

# 基于 Metropolis-Hastings 采样的 多传感器集合卡尔曼滤波算法

胡振涛<sup>1</sup>, 张 谨<sup>1</sup>, 胡玉梅<sup>2</sup>, 金 勇<sup>1</sup>

(1. 河南大学图像处理与模式识别研究所, 河南开封 475004; 2. 西北工业大学自动化学院, 陕西西安 710072)

**摘 要:** 集合卡尔曼滤波是近年来发展起来的一种处理非线性系统估计的有效解决方法. 针对标准集合卡尔曼滤波实现过程中, 量测噪声不确定导致自举量测采样出现一致性偏差问题, 提出了一种基于 Metropolis-Hastings 采样的多传感器集合卡尔曼滤波算法. 首先, 结合多传感器量测系统的物理特性和集合卡尔曼滤波中自举量测生成机理, 构建多传感器条件下自举量测集合. 其次, 通过对多传感器自举量测似然度求解以及在量测接受概率函数合理设计基础上, 利用 Metropolis-Hastings 采样策略实现有效量测的确认. 新算法通过对多传感器量测中冗余和互补信息的提取与利用实现对一致性偏差的修正, 进一步改善被估计系统状态的滤波精度. 理论分析和仿真实验结果验证了算法的可行性和有效性.

**关键词:** 非线性滤波; 集合卡尔曼滤波; 自举量测; Metropolis-Hastings 采样

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2017)04-0868-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.04.015

## Multi-Sensor Ensemble Kalman Filtering Algorithm Based on Metropolis-Hastings Sampling

HU Zhen-tao<sup>1</sup>, ZHANG Jin<sup>1</sup>, HU Yu-mei<sup>2</sup>, JIN Yong<sup>1</sup>

(1. Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng, Henan 475004, China;

2. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** Recently, ensemble Kalman filter is considered as an effective solution for the state estimation of nonlinear system. Aiming at the consistency deviation occurred in virtual measurement sampling process on account of measurement noise uncertainty, a novel multi-sensor ensemble Kalman filtering algorithm based on Metropolis-Hastings sampling is proposed. Firstly, combined with the physical properties of multi-sensor measurement system and the generation mechanism of bootstrapping measurement in ensemble Kalman filter, multi-sensor bootstrapping measurement set is structured. Secondly, through solving the likelihood of multi-sensor bootstrapping measurement and designing the probability function of measurement acceptance, validation measurement from multi-sensor bootstrapping measurement set is confirmed by Metropolis-Hastings sampling strategy. The new method corrects the consistency deviation appearing at bootstrapping measurement by means of the extraction and utilization for the redundancy and complementary information in multi-sensor measurement, and improves the filtering precision for the estimated system state. Finally, the theoretical analysis and experimental results show the feasibility and efficiency of our proposed algorithm.

**Key words:** nonlinear filter; ensemble Kalman filter; bootstrapping measurement; Metropolis-Hastings sampling

## 1 引言

在实际工程应用领域, 目标运动建模和量测建模中

的坐标系转换, 以及分布式量测信息空间变换与配准都不可避免地造成系统模型的非线性<sup>[1]</sup>. 诸如火箭制导和控制系统、飞机和舰船惯性导航、雷达或声纳探测和跟

收稿日期: 2015-12-08; 修回日期: 2016-05-13; 责任编辑: 李勇锋

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61300214); 河南省高校科技创新团队支持计划 (No. 13IRTSTHN021); 中国博士后科学基金 (No. 2014M551999); 河南省高校青年骨干教师资助计划 (No. 2013GGJS-026)

