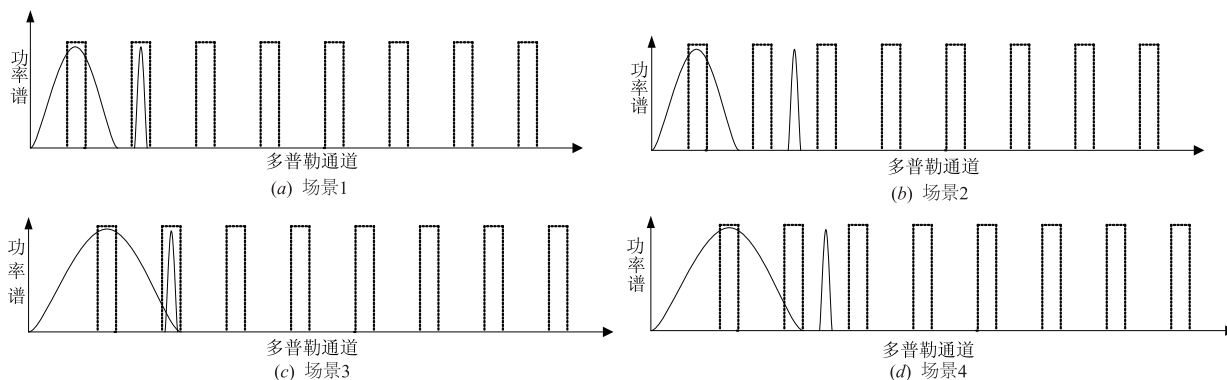


图7 4种仿真场景示意图

从图 8 中可以看出,FFT 处理接 CFAR 检测器的检测性能在四种不同场景下变化较大,且场景 1 和场景 4

的性能相差达到了约 12dB,也就说明了杂波谱展宽和能量泄露会使得单帧的相参积累出现较大的信息损失,在 DP-TBD 中,这种损失经多帧积累会进一步放大,使得最终的检测和跟踪性能会大大下降,而矩阵 CFAR 的检测性能在四种场景下变化较小,即在不同的杂波环境下信息损失较小。

图 9 给出了信杂比为-3dB 时传统 DP-TBD 算法和矩阵 DP-TBD 算法在四种场景下的跟踪性能。

如图 9 所示,由于受单帧积累信息损失的影响,传

统 DP-TBD 算法的跟踪性能在场景 2、3、4 中都有较大程度的下降,而矩阵 DP-TBD 算法直接利用协方差矩阵进行处理,单帧的信息损失较小,跟踪性能要明显优于传统 DP-TBD 算法。

矩阵 DP-TBD 算法的另一优势是其最终积累值的能量扩散效应较弱,能更容易对多目标进行处理,提高目标的分辨率,图 10 给出了两种算法最终积累值的三维分布示意图。

