

一种计算有效的 Nystrom 特征子空间匹配 主用户频谱感知新算法

陈若男,孙晓颖,刘国红

(吉林大学通信工程学院,吉林长春 130022)

摘要: 针对核(kernel)空间下主用户频谱感知算法存在的计算任务繁重这一共性问题,提出一种低计算复杂度的 Nystrom 特征子空间匹配(NSM)新算法.该算法依据数据样本维的独立同分布特性随机地选择数据子集.在高维核空间下应用 Nystrom 近似获得主特征向量,用以分别构建主用户特征信号与次用户接收信号的 Nystrom 特征子空间.以此为基础计算相应的 Frobenius 距离,实现主用户检测.计算机仿真结果表明:与代表性的核空间下主用户频谱感知算法相比,所提算法在保证检测性能较为理想的前提下,可将相应的计算复杂度降低近 66%.

关键词: 频谱感知;核空间;Nystrom 近似;特征子空间匹配

中图分类号: TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)07-1553-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.07.002

A New Computationally Efficient Nystrom Feature Subspace Matching Algorithm for the Primary User Spectrum Sensing

CHEN Ruo-nan, SUN Xiao-ying, LIU Guo-hong

(Department of Communication Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130022, China)

Abstract: Considering the high computational burden of the previous kernel spectrum sensing methods, this paper proposes a computationally more efficient Nystrom subspace matching (NSM) algorithm. Based on the independent identically distributed observations, the subset is randomly chosen to implement the Nystrom approximation and reconstruct the related kernel features in a high-dimensional Euclidean space. Then, the related Nystrom subspaces respectively for the primary users and the secondary users are modified, and the Frobenius range between these two subspaces can be computed to determine whether the primary users exist or not. Compared to the previous kernel subspace matching methods, the novel version reduces the computational complexity by 66% while provides almost the same detection performance. Computer simulations are conducted to evaluate the performance of the proposed algorithm.

Key words: spectrum sensing; kernel space; nystrom approximation; feature subspace matching

1 引言

随着无线通信技术的快速发展,频谱资源的匮乏问题日益突显^[1].美国联邦标准通信委员会在2002年指出,已分配频谱的利用率仅为15%~85%,并且对于3GHz以下的频段,有多达70%的资源在时域及频域上未被充分利用^[2].1999年,Mitola等人提出了认知无线电(CR)的概念^[3],其目的是通过对有限资源的动态管理提升相应的频谱利用率.频谱感知是认知无线电的重要组成部分^[4],用于检测主用户的存在状态,通常可

将其转化为一个二元假设问题进行讨论.能否在低信噪比和低虚警概率的情况下提供尽可能高的检测概率是衡量频谱感知算法性能优劣的重要指标.目前,典型的频谱感知算法包括能量检测算法、匹配滤波检测算法、循环平稳特征检测算法等^[5-7].

非白广义平稳(WSS)信号的主特征向量具有强稳定性与强噪声鲁棒性,可以用于描述信号特征.2011年,Garelo等人将主特征向量的上述特性应用到频谱感知研究中,并提出了EigenVEctor(EVE)方法^[8],提升了相应的检测性能.同年,zhang等人提出了特征模板匹

配 (FTM) 算法^[9], 并在硬件上得到成功验证. 为提升低信噪比条件下的检测性能, Hou 等人将 FTM 算法拓展到高维核空间, 提出了核特征模板匹配 (KFTM) 算法^[10]. 2012 年, Hou 等人再次将单特征模板匹配扩展至多特征模板匹配的情况, 并提出了特征子空间匹配 (SM) 算法以及核特征子空间匹配 (KSM) 算法^[11], 其中 KSM 算法可将相应的检测性能提升 2 dB. 然而, 上述基于核空间的频谱感知算法在执行过程中需要构建高维核矩阵, 并对其进行相应的特征值分解. 这两个过程所涉及的乘法次数分别与样本数的平方及立方成正比例关系, 制约了相应频谱感知算法的实时性.