踪、卫星轨道姿态估计等都属于典型非线性动态系统. 解决此类问题的最优方案需要得到后验概率分布的完整描述,但这种精确描述通常需要无穷参数,导致无法实际应用,仅对部分特定问题可获得最优解析解. 为此,人们设计了一些次优近似方法,这些次优滤波器依据实现原理分为四类<sup>[2,3]</sup>:解析近似方法(扩展卡尔曼滤波及其改进算法等)、数值逼近方法(网格近似及高斯和近似等)、确定性采样方法(不敏卡尔曼滤波及插值滤波等)和随机性采样方法(粒子滤波和集合卡尔曼滤波等). 扩展卡尔曼滤波(EKF)通过对非线性函数泰勒展开式进行一阶线性化截断,从而将非线性问题转化为线性问题,并采用 KF 结构实现对具有加性高斯白噪声特性的非线性系统的状态估计. EKF 具有物理含义清晰和实现简单的优点,其缺点是当系统具有强非线性特征或噪声不满足高斯白噪声时易出现滤波发散现象<sup>[4]</sup>. 基于数值逼近的非线性滤波方法典型代表是高斯和近似(GSF),它通过选择适当的高斯混合个数,利用线性或非线性滤波器得到各阶矩的近似来逼近后验概率密度. 然而很难在线计算各个高斯分布权重,并且混合个数随时间推移呈指数增加<sup>[5]</sup>. 确定性采样方法典型代表是不敏卡尔曼滤波(UKF),其基本原理是用一组精心选择的 sigma 点经过 UT 变换来传递随机变量的统计特性,并利用加权统计线性回归方法估计随机变量的均值和协方差. 其优点在于 UKF 对被估计系统非线性强度不敏感,且无需计算雅可比矩阵<sup>[6]</sup>. 此外,相似于 UKF 实现结构还有近年来发展起来的基于三阶容积积分原理的容积卡尔曼滤波(CKF)<sup>[7]</sup>、基于 Gaussian-Hermite 数值积分原理的高斯厄尔米特滤波(GHF)<sup>[8]</sup>以及基于 Stirling 插值原理的中心差分滤波(CDF)<sup>[9]</sup>.

伴随着计算机性能的飞速提升和估计理论的完善与发展,采用随机性采样思想实现非线性滤波器的设计思路日益受到国内外相关领域专家和学者的关注,典型实现方式如:粒子滤波(PF)和集合卡尔曼滤波(EnKF). PF 具有适用于非线性非高斯系统的优势,但实现机理使其无法克服固有的粒子退化和粒子多样性溃退问题. 另外,PF 滤波精度取决于系统状态维数和粒子数目,然而,随着两者增加都会造成计算量的急剧增加<sup>[10]</sup>. 结合 Monte Carlo 采样方法和数据同化技术, Evensen 等学者提出了集合卡尔曼滤波器<sup>[11]</sup>. EnKF 采用 Monte Carlo 采样方法生成表征状态统计量的初始样本集合,并对初始样本集合中每个样本应用系统状态转移函数,进而通过计算状态转移后样本集合均值和协方差实现当前时刻状态估计值的求解<sup>[12]</sup>. EnKF 解决了 EKF 实现中局部线性化和协方差计算的非正定问题,可以直接利用非线性系统状态模型,保持了状态模型中所有动力学特征,适用于强非线性系统估计. 此外,

它通过对集合预测元素利用算术平均运算求解误差的一阶矩(期望)和二阶矩(方差)估计,避免求解预测误差协方差中求逆运算,降低了计算负担,并改善了被估计系统维数对计算量的影响<sup>[13]</sup>. 然而,标准 EnKF 实现步骤中需要进行自举量测的采样,其采样方式不可避免地造成自举量测样本受到当前时刻量测噪声不确定的影响,呈现出一致性偏差现象. 此外,由于 EnKF 采用随机性采样机制,使得在具有多传感器量测特性的非线性系统估计中无法简单地移植集中式和分布式结构. 目前,国内外文献中关于多传感器量测下 EnKF 算法设计与改进的相关研究成果少见报道. 针对以上问题,本文提出一种基于 Metropolis-Hastings 采样的多传感器集合卡尔曼滤波(EnKF-MH)算法,考虑多传感器信息融合方法具有改进量测不确定的优势,结合 Metropolis-Hastings 采样策略实现多传感器自举量测的采样,通过对多传感器量测中冗余和互补信息的充分提取和利用,改善 EnKF 中当前时刻量测噪声不确定对自举量测样本可靠性的不利影响,提升状态估计精度.

