

# 基于局域线性法和卡尔曼滤波的 强混沌背景下正弦信号恢复的混合算法

苏理云, 孙唤唤, 李晨龙

(重庆理工大学数学与统计学院, 重庆 400054)

**摘 要:** 本文提出一种局域线性-周期图检测-卡尔曼滤波混合算法 LL-P-KF, 用来恢复强混沌背景下正弦信号. 首先, 建立混沌信号的一步预测模型; 然后, 利用周期图检测潜在周期; 最后, 应用卡尔曼滤波从误差中恢复正弦信号. 仿真实验表明该混合算法具有较好的恢复效果.

**关键词:** 混沌信号; 局域线性法; 弱正弦信号; 周期图法; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** TN911.23; N941.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)04-0837-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.04.011

## LL-P-KF Hybrid Algorithm for Detecting and Recovering Sinusoidal Signal in Strong Chaotic Noise

SU Li-yun, SUN Huan-huan, LI Chen-long

(School of Mathematics and Statistics, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

**Abstract:** The paper proposes a local linear-periodogram-Kalman filtering (LL-P-KF) hybrid algorithm. Firstly, a local linear method is established; secondly, the periods of sinusoidal signal are detected from modeling error by using periodogram; finally, the sinusoidal signal is recovered from the error by using Kalman filtering. Simulation results show that the LL-P-KF hybrid algorithm has better recovery results.

**Key words:** chaotic signal; local linear prediction; weak sinusoidal signal; periodogram; Kalman filtering

### 1 引言

二十一世纪的现代科学研究是建立在大量信息的基础上的, 而信息往往受到噪声的干扰, 且可能是强混沌噪声干扰. 检测淹没在噪声中的微弱信号是十分困难的一件事, 研究者对此投入了持续广泛的关注. 混沌现象广泛地存在于在各科学领域中, 有关混沌信号处理的研究近几十年来获得了广泛的关注和长足的发展. 对混沌信号的深入研究表明, 在很多领域会遇到微弱信号淹没在以混沌信号为背景噪声的情况. 检测淹没在混沌背景信号中的微弱信号, 特别是微弱正弦信号的检测与恢复对信号处理的理论与实践有重要的意义.

有关提取混沌背景中的微弱信号的研究已经发展了数十年, 目前已经成为信号处理的一个研究热点和重要分支, 产生了许多依据混沌信号的特性设计的

检测方法. 如: Leung<sup>[1]</sup> 利用混沌信号的几何特性, 利用最小相空间体积法估计嵌入在混沌噪声中 AR 模型参数的方法; Short<sup>[2-4]</sup> 利用混沌预测的方法从混沌通信系统中提取信号的方法; Broomhead<sup>[5]</sup> 利用非线性滤波器结合相空间重构方法从混沌信号中提取有用信号; Huang<sup>[6]</sup> 研究了利用小波多分辨率分析实现分离淹没在混沌背景中的目标信号的问题; Wang<sup>[7,8]</sup> 利用混沌测量系统实现白噪声背景下的正弦信号测量等问题; Wang<sup>[9]</sup> 研究了利用局部切空间投影法提取混沌背景中的谐波信号的问题; 李鸿光<sup>[10]</sup> 利用经验模式分解方法提取谐波信号; 文献[11~14] 研究了基于混沌检测系统的微弱信号的频率检测和定量检测技术的问题; 文献[15] 研究了利用最小相对奇异值法的估计混沌背景下正弦参数的问题; 文献[16] 研究了基于单变量驱动误差滤波反馈混沌同步方法的混沌背景下



$$\hat{\omega}_{i,k} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \omega_k$$

振幅

$$\hat{A}_k^2 \triangleq \lim_{t \rightarrow \infty} [\mathbf{Z}_k^2(2k-1) + \mathbf{Z}_k^2(2k)]$$

**证明** 记  $\mathbf{Z}_i(i)$  为  $\mathbf{Z}_i$  中的第  $i$  个元素,则过程方程  $a)$  可化为如下  $2p$  个方程:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{i+1}(2p-1) = \mathbf{Z}_i(2p-1) \cos(\omega_p) + \mathbf{Z}_i(2p) \sin(\omega_p) \\ \mathbf{Z}_{i+1}(2p) = -\mathbf{Z}_i(2p-1) \sin(\omega_p) + \mathbf{Z}_i(2p) \cos(\omega_p) \end{cases} \quad (7)$$

