

相关竞争失效场合雷达功率 放大系统可靠性评估

潘 刚,尚朝轩,梁玉英,蔡金燕,孟亚峰

(1. 机械工程学院电子与光学工程系,河北石家庄 050003;2. 洛阳电子装备试验中心,河南洛阳 471000)

摘 要: 针对相关竞争失效场合难以获取高可靠部件的性能分布信息,无法对系统可靠性进行准确估计的问题,提出了相关竞争失效场合下考虑认知不确定性的多态系统可靠性评估方法. 该方法首先通过假定部件突发失效阈值为递减型随机过程来表征累积退化与突发失效的相关性,同时为降低对部件认知不确定性的影响,假定冲击引起的部件性能损伤分布参数和突发失效参数均为区间变量,建立基于区间变量的部件性能分布模型;而后对传统的通用生成函数方法进行改进,给出了区间通用生成函数的定义及其运算法则;最后对某型雷达功率放大系统的可靠性进行分析. 该方法不仅克服了部件的失效模式复杂、状态信息少的不足,且方法简单、思路清晰,具有很强的通用性和工程应用价值.

关键词: 相关竞争失效; 认知不确定性; 区间通用生成函数; 功率放大系统; 可靠性

中图分类号: N945; TB114. 3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)04-0805-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.04.006

Reliability Evaluation of Radar Power Amplifier System in Case of Related Competing Failures

PAN Gang, SHANG Chao-xuan, LIANG Yu-ying, CAI Jin-yan, MENG Ya-feng

(1. Department of Electronic and Optic Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang, Hebei 050003, China;

2. Luoyang Electronics Equipment Test Center, Luoyang, Henan 471000, China)

Abstract: Since it is difficult to obtain adequate performance distribution information of highly reliable components in case of related competing failures and system reliability problems cannot be accurately estimated, the multi-state system reliability evaluation method in consideration of epistemic uncertainty was proposed in case of related competing failures. Firstly, the components' sudden failure thresholds were assumed as a decreasing random process to represent the correlation between accumulative degradation and sudden failure. Secondly, in order to reduce the impact on the epistemic uncertainty of components, the components' performance distribution model based on interval variables was built on the assumption that the components' performance damage distribution parameter and sudden failure parameter caused by random shocks are interval variables. Thirdly, the traditional general generating function method was improved and the definition of general generating function and its algorithm were proposed. Finally, the reliability of the power amplifier of a radar system was analyzed. With simple and clear procedures, this method not only avoids the components' complex failure mode and less status information, but also features great universality and high engineering application value.

Key words: related competing failure; epistemic uncertainty; interval-valued universal generating function method; power amplifier system; reliability

1 引言

传统的系统可靠性分析方法,通常假设系统仅有“完全失效”和“正常工作”两个状态,即假定为“二态”

系统^[1],其分析过程中,首先通过求解系统内部件“完全失效”和“正常工作”的概率,然后再根据系统结构求解系统可靠度的方法^[2]. 实际中,部件或系统可能存在多种失效模式. 在传统的“二态”模型基础上,相关学者

对竞争失效情况下系统的可靠性评估进行了研究^[3-5]. 然而有的系统或部件可以工作在多个性能水平上,且具有多个运行状态. 随着多态系统(Multi-State System, MSS)理论的提出与广泛研究,为连续退化复杂系统的可靠性分析提供了新的思路^[6],与传统“二态”系统模型相比,多态系统模型能够准确定义部件的多态性,更加灵活精确的表征部件性能变化对系统性能和可靠性的影响. 因此许多学者对基于多态系统理论的复杂系统可靠性分析进行了深入的研究^[1].

多态系统的概念于 20 世纪 70 年代被提出后^[7],得到了学者们的深入研究,取得了丰硕的成果. 在理论方面,文献[6,8]对多态系统可靠性的基本概念、评估方法等进行了详细的阐述. 在工程方面,多态系统的相关理论已应用到电子^[9]、电力^[10,11]和机械^[12,13]等领域.

基于上述研究,一些学者将传统的多态系统理论推广到具有竞争失效场合的系统可靠性分析^[14-17]. 文献[14]基于 Markov 过程的思想,从系统级的角度对随机冲击情况下考虑竞争失效的多状态系统可靠性进行研究,但其并未对部件的状态及可能存在的多种失效模式进行分析. 以文献[14]的研究为基础,Wang 等^[15]将系统的两个退化过程分解为多状态过程,并从系统级的角度,采用传统的多态系统理论对具有相关竞争失效的多态系统可靠性进行研究,但其仅考虑冲击对退化的影响,并未考虑退化的累积对极值冲击发生的影响. 由上述研究不难发现,当前有关竞争失效场合系统可靠性分析方面的研究,存在以下两个方面的不足: ①主要集中于离散性能多态系统的竞争失效问题研究. ②在连续性能多态系统方面,主要考虑随机冲击与性能退化之间的相关性,很少考虑部件突发失效与性能退化累积之间的相关性,此外,实际中,冲击强度的大小以及冲击对部件平稳退化的影响很难精确度量. 鉴于上述不足,本文提出了相关竞争失效场合考虑认知不确定的多态系统可靠性评估方法,并对某雷达功率放大系统的可靠性进行分析.

2 多态系统状态分析

2.1 性能退化部件状态分析

由于受到随机冲击的影响,部件存在退化失效和突发失效两种失效模式,部件的累积退化量由部件自身产生的平稳退化和随机冲击造成的损伤两部分组成,当部件受到的冲击强度大小超过其突发失效阈值时,部件发生突发失效,且突发失效阈值与累积退化量之间具有一定的相关性. 对相关竞争失效场合考虑认知不确定的部件性能分析之前,先做如下假设:

(1) 部件只有一个性能参数 x , 对应一个性能退化过程,退化过程不可逆.