## 2 标准集合卡尔曼滤波

考虑一般意义下典型非线性状态空间模型

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{u}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{x}_k \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  和  $\mathbf{z}_k \in \mathfrak{R}^{r \times 1}$  分别表示  $k$  时刻非线性离散系统的状态向量和量测向量,  $n$  和  $r$  分别表示其维数.  $f(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  分别表示系统状态转移函数和量测函数.  $\mathbf{u}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  分别表示系统过程噪声和量测噪声,两者相互独立且满足均值为零,方差分别为  $\sigma_{\mathbf{u}_k}^2$  和  $\sigma_{\mathbf{v}_k}^2$  高斯白噪声特性. EnKF 算法实现过程如下:首先,定义  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \in \mathfrak{R}^{n \times L}$  和  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \in \mathfrak{R}^{n \times L}$  分别表示  $k-1$  时刻状态估计样本集和  $k$  时刻状态一步预测样本集.  $\mathbf{x}_{k-1/k-1}^l$  和  $\mathbf{x}_{k/k-1}^l$  分别表示  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}$  和  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$  中第  $l$  个样本,  $l=1, 2, \dots, L$ ,  $L$  表示样本集中的样本个数.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \triangleq [\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^1, \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^l, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^L] \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^l) + \mathbf{u}_k \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \triangleq [\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^1, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^L] \quad (5)$$

其次,根据式(6)获得状态一步预测均值  $\bar{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ .

$$\bar{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{k/k-1}^l \quad (6)$$

$\tilde{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{xx} \in \mathfrak{R}^{n \times L}$  和  $\tilde{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{zz} \in \mathfrak{R}^{r \times L}$  分别表示状态一步预测误差及量测残差.

$$\tilde{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{xx} \triangleq [\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^1 - \bar{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^2 - \bar{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l - \bar{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^L - \bar{\mathbf{x}}_{k/k-1}] \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{zz} \triangleq [\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^1 - \bar{\mathbf{z}}_{k/k-1}, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^2 - \bar{\mathbf{z}}_{k/k-1}, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^l - \bar{\mathbf{z}}_{k/k-1}, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^L - \bar{\mathbf{z}}_{k/k-1}] \quad (8)$$

其中,  $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^l$  和  $\bar{\mathbf{z}}_{k/k-1}$  分别表示量测预测集  $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \in \mathbb{R}^{r \times L}$  中第  $l$  个样本和量测预测均值.

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^l = h(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l) \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^l \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \triangleq [\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^1, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^2, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^L, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^L] \quad (11)$$

$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^l$  表示自举量测集中第  $l$  个样本, 生成原理如式 (12) 所示.

$$\mathbf{z}_k^l = \mathbf{z}_k + \mathbf{v}_k^l \quad (12)$$

$\mathbf{v}_k^l$  与  $\mathbf{v}_k$  取相同的噪声分布特性, 即  $\mathbf{v}_k^l \sim \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\sigma}_{v_l}^2)$ . 由式 (12) 可知, 自举量测的生成依赖于最新量测  $\mathbf{z}_k$  以及量测噪声的先验统计信息或称之为量测噪声方差  $\boldsymbol{\sigma}_{v_l}^2$  [12]. 自举量测引入的主要目的在于通过等权融合的方式降低量测噪声随机性对滤波精度的影响. 接下来, 在构造量测误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_k^{xx}$  和量测残差协方差矩阵  $\mathbf{P}_k^{zz}$  基础上计算滤波增益阵  $\mathbf{K}_k$ .

$$\mathbf{P}_k^{xx} = \frac{1}{L-1} \bar{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{xx} (\bar{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{xx})^T \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_k^{zz} = \frac{1}{L-1} \bar{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{zz} (\bar{\mathbf{e}}_{k/k-1}^{zz})^T \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^{xz} (\mathbf{P}_k^{zz})^{-1} \quad (15)$$

最终, 结合  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l$ 、 $\mathbf{z}_k^l$  以及  $\mathbf{K}_k$ , 依据贝叶斯估计中状态预测和量测更新的原理求解  $k$  时刻状态估计样本集  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^l$  和状态估计均值  $\bar{\mathbf{x}}_{k/k}$ .

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^l = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k^l - h(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^l)) \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{k/k} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^l \quad (17)$$

$\bar{\mathbf{x}}_{k/k}$  即为当前时刻标准 EnKF 输出的状态估计结果.