1930 年, Nystrom 首次提出 Nystrom 近似计算积分方程的特征函数^[12]. 2001 年, Williams 等人将该方法引用到机器学习领域, 用以降低核机器训练过程的计算复杂度^[13]. 本文将 Nystrom 近似应用到频谱感知领域, 提出一种低计算复杂度的主用户频谱感知新算法, 该算法建立二元假设检验模型, 利用样本维的独立同分布特性随机选择数据子集. 并将接收数据从输入空间映射到高维核空间, 运用 Nystrom 近似分别重构出主用户特征信号与次用户接收信号的 Nystrom 特征子空间. 应用核技巧计算相应的 Frobenius 距离, 并与选定判决门限进行比较, 实现主用户检测.

2 频谱感知模型与 KSM 算法

2.1 二元假设检验模型

频谱感知即对信号进行存在性检测, 通过对次用户的接收状态进行分析, 作出主用户是否正在使用该频段的判断. 将其归结为一个二元假设检测问题^[14], 可表示为

$$H_0: X_i = N_i, i = 1, 2, \dots, W \quad (1)$$

$$H_1: X_i = S_i + N_i, i = 1, 2, \dots, W \quad (2)$$

其中, W 为采样点数, $S_i \in R^{M \times 1}, i = 1, 2, \dots, W$, S_i 是主用户信号矩阵, $N_i \in R^{M \times 1}, i = 1, 2, \dots, W$ 是零均值的高斯白噪声且与主用户信号矩阵 S_i 统计独立, H_0 和 H_1 分别表示主用户空缺和主用户存在两种情况.

频谱感知的检测性能由检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 衡量, 分别如式(3)和式(4)所示. 检测概率与主用户的受干扰程度有关; 虚警概率影响了相应的频谱利用率^[15].

$$P_d = P(H_1 | X = S + N) \quad (3)$$

$$P_f = P(H_1 | X = N) \quad (4)$$

2.2 KSM 算法

KSM 算法^[11]可运用非线性映射函数 ψ , 将数据从输入空间映射到高维核空间, 提升数据在低信噪比条件下的线性可分性. 假设主用户特征信号 S 及次用户接收信号 X 的映射矩阵分别为 $\psi(S)$ 和 $\psi(X)$, 则其相应的协方差矩阵可分别计算为

$$R_{\psi(S)} = \frac{1}{M} \psi(S) \psi(S)^T \quad (5)$$

$$R_{\psi(X)} = \frac{1}{M} \psi(X) \psi(X)^T \quad (6)$$

其中 $(\cdot)^T$ 为矩阵的转置.

由于映射函数 ψ 的确切表达式往往未知且维数较高, 一般难以对 $\psi(S)$ 和 $\psi(X)$ 进行直接求解^[16]. KSM 算法应用核技巧将高维空间的内积运算转化为低维输入空间的核函数运算, 如式(7)所示.

$$K = (k(D_i, D_j))_{L \times L} = (\langle \psi(D), \psi(D) \rangle)_{L \times L} \quad (7)$$

其中 D 为相应的数据矩阵, L 为矩阵 D 的样本数, $\langle \cdot \rangle$ 为矩阵内积. 典型的多项式核函数可表示为

$$K_D = (k(D_i, D_j))_{L \times L} = (\langle \langle D_i, D_j \rangle + c \rangle^d)_{L \times L} \quad (8)$$

式中 d 为多项式阶数, c 为常数.

映射后的数据样本协方差矩阵 $R_{\psi(X)}$ 和 $R_{\psi(S)}$ 的特征子空间可分别计算为

$$\begin{aligned} U_{\psi(X)} &= (u_1^{\psi(X)}, \dots, u_r^{\psi(X)}) \\ &= (\psi(X_1), \dots, \psi(X_W)) (\alpha_1^X, \dots, \alpha_r^X) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} U_{\psi(S)} &= (u_1^{\psi(S)}, \dots, u_r^{\psi(S)}) \\ &= (\psi(S_1), \dots, \psi(S_W)) (\alpha_1^S, \dots, \alpha_r^S) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $(\alpha_1^X, \dots, \alpha_r^X)$ 和 $(\alpha_1^S, \dots, \alpha_r^S)$ 分别为核矩阵 K_X 和 K_S 的主特征向量, r 为构成 $U_{\psi(X)}$ 或 $U_{\psi(S)}$ 的主特征向量个数, 其值由选定的特征值贡献比确定.