(2) 假设部件在冲击强度大于突发失效阈值 D 时发生突发失效,第 l 次冲击的冲击应力大小为 W_l , W_l 为独立同分布,且服从均值为 μ_w , 方差为 σ_w^2 的正态分布,其中 μ_w, σ_w^2 分别为 $[\underline{\mu}_{ws}, \bar{\mu}_{ws}]$ 、 $[\underline{\sigma}_{ws}^2, \bar{\sigma}_{ws}^2]$ 上,服从均匀分布的区间变量. 众所周知,突发失效的发生,通常与部件性能退化的累积有关,即在冲击强度大小相等的情况下,部件性能退化的程度越严重,发生突发失效的概率将越大. 因此,在此假定部件发生突发失效的阈值 D 为递减型随机过程,满足如下表达式:

$$D = \alpha \exp(\beta(X(t_0) - X(t))) + \gamma$$

其中, $X(t_0)$ 表示部件性能的初始值, $X(t)$ 为部件在 t 时刻的性能值, α, β, γ 为随机过程参数.

当冲击强度大小超过部件的突发失效阈值 D 时,发生突发失效,则部件在第 l 次冲击下不发生突发失效的概率为:

$$\begin{aligned} F_w(D|X(t)) &= P(W_l < D|X(t)) \\ &= \int_0^D \int_{\underline{\mu}_{ws}}^{\bar{\mu}_{ws}} \int_{\underline{\sigma}_{ws}^2}^{\bar{\sigma}_{ws}^2} f(D_x | \mu_w, \sigma_w^2) \cdot h(\mu_w) \\ &\quad \cdot m(\sigma_w^2) \cdot d\sigma_w^2 d\mu_w dD_x \end{aligned} \quad (1)$$

其中,

$$f(D_x | \mu_w, \sigma_w^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{(D_x - \mu_w)^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

$$h(\mu_w) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\mu}_{ws} - \underline{\mu}_{ws}}, & \underline{\mu}_{ws} < \mu_w < \bar{\mu}_{ws} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$m(\sigma_w^2) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\sigma}_{ws}^2 - \underline{\sigma}_{ws}^2}, & \underline{\sigma}_{ws}^2 < \sigma_w^2 < \bar{\sigma}_{ws}^2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(3) 定义 $N(t)$ 为到 t 时刻为止部件受到的冲击次数, S_l 为第 l 次冲击对部件性能的损伤, $S_0 = 0$, $S(t)$ 为到 t 时刻为止,随机冲击对部件性能产生的累计损伤,则:

$$S(t) = \sum_{l=0}^{N(t)} S_l$$

假设冲击次数服从参数为 λ 的泊松分布,即

$$p(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k \exp(-\lambda t)}{k!}, k = 0, 1, \dots$$

(4) 假设第 l 次冲击对部件性能的损伤 S_l 服从均值为 μ_l , 方差为 σ_l^2 的正态分布,其中 μ_l 和 σ_l^2 分别为 $[\underline{\mu}_s, \bar{\mu}_s]$ 、 $[\underline{\sigma}_s^2, \bar{\sigma}_s^2]$ 上,服从均匀分布的区间变量.

(5) 在任意时刻 t , 假设部件性能 $X(t)$ 服从均值 $\mu(t)$, 方差为 $\sigma^2(t)$ 的正态分布,其概率密度函数为 $f(x; \theta(t))$.

(6) 同时考虑正常的性能退化和冲击所引起的性能退化时, t 时刻部件的性能退化可以表示为:

$G(t) = X(t) - S(t) = X(t) - \sum_{l=0}^{N(t)} S_l$, 此时部件的

性能分布函数为:

$$F(Y) = \Pr\{G(t) \leq Y\} \\ = \sum_{k=0}^{+\infty} \Pr\{X(t) - \sum_{l=0}^k S_l \leq Y\} \cdot p(N(t) = k)$$

由于,

$$\Pr\{X(t) - \sum_{l=0}^k S_l \leq Y\} = \int_{-\infty}^y H(x-y)f(x;\theta(t)) dx \\ = \int_{-\infty}^y G^{(k)}(x-y|u_l, \sigma_l) F(u_l) F(\sigma_l^2) f(x;\theta(t)) dx$$

其中, $G^{(k)}(x-y|u_l, \sigma_l) = P\{\sum_{l=0}^k S_l \leq x-y|u_l, \sigma_l^2\}$, 根据假设(4)~(6), 可知

$$X(t) - \sum_{l=0}^k S_l \sim N(\mu(t) - k\mu_l, \sigma^2(t) + k\sigma_l^2),$$

最后可得:

$$F(Y) = \sum_{k=0}^{+\infty} \int_{-\infty}^y \int_{\underline{\mu}_s}^{\bar{\mu}_s} \int_{\underline{\sigma}_s^2}^{\bar{\sigma}_s^2} f(z|u_l, \sigma_l^2) \\ \cdot h(u_l) m(\sigma_l^2) du_l d\sigma_l^2 dz \cdot \frac{(\lambda t)^k \exp(-\lambda t)}{k!} \quad (2)$$

其中,

$$f(z|u_l, \sigma_l^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2(t) + k\sigma_l^2)}} \exp\left(\frac{-(z-\mu(t) + k\mu_l)^2}{2(\sigma^2(t) + k\sigma_l^2)}\right)$$

$$h(u_l) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\mu}_s - \underline{\mu}_s}, & \underline{\mu}_s < u_l < \bar{\mu}_s \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$m(\sigma_l^2) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\sigma}_s^2 - \underline{\sigma}_s^2}, & \underline{\sigma}_s^2 < \sigma_l^2 < \bar{\sigma}_s^2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(7) 最后可得部件在两种失效模式下的性能分布为:

$$F(Y, t) = \sum_{k=0}^{+\infty} [P(W_l < D|X(t)) \cdot \int_{-\infty}^y \int_{\underline{\mu}_s}^{\bar{\mu}_s} \int_{\underline{\sigma}_s^2}^{\bar{\sigma}_s^2} f(z|u_l, \sigma_l^2) \\ \cdot h(u_l) m(\sigma_l^2) du_l d\sigma_l^2 dz] \cdot \frac{(\lambda t)^k \exp(-\lambda t)}{k!} \quad (3)$$