### 3 基于 Metropolis-Hastings 采样的多传感器 EnKF 算法

依据  $\mathbf{z}_k^l$  采样方式可知: 考虑到传感器量测噪声随机性的影响, 当前时刻  $\mathbf{z}_k$  存在一定的量测偏差, 而且这种偏差必将伴随着  $\mathbf{z}_k^l$  实现方式传递到自举量测采样中, 使得  $\mathbf{z}_k^l$  出现相对于目标真实状态的一致性偏差. 此外, 根据 EnKF 对  $\mathbf{z}_k^l$  的利用过程可知, 式 (16) 和式 (17) 给出状态估计  $\bar{\mathbf{x}}_{k/k}$  的求解方式缺乏对传感器真实量测值  $\mathbf{z}_k$  的直接利用, 而实际上相对于  $\mathbf{z}_k^l$ ,  $\mathbf{z}_k$  在滤波过程中应具有更大的可信度. 基于以上分析, 考虑到多传感器数据融合方法具有改善量测不确定优势, 通过对多传感器量测信息中冗余和互补信息的合理提取和利用, 同时结合 Metropolis-Hastings 采样策略, 文中提出了一种基于 Metropolis-Hastings 采样的多传感器集合卡尔曼滤波算法.

#### 3.1 Metropolis-Hastings 采样策略

Metropolis-Hastings 采样策略是一种典型 Markov

Chain Monte Carlo (MCMC) 抽样方法. 它通过重复考虑随机地对每个分量产生变化来实现, 并基于它们如何影响状态的概率 (或接受或拒绝) 的变化实现样本的采样 [14, 15]. 这一过程可以看成是由一组基础转移概率建立的 Markov 链过程, 其基本原理如下: 假设在某一状态空间,  $\mathbf{x}$  表示当前时刻状态, 利用条件分布  $q(\mathbf{x}', \mathbf{x})$  来产生一个新状态  $\mathbf{x}'$ , 并以接受概率  $\pi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  决定当前时刻状态样本的选择.

$$\pi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \min \left\{ 1, \frac{p(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}', \mathbf{x})}{p(\mathbf{x})q(\mathbf{x}, \mathbf{x}')} \right\} \quad (18)$$

具体过程是从随机分布  $U(0, 1)$  中产生一个随机数  $\delta$ . 如果  $\delta < \pi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ , 则选取样本  $\mathbf{x}'$ , 否则选取样本  $\mathbf{x}$ . 当各个状态样本分量相互独立, 即  $q(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = q(\mathbf{x}')q(\mathbf{x})$ , 并且  $q(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = q(\mathbf{x})q(\mathbf{x}')$  时, 则式 (18) 进一步简化为

$$\pi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \min \left\{ 1, \frac{p(\mathbf{x}')}{p(\mathbf{x})} \right\} \quad (19)$$

$p(\mathbf{x})$  和  $p(\mathbf{x}')$  分别表示状态样本  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}'$  的可信概率.

#### 3.2 基于 Metropolis-Hastings 采样的多传感器自举量测采样方法

将 Metropolis-Hastings 采样策略引入到多传感器 EnKF 构建过程的出发点主要考虑到以下两个因素: 一方面是为了实现对多传感器量测信息的合理提取和利用, 改善标准 EnKF 的自举量测中一致性偏差对滤波精度的影响. 另一方面, 通过 Metropolis-Hastings 采样使得参与滤波的自举量测个数能够保持与单传感器条件下自举量测个数相同, 避免 EnKF 采用传统分布式结构导致的计算复杂度急剧增加问题. 针对多传感器量测系统结构特点, 首先, 构建基于多传感器量测的自举量测  $\hat{\mathbf{z}}_{k,m}^l$ .

$$\hat{\mathbf{z}}_{k,m}^l = \mathbf{z}_{k,m} + \mathbf{v}_{k,m}^l \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (20)$$

$\mathbf{z}_{k,m}$  和  $\hat{\mathbf{z}}_{k,m}^l$  分别表示  $k$  时刻传感器  $m$  的真实量测和第  $l$  个自举量测,  $\mathbf{v}_{k,m}^l$  为满足均值为零, 方差为  $\boldsymbol{\sigma}_{v_{l,m}}^2$  的高斯分布, 考虑到多传感器量测系统中所采用不同传感器在精度上存在差异, 这里  $\boldsymbol{\sigma}_{v_{l,m}}^2$  表示第  $m$  个传感器量测精度,  $M$  表示多传感器个数. 其次, 为表征多传感器量测结构下 EnKF 中具有的整体量测信息, 令  $\boldsymbol{\Theta}_k$  表示多传感器量测集合,  $\boldsymbol{\Theta}_k$  包含量测系统中由所有传感器获得的全部真实量测以及由其生成的自举量测数据.

$$\boldsymbol{\Theta}_k \triangleq \{\boldsymbol{\Psi}_{k,1}, \boldsymbol{\Psi}_{k,2}, \dots, \boldsymbol{\Psi}_{k,m}, \dots, \boldsymbol{\Psi}_{k,M}\} \quad (21)$$

