

# 无线传感器网络节点三维定位的翻转模糊检测

刘 伟,董恩清,宋 洋

(山东大学(威海)机电与信息工程学院,山东威海 264209)

**摘 要:** 为了解决基于测距的无线传感器网络节点三维定位中可能会发生翻转模糊的问题,本文提出并证明了节点三维定位的翻转模糊检测问题,可以等价判断是否存在一个平面和所有参考节点的测距误差球都相交的问题(Existence of Intersecting Plane, EIP). 为了求解 EIP 问题,本文进一步提出了公切面法(Common Tangent Plane, CTP)和正交投影法(Orthogonal Projection, OP)两种求解方法. CTP 方法采用的是边界检测原理,OP 方法则将 EIP 问题转化为一个角度计算问题,并用坐标变换的方式来求解. 经过理论分析和大量的仿真证明,CTP 方法虽然具有较好的检测效果,但是计算复杂度太大;而 OP 方法在几乎获得与 CTP 方法相同的检测结果的情况下,能够大大降低求解 EIP 问题的计算复杂度.

**关键词:** 无线传感器网络; 节点三维定位; 翻转模糊; 公切面; 正交投影

**中图分类号:** TP212; TN92      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)02-0374-11

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.02.019

## Flip Ambiguity Detection for Three-Dimensional Node Localization in Wireless Sensor Networks

LIU Wei, DONG En-qing, SONG Yang

(School of Mechanical, Electrical & Information Engineering, Shandong University, Weihai, Shandong 264209, China)

**Abstract:** To detect flip ambiguity for range-based three-dimensional node localization in wireless sensor networks, we have proposed and proved that flip ambiguity detection for three-dimensional node localization is equal to whether there is a plane intersecting with all range error spheres of the reference nodes, which is called the existence of intersecting plane (EIP) problem. To solve EIP problem, we further have proposed two solving algorithms: common tangent plane algorithm (CTP) and orthogonal projection algorithm (OP). CTP adopts the principle of boundary detection, while OP transforms EIP problem into an angle calculation problem and adopts a coordinate transformation method to solve the problem. The simulation experiments demonstrate that CTP has good detection results, but its computational complexity is too high; however, OP has almost the same detection results as CTP and has lower computational complexity.

**Key words:** wireless sensor networks; three-dimensional node localization; flip ambiguity; common tangent plane; orthogonal projection

### 1 引言

节点定位技术<sup>[1-5]</sup>是无线传感器网络实际应用的重要支撑技术之一. 无线传感器网络节点的定位过程就是未知节点通过与锚节点(事先已知自身位置的节点)或已经完成定位的未知节点通信,获得相关信息并采用一定的定位方法求出自身位置的过程. 根据是否依靠测量距离,节点定位方法可以划分为基于测距和

无需测距的两种方法<sup>[6]</sup>. 其中基于测距的方法,由于定位精度高在无线传感器网络节点定位中被广泛采用. 不过基于测距的方法在定位过程中可能产生节点的翻转模糊<sup>[7-10]</sup>,并且,如果定位过程中发生翻转模糊,就可能引起节点定位的雪崩效应,导致整个网络节点的定位失效. 因此,有必要采取一定的措施去判断节点翻转模糊<sup>[11,12]</sup>是否会发生,从而减小其对整个网络节点定位过程的影响.

收稿日期:2014-06-26;修回日期:2014-09-25;责任编辑:马兰英

基金项目:国家自然科学基金(No. 81371635);高等学校博士学科点专项科研基金(No. 20120131110062);山东省科技发展计划项目(No. 2013GGX10104)

依据信息处理的实现方式,无线传感器网络节点定位方法可以划分为集中式和分布式两种方法.集中式方法需要中心节点的参与,其扩展性能不好,而分布式方法只需在未知节点自身处完成定位过程,扩展性能好.因此,相对于集中式方法,分布式方法被广泛地应用在无线传感器网络节点定位中<sup>[13]</sup>.而本文提出的翻转模糊检测方法也主要适用于分布式的定位方法.