计算 $U_{\psi(S)}$ 与 $U_{\psi(X)}$ 之间的 Frobenius 距离 $d(U_{\psi(S)}, U_{\psi(X)})$, 如式(11)所示, 并与相应的判决门限 T_{KSM} 进行对比, 实现主用户检测.

$$d(U_{\psi(S)}, U_{\psi(X)}) = \left\| U_{\psi(S)} U_{\psi(S)}^T - U_{\psi(X)} U_{\psi(X)}^T \right\|_F \stackrel{H_0}{\leq} \stackrel{H_1}{\geq} T_{KSM} \quad (11)$$

3 Nystrom 特征子空间匹配 (NSM) 主用户频谱感知算法

通常, 算法的计算复杂度主要由算法执行过程中所需的乘法次数决定. KSM 算法在执行过程中需要构造两个 $W \times W$ 维核矩阵 K_{SX} 与 K_X , 并对高维核矩阵 K_X 进行特征值分解, 上述两个过程所涉及的乘法次数分别与样本数 W 的平方及立方成正比例关系. 为获得更为理想的检测性能, 所需的样本数将进一步增加, 这将明显加重 KSM 算法的计算复杂度, 影响其实时性与适用性.

3.1 NSM 算法基本原理

为了解决上述问题, 本文将 Nystrom 近似引入到频谱感知领域, 并提出了一种计算有效的 NSM 新算法. 该算法依据接收数据 X 样本维的独立同分布特性, 随机选择任一样本数为 W_1 的子集 $X_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_{W_1}\}$, 并计算其核矩阵 K_{X_1} , 如式(12)所示.

$$K_{X_1} = (k(X_i, X_j))_{W_1 \times W_1}$$

$$= \begin{bmatrix} k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_{W_1}) \\ k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_{W_1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k(\mathbf{X}_{W_1}, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_{W_1}, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_{W_1}, \mathbf{X}_{W_1}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

对 \mathbf{K}_{X_1} 进行特征值分解, 如式(13)所示.

$$\frac{1}{W_1} \mathbf{K}_{X_1} \boldsymbol{\alpha}^{X_1} = \lambda^{X_1} \boldsymbol{\alpha}^{X_1} \quad (13)$$

式中 λ^{X_1} 为 \mathbf{K}_{X_1} 的特征值, $\boldsymbol{\alpha}^{X_1}$ 为对应的正交特征向量.

计算矩阵 \mathbf{X} 与 \mathbf{X}_1 的核矩阵 \mathbf{K}_{XX_1} , 如式(14)所示.

$$\mathbf{K}_{XX_1} = (k(\mathbf{X}_j, \mathbf{X}_i))_{W \times W_1} \\ = \begin{bmatrix} k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_{W_1}) \\ k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_{W_1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k(\mathbf{X}_W, \mathbf{X}_1) & k(\mathbf{X}_W, \mathbf{X}_2) & \cdots & k(\mathbf{X}_W, \mathbf{X}_{W_1}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

利用 Nystrom 的拓展式计算核矩阵 \mathbf{K}_X 的主特征向量 $\boldsymbol{\alpha}^X$ 的近似形式, 如式(15)所示.

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^X = \frac{1}{W_1 \lambda^{X_1}} \mathbf{K}_{XX_1} \boldsymbol{\alpha}^{X_1} \quad (15)$$

相应的归一化形式为

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}^X = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^X / \|\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^X\|, \|\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^X\| \triangleq \sqrt{\sum_j \{\tilde{\alpha}^X\}_j^2} / W \quad (16)$$