2.2 部件状态概率分析

为增加系统状态性能与最小任务性能需求之间的区分度, 采用系统最小任务性能需求与部件性能参数分布特性相结合的方法进行区间划分, 同时根据部件处于不同性能参数水平对整个系统正常工作性能的贡献比率, 并结合系统的结构函数对部件的状态性能区间进行划分^[18], 而后对部件的状态概率进行分析。

假设 t 时刻部件 i 的第 k_i 个性能参数区间为 $[x_{i,k_i}(t)] = [\underline{x}_{i,k_i}(t), \bar{x}_{i,k_i}(t)]$, 根据 2.1 节假设(7)分析, 可得在给定 t 时刻部件 i 在第 k_i 个状态的状态概率

$p_{i,k_i}(t)$ 为:

$$p_{i,k_i}(t) = F(\bar{x}_{i,k_i}(t)) - F(\underline{x}_{i,k_i}(t)) \quad (4)$$

3 运算法则

本节首先以边界“伪置信区间”的形式对部件性能区间的上边界、区间中值、下边界进行表示, 并分别称为状态性能区间上边界补偿法、中值补偿法、下边界补偿法, 而后对区间通用生成函数的运算法则进行分析。

3.1 状态性能区间边界补偿

3.1.1 边界补偿量大小分析

(1) 根据概率论中参数区间估计方法, 在方差 $\sigma^2(t)$ 已知的情况下, 将补偿半径定义为 $\Delta g_i(t) = (z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma_i(t)}{\sqrt{n}}) / x_{i,\max}$, 在给定 $\alpha = 0.05$ 时, 可得 $z_{1-\alpha/2} = 1.96$, 对于高可靠部件通常采用加速试验的方法得到部件的性能分布, 实际工程中, 样本量不少于 5 个, 因此可得最大补偿半径为 $\Delta g_i(t) = (z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma_i(t)}{\sqrt{5}}) / x_{i,\max}$, 其中 $x_{i,\max}$ 为部件 i 性能参数的最大值。

(2) 根据(1)求解边界补偿量大小, 若标准差 $\sigma_i(t)$ 随时间是递增的, 那么所求最大补偿半径 $\Delta g_i(t)$ 可能超过多态性能区间宽度的大小, 即 $\Delta g_i(t) > \bar{g}_i(t) - \underline{g}_i(t)$, 使得区间重叠, 失去了补偿的意义。

(3) 最后, 由(1)和(2)可得边界补偿量的大小

$$\Delta g_i(t) = \min\left\{\left(z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma_i(t)}{\sqrt{5}}\right) / x_{i,\max}, \bar{g}_i(t) - \underline{g}_i(t)\right\}$$

3.1.2 状态性能区间边界补偿规则

根据部件状态性能水平区间的区间上边界、区间中值、区间下边界三种情况和概率论中参数置信区间求解的相关理论, 对上述三种情况的状态进行边界补偿, 具体如下:

(1) 状态性能水平区间上边界补偿

假定 t 时刻部件 i 的第 k_i 个状态性能水平区间为 $[g_{i,k_i}] = [\underline{g}_{i,k_i}, \bar{g}_{i,k_i}]$, 则其性能区间上边界为 \bar{g}_{i,k_i} , 因以状态性能区间上边界 \bar{g}_{i,k_i} 为状态性能时, 损失了上边界以下的部分状态性能, 为解决该问题, 将部件的状态性能水平区间上边界向下边界方向进行补偿, 可得补偿后的状态性能水平区间为 $[\bar{g}'_{i,k_i}] = [\bar{g}_{i,k_i} - \Delta g_i(t), \bar{g}_{i,k_i}]$ 。

(2) 状态性能水平区间下边界补偿

同理, 根据状态性能水平区间上边界补偿方法, 以状态性能水平区间下边界 \underline{g}_{i,k_i} 为状态性能时, 损失了下边界以上的部分状态性能, 为解决该问题, 将多态部件的状态性能水平区间下边界向上边界方向进行补偿, 可得补偿后的状态性能水平区间为 $[\underline{g}'_{i,k_i}] = [\underline{g}_{i,k_i}, \underline{g}_{i,k_i} + \Delta g_i(t)]$ 。

(3) 状态性能水平区间中值补偿

同理,以状态性能区间中值 $g_{i,k}^c$ 为状态性能时,为了尽量包含一些状态水平信息,将部件的状态性能水平区间中值向上边界和下边界两侧方向进行补偿,可得补偿后的状态性能水平区间为 $[g_{i,k}^c] = [g_{i,k}^c - \frac{\Delta g_i(t)}{2}, g_{i,k}^c + \frac{\Delta g_i(t)}{2}]$.

后续将以部件的状态性能水平区间中值补偿法为例进行分析.

3.2 通用生成函数运算法则

在得到部件 i 的状态性能区间及状态概率后,定义部件 i 的区间通用生成函数为:

$$u_i(z, t) = \sum_{k_i=1}^{M_i} p_{i,k_i}(t) \cdot z^{[g_{i,k_i}]} \quad (5)$$

其中, $[g_{i,k_i}]$ 表示 t 时刻部件 i 在第 k_i 个状态的状态性能区间, $p_{i,k_i}(t)$ 为 t 时刻部件 i 的状态性能区间为 $[g_{i,k_i}]$ 时对应的状态概率, $i=1, 2, \dots, n, k_i=1, 2, \dots, M_i$.