目前,针对无线传感器网络节点定位中翻转模糊检测的研究都是集中在二维空间.在二维空间中主要采用鲁棒四边形的方法来检测节点的翻转模糊<sup>[14,15]</sup>.鲁棒四边形的方法通过判断未知节点和三个参考节点(包括邻居锚节点和已完成定位的邻居节点)组成的一个四边形是否满足一定的几何条件(鲁棒性条件),来确定未知节点的定位是否会发生翻转模糊.文献[16]对上述的四边形进行几何分析,量化其满足鲁棒性条件的概率分布.在实际定位中,由于未知节点到参考节点的三个测量距离均存在误差,而文献[14~16]中的鲁棒四边形方法在理论分析时仅假设其中的一个测距有误差,而另外两个测距是精确的,这是不符合实际情况的.为此文献[17]对三个测距均有误差的情况进行了理论分析,并提出了一种改进算法.文献[18]则通过增加一个参考节点的方式来组成四个四边形,然后采用文献[17]中的方法判断这四个四边形的鲁棒性,只有当这些四边形全部满足鲁棒性条件才能认为未知节点在定位时不会发生翻转模糊.

在二维空间中,判断节点翻转模糊的鲁棒四边形方法一般只适用于采用三个参考节点的三边定位.相对于三边定位方法,在节点的二维定位中使用多于三个参考节点的多边定位方法更能得到较小的平均定位误差,因此在基于测距的无线传感器网络的节点定位中,大多采用多边定位方法.目前针对二维空间多边定位方法中节点翻转模糊问题研究的还是非常少,虽然文献[17]首次提出了一种适合于多边定位的鲁棒四边形方法,但是其计算复杂度不仅太大,而且判断效果较差.文献[19]将节点二维定位中的翻转模糊问题等价于判断是否存在一条直线和若干圆(以参考节点为圆心,以参考节点到未知节点的测距误差绝对值的最大值为半径)都相交(Existence of Intersecting Line, EIL)问题,并取得了较好的检测效果.

目前,在二维空间中,对于检测出在定位中有可能发生翻转模糊的未知节点,大多数采用的是悲观的处理方式,即直接不对该未知节点进行定位,从而防止其影响后续未知节点的定位精度<sup>[8,10,16-19]</sup>.这种处理方式虽然提高了节点的定位精度,但是也会降低节点的定位数量,这在某些实际应用中是不可接受的.为此,研究者们提出了一些乐观的处理方式.文献[20]提出了一

种鲁棒半正定方法用来处理翻转模糊的节点.文献[21]使用的是一种二阶段的模拟退火方法.文献[22]提出了一种 OFA (Optimistic localization scheme with Flip Avoidance) 方法,该方法利用计算出的两个节点位置(真实点位置和节点翻转模糊位置)与其他邻居节点的相互通信关系来消除翻转模糊节点.文献[23]则提出了一种距离冲突方法用于处理节点的翻转模糊.

据我们所知,至今为止还没有学者专门对无线传感器网络节点三维定位的翻转模糊检测方法和处理方法进行研究.而在实际应用中,传感器节点往往分布在三维空间内,需要得到节点的三维空间信息,如海洋、山地、森林及各种空间飞行器等.由于计算复杂度等原因,如将目前大多数二维定位中的检测和处理翻转模糊的方法简单地扩展到三维是不合适的,因此非常有必要研究三维节点定位的翻转模糊检测和处理方法.

在本文中,我们只是针对无线传感器网络节点三维定位中的翻转模糊检测问题进行讨论,至于无线传感器网络节点三维定位的翻转模糊处理问题将是我們下一步研究的方向.借鉴文献[19]的思想,我们提出并证明了无线传感器网络节点的三维定位翻转模糊检测问题可以等价于判断是否存在一个平面和若干球(以参考节点为球心,以参考节点到未知节点的测距误差绝对值的最大值为半径)都相交(Existence of Intersecting Plane, EIP)问题.为了求解 EIP 问题,本文提出了公切面法(Common Tangent Plane, CTP)和正交投影法(Orthogonal Projection, OP)两种求解方法.