将第  $2i-1$  和  $2i$  的方程平方求和,有:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{i+1}^2(1) + \mathbf{Z}_{i+1}^2(2) = \mathbf{Z}_i^2(1) + \mathbf{Z}_i^2(2) \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{i+1}^2(2p-1) + \mathbf{Z}_{i+1}^2(2p) = \mathbf{Z}_i^2(2p-1) + \mathbf{Z}_i^2(2p) \end{cases}$$

即

$$\mathbf{Z}_k^2(2k-1) + \mathbf{Z}_k^2(2k) \Big|_{t \rightarrow \infty} \triangleq \hat{A}_k^2 \quad (8)$$

进一步地,式(8)的解可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_i(2k-1) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \hat{A}_k \sin(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k) \\ \mathbf{Z}_i(2k) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \hat{A}_k \cos(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k) \end{cases} \quad (9)$$

令式(7)中  $t \rightarrow \infty$ ,将式(9)代入,可得

$$\begin{cases} \sin(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k + \hat{\omega}_k) = \cos(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k + \omega_k) \\ \cos(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k + \hat{\omega}_k) = \sin(\hat{\omega}_k t + \hat{\theta}_k + \omega_k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin(\hat{\omega}_k - \omega_k) = 0 \\ \cos(\hat{\omega}_k - \omega_k) = 1 \end{cases}$$

解得  $\hat{\omega}_k = \omega_k + 2n\pi$ ,故可取  $\hat{\omega}_k = \omega_k$ ,此即  $\hat{\omega}_{i,k} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \omega_k$ . 证毕.

### 3.2 正弦信号的检测

为了能使 LL-P-KL 算法顺利实施,我们使用周期图法来辨别预测误差中的正弦信号频率.

**结论 2:**若  $s_t = \sum_{k=1}^p A_k \sin(\omega_k t + \theta_k)$  且映射  $\hat{g}$  为局域线性,则  $s_t - \hat{g}(S_{t-1})$  的第  $k$  个正弦信号  $\{A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)\}$  变为调制正弦信号  $\{C_t \sin(\omega_k t + \varphi_k)\}$ ,其中  $\{C_t \geq 0\}$  和  $\{\varphi_t \in [0, 2\pi]\}$  为时变的;且若  $\{C_t \geq 0\}$  和  $\{\varphi_t \in [0, 2\pi]\}$  为慢变的,则  $s_t - \hat{g}(S_{t-1})$  的周期图值在  $\{\omega_k\}$  附近取得峰值.

**证明** 易证,同周期正弦信号的线性组合不改变其周期. 因

$$s_t - \hat{g}(S_{t-1}) = s_t - \sum_{i=1}^m \hat{A}_{i,t} s_{t-(i-1)\tau}$$

对  $p$  个周期成份而言,在每一预测点局域内,进行了  $m+1$  次的线性组合,可以合并为一项. 由此,对同一周期的正弦信号,经过映射  $\hat{g}$ ,第  $k$  个正弦信号  $\{A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)\}$  变为调制正弦信号  $\{C_t \sin(\omega_k t + \varphi_k)\}$ .

若  $\{C_t \geq 0\}$  和  $\{\varphi_t \in [0, 2\pi]\}$  是慢变的,则

$$f = \omega_k + \frac{d\varphi_t}{dt} \approx \omega_k,$$

即周期图值在  $\{\omega_k\}$  附近取得峰值. 证毕.

**说明:**在  $\{\omega_k\}$  附近取得峰值意味着:调制信号由周期图法确定的峰值对应的频率可能有多个,且在  $\{\omega_k\}$  附近.

现在,可使用周期图法检测残差信号中存在的潜在周期个数,并获得相应频率的估计值. 对于估计值  $\{\hat{\omega}_k\}_{k=1}^p$ ,我们有如下命题:

**结论 3:**若  $\Delta_k \stackrel{\text{def}}{=} |\hat{\omega}_k - \omega_k| < \delta, \delta > 0$  足够小,则对  $\hat{\omega}_k$  用由卡尔曼滤波获得的估计和由  $\omega_k$  用卡尔曼滤波获得的估计差异不大.

**证明** 由  $\hat{\omega}_k$  获得的卡尔曼滤波结果是  $A_k \sin(\hat{\omega}_k t + \varphi_k)$  的最优估计,由  $\omega_k$  获得的卡尔曼滤波结果是  $A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)$  的最优估计,因此,若  $A_k \sin(\hat{\omega}_k t + \varphi_k)$  的图形与  $A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)$  的图形的差异不大,则其最优估计也应该差异不大.