假设部件 i 和 i' 的状态性能区间分别为 $[g_{i,k_i}] = [\underline{g}_{i,k_i}, \bar{g}_{i,k_i}]$ 、 $[g_{i',k_{i'}}] = [\underline{g}_{i',k_{i'}}, \bar{g}_{i',k_{i'}}]$, 状态概率分别为 p_{i,k_i} 、 $p_{i',k_{i'}}$, 其中, $i, i' = 1, \dots, n$. 对于 $[g_{i,k_i}] = [\underline{g}_{i,k_i}, \bar{g}_{i,k_i}]$ 、 $[g_{i',k_{i'}}] = [\underline{g}_{i',k_{i'}}, \bar{g}_{i',k_{i'}}]$, 假设具有函数 ψ 满足 $g_{k_s} = \psi(g_{i,k_i}, g_{i',k_{i'}})$, 由函数区间扩张定义^[19], 可知, $g_{k_s} = \psi(g_{i,k_i}, g_{i',k_{i'}})$ 的区间扩张为 $[g_{k_s}] = \psi([g_{i,k_i}], [g_{i',k_{i'}}])$. 因此, $[g_{k_s}]$ 的区间通用生成函数可通过如下运算获得:

$$\begin{aligned} U(z, t) &= \Omega(u_i(z), u_{i'}(z)) \\ &= \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{i'=1}^{M_{i'}} p_{i,k_i} \cdot p_{i',k_{i'}} \cdot z^{[g_{i,k_i}], [g_{i',k_{i'}}]} \end{aligned} \quad (6)$$

根据系统结构特点定义如下运算符:

(1) 当 $[g_{k_s}]$ 为 $[g_{i,k_i}]$ 与 $[g_{i',k_{i'}}]$ 的最小值时, 定义 δ_1 运算符:

$$\delta_1(u_i(z, t), u_{i'}(z, t)) = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{i'=1}^{M_{i'}} p_{i,k_i} \cdot p_{i',k_{i'}} \cdot z^{\min\{[g_{i,k_i}], [g_{i',k_{i'}}]\}}$$

(2) 当 $[g_{k_s}]$ 为 $[g_{i,k_i}]$ 与 $[g_{i',k_{i'}}]$ 的和时, 定义 δ_2 运算符:

$$\delta_2(u_i(z, t), u_{i'}(z, t)) = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{i'=1}^{M_{i'}} p_{i,k_i} \cdot p_{i',k_{i'}} \cdot z^{[g_{i,k_i}] + [g_{i',k_{i'}}]}$$

(3) 当 $[g_{k_s}]$ 为 $[g_{i,k_i}]$ 与 $[g_{i',k_{i'}}]$ 的乘积时, 定义 δ_3 运算符:

$$\delta_3(u_i(z, t), u_{i'}(z, t)) = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{i'=1}^{M_{i'}} p_{i,k_i} \cdot p_{i',k_{i'}} \cdot z^{[g_{i,k_i}] \cdot [g_{i',k_{i'}}]}$$

4 多态系统可靠性分析

根据 2.3 节区间通用生成函数的运算法则, 假定可得到的多态系统区间通用生成函数为:

$$U(z, t) = \sum_{k_s=1}^M p_{k_s} \cdot z^{[g_{k_s}]} \quad (7)$$

其中, $[g_{k_s}]$ 为系统的状态性能区间, 且满足 $[g_{k_s}] = [g_{k_s},$

$\bar{g}_{k_s}]$, p_{k_s} 为系统的状态性能区间为 $[g_{k_s}]$ 时, 对应的状态概率, $k_s = 1, 2, \dots, M_s$.

假定多态系统的最小性能区间需求为 $[w]$, 则系统的可靠度为:

$$\begin{aligned} R(t) &= P\{[G(t)] \geq [w]\} \\ &= \sum_{k_s=1}^{M_s} p_{k_s} \cdot p([g_{k_s}(t)] - [w] \geq 0) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $p\{[G(t)] \geq [w]\}$ 表示 $[G(t)] - [w] \geq 0$ 的概率, $[G(t)] = \{[g_1(t)], \dots, [g_k(t)], \dots, [g_{M_s}(t)]\}$.

定义 $L_{g_i(t)} = \bar{g}_{k_i}(t) - \underline{g}_{k_i}(t)$ 和 $L_w = \bar{w} - \underline{w}$ 分别为 $[g_k(t)] = [\underline{g}_{k_i}(t), \bar{g}_{k_i}(t)]$ 和 $[w] = [\underline{w}, \bar{w}]$ 的区间宽度.

如果 $[g_k(t)]$ 和 $[w]$ 为区间变量, 则上述问题关键就在于区间 $[g_k(t)] - [w] = [\underline{g}_{k_i}(t) - \bar{w}, \bar{g}_{k_i}(t) - \underline{w}]$ 和 0 之间的关系.

(1) 若 $\bar{g}_{k_i}(t) - \underline{w} > 0, \underline{g}_{k_i}(t) - \bar{w} > 0$ 则 $p([g_k(t)] - [w] \geq 0) = 1$;

(2) 若 $\bar{g}_{k_i}(t) - \underline{w} > 0, \underline{g}_{k_i}(t) - \bar{w} < 0$ 时, 我们可定义 $[g_k(t)] - [w]$ 的可能度区间为^[20]:

$$p([g_k(t)] - [w] \geq 0) = \frac{\max\{\bar{w} - \underline{g}_{k_i}(t), 0\}}{L_{g_i(t)} + L_w}$$

综合上述 2 点, 可以将 $[g_k(t)] - [w]$ 的可能度区间定义为:

$$\begin{aligned} p([g_k(t)] - [w] \geq 0) &= \\ &= \frac{\max\{0, L_{g_i(t)} + L_w - \max\{\bar{w} - \underline{g}_{k_i}(t), 0\}\}}{\max\{L_{g_i(t)} + L_w, \bar{g}_{k_i}(t) - \underline{w}\}} \end{aligned}$$