其中,  $\boldsymbol{\Psi}_{k,m}$  表示  $k$  时刻传感器  $m$  的真实量测和由其生成的自举量测数据集合.

$$\boldsymbol{\Psi}_{k,m} \triangleq \{\mathbf{z}_{k,m}, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^1, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^2, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^L, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^L\} \quad (22)$$

为了便于对  $\boldsymbol{\Psi}_{k,m}$  中量测数据的统一标示, 取  $\hat{\mathbf{z}}_{k,m}^0 = \mathbf{z}_{k,m}$ . 且  $i = 0, 1, 2, \dots, L$ . 此时,  $\boldsymbol{\Psi}_{k,m}$  改写为如下形式.

$$\boldsymbol{\Psi}_{k,m} \triangleq \{\hat{\mathbf{z}}_{k,m}^0, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^1, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^2, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^L, \dots, \hat{\mathbf{z}}_{k,m}^L\} \quad (23)$$

接下来,为实现对有效量测  $\Omega_k^l$  的抽样( $\Omega_k^l$  被认为是从  $\Theta_k$  中抽取并最终参与构造 EnKF 状态估计值输出的量测),依据量测似然度函数对  $\Theta_k$  中量测可信度进行评估,并以量测似然度作为量测的可信概率. 考虑到

$$\ell_{k,m}^i = \begin{cases} p(\bar{z}_{k,m}^i | \bar{x}_{k/k-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v_{k,m}}^2}} \exp\left\{-\frac{(\bar{z}_{k,m}^i - \bar{z}_{k/k-1})(\bar{z}_{k,m}^i - \bar{z}_{k/k-1})^T}{2\sigma_{v_{k,m}}^2}\right\}, & i=0 \\ p(\bar{z}_{k,m}^i | \bar{x}_{k/k-1}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\sigma_{v_{k,m}}^2}} \exp\left\{-\frac{(\bar{z}_{k,m}^i - \bar{z}_{k/k-1})(\bar{z}_{k,m}^i - \bar{z}_{k/k-1})^T}{4\sigma_{v_{k,m}}^2}\right\}, & i=1,2,\dots,L \end{cases} \quad (24)$$

结合式(24),在获取  $\Theta_k$  中所有量测样本似然度基础上, $\Omega_k^l$  采样通过 Metropolis-Hastings 采样方式实现:首先,随机抽取  $k$  时刻  $\Psi_{k,m}$  中量测样本,并依据被抽样的量测样本是否属于传感器真实量测或由其生成的自举量测,利用式(24)计算  $\ell_{k,m}^i$ . 在此基础上,随机抽取  $\Theta_k$  中除  $\Psi_{k,m}$  以外其它任意一个传感器量测集合  $\Psi_{k,\eta}$  中的量测样本,并计算  $\ell_{k,\eta}^j$ ,其中  $\eta=0,1,2,\dots,m-1,m+1,\dots,M,j=0,1,2,\dots,L$ . 进而依据式(25)求解用以判别  $\Omega_k^l$  选取的接受概率  $\pi(\bar{z}_{k,m}^i, \bar{z}_{k,\eta}^j)$ .

$$\pi(\bar{z}_{k,m}^i, \bar{z}_{k,\eta}^j) = \min\left\{1, \frac{\ell_{k,m}^i}{\ell_{k,\eta}^j}\right\} \quad (25)$$

依据 Metropolis-Hastings 采样原理, $\Omega_k^l$  确认通过式(25)实现.

$$\Omega_k^l = \begin{cases} \bar{z}_{k,m}^i, & \pi(\bar{z}_{k,m}^i, \bar{z}_{k,\eta}^j) \geq \delta \\ \bar{z}_{k,\eta}^j, & \pi(\bar{z}_{k,m}^i, \bar{z}_{k,\eta}^j) < \delta \end{cases} \quad (26)$$

根据  $\Omega_k^l$  中的标号  $l$  所代表的含义,有效量测确认过程需要重复进行  $l$  次,使得最终用于 EnKF-MH 的有效量测个数保持与标准 EnKF 中自举量测数目相同.

### 3.3 EnKF-MH 算法实现步骤

为便于理解 EnKF-MH 具体操作,下面以伪代码形式给出 EnKF-MH 实现步骤.