由中值定理,有

$$\begin{aligned} & |A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k) - A_k \sin(\hat{\omega}_k t + \varphi_k)| \\ &= |A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \Delta_k| < |A_k| \delta \end{aligned}$$

故若  $|\hat{\omega}_k - \omega_k|$  很小,则由卡尔曼滤波获得的最优估计差异亦不大. 证毕.

## 4 LL-P-KF 混合算法

### 4.1 算法流程图

LL-P-KF 算法的流程图如图 1 所示.

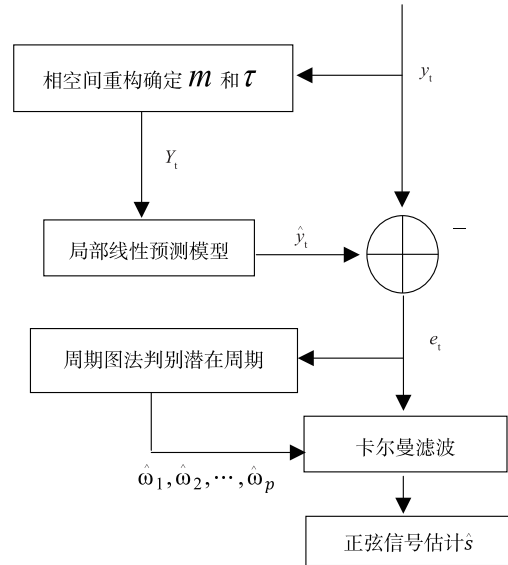


图1 LL-P-KF混合算法的流程图

关于在使用混合算法时的一些注意事项:

(1) 要求混沌背景噪声强度远大于正弦信号,以保证  $v_t$  为白噪声;

(2) 正弦信号的最大强度以不影响混沌信号的重构为上限.

4.2 混合算法的性能分析及评价准则

对  $s_t$  的估计,直接利用式(6)即可得到所需结果.且我们有:

结论 4:对由式(6)获得的  $s_t$  的估计  $\hat{s}_t$ ,存在一个估计,它的均方误差比其一致地小.

证明 由于量测方程中振幅和相位的未知,对其做任何的拉伸和平移后可得  $s'_t$ ,均可适用于基于  $a$  和  $b$  的卡尔曼滤波.

进一步地,考虑  $a\hat{s}_{t-b}$  作为  $s_t$  的估计.可求得  $\min_{a,b} E(s_t - a\hat{s}_{t-b})^2$  的解为  $a = \frac{E(s_t \hat{s}_{t-b})}{E(\hat{s}_t^2)}$ ,  $b \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

选择  $b$  和相应的  $a$  即可.证毕.

但是,  $a$  的求取依赖于真实值,而卡尔曼滤波获得的是对真值的平移或拉伸.另外为了客观的评价估计结果,考虑使用改进的归一化均方误差(NMSE)进行相似度的度量,其定义为:

$$NMSE = \frac{\sum (s_t - \hat{A}\hat{s}_{t-b})^2}{\sum (s_t - \hat{s}_t)^2} \quad (10)$$

5 仿真实验结果及分析

仿真实验采用 Lorenz 系统作为混沌背景,其方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = (r - z)x - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$

式中,取  $\sigma = 10, r = 28, b = \frac{8}{3}$ .取初值条件  $x_0 = 1, y_0 = 1, z_0 = 1$ ,步长  $\Delta t = 0.01$ ,利用四阶 Runge-Kutta 产生混沌信号,并取分量  $x$  的值作为混沌信号.

为了度量混沌背景中正弦信号的强度,引入对数信噪比:

$$SNR = 10 \lg \left( \frac{\sigma_s^2}{\sigma_x^2} \right) \quad (11)$$

其中,  $\sigma_s^2$  为正弦信号的方差,  $\sigma_x^2$  为混沌背景和其他噪声混合的方差.

5.1 多正弦信号的恢复效果(以  $p = 3$  为例,下同)

设谐波信号  $\{s_t\}$  为:

$$s_t = 0.003 \sin(2\pi * 0.25t + 1) + 0.005 \sin(2\pi * 0.15t + 1) + 0.007 \sin(2\pi * 0.2t + 1)$$

实验结果如图 2 ~ 图 4 所示.