## 2 三维定位中节点的翻转模糊问题

无线传感器网络节点三维定位中的翻转模糊问题指的是当参考节点间的位置几乎共面时,由于测距误差的存在,导致未知节点的定位存在两个关于某一个平面成镜像关系的估计位置.在三维空间中无线传感器网络的节点定位至少需要四个不共面的参考节点.图1中节点A、B、C和D是位置已知的四个参考节点,其中A、B和C三点确定了一个平面 $m$ , $\tilde{d}_{ae}$ 、 $\tilde{d}_{be}$ 和 $\tilde{d}_{ce}$ 分别是它们到未知节点的测量距离.根据上述A、B、C三点

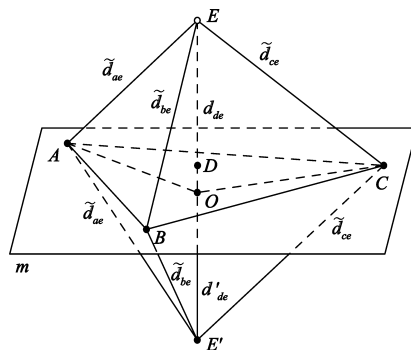


图1 三维定位中节点的翻转模糊示意图

和三个测距,我们可以求得未知节点可能所在的两个位置  $E$  和  $E'$ ,它们是以  $A, B$  和  $C$  为球心,分别以  $\bar{d}_{ac}, \bar{d}_{bc}$  和  $\bar{d}_{ce}$  为半径的三个球的交点,且  $E$  和  $E'$  关于平面  $m$  成镜像关系。 $O$  是直线  $EE'$  与平面  $m$  的交点。假设未知节点的正确位置为  $E$ ,  $D$  到  $E$  和  $E'$  两点的距离分别为  $d_{de}$  和  $d'_{de}$ 。 $D$  点到未知节点的测量距离  $\bar{d}_{de}$  用来选择未知节点的估计位置,其选择的标准是  $\bar{d}_{de}$  更接近  $d_{de}$  (选择  $E$ ) 还是更接近  $d'_{de}$  (选择  $E'$ )。当  $A, B, C, D$  四点几乎共面时,  $d_{de}$  和  $d'_{de}$  相差不大。由于测距误差的存在,就有可能错误地选择  $E'$  作为未知节点  $E$  的估计位置。如果做出错误的选择,且让这种错误定位的未知节点参与其它未知节点的定位,可能导致整个网络节点的定位失效。

### 3 EIP 问题的提出

借鉴文献[19]的思想,我们下面提出并证明了无线传感器网络节点的三维定位翻转模糊检测问题可以等价于判断是否存在一个平面和若干球(以参考节点为球心,以参考节点到未知节点的测距误差绝对值的最大值为半径)都相交(EIP)的问题。

无线传感器网络节点三维定位中的多边定位方法需用  $k(k \geq 4)$  个参考节点来定位一个未知节点。已知数据可以用一个集合  $M = \{ \langle p_i, \bar{d}_i \rangle \}, i = 1, 2, \dots, k$  表示,其中,  $p_i$  表示第  $i$  个参考节点的位置,  $\bar{d}_i$  表示第  $i$  个参考节点到未知节点的测量距离。 $\bar{d}_i = d_i + \varepsilon_i$ , 其中  $d_i$  和  $\varepsilon_i$  分别表示第  $i$  个参考节点到未知节点的真实距离和测距误差。如图2所示将每个参考节点沿着各自的测距方向平移  $\varepsilon_i$  至一个新的位置  $\tilde{p}_i$ , 可以得到另一个集合  $M' = \{ \langle \tilde{p}_i, d_i \rangle \}$ 。与集合  $M$  不同,集合  $M'$  没有测距误差。因此,在集合  $M'$  中,如果平移后的  $k$  个位置  $\tilde{p}_i$  不共面,那么,在未知节点定位过程中肯定不会发生翻转模糊。