最后, 可得系统的可靠度为:

$$\begin{aligned} R(t, w) &= \Pr\{[G(t)] \geq [w]\} \\ &= \sum_{k_s=1}^{M_s} p_{k_s} \cdot \frac{\max\{0, L_{g_i(t)} + L_w - \max\{\bar{w} - \underline{g}_{k_i}(t), 0\}\}}{\max\{L_{g_i(t)} + L_w, \bar{g}_{k_i}(t) - \underline{w}\}} \end{aligned} \quad (9)$$

5 算例分析

某型雷达功率放大(分)系统主要由 4 个分系统构成, 包含 5 个性能退化部件、2 个二态部件, 如图 1 所示. 分系统 1 为性能退化部件预放大器组件(部件 1)组成; 分系统 2 为二态部件 1:4 功率分配器(部件 2)组成; 分系统 3 为性能退化部件功率放大器组件 1~4(部件 3~6)组成, 且均为同型部件; 分系统 4 为二态部件 4:1 功率合成器(部件 7). 假定分系统 1, 受到外界随机冲击, 定义 $N(t)$ 为到 t 时刻为止部件受到的冲击次数, S_{1l} 为第 l 次冲击对分系统 1 中部件平稳退化造成的损伤. 假设 $N(t)$ 服从参数为 $\lambda = 0.015$ 的泊松分布, S_{1l} 服从均值为 μ_{1l} , 方差为 σ_{1l}^2 的正态分布, 其中 $\mu_{1l} \in [\mu_{s1}] = [4.8, 6.2] \cdot 10^{-3}$, $\sigma_{1l}^2 \in [\sigma_s^2] = [4.2, 8.2] \cdot 10^{-4}$. S_{1l} 为独立同分布, 同时分系统 1 中部件存在退化失效和突发失效两种失效模式, 部件所受冲击强度大小服从正态

分布,其均值和方差为区间变量,其中, $\mu_{w1} \in [\mu_{w1}] = [3.75, 4.25]$, $\sigma_{w1}^2 \in [\sigma_{w1}^2] = [0.75, 1.25]$,当冲击强度大于失效阈值 $D_1 = \alpha \cdot \exp(-\beta \cdot (X(t_0) - X(t))) + \gamma$ 时,部件发生突发失效,其中, $\alpha = 8.6535$, $\beta = -0.7679$, $\gamma = 1$. 根据部件处于不同性能参数大小时,对整个雷达功率放大系统正常工作性能的贡献比率划分部件的状态性能水平区间,系统的最小状态性能需求区间为 $w = [75\%, 80\%]$. 求 $t = 1000\text{days}$,系统的可靠度.

假定各部件性能参数的分布参数如下表 1、2 所示.

表 2 多态部件退化性能参数、分系统结构函数和系统结构函数

部件	部件退化性能参数分布	分系统结构函数	系统结构函数(状态水平)
部件 1	x_1 服从 $[0, 6]$ 范围内的正态分布,其中 $\mu_1(t) = 5.5 - 1.05 \cdot 10^{-4}$, $\sigma_1(t) = 0.115 - 1.75 \cdot 10^{-5}$	分系统 1 $G_1(t) = X_1(t)$ 分系统 3 $G_3(t) = X_3(t) + \dots + X_6(t)$	$G_{\text{Sys}}(t) = \min\{G_2(t), G_{\text{Sub}13}(t), G_4(t)\}$
部件 3	x_3 服从 $[0, 75]$ 范围内的正态分布,其中 $\mu_3(t) = [68.55, 69.55] - [0.85, 1.05] \cdot 10^{-3}$, $\sigma_3(t) = [1.25, 1.45] - [1.85, 2.05] \cdot 10^{-4}$	分系统 13 $G_{\text{Sub}13}(t) = G_1(t) \cdot G_3(t)$	

表 1 二态部件性能参数分布

部件	分布类型	性能参数分布/天	部件状态水平	分系统结构函数
部件 2	指数分布	$\lambda = [6.25, 8.25] \cdot 10^{-5}$	0, 100%	分系统 2 $G_2(t) = X_2(t)$
部件 7	指数分布	$\lambda = [6.25, 8.25] \cdot 10^{-5}$	0, 100%	分系统 4 $G_4(t) = X_4(t)$

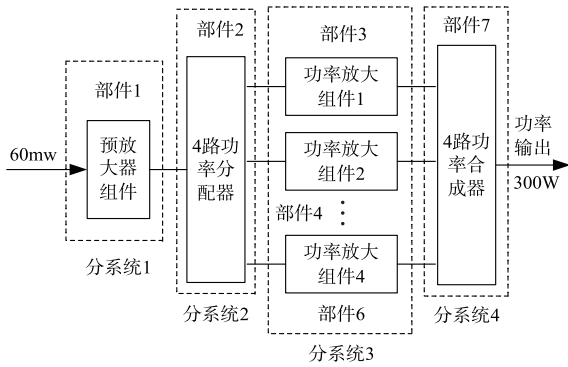


图1 某型雷达功率放大(分)系统

5.1 雷达功率放大(分)系统可靠性评估

5.1.1 基于状态性能区间中值补偿的系统可靠性评估

在 $t = 1000\text{days}$ 时,部件 1 的性能参数区间族为 $\{x_1\} = \{[x_{1,1}], [x_{1,2}], [x_{1,3}], [x_{1,4}], [x_{1,5}]\}$,其中,部件 1 性能参数区间分别为 $[x_{1,1}] = [0, 4.9149]$, $[x_{1,2}] = [4.9149, 5.0475]$, $[x_{1,3}] = [5.0475, 5.1800]$, $[x_{1,4}] = [5.1800, 5.3125]$, $[x_{1,5}] = [5.3125, 6.0]$.