(1) 当  $k=0$  时刻,滤波初始化:

结合系统建模中先验信息生成状态估计样本集.

$$\hat{x}_{0,0}^l = x_0, l=1,2,\dots,L$$

(2) 当  $k \geq 1$  时刻实现状态的递推估计:

① 状态的一步预测:

结合式(5)和式(11)分别计算  $k$  时刻状态一步预测样本集  $\hat{x}_{k/k-1}$  和量测预测集  $\hat{z}_{k/k-1}$ ,并依据式(6)和式(10)求解状态一步预测均值  $\bar{x}_{k/k-1}$  以及量测一步预测均值  $\bar{z}_{k/k-1}$ .

② 多传感器自举量测的生成:

利用式(20)、式(21)和式(23)构建由多传感器真实量测和由其生成的自举量测共同构成的多传感器量测集  $\Theta_k$ .

③ 有效量测的采样:

依据式(24)获取  $\Theta_k$  中所有量测样本的量测似然度基础上,结合式(25)和式(26)完成对有效量测  $\Omega_k^l$  的采样.

④ 滤波增益的计算:

利用式(7)和式(8)计算状态一步预测误差  $\tilde{e}_{k/k-1}^v$  和量测残差向量

EnKF 中自举量测生成机理, $\bar{z}_{k,m}^i$  量测方差应为  $z_{k,m}$  量测方差的两倍,因而对  $\Psi_{k,m}$  中量测样本的可信度评估  $\ell_{k,m}^i$  采用以下方式.

$\tilde{e}_{k/k-1}^v$ ,进而利用式(13)至式(15)求解滤波增益  $K_k$ ,需要注意的是式(8)中  $z_k^l$  此时应用  $\Omega_k^l$  替换.

⑤ 量测更新:

依据式(16)实现量测对状态一步预测均值  $\bar{x}_{k/k-1}$  的修正,并结合式(17)计算当前时刻状态估计值  $\bar{x}_{k/k}$ ,需要注意的是此时式(16)中  $z_k^l$  应用  $\Omega_k^l$  替换.

⑥ 令  $k=k+1$ ,转到步骤①

## 4 仿真结果与分析

为验证算法可行性和有效性,仿真实验中选用文献[10]中采用的单变量非静态增长模型. 采用 Monte Carlo 仿真条件下的均方根误差(RMSE)作为度量算法精度优劣的性能指标,并取单次仿真条件下算法耗时作为度量算法实时性的指标. Monte Carlo 仿真次数取 500. 实验分别给出单传感器量测下标准 EnKF(EnKF-sensor1 和 EnKF-sensor2,区别在于传感器量测精度不同)、以及多传感器量测下采用联邦卡尔曼滤波融合策略的分布式 EnKF(简记为 EnKF-D)及本文提出的 EnKF-MH 算法的结果比较.

$$\begin{aligned} x_k &= 0.5x_{k-1} + 25(x_{k-1}/(1+(x_{k-1})^2)) \\ &\quad + 8\cos(1.2(k-1)) + u_{k-1} \\ z_{k,m} &= (x_k)^2/20 + v_{k,m}, m=1,2 \end{aligned}$$

选取单变量非静态增长模型的出发点在于验证 EnKF-MH 在处理强非线性系统估计中的有效性. 系统过程噪声  $u_{k-1}$  服从零均值,方差  $\sigma_{u_i}^2 = 10$  的高斯白噪声. 量测噪声  $v_{k,m}$  服从零均值高斯白噪声,传感器 1 和传感器 2 的量测噪声方差  $\sigma_{v_{k,1}}^2 = 1$  和  $\sigma_{v_{k,2}}^2 = 2$ . 采样步长取 30.

图 1 给出了自举量测数目取 50 时,4 种滤波器输出目标状态估计 RMSE 的比较. 由图 1 可以看出:EnKF-MH 的 RMSE 最小,EnKF-D 次之,且均小于 EnKF-sensor1 和 EnKF-sensor2,而 EnKF-sensor1 优于 EnKF-sensor2. 结合算法实现原理和实验参数设置,分析以上结果出现的原因可知:EnKF-MH 之所以获得较好滤波精度正是由于通过多传感器自举量测的构建,有效改善了单传感器自举量测中一致性偏差对状态估计精度