同理, 核矩阵 \mathbf{K}_X 的 r 个主特征向量的近似值 $(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_r^X)$ 均可由式(15)得到, 相应的归一化形式由式(16)得到, 表示为 $(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X)$. 则相应的 Nystrom 特征子空间可分别表示为

$$\hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} = (\hat{\mathbf{u}}_1^{\psi(X)}, \hat{\mathbf{u}}_2^{\psi(X)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}_r^{\psi(X)}) \\ = (\psi(\mathbf{X}_1), \psi(\mathbf{X}_2), \dots, \psi(\mathbf{X}_W)) \\ \cdot (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X) \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} = (\hat{\mathbf{u}}_1^{\psi(S)}, \hat{\mathbf{u}}_2^{\psi(S)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}_r^{\psi(S)}) \\ = (\psi(\mathbf{S}_1), \psi(\mathbf{S}_2), \dots, \psi(\mathbf{S}_W)) \\ \cdot (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^S, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^S, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^S) \quad (18)$$

计算 $\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}$ 的 Frobenius 距离并构建检验统计量, 如式(19)所示.

$$d(\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}, \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}) = \|\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T\|_F^2 \\ = \text{trace}((\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T)^T \\ \cdot (\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T)) \\ = 2r - 2\text{trace}((\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}) \\ \cdot (\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)})^T) \quad (19)$$

其中 $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 F 范数, trace 为矩阵的迹.

根据式(17)和式(18)可得

$$\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \\ = (\hat{\mathbf{u}}_1^{\psi(S)}, \hat{\mathbf{u}}_2^{\psi(S)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}_r^{\psi(S)})^T (\hat{\mathbf{u}}_1^{\psi(X)}, \hat{\mathbf{u}}_2^{\psi(X)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}_r^{\psi(X)})$$

$$\approx (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^S, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^S, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^S)^T (\psi(\mathbf{S}_1), \psi(\mathbf{S}_2), \dots, \psi(\mathbf{S}_W))^T \\ \cdot (\psi(\mathbf{X}_1), \psi(\mathbf{X}_2), \dots, \psi(\mathbf{X}_W)) (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X) \quad (20)$$

由式(8)可知

$$\mathbf{K}_{SX} = (k(\mathbf{S}_i, \mathbf{X}_j))_{W \times W} \\ = (\langle \psi(\mathbf{S}_i), \psi(\mathbf{X}_j) \rangle)_{W \times W} \\ = (\psi(\mathbf{S}_1), \psi(\mathbf{S}_2), \dots, \psi(\mathbf{S}_W))^T \\ \cdot (\psi(\mathbf{X}_1), \psi(\mathbf{X}_2), \dots, \psi(\mathbf{X}_W)) \quad (21)$$

则

$$\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \approx (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^S, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^S, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^S)^T \mathbf{K}_{SX} (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X) \quad (22)$$

将式(22)代入式(19)可得

$$d(\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}, \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}) = \|\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T\|_F^2 \\ = \text{trace}((\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T)^T \\ \cdot (\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T)) \\ = 2r - 2\text{trace}((\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^S, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^S, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^S)^T \\ \cdot \mathbf{K}_{SX} (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X)) \\ \cdot ((\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^S, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^S, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^S)^T \\ \cdot \mathbf{K}_{SX} (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_1^X, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2^X, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_r^X))^T) \quad (23)$$

选定判决门限 T_{NSM} 构造如式(24)的检测准则, 实现主用户检测.

$$d(\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}, \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}) = \left\| \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}^T - \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)} \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}^T \right\|_F^2 \stackrel{H_0}{\leq} T_{NSM} \quad (24)$$

3.2 NSM 算法实现过程

综上, 所提 NSM 算法的具体实现步骤如算法 1 所示.

算法 1 NSM 算法实现步骤

输入: 次用户接收矩阵 \mathbf{X}

输出: 检测概率 P_d

具体步骤:

- (1) 选择接收数据 \mathbf{X} 的样本子集 \mathbf{X}_1 ;
- (2) 将 \mathbf{X}_1 矩阵映射到高维核空间, 运用式(12)得到核矩阵 \mathbf{K}_{X_1} ;
- (3) 应用式(13)对 \mathbf{K}_{X_1} 进行特征值分解, 分别得到特征值和对应的特征向量;
- (4) 依据式(14)计算接收数据 \mathbf{X} 与样本子集 \mathbf{X}_1 的核矩阵 \mathbf{K}_{XX_1} ;
- (5) 利用式(15)获得近似的特征向量 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^X$, 运用式(16)对其进行归一化处理得到 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}^X$;
- (6) 应用式(17)和(18)得到相应 Nystrom 特征子空间 $\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)}$;
- (7) 根据式(23)计算主用户信号 \mathbf{S} 的 Nystrom 特征子空间与次用户接收数据矩阵 \mathbf{X} 的 Nystrom 特征子空间的 Frobenius 距离 $d(\hat{\mathbf{U}}_{\psi(S)}, \hat{\mathbf{U}}_{\psi(X)})$;
- (8) 依据式(24)实现主用户检测.