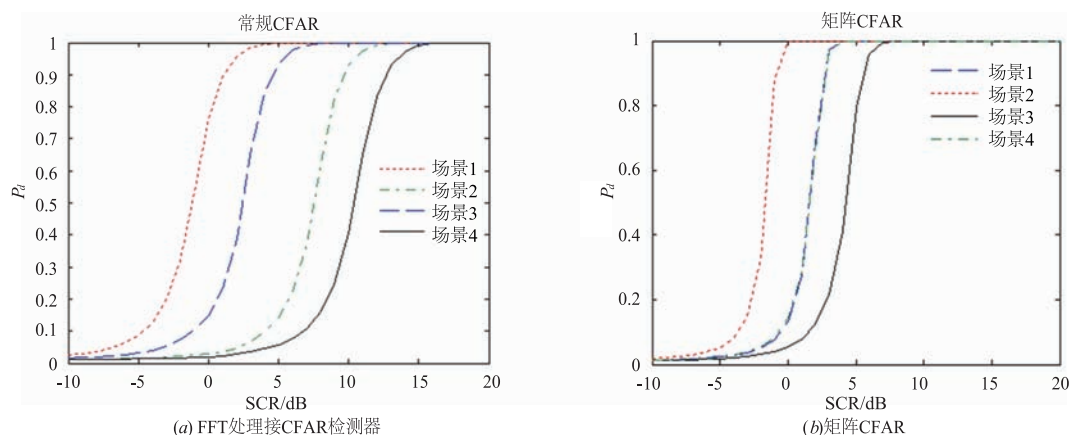


图8 矩阵CFAR和传统CFAR检测器的检测性能比较曲线

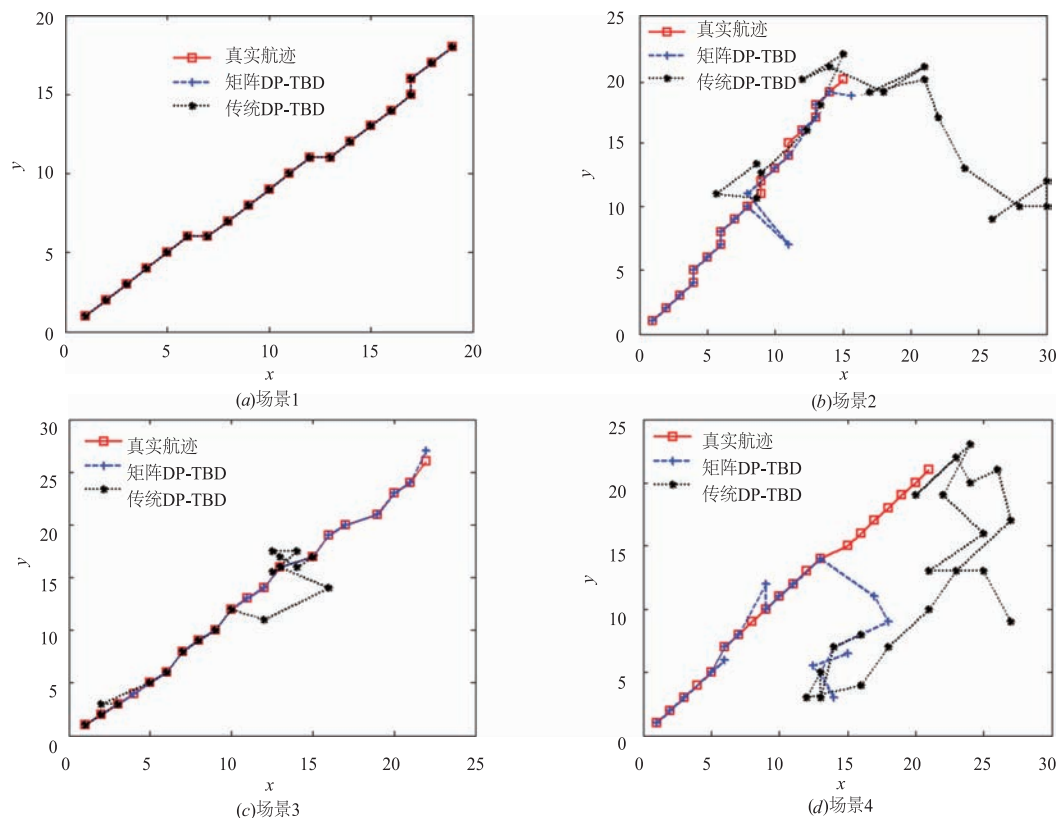


图9 SCK=-3dB时传统DP-TBD和矩阵DP-TBD在四种场景下的跟踪性能

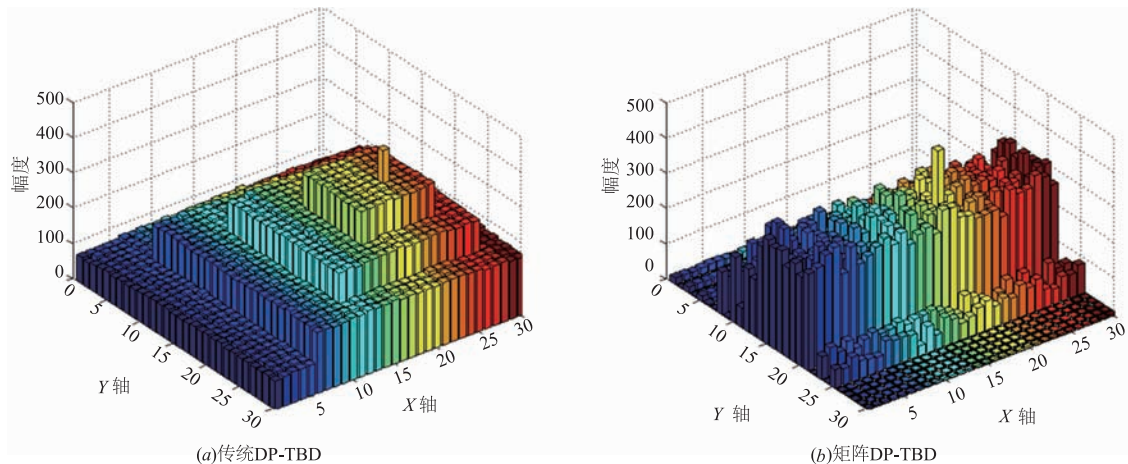


图10 传统DP-TBD和矩阵DP-TBD最终积累值的三维分布示意图

从图10中可以看出,传统DP-TBD算法的最终积累值存在明显的能量扩散效应,除目标所在位置外,其余位置的幅度值由大到小呈四层阶梯状分布,离目标最近的一层幅度最大,其幅度与目标位置幅度的比值为0.8左右,这样,如果在这一层区域内存在另一个目标,且目标幅度较小,则很难将其分辨出来.而矩阵DP-TBD算法最终的距离积累值虽然也存在一定的扩散效应,但要明显弱于传统DP-TBD算法,与目标所在位置相邻单元的距离积累值与目标位置距离积累值之比约为0.6左右,能更容易对多目标进行处理,提高目标分辨率.

现对矩阵DP-TBD算法以及传统DP-TBD算法的计算量大小进行比较分析.以一次乘法或加法作为一个单位运算量,传统DP-TBD算法的运算量从处理流程上主要包括两部分,一部分为单帧的相参积累处理,即FFT+CFAR检测,另一部分则是多帧的非相参积累,即能量累加和航迹回溯;而矩阵DP-TBD算法是将单帧和多帧积累融合在了一起,其运算量可主要由所用到的几何量分为两部分,一为测地线距离的计算,二为黎曼均值的计算.矩阵DP-TBD算法中涉及到的矩阵求逆和乘法等矩阵运算,均可相应换算为单位运算量之和,表1给出了计算量的具体表达式,其中 $n$ 为脉冲长度, $N$ 为CFAR处理中的参考单元个数, $n_s$ 为迭代次数, $N_s$ 为积累帧数, $N_x \times N_y$ 为单帧的分辨单元个数, $n_x \times n_y$ 为关联区域的大小.