从图 2 可以明显看出三个峰值,其归一化频率估计值分别为  $\hat{f}_1 = \frac{k_1}{N} = 0.25, \hat{f}_2 = \frac{k_2}{N} = 0.1501, \hat{f}_3 = \frac{k_3}{N} = 0.2001$ .在针对周期图法检验的显著性水平为 0.01 的统计量的值为 24.3941,通过检验.可以看出,

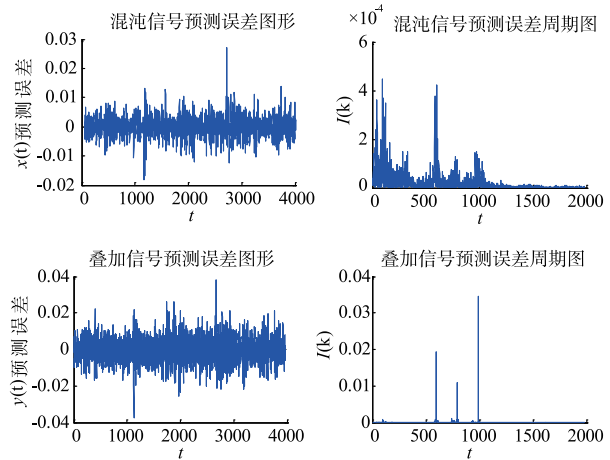


图2 预测误差图形和周期图

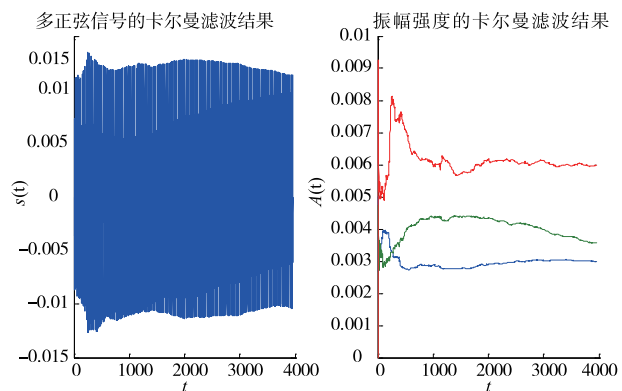


图3 卡尔曼滤波的正弦信号和振幅强度递推结果

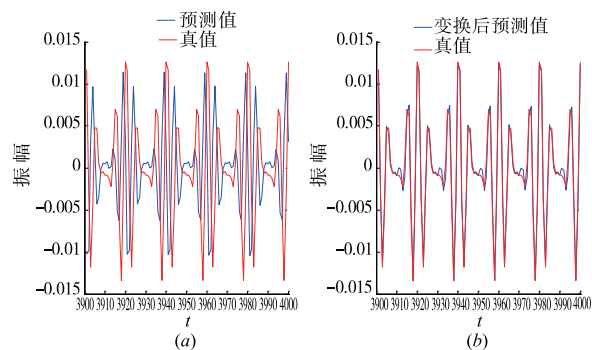


图4 卡尔曼滤波的多正弦信号和真值:(a)原始滤波结果和真值;(b)经过右移19和拉伸-1.181倍后的预测值与真值

周期图法检测出的正弦信号的频率与真值极为接近.由图 3 可知,滤波结果是收敛的.从图 4 可以看出,滤波所得信号在波形上与原始信号极为相似,但与真实信号的相位与振幅仍存在一定偏差.一方面,这是因为噪声过强;另一方面,量测方程的矩阵  $H_p$  依赖于局部线性预测模型的系数的估计,因为混沌信号对干扰噪声的敏感性,将导致局部线性系数的估计值与最优的估计有所偏差,这是导致正弦信号估计偏差的主要原因.

### 5.2 多正弦信号的恢复效果:变化振幅和频率

设谐波信号  $\{s_i\}$  为

$$s_i = A_{1i} \sin(2\pi f_{1j} t + 1) + A_{2i} \sin(2\pi f_{2j} t + 1) + A_{3i} \sin(2\pi f_{3j} t + 1)$$

固定归一化频率  $f_{1j} = 0.1, f_{2j} = 0.04, f_{3j} = 0.07$  并改

变振幅  $A_{1i} = A_{2i} = A_{3i} = 0.002 + 0.003(i-1)$  或者固定振幅  $A_{1i} = 0.008, A_{2i} = 0.006, A_{3i} = 0.003$  并改变归一化频率  $f_{1j} = 0.05 + 0.005(j-1), f_{2j} = 0.1 - 0.01(j-1), f_{3j} = 0.01 + 0.005(j-1)$ , 其中  $i \in \{1, 2, \dots, 20\}, j \in \{1, 2, \dots, 10\}$ . 其 SNR、相似度等结果分别见表 1 和表 2.