3.3 算法计算复杂度分析

频谱感知算法的计算复杂度主要由执行过程中所涉及的乘法次数决定. 为便于分析 KSM 算法与 NSM 新

算法的计算复杂度主要考虑核矩阵构建、特征值分解所涉及的乘法次数. KSM 算法构造了 $W \times W$ 维的核矩阵 \mathbf{K}_X 、 $W \times W$ 维的核矩阵 \mathbf{K}_{SX} , 对 \mathbf{K}_X 实施一次特征值分解, 所涉及的乘法次数为

$$O((M+d-1)W(W+1)/2) + W^3 + (M+d-1)W(W+1)/2 \quad (25)$$

NSM 新算法构造了 $W_1 \times W_1$ 维的核矩阵 \mathbf{K}_{X_1} 、 $W \times W_1$ 维的核矩阵 \mathbf{K}_{XX_1} 、 $W \times W$ 维的核矩阵 \mathbf{K}_{SX} , 对 \mathbf{K}_{X_1} 实施一次特征值分解, 所涉及的乘法次数为

$$O((M+d-1)W_1(W_1+1)/2) + (M+d-1)W(W_1+1)/2 + W_1^3 + (M+d-1)W(W+1)/2 \quad (26)$$

分析式(26)可知, NSM 算法的计算复杂度与所选择的子集大小 W_1 直接相关. 通常 Nystrom 近似应用较小的子集大小, 就可精确地重构出相应的主特征向量. 因此, 与 KSM 算法相比, NSM 算法在保证检测性能将为理想的情况下, 可有效降低相应的计算复杂度.

3.4 子集选择方法

所提 NSM 算法利用 Nystrom 近似重构出主用户信号与次用户接收信号的 Nystrom 特征子空间, 其关键步骤是选择合适的子集, 用以保证在检测性能较为理想的条件下, 尽可能地降低计算复杂度. 因此子集选择方法是影响算法运行时间的关键因素.

子集选择方法主要是对观测数据 \mathbf{X} 选哪些列及选多少列(行代表观测维, 列代表样本维)两个问题. 对于选哪些列的问题, 由于观测数据每列符合独立同分布特性, 依据 Nystrom 近似的实施原理, 在该特性下可以对数据列进行随机选择. 针对选多少列的问题, 由节 3.3 的理论分析可知, 子集大小即所需选择的列数直接影响了算法的计算复杂度. 因此, 在实施过程中具体选多少列的问题依据最终所需的计算复杂度的降低程度确定.

4 仿真实验与结果分析

本节通过三组仿真实验验证所提 NSM 算法的计算有效性与检测性能的理想性, 并与 KSM 算法和 SM 算法^[11]进行对比分析. 仿真中的主用户数据为真实测量的美国华盛顿哥伦比亚特区数字电视(DTV)信号^[17,18], 其持续周期为 25s, 采样率为 21.524476 MHz. 由于接收到的 DTV 信号的信噪比未知, 一般加入高斯白噪声用以获得不同的信噪比环境. 设定信号维度 $M=32$, 样本数 $W=312$, 选用 $c=1, d=2$ 的多项式核函数, 所有仿真结果均为 1000 次蒙特卡罗仿真实验的平均值.

4.1 子集大小的选择

为便于评价所提 NSM 算法的计算有效性, 本文引入算法执行时间降低度 T_s , 如式(27)所示.

$$T_s = \frac{T_{KSM} - T_{NSM}}{T_{KSM}} \times 100\% \quad (27)$$

其中, T_{NSM} 为 NSM 新算法在固定信噪比与固定虚警概率条件下重复 1000 次蒙特卡罗仿真实验的平均运行时间, T_{KSM} 为 KSM 算法在相同条件下的运行时间.