根据部件状态性能水平区间中值补偿可得 $\{g_1\} = \{[g_{1,1}], [g_{1,2}], [g_{1,3}], [g_{1,4}], [g_{1,5}]\}$,其中, $[g_{1,1}] = [39.99\%, 41.93\%]$, $[g_{1,2}] = [82.05\%, 83.99\%]$, $[g_{1,3}] = [84.26\%, 86.20\%]$, $[g_{1,4}] = [86.47\%, 88.41\%]$, $[g_{1,5}] = [93.30\%, 95.24\%]$.

同理可得 $\{g_3\} = \{[g_{3,1}], [g_{3,2}], [g_{3,3}], [g_{3,4}], [g_{3,5}]\}$,其中, $[g_{3,1}] = [10.35\%, 10.80\%]$, $[g_{3,2}] =$

$[21.19\%, 21.64\%]$, $[g_{3,3}] = [21.70\%, 22.15\%]$, $[g_{3,4}] = [22.22\%, 22.67\%]$, $[g_{3,5}] = [23.62\%, 24.08\%]$.

根据 2.2 节部件状态概率计算方法,可得部件 1 ~ 7 对应的状态概率族分别为 $\{p_1\} = \{0.0015, 0.0224, 0.1358, 0.3333, 0.4940\}$, $\{p_2\} = \{0.0722, 0.9278\}$, $\{p_3\} = \{0.0018, 0.0240, 0.1390, 0.3352, 0.5000\}$, $\{p_4\} = \{p_5\} = \{p_6\}$.

根据区间通用生成函数的定义,系统中各部件的通用生成函数表示如下:

部件 1 的区间通用生成函数为:

$$u_1(z, t) = 0.0015 \cdot z^{[39.99\%, 41.93\%]} + 0.0224 \cdot z^{[82.05\%, 83.99\%]} + 0.1358 \cdot z^{[84.26\%, 86.20\%]} + 0.3333 \cdot z^{[86.47\%, 88.41\%]} + 0.4940 \cdot z^{[93.30\%, 95.24\%]}$$

部件 2 的区间通用生成函数为:

$$u_2(z, t) = 0.0722 \cdot z^0 + 0.9278 \cdot z^{100\%}$$

部件 3 的区间通用生成函数为:

$$u_3(z, t) = 0.0018 \cdot z^{[10.35\%, 10.80\%]} + 0.0240 \cdot z^{[21.19\%, 21.64\%]} + 0.1390 \cdot z^{[21.70\%, 22.15\%]} + 0.3352 \cdot z^{[22.22\%, 22.67\%]} + 0.5000 \cdot z^{[23.62\%, 24.08\%]}$$

部件 4 ~ 6 的区间通用生成函数为:

$$u_4(z, t) = u_5(z, t) = u_6(z, t) = u_3(z, t)$$

部件 7 的区间通用生成函数为:

$$u_7(z, t) = 0.0722 \cdot z^0 + 0.9278 \cdot z^{100\%}$$

由图 2 可知分系统 1 是由部件 1 组成, 可得分系统 1 的区间通用生成函数为: $U_{\text{sub1}}(z, t) = u_1(z, t)$.

分系统 2 的区间通用生成函数为: $U_{\text{sub2}}(z, t) = u_2(z, t)$.

分系统 3 的性能为部件 3、4、5、6 构成, 且为其状态性能和, 根据第 3 节运算符定义的 δ_2 运算符, 可得分系统 3 的区间通用生成函数为:

$$U_{\text{sub3}}(z, t) = \delta_2(u_3(z, t), u_4(z, t), u_5(z, t), u_6(z, t))$$

分系统 4 的区间通用生成函数为:

$$U_{\text{sub4}}(z, t) = u_7(z, t)$$

分系统 1、分系统 3 构成的分系统的通用生成函数为: $U_{\text{sub1-3}}(z, t) = \delta_3(U_{\text{sub1}}(z, t), U_{\text{sub3}}(z, t))$.

最后可得系统的通用生成函数为:

$$U_{\text{sys}}(z, t) = \delta_1(U_{\text{sub1-3}}(z, t), U_{\text{sub2}}(z, t), U_{\text{sub4}}(z, t))$$

根据式(9)可得在 $t = 1000\text{days}$ 时, 系统的可靠度为: $R = P\{G(t) \geq w\} = 0.7494$.

5.1.2 基于“二态”模型的系统可靠性评估

采用传统的系统可靠性方法进行分析, 根据系统总的状态性能输出要求 w , 假定分系统 1 部件的失效阈值为 $w_{c1} = w_1 \cdot x_{1, \max}$, 则在 t 时刻分系统 1 正常和失效的概率, 分别为 $R_{\text{subsys1}}(t)$, $1 - R_{\text{subsys1}}(t)$. 因分系统 1 和分系统 3 的性能水平具有一定的相关性, 且分系统 1 性能输出的大小将直接影响分系统 3 的输出, 假定分系统 3 的失效阈值为 $w_{\text{sub3}} = \frac{w}{w_1} \cdot x_{\text{sub3}, \max}$. 对于分系统 3 中 4 个功率放大器组件并不是简单的并联关系, 在此采用传统的思路进行分析, 将分系统失效阈值均分给 4 个功率放大器组件, 则其失效阈值 $w_{c3} = \frac{w_{\text{sub3}}}{4}$. 假定在 t 时刻其正常和失效的概率分别为 $p_3(t)$, $1 - p_3(t)$, 则分系统 3 正常的概率为 $R_{\text{sub3}} = (p_3(t))^4$, 采用传统方法可得系统的可靠度为: $R(t) = R_{\text{sub1}}(t) \cdot p_{2,2}(t) \cdot R_{\text{sub3}}(t) \cdot p_{4,2}(t)$, 最后可得 $t = 1000\text{days}$ 时, 系统的可靠度为 $R(t) = 0.5151$.