表 1 固定频率、改变振幅的相关实验结果

$i$	SNR	$\hat{f}_i$					$\hat{b}$	$\hat{a}$	NMSE
		0.0999	0.1002	0.0701	0.024	0.0986			
1	-161.31	0.0999	0.1002	0.0701	0.024	0.0986	34	0.0024	0.3214
3	-133.58	0.0999	0.1002	0.0701	0.0699	0.0401	5	0.0128	0.0724
5	-122.39	0.1002	0.0999	0.0401	0.0701	0.0699	6	0.0247	0.0430
7	-112.58	0.1002	0.0999	0.0401	0.0701	0.0711	6	0.0317	0.0658
9	-110.01	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0701	6	0.0424	0.1463
11	-108.58	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0696	6	0.0469	0.2305
13	-102.42	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0696	35	0.0506	0.2071
15	-99.49	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0696	35	0.0528	0.2007
17	-96.93	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0696	35	0.0581	0.1876
19	-94.67	0.1002	0.0999	0.0401	0.0711	0.0696	35	0.0562	0.1822

表 2 固定振幅、改变频率的相关实验结果 (SNR = -139.245)

$i$	$f_i$	$\hat{f}_i$					$\hat{b}$	$\hat{a}$	NMSE
		0.100	0.100	0.050	0.063	0.099			
1	0.050, 0.10, 0.010	0.100	0.100	0.050	0.063	0.099	41	-0.003	0.571
2	0.055, 0.09, 0.015	0.090	0.055	0.091	0.090	0.045	21	-0.002	0.501
3	0.060, 0.08, 0.020	0.080	0.060	0.063	0.061	0.078	41	0.010	0.671
4	0.065, 0.07, 0.025	0.065	0.070	0.070	0.072	0.065	8	0.004	0.748
5	0.070, 0.06, 0.030	0.070	0.070	0.060	0.070	0.061	12	-0.011	0.230
6	0.075, 0.05, 0.035	0.050	0.075	0.075	0.037	0.049	1	-0.005	0.301
7	0.080, 0.04, 0.040	0.080	0.012	0.024	0.039	0.040	5	0.013	0.134
8	0.085, 0.03, 0.045	0.085	0.042	0.024	0.045	0.045	7	0.005	0.465
9	0.090, 0.02, 0.050	0.090	0.050	0.090	0.024	0.027	34	-0.003	0.235
10	0.095, 0.01, 0.055	0.095	0.095	0.055	0.024	0.007	49	0.002	0.279

从表 1 可以看出,在给定频率水平下,LL-P-KF 算法对不同的振幅均有不错的检测和恢复效果. 而从表 2 可以看出,LL-P-KF 算法对较大的频率的恢复效果不错,对较小频率的恢复效果不太好. 这是因为,混沌信号的能量主要集中在低频部分(见图 2),并且越接近低频,能量越强,因而对该频率段的信号的掩盖能力越强.

### 5.3 含白噪声的多正弦信号的恢复效果

这里,变化噪声强度,固定振幅和频率. 设谐波信号  $\{s_i\}$  为

$$s_i = 0.005 \sin(2\pi * 0.3 * t + 1) + 0.008 \sin(2\pi * 0.35 * t + 1) + 0.003 \sin(2\pi * 0.4 * t + 1) + \varepsilon_i^i$$

其中,  $\varepsilon_i^i \sim [0.01 + 0.01(i-1)] * N(0, 1), i \in \{1, 2, \dots, 10\}$ , 为独立同分布高斯噪声. 其 SNR、相似度等结果分别见下表 3. 从表 3 可以看出,在加入的高斯白噪声相对于正弦信号的信噪比大于 -39.05 时,频率已经检测不出,滤波效果也变差. 可以看出,LL-P-KF 算法对高斯白噪声有较强的抵抗能力,即使在加入的噪声较强时,也能检测并提取出正弦信号.