仿真实验 1 该实验用以分析所提 NSM 算法执行时间降低度 T_s 随子集大小 W_1 的变化关系. 信噪比 SNR 为 -16dB、虚警概率 P_f 为 0.01, 当子集大小从 50 变化到 280 时, 相应的算法执行时间降低度 T_s 如图 1 所示. 分析该仿真结果可知, 当 W_1 等于 50 时, 执行时间降低度 T_s 为 85.19%; 当 W_1 增加到 280 时, 相应的执行时间降低度 T_s 减少为 7.968%. 以上仿真结果证明了式(26)的理论分析, 即随着样本子集维数的增加, 所提算法的计算复杂度随之加大, 使算法的计算有效性逐渐变弱. 因此, 为提高 NSM 算法的计算有效性, 应在保证检测性能较为理想的前提下, 选择尽可能小的样本子集维数 W_1 .

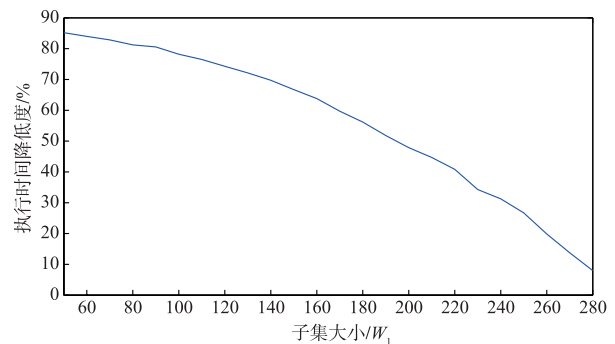


图1 执行时间降低度 T_s 随子集大小 W_1 的变化特性曲线

4.2 检测性能分析

本节通过两组实验评价所提 NSM 算法检测性能的理想性, 并与 KSM 算法和 SM 算法进行对比.

仿真实验 2 该实验用以验证所提 NSM 算法的检测概率随虚警概率的变化关系. 主用户信号依然采用 DTV 信号, 信噪比 SNR 为 -16dB 和 -19dB、子集大小 W_1 分别选择为 115、130、145、160, 当虚警概率从 0.01 变化到 1 时, KSM 算法、SM 算法以及所提 NSM 算法的检测概率曲线如图 2 所示. 分析该仿真结果可知, 当子集大小 W_1 增加到 145 后, 所提 NSM 算法的检测性能趋于稳定, 该算法在不同虚警概率条件下均可提供与 KSM 算法较为一致的检测性能; 与 SM 算法相比, NSM 算法在同等条件下可将相应的检测性能提升 3dB.

表 1 两种算法平均单次运行时间

算法	KSM	NSM ($W_1=115$)	NSM ($W_1=130$)	NSM ($W_1=145$)	NSM ($W_1=160$)
运算时间 (s)	0.540296579	0.152912617	0.173541023	0.185769337	0.205832136
$\frac{0.540296579 - 0.185769337}{0.540296579} \times 100\% \approx 65.6\%$					

仿真实验 3 该实验用以验证所提 NSM 算法的检测概率随信噪比变化关系. 虚警概率 P_f 为 0.01、子集大小 W_1 分别选择为 115、130、145、160, 当信噪比从 -45dB 变化到 0dB 时, KSM 算法、SM 算法以及所提 NSM 算法的检测概率曲线如图 3 所示, 相应的 KSM 算法与所提 NSM 算法平均单次运行时间如表 1 所示. 分析图 3

的仿真结果可知: 随着子集大小的增加, 所提 NSM 算法的检测性能逐步提升. 当子集大小 W_1 增加到 145 后, 所提 NSM 算法在各信噪比条件下均可提供与 KSM 算法较为一致的检测概率, 且明显优于 SM 算法; 分析表 1 的仿真结果可知: 与 KSM 算法相比, 所提 NSM 算法可将相应的运行时间降低近 66%.