的不利影响;虽然 EnKF-D 同样利用了多传感器提供的量测信息,但缺乏对于自举量测一致性偏差的处理机制,使其滤波精度次于 EnKF-MH;EnKF-sensor1 优于 EnKF-sensor2 的原因在于实验中传感器 1 的量测精度设置本身高于传感器 2 的量测精度.为进一步验证自举量测个数对算法滤波精度的影响,图 2 给出了自举量测数目由 10 到 100 变化过程中 4 种滤波器的 RMSE 均值.从图 2 中可以直观发现:随着自举量测数目增加, RMSE 均值存在减小和趋于稳定的趋势,并且 EnKF-MH 在收敛性和滤波精度方面均优于其他 3 种滤波算法,其结果进一步验证了 EnKF-MH 在提升滤波估计精度方面的优势.此外,从图 2 中还可以清晰看到:相对单传感器量测下标准 EnKF,多传感器量测下 EnKF-MH 和 EnKF-D 具有更好的稳定性. EnKF-sensor1 和 EnKF-sensor2 在采样点数目增加过程中, RMSE 均值曲线出现有明显跳跃现象; EnKF-D 和 EnKF-MH 在采样点数目增加过程中, RMSE 均值曲线相对平滑,并且 EnKF-MH 滤波精度一直保持优于 EnKF-D,且在自举量测数目为 50 左右达到稳定.

表 1 给出单变量非静态增长模型测试中自举量测数目不同情况下算法单次运行时间.由表 1 可以看出:4 种算法耗时均随着自举量测数目增加而增大, EnKF-MH 和 EnKF-D 算法耗时均高于 EnKF-sensor1 和 EnKF-sensor2,其中,采用 EnKF-D 算法耗时接近 EnKF-sensor1 或 EnKF-sensor2 的两倍,这种结果符合两类算法实现的结构特点. EnKF-MH 由于在滤波实现中采用的量测样本数目维持和单传感器自举量测下的数目相同,计算量增加仅仅集中于有效量测的确认过程,因此计算量小于 EnKF-D.此外,由表 1 中的数据,我们还可以发现随着自举量测数目增加, EnKF-MH 与 EnKF-D 算法耗时的差别越来越大.实际上体现出随着自举量测个数增加, EnKF-MH 滤波获得改善情况下同时能够保持较好实时性的特征.

表 1 自举量测数目不同情况下算法单次运行时间/s

自举量测数目	EnKF-sensor1	EnKF-sensor2	EnKF-D	EnKF-MH
10	0.0077	0.0066	0.0143	0.0108
20	0.0134	0.0119	0.0253	0.0201
30	0.0193	0.0171	0.0364	0.0291
40	0.0253	0.0224	0.0477	0.0381
50	0.0312	0.0275	0.0586	0.0474
60	0.0368	0.0324	0.0692	0.0563
70	0.0421	0.0374	0.0795	0.0648
80	0.0481	0.0427	0.0907	0.0743
90	0.0542	0.0481	0.1023	0.0839
100	0.0594	0.0529	0.1123	0.0926