表 3 固定振幅、改变频率的相关实验结果 (SNR1 = -140.31)

$i$	$\text{SNR}_2^i$	$f_i$	$\hat{f}_i$			$\hat{b}$	$\hat{a}$	NMSE
1	-7.19	0.3, 0.35, 0.4	0.30	0.35	0.40	19	-1.04	0.23
2	-21.04	0.3, 0.35, 0.4	0.30	0.40	0.35	44	0.89	0.22
3	-29.02	0.3, 0.35, 0.4	0.30	0.35	0.41	34	0.77	0.45
4	-34.89	0.3, 0.35, 0.4	0.30	0.40	0.40	19	-0.70	0.22
5	-39.05	0.3, 0.35, 0.4	0.30	0.35	0.41	49	-0.54	0.61
6	-42.87	0.3, 0.35, 0.4	0.44	0.46	0.40	44	0.41	0.63
7	-46.21	0.3, 0.35, 0.4	0.45	0.45	0.41	29	-0.31	0.71
8	-48.59	0.3, 0.35, 0.4	0.45	0.30	0.40	15	-0.03	1.00
9	-51.02	0.3, 0.35, 0.4	0.45	0.44	0.31	37	0.33	0.69
10	-53.26	0.3, 0.35, 0.4	0.40	0.31	0.40	48	0.01	1.00

## 6 结论与展望

LL-P-KF 算法, 十分简洁, 且有较好的精度, 易于实现. 由仿真实验可以看出, LL-P-KF 算法不需要知道混沌信号和正弦信号的先验知识, 对不同幅值、不同频率的正弦信号的检测和恢复具有较好的效果. LL-P-KF 算法对信噪比低于 -100 的微弱信号恢复效果较好, 而其他文献中的方法大多是对信噪比高于 -100 的信号的检测与恢复, 因此, 我们的方法可以和其他方法形成互补. 另一方面, 因为混沌信号对干扰噪声的敏感性, 将导致局部线性系数的估计值有所偏差, 这是导致正弦信号估计偏差的主要原因. 因此, 我们的算法需要改进针对局部线性系数的估计. 这有待于进一步的研究.

### 参考文献

- [1] Leung H, Huang X P. Parameter estimation in chaotic noise [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44 (10): 2456 - 2463.
- [2] K M Short. Steps toward unmasking secure communications [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1994, 4(4): 959 - 977.
- [3] K M Short. Unmasking a modulated chaotic communications scheme [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1996, 6(2): 367 - 375.
- [4] K M Short. Signal extraction from chaotic communications [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1997, 7 (7): 1579 - 1597.
- [5] Broomhead D S, Huke J P, Potts A S. Cancelling deterministic noise by constructing nonlinear inverses to linear filters [J]. Physical D, 1996, 89(3): 439 - 458.
- [6] Huang Xian Gao, Xu Jian Xue. Unmasking chaotic mask by a wavelet multiscale decomposition algorithm [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2001, 11(2): 561 - 569.

- [7] Wang G, Lin J, Chen X, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1999, 46(2): 440 - 444.
- [8] Wang G, Zheng W, He S. Estimation of amplitude and phase of a weak signal by using the property of sensitive dependence on initial conditions of a nonlinear oscillator [J]. Signal Process, 2002, 82(1): 103 - 115.
- [9] 汪英平, 郭静波, 王赞基, 萧达川. 强混沌干扰中的谐波信号提取 [J]. 物理学报, 2001, 50(6): 1019 - 1023.  
Wang F P, Guo J B, Wang Z J, et al. Harmonic signal extraction from strong chaotic interference [J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(6): 1019 - 1023. (in Chinese)
- [10] 李鸿光, 孟光. 基于经验模式分解的混沌下谐波信号的提取方法 [J]. 物理学报, 2004, 53(7): 2069 - 2073.  
Li Hong-Guang, Meng Guang. Harmonic signal extraction from chaotic interference based on empirical mode decomposition [J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(7): 2069 - 2073. (in Chinese)
- [11] 李月, 徐凯, 杨宝俊, 等. 混沌振子系统周期解几何特征量分析与微弱周期信号的定量检测 [J]. 物理学报, 2008, 57(6): 3353 - 3358.  
Li Y, Xu K, Yang B J, et al. Analysis of the geometric characteristic quantity of the periodic solutions of the chaotic oscillator system and the quantitative detection of weak periodic signal [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57 (6): 3353 - 3358. (in Chinese)
- [12] 李月, 杨宝俊, 林红波, 等. 基于特定混沌系统微弱谐波信号频率检测的理论分析与仿真 [J]. 物理学报, 2005, 54(5): 1994 - 1999.  
Li Y, Yang B J, Lin H B, et al. Simulation and theoretical analysis on detection of the frequency of weak harmonic signals based on a special chaotic system [J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(5): 1994 - 1999. (in Chinese)
- [13] 李月, 杨宝俊, 石要武. 色噪声背景下微弱正弦信号的混沌检测 [J]. 物理学报, 2003, 52(3): 526 - 530.