5.1.3 基于性能区间法的系统可靠性评估

为了充分分析本文所提方法的优缺点, 在 $t = 1000\text{days}$ 时, 将部件状态按传统的点区间进行划分, 则各部件的通用生成函数可作如下表示:

$$u_1(z, t) = 0.0023 \cdot z^{[0, 81.92\%]} + 0.0261 \cdot z^{[81.92\%, 84.12\%]} + 0.1410 \cdot z^{[84.12\%, 86.33\%]} + 0.3306 \cdot z^{[86.33\%, 88.54\%]} + 0.5000 \cdot z^{[88.54\%, 100\%]}$$

$$u_2(z, t) = 0.0722 \cdot z^0 + 0.9278 \cdot z^{100\%}$$

$$u_3(z, t) = 0.0018 \cdot z^{[0, 21.16\%]} + 0.0240 \cdot z^{[21.16\%, 21.67\%]} + 0.1390 \cdot z^{[21.67\%, 22.19\%]}$$

$$+ 0.3352 \cdot z^{[22.19\%, 22.70\%]}$$

$$+ 0.5000 \cdot z^{[22.70\%, 25\%]}$$

$$u_4(z, t) = u_5(z, t) = u_6(z, t) = u_3(z, t)$$

$$u_7(z, t) = 0.0722 \cdot z^0 + 0.9278 \cdot z^{100\%}$$

根据第 4 节基于区间通用生成函数的多态系统可靠性评估方法可得系统的可靠度为: $R = P\{G(t) \geq w\} = 0.6978$.

5.1.4 基于 Monte Carlo 仿真的系统可靠性评估

在 $t = 1000\text{days}$ 时, 采用 Monte Carlo (MC) 仿真方法进行分析, 在分析过程中, 因分系统 3 所含部件较多, 当部件的状态数为 $N_{\text{component3}} \geq 20$ 时, 分系统 3 的状态数为 $N_{\text{subsys3}} \geq 20^4$, 仿真规模巨大, 使得后续对系统可靠性分析面临严重的挑战, 为了降低计算的复杂度和仿真规模, 在此我们假设 $N_{\text{component3}} = 20$, 为了充分表述 MC 仿真方法在每次仿真计算过程中所得计算结果的可能性, 取 $L = 50$ 次仿真结果的平均值作为 MC 仿真方法的结果, 可得 MC 仿真方法的可靠度为 0.7387, 其中实现 $L = 50$ 次仿真时间大概为 378h, 而本文方法耗时大约为 1.2h.

5.2 对比分析

最后, 采用本文所提方法、传统可靠性方法、基于性能区间方法、Monte Carlo 仿真方法所得系统可靠性如下图 2 所示.

由图 2 可以得出以下结论:

(1) 状态性能区间下边界补偿方法、状态性能区间中值补偿方法(本文方法)、状态性能区间上边界补偿方法、MC 仿真方法四种方法相比, 可得 MC 仿真方法所得结果与本文方法结果比较接近, 究其原因因为状态性能区间的上边界和下边界均未完全包含状态性能区间中的状态信息, 而状态性能区间的中值为上边界和下边界的折中, 故所得结果一定程度上, 更加接近客观值.

(2) 性能区间方法、本文方法、Monte Carlo 仿真方

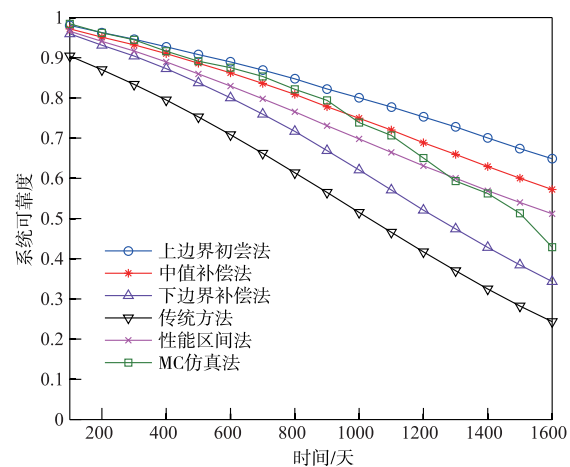


图2 几种方法所得可靠度结果对比

法三者相比,本文方法的结果与 Monte Carlo 方法的结果相近,在 $t = 1000$ days 后,误差具有增大的趋势,但实际中,雷达装备每隔 2 ~ 3 年(700 ~ 1200 天)进行一次定时维修,本文方法的分析精度已经满足日常预防性维修的需求,因此,本文方法一定程度上克服了 Monte Carlo 仿真方法仿真规模大、耗时长不足。

(3) 本文方法、传统方法和 Monte Carlo 仿真方法三种方法相比,传统方法与后两者相比误差较大,究其原因,主要是传统方法中,部件失效阈值的选取对传统方法中系统可靠性的影响较为敏感。

5.3 突发失效阈值恒定时系统可靠性评估

为了分析突发失效阈值对部件乃至系统的可靠性的影响,假设分系统 1 中突发失效的固定失效阈值 $D = 6.45$, 则可得每次冲击不发生突发失效的概率为 0.9919. 分别采用上述方法对系统的可靠性进行分析,并将其所得结果与本文所提中值补偿法和 MC 仿真法所得结果进行对比,具体如下图 3 所示。

通过对图 3 进行分析,不难发现突发失效采用固定失效阈值时,所得系统的可靠度在前期明显比相关阈值所得可靠度低,随着时间的推移到后期要比相关阈值所得可靠度高,致使所得可靠度分析结果前期偏小后期偏大,不能给雷达功率放大系统的预防性维修提供有利的指导,一定程度上增加了系统的运行风险。