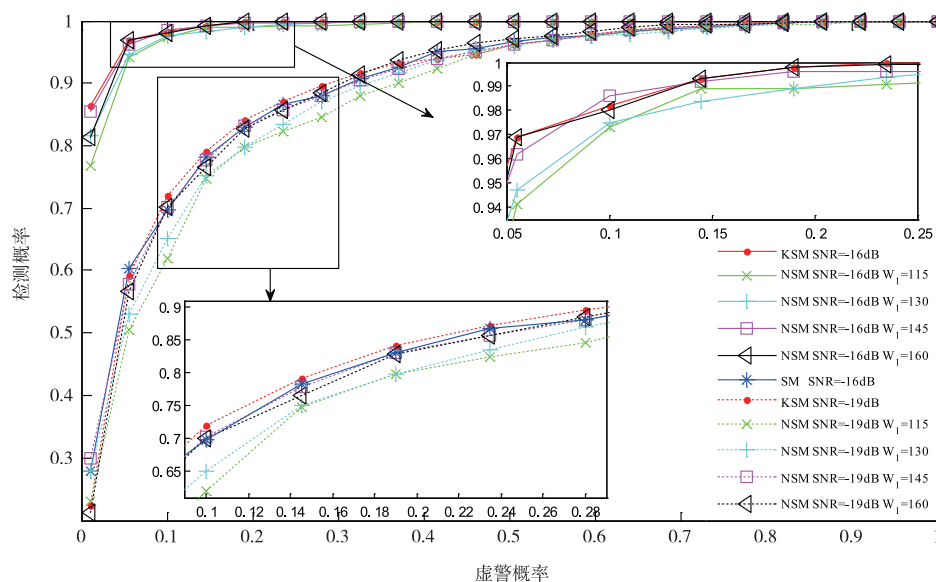


图2 三种算法的检测概率随虚警率的变化特性曲线

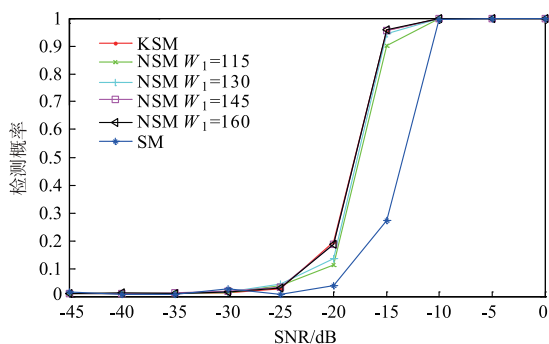


图3 三种算法的检测概率随信噪比的变化特性曲线

5 结论

本文基于主用户特征信号子空间的稳定性, 提出一种新的核空间下 Nystrom 特征子空间匹配频谱感知算法. 所提算法应用 Nystrom 近似有效降低了核矩阵构造和特征值分解所涉及的乘法次数, 提升了相应的计算有效性. 仿真结果表明, 当子集大小选择为样本总数近 1/2 时, 所提 NSM 新算法的运行时间可降低约 66%, 且可获得与 KSM 算法较为一致的检测性能. 下一步的工作计划是完善应用 Nystrom 近似进行频谱感知时, 多特征模板匹配的检测门限的理论分析问题.

参考文献

- [1] 吴利平, 李赞, 李建东, 等. 基于信号分段处理的截尾型序贯检验算法 [J]. 电子学报, 2011, 39 (10): 2412 - 2416.
WU Li-ping, LI Zan, LI Jian-dong, et al. A truncated SPRT algorithm based on signal segmental processing [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39 (10): 2412 - 2416. (in Chinese)
- [2] 岳文静, 陈志, 郑宝玉, 等. 基于可靠次用户信息的协作频谱感知算法研究 [J]. 电子与信息学报, 2012, 34 (5): 1208 - 1213.
Yue Wen-jing, Chen Zhi, Zheng Bao-yu, et al. Cooperative spectrum sensing based on reliable Secondary user information [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34 (5): 1208 - 1213. (in Chinese)
- [3] Mitola III J, Maguire Jr G Q. Cognitive radio: making software radios more personal [J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6 (4): 13 - 18.
- [4] 刘全, 高俊, 郭云玮, 等. 抗 SSDF 攻击的一致性协作频谱感知方案 [J]. 电子学报, 2011, 39 (11): 2643 - 2647.
LIU Quan, GAO Jun, GUO Yun-wei, et al. Securing consensus-based cooperative spectrum sensing against spectrum sensing data falsification attacks [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39 (11): 2643 - 2647. (in Chinese)