从表1可以看出,整体来看矩阵DP-TBD算法的计算量是要大于传统DP-TBD算法的.在传统DP-TBD算法中,单帧的FFT+CFAR处理所占的运算量比重是较小的,影响计算量的主要是积累帧数、分辨单元数和关联区域大小,而在矩阵DP-TBD算法中,除了这三个量以外,占运算量较大比重的是计算测地线距离时的矩阵求逆和求解黎曼均值时的迭代计算.在短脉冲条件

下,矩阵维数较低,求逆运算与FFT处理的计算量差距不会太大,但如果在长脉冲条件下,高维矩阵求逆的运算量通常较大,而黎曼均值中迭代次数的选择可以根据精度要求适度调整,根据图5给出的估计性能曲线,迭代次数可以在12~20次范围内进行选择.

表1 计算量对比

方法	计算量
FFT + CFAR	$O(2Nn + 3n)$
矩阵CFAR	$O\{n^2(N+1) + 2[(n+n^2)n! + 2n^2] + 2n_s N[(n+n^2)n! + 3n^2]\}$
传统DP-TBD	$O(N_s(2Nn + 3n)(N_x \times N_y)(n_x \times n_y))$
矩阵DP-TBD	$O\{2N_s^2[(n+n^2)n! + 2n^2](N_x \times N_y)(n_x \times n_y) + 2n_s N_s[(n+n^2)n! + 3n^2](N_x \times N_y)\}$

## 5 结束语

本文将信息几何理论应用在了DP-TBD中,提出了一种矩阵DP-TBD算法,通过仿真实验表明,所提算法在短脉冲和杂波谱展宽等条件下具有比传统算法更优异的性能.然而,矩阵DP-TBD算法仍有许多问题需要继续深入研究,首先是计算量较大,如将其应用到实际中还面临一定困难;再就是矩阵流形本身是假定杂波序列服从零均值高斯分布的,那么在强非高斯杂波背景下,由于杂波类型的不准确,也会导致性能的下陷<sup>[16]</sup>,这是在以后的研究中需要着重解决的问题.