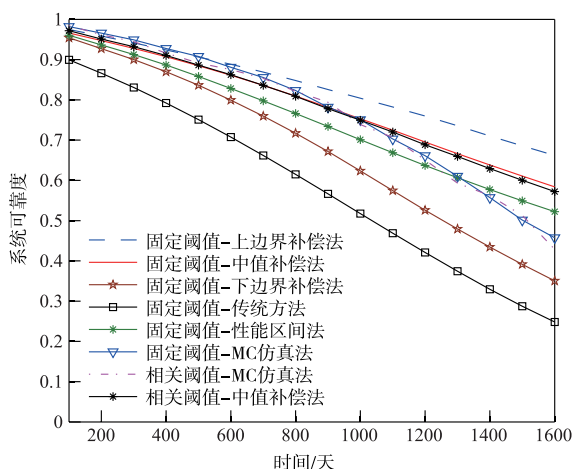


图3 几种方法所得可靠度结果对比

6 结论

由于环境或其他原因,部件受到随机冲击的影响,存在退化失效和突发失效两种失效模式. 随机冲击对部件性能分布的影响难以精确量化,且考虑退化失效和突发失效之间的相关性,提出了相关竞争失效场合下多态系统可靠性评估方法. 通过算例对比分析表明所提方法的正确性和有效性。

参考文献

- [1] 李春洋. 基于多态系统理论的可靠性分析与优化设计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010.
Li Chun-yang. Research on reliability analysis and optimization based on the multi-state system theory[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [2] 曹晋华,程侃. 可靠性数学引论[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
Cao Jin-hua, Cheng Kan. Introduction to the Reliability Mathematics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese)
- [3] WANG Y P. Multi-objective impact for dependent competing system with multiple degradation progress and random shock [D]. New Jersey: the State University of New Jersey, 2012.
- [4] Jiang L, Feng Q M, Coit D W. Reliability and maintenance modeling for dependent competing failure processes with shifting failure thresholds[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(4): 932 - 948.
- [5] Song S L, Coit D W, Feng Q M, et al. Reliability analysis for multi-component systems subject to multiple dependent competing failure processes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63(1): 331 - 345.
- [6] Lisnianski A L G. Multi-State System Reliability: Assessment, Optimization and Applications [M]. Singapore: World Scientific, 2003.
- [7] Barton R E W A S. Coherent systems with multi-state components [J]. Mathematica of Operations Research, 1978 (3): 275 - 281.
- [8] Lisnianski A, Frenkel I, Ding Y. Multi-State System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers [M]. London: Springer, 2010.
- [9] 于敏,何正友,钱清泉. 基于 Markov 过程的硬/软件综合系统可靠性分析[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 473 - 479.
Yu Min, He Zheng-you, Qian qing-quan. Reliability analysis of combined hardware/software system based on Markov process[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 473 - 479. (in Chinese)
- [10] 史新红,齐先军,王治国. 基于 UGF 的发电系统区间可靠性评估及其仿射算法改进[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2014, 37(3): 286 - 291.
Shi Xin-hong, Qi Xian-jun, Wang Zhi-Guo. Interval reliability estimation of power generating system based on UGF method and its modification by using affine arithmetic[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2014, 37(3): 286 - 291. (in Chinese)
- [11] Taboada H, Espiritu J, Coit D W. Design allocation of

- multi-state series-parallel systems for power systems planning: a multiple objective evolutionary approach[J]. *Journal of Risk and Reliability*, 2008(222):381-389.
- [12] 尚彦龙,蔡琦,赵新文,等. 基于 UGF 和 Semi-Markov 方法的反应堆泵机组多状态可靠性分析[J]. *核动力工程*, 2012, 33(01):117-123.
Shang Yang Long, Cai Qi, Zhao Xin Wen, et al. Multi-state reliability for pump group in nuclear power system based on UGF and semi-Markov process [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2012, 33(01):117-123. (in Chinese)
- [13] 刘宇. 多状态复杂系统可靠性建模及维修决策[D]. 成都:电子科技大学, 2011.
Liu Yu. Multi-state complex system reliability modeling and maintenance decision[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011. (in Chinese)
- [14] Li W J, Pham H. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2005, 54(2):297-303.
- [15] Wang Z L, Du L, Huang H Z. Reliability modeling for dependent competitive failure processes [A]. *Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS) [C]*. Las Vegas, Nevada: IEEE, 2008. 278-282.
- [16] Xing L D, Levitin G. Reliability of multi-state systems subject to competing failures [A]. *Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS) [C]*. Lake Buena Vista, Florida: IEEE, 2011. 1-7.
- [17] Wang C, Xing L, Levitin G. Reliability of phased-mission systems subject to competing failures [A]. *Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS) [C]*. Orlando, Florida: IEEE, 2013. 1-6.
- [18] 潘刚,尚朝轩,梁玉英,等. 考虑认知不确定的雷达功率放大系统可靠性评估[J]. *北京航空航天大学学报*, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151019.1520.003.html>.
Pan Gang, Shang Chaoxuan, Liang Yuying. Reliability evaluation of radar power amplification system considering epistemic uncertainty[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151019.1520.003.html>. (in Chinese)
- [19] 邱志平. 非概率集合理论凸方法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社, 2005.
Qiu Zhi-ping. *Convex Method of Non-Probabilistic Set-Theory and Its Application[M]*. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [20] 高峰记. 可能性及区间数综合排序[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(8):2033-2040.
Gao Feng-ji. Possibility degree and comprehensive priority of interval numbers[J]. *Systems Engineering-Theory and Practice*, 2013, 33(8):2033-2040. (in Chinese)

作者简介



潘刚 男, 1987年7月出生, 山东新泰人. 2010年毕业于西安电子科技大学信息对抗专业, 同年考入军械工程学院, 攻读信号与信息处理专业硕士, 毕业后并于本校攻读控制科学与工程专业博士. 现为博士研究生, 主要进行电子装备多态系统可靠性评估与维修决策研究相关研究.
E-mail: pg02063090@163.com

尚朝轩 男, 1964年4月出生, 河南安阳人. 教授、博士生导师. 研究方向包括: 故障诊断理论与技术、状态监测与故障预测等.