- [5] Cabric D, Mishra S M, Brodersen R W. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios [A]. Systems and Computers, 2004. Conference record of the thirty-eighth Asilomar Conference on. IEEE [C]. in Signals, 2004, 1: 772 - 776.
- [6] Haykin S, Thomson D, Reed J. Spectrum sensing for cognitive radio [J]. Proceedings of IEEE, 2009, 97 (5): 849 - 877.
- [7] Ghoszi M, Marx F, Dohler M, et al. Cyclostationarity-based test for detection of vacant frequency bands [A]. 2006. 1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications [C]. Washington DC: IEEE Computer Society, 2006: 1 - 5.
- [8] Garello R, Jia Y. Improving spectrum sensing performance by using eigenvectors [A]. The First International Conference on Advances in Cognitive Radio [C]. United States: IARIA, 2011: 26 - 30.
- [9] Zhang P, Qiu R, Guo N. Demonstration of spectrum sensing with blindly learned features [J]. IEEE Communications Letters, 2011, 15(5): 548 - 550.
- [10] Hou S, Qiu R C. Spectrum sensing for cognitive radio using kernel-based learning [J]. Arxiv preprint arXiv: 1105.2978, 2011.
- [11] Hou S, Qiu R, et al. Spectrum sensing in cognitive radio with subspace matching [A]. IEEE Waveform Diversity and Design Conference [C]. New York: IEEE, 2012. 1 - 5.
- [12] Nystrom E J. Über die praktische auflösung von integralgleichungen mit anwendungen auf randwertaufgaben [J]. Acta Mathematica, 1930, 54(1): 185 - 204.
- [13] Williams C, Seeger M. Using the nystrom method to speed up kernel machines [A]. Advances in Neural Information Processing Systems 13 [C]. Massachusetts: The MIT, 2001: 682 - 688.
- [14] 高锐, 李赞, 吴利平, 等. 低信噪比条件下基于随机共振的感知方法与性能分析 [J]. 电子学报, 2013, 41(9): 1672 - 1679.
GAO Rui, LI Zan, WU Li-ping, et al. A spectrum sensing method and performance analysis based on stochastic resonance under low SNR [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(9): 1672 - 1679. (in Chinese)
- [15] 刘鑫, 仲伟志, 井庆丰. 认知无线电多时隙联合频谱感知方法及优化 [J]. 电子学报, 2015, 43(5): 895 - 900.
LIU Xin, ZHONG Wei-zhi, JING Qing-feng. Multi-Slot cooperative spectrum sensing method with optimization in cognitive radio [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(5): 895 - 900. (in Chinese)
- [16] Hou S, Qiu R C. Kernel feature template matching for spectrum sensing [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(5): 2258 - 2271.
- [17] Tawil V. 51 captured DTV signal [J/OL]. http://group-er.ieee.org/groups/802/22/Meeting_documents/2006_May/Informal_Documents, 2006.
- [18] Lin Feng, Qiu C, Browning James Paul. Spectrum sensing with small-sized data sets in cognitive radio: algorithms and analysis [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(1): 77 - 87.

作者简介



陈若男 女, 1993年2月生于河南省新郑市, 吉林大学通信工程学院硕士研究生. 主要研究方向为认知无线电.

E-mail: chenrn15@mails.jlu.edu.cn



孙晓颖 男, 1969年8月生于吉林省公主岭市, 吉林大学通信工程学院教授, 博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理等.

E-mail: sunxy@jlu.edu.cn



刘国红(通讯作者) 女, 1986年10月生于内蒙古自治区通辽市, 预留师资博士后, 主要研究方向为阵列信号处理等.

E-mail: liugh10@mails.jlu.edu.cn