- Li Y, Yang B J, Shi Y W. Chaos-based weak sinusoidal signal detection approach under colored noise background [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52(3): 526 – 530. (in Chinese)
- [14] Liu Q Z, Song W Q. Detection weak period signal using chaotic oscillator[A]. *Computational Science and Its Applications (ICCSA 2009)*[C]. Berlin: Springer, 2009. 685 – 692.
- [15] 陈争, 曾以成, 付志坚. 混沌背景中信号参数估计的新方法[J]. *物理学报*, 2008, 57(1): 46 – 50.  
Chen Zheng, Zeng Yi Cheng, Fu Zhi Jian. A novel parameter estimation method of signal in chaotic background [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(1): 46 – 50. (in Chinese)
- [16] 孙晓东, 石要武, 于晓辉. 混沌干扰背景下的正弦频率估计新方法[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2009, 39(5): 1353 – 1357.  
SUN Xiao-dong, SHI Yao-wu, YU Xiao-hui. New frequency estimation method for sinusoidal signal submerged in strong chaotic background[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2009, 39(5): 1353 – 1357. (in Chinese)
- [17] 金天, 张骅. 基于统计方法的混沌 Duffing 振子弱信号检测与估计[J]. *中国科学: 信息科学*, 2011, 41(10): 1184 – 1199.  
JIN Tian, ZHANG Hua. Statistical approach to weak signal detection and estimation using Duffing chaotic oscillators [J]. *Science China: Information Sciences*, 2011, 41(10): 1184 – 1199. (in Chinese)
- [18] Haykin S, Li X B. Detection of signals in chaos [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1995, 83(1): 95 – 122.
- [19] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 毛虎. 基于 Duffing 振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. *电子学报*, 2013, 41(1): 1 – 8.  
LIU Hai-bo, WU De-wei, DAI Chuan-jin, MAO Hu. A new weak sinusoidal signal detection method based on Duffing oscillators [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(1): 1 – 8. (in Chinese)
- [20] 行鸿彦, 徐伟. 混沌背景中微弱信号检测的神经网络方法[J]. *物理学报*, 2007, 56(7): 3771 – 3776.  
Xing Hong-Yan, Xu Wei. The neural networks method for detecting weak signals under chaotic background [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(7): 3771 – 3776. (in Chinese)
- [21] 何丽桥, 王国光, 王丹. 提取混沌中微弱信号的正交投影方法[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2008, 38(4): 950 – 954.  
HE Li-qiao, WANG Guo-guang, WANG Dan. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2008, 38(4): 950 – 954. (in Chinese)
- [22] 行鸿彦, 张强, 徐伟. 混沌海杂波背景下的微弱信号检测混合算法[J]. *物理学报*, 2015, 64(4): 040506.  
Xing Hong-Yan, Zhang Qiang, Xu Wei. Hybrid algorithm for weak signal detection in chaotic sea clutter [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(4): 040506. (in Chinese)
- [23] Takens F. *Dynamical systems and turbulence* [J]. *Lecture Notes in Mathematics*, 1981, 898(9): 366.
- [24] Cao L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1997, 110(1): 43 – 50.
- [25] She D, Yang X. A new adaptive local linear prediction method and its application in hydrological time series [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010, 2010: 205438.
- [26] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory (Fourth Edition)* [M]. Pearson Education, 2003.

#### 作者简介



苏理云 男, 1977 年 12 月出生, 四川广安人. 2007 年在四川大学数学学院获博士学位, 现为重庆理工大学数学与统计学院副教授, 主要从事统计信号检测与估计、弱信号检测、大数据分析研究.

E-mail: cloudhopping@163.com



孙唤唤 女, 1990 年 6 月出生, 江苏徐州人. 现为重庆理工大学数学与统计学院统计学专业研究生, 主要研究方向为统计信号检测与估计.

E-mail: sunhuanjiayou@126.com