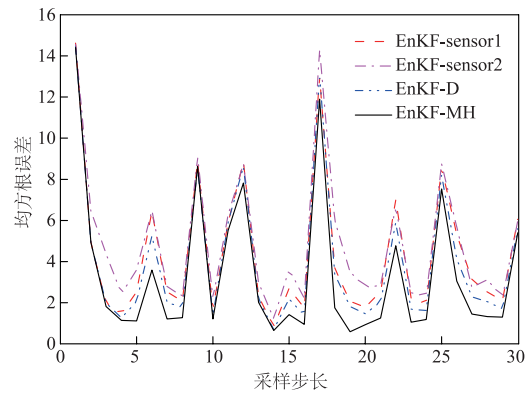


图1 自举量测个数取50时状态估计RMSE

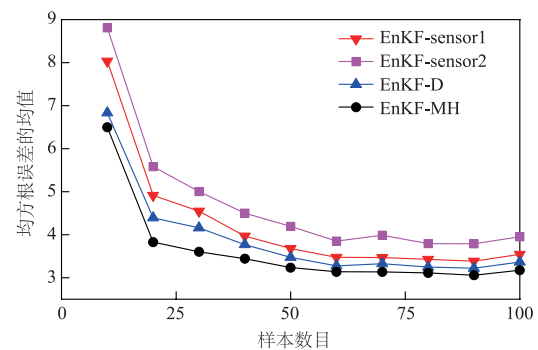


图2 采样点数目与状态估计RMSE均值关系

## 5 结论

与现有非线性滤波方法相比,结合蒙特卡罗采样方法和数据同化技术, EnKF 解决了非线性系统下局部线性化和协方差计算的相关问题.然而,由于传感器精度限制使得当前时刻量测噪声表现不确定性,而标准 EnKF 实现中自举量测采样方式将导致量测集合的一致性偏差,必然影响状态估计精度.依据 EnKF-MH 构建原理和仿真实验结果分析可知,新算法具有以下优势:首先, EnKF-MH 构建基础是对多传感器量测中冗余和互补信息合理的提取利用,给出了 EnKF 在多传感器量测系统下一种新的实现方式,拓展了 EnKF 应用对象和领域.其次,相对于标准 EnKF, EnKF-MH 实现中设计了对传感器真实量测的利用环节,增强了传感器量测信息的利用效率.再有,结合 Metropolis-Hastings 采样方式完成多传感器自举量测的采样(在滤波过程中自举量测数目与标准 EnKF 数目相同),避免了简单采用联邦卡尔曼融合规则的多传感器分布式 EnKF 导致的计算量急剧增加问题(此时需要运行与传感器数目相同个数 EnKF 获取局部状态估计结果),尤其当选择自举量测数目较大时, EnKF-MH 相对于 EnKF-D 在计算量方面优势更为明显.

## 参考文献

- [1] Daum F. Nonlinear filters: beyond the Kalman filter [J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2005, 20(8): 57–69.
- [2] 潘泉, 梁彦, 杨峰, 等. 现代目标跟踪与信息融合 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.  
Pan Quan, Liang Yan, Yang Feng, et al. Modern Target Tracking and Information Fusion [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [3] Simon D. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms [J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(8): 1303–1318.
- [4] Gustafsson F, Hendeby G. Some relations between extended and unscented Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 545–555.
- [5] Terejanu G, Singla P, Singh T, et al. Adaptive Gaussian sum filter for nonlinear Bayesian estimation [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(9): 2151–2156.
- [6] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401–422.
- [7] Arasaratnam I, Haykin S, Hurd T R. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: theory and simulations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977–4993.
- [8] Dey A, Sadhu S, Ghoshal T K. Adaptive Gauss-Hermite filter for non-linear systems with unknown measurement noise covariance [J]. IET Science, Measurement & Technology, 2015, 9(8): 1007–1015.
- [9] Das M, Dey A, Sadhu S, et al. Adaptive central difference filter for non-linear state estimation [J]. IET Science, Measurement & Technology, 2015, 9(6): 728–733.
- [10] Cappe O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 899–924.
- [11] Evensen G. Data Assimilation: The Ensemble Kalman filter [M]. New York: Springer, 2006.
- [12] Gillijns S, Mendoza O B, Chandrasekar J, et al. What is the ensemble Kalman filter and how well does it work? [A]. American Control Conference [C]. Minneapolis: IEEE Press, 2006. 4448–4553.
- [13] Lorentzen R J, Naevdal G. An iterative ensemble Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(8): 1990–1995.
- [14] 韩崇昭, 朱红艳, 段战胜. 多源信息融合 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.  
Han Chongzhao, Zhu Hongyan, Duan Zhansheng. Multi-Source Information Fusion [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010. (in Chinese)
- [15] Vu T, Vo B N, Evans R. A particle marginal Metropolis-Hastings multi-target tracker [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(15): 3953–3964.

## 作者简介



**胡振涛** 男, 1979年6月出生于河南永城市, 现为河南大学计算机与信息工程学院副教授、硕士生导师。主要研究方向为复杂系统建模与估计、非线性滤波。  
E-mail: hzt@henu.edu.cn



**张 谨** 女, 1992年1月出生于内蒙古通辽市, 现为河南大学计算机与信息工程学院硕士研究生。主要研究方向为智能信息处理、非线性滤波。  
E-mail: zj\_henu@163.com



**胡玉梅** 女, 1990年10月出生于河南永城市, 现为西北工业大学自动化学院博士研究生。主要研究方向为多源信息融合、状态估计。  
E-mail: hym\_henu@163.com



**金 勇** 男, 1972年6月出生于河南开封市, 现为河南大学计算机与信息工程学院教授、硕士生导师。主要研究方向为波束形成、分布式计算。  
E-mail: jy@henu.edu.cn