## 参考文献

- [1] 杨威,付耀文,潘晓刚,等.弱目标检测前跟踪技术研究综述[J].电子学报,2014,42(9):1786-1793.  
YANG Wei, FU Yao-wen, PAN Xiao-gang, et al. Track-before-detect technique for dim targets; an overview[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(10): 2032-2039. (in Chi-

- nese)
- [2] 周作成,张延花. 基于动态规划(DP)的信道模型变化检测[J]. 电子学报,2011,39(1):157-161.  
ZHOU Zuo-cheng,ZHANG Yan-hua. Channel model changes detecting method based on DP-algorithm [J]. Acta Electronica Sinica,2011,39(1):157-161. (in Chinese)
- [3] ZHENG D K, WANG S Y, QIN X. A dynamic programming track-before-detect algorithm based on local linearization for non-Gaussian clutter background[J]. Chinese Journal of Electronics,2016,25(3):583-590.
- [4] YANG L, ARNAUDON M, BARBARESCO F. Riemannian median, geometry of covariance matrices and radar target detection [A]. The 7th European Radar Conference [C]. Paris:IEEE,2010. 415-418.
- [5] CHENTSOV N N. Statistical Decision Rules and Optimal Inference[M]. Rhode Island, USA: American Mathematical Society,1982. 111-119.
- [6] EFRON B. Defining the curvature of a statistical problem (with applications to second order efficiency)[J]. The Annals of Statistics,1975,3(6):1189-1242.
- [7] AMARI S, NAGAOKA H. Methods of Information Geometry[M]. New York: Oxford University Press, 2000. 89-99.
- [8] 黎湘,程永强,王宏强,等. 雷达信号处理的信息几何方法[M]. 北京:科学出版社,2014. 92-116.
- [9] BARBARESCO F. Interactions between symmetric cone and information geometries: bruhat-tits and siegel spaces models for high resolution autoregressive doppler imagery [J]. Lecture Notes in Computer Science,2009,5416(1):124-163.
- [10] 赵兴刚,王首勇. 雷达目标检测的信息几何方法[J]. 信号处理,2015,31(6):631-637.  
ZHAO X G, WANG S Y. Information geometry method to radar target detection[J]. Journal of Signal Processing, 2015,31(6):631-637. (in Chinese)
- [11] 赵兴刚,王首勇. 基于 SIRP 杂波的雷达目标距离检测方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2015,43(9):79-83.  
ZHAO X G, WANG S Y. Radar target distance detection method based on SIRP clutter [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2015,43(9):79-83. (in Chinese)
- [12] LENGLET C, ROUSSON M, DERICHE R, et al. Statistics on the manifold of multivariate normal distributions; theory and application to diffusion tensor MRI processing[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2006, 25(3):423-444.
- [13] MOAKHER M. A differential geometric approach to the geometric mean of symmetric positive-definite matrices [J]. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 2005,26(3):735-747.
- [14] 刘俊凯,王雪松,王涛,屈龙海. 信息几何在脉冲多普勒雷达目标检测中的应用[J]. 国防科技大学学报,2011,33(2):77-80.  
LIU J K, WANG X S, WANG T, QU H L. Application of information geometry to target detection for pulsed-doppler radar [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011,33(2):77-80. (in Chinese)
- [15] 王首勇,万洋,刘俊凯,等. 现代雷达目标检测理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2014. 301-318.
- [16] DUAN X M, SUN H F, PENG L Y. The  $\alpha$ -geometric structures on manifold of positive definite hermite matrices [J]. Acta Mathematica Sinica (English Series), 2014,30(12):2137-2145.

## 作者简介



赵兴刚 男. 1988年生,山东昌乐人,在读博士研究生,研究方向为空天目标检测.  
E-mail:565484636@qq.com



王首勇 男. 1956年生,河南滑县人,教授、博士生导师、中国电子学会高级会员,主要研究方向为现代雷达信号处理.  
E-mail:sywang\_mail@163.com



郑岱堃 男. 1986年生,山东东平人,博士,主要研究方向为空天目标检测.  
E-mail:zheng\_af@163.com