在实际情况下,测距误差  $\varepsilon_i$  是未知的,所以无法求出参考节点平移后的位置  $\tilde{p}_i$ 。不过  $\varepsilon_i$  的取值是有界限的,故可以估计  $\tilde{p}_i$  所处的区域范围。若  $\delta_i$  表示未知节点到第  $i$  个参考节点测距误差绝对值的最大值,即  $\delta_i = \max |\varepsilon_i|, i = 1, 2, \dots, k$ 。那么,如图2所示,  $\tilde{p}_i$  必然在以  $p_i$  为球心,  $\delta_i$  为半径的球内。可以用集合  $S = \{ \langle p_i, \delta_i \rangle \}$ ,

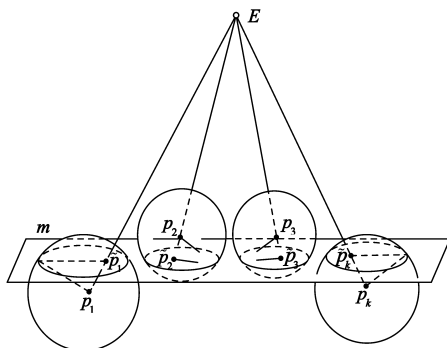


图2 三维定位翻转模糊检测中的EIP问题示意图

$i = 1, 2, \dots, k$  表示这  $k$  个球。对于集合  $S$ , 若存在一个平面和  $k$  个球都相交, 那么  $p_i$  平移后的位置  $\tilde{p}_i$  有可能共面, 则会发生节点的翻转模糊; 否则,  $\tilde{p}_i$  肯定不会共面, 也不会发生翻转模糊。所以, 翻转模糊问题可以等价于判断是否存在一个平面和若干球都相交(EIP)问题。

#### 3.1 三维定位中检测翻转模糊的CTP方法

借鉴文献[19]在二维空间中使用CT(Common Tangent)方法求解EIL问题的思想, 这里我们将CT方法扩展为适合在三维空间中求解EIP问题的CTP方法。该方法采用边界检测的方式来求解EIP问题。其理论基础来自于我们提出的定理1。

**定理1** 给定一个球的集合  $S = \{ \langle p_i, \delta_i \rangle \}, i = 1, 2, \dots, k$ 。EIP问题的充要条件是在集合  $S$  中存在三个球的一个公切面, 该公切面与其余的球都相交。

**证明** 定理1的必要性是显而易见的, 因此, 只需对其充分性进行证明。

我们用一个集合  $N(S)$  表示与集合  $S$  中所有的球都相交的平面。这样EIP问题实际上就是判断集合  $N(S)$  是否为空集。如图3(a)所示, 当  $N(S)$  不为空集时,  $N(S)$  中的一个边界平面  $n_1$  (将要偏离和所有球都相交条件的平面) 必然与其中的一个球(图3中为球A)相切, 而与其余的球都相交。

我们将平面  $n_1$  围绕球A的球心旋转(保证在旋转的过程中平面与球A一直相切), 在旋转的过程中, 各球与平面的交线所包围区域的面积肯定会有所变化(增大或减小), 当首先出现有某一个球(假设为球B)与平面的交线所包围区域的面积等于0时, 停止旋转,

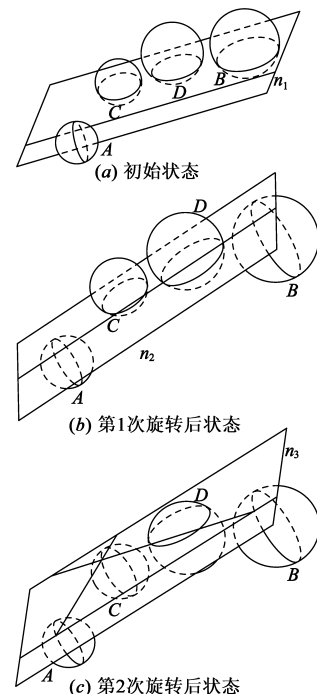


图3 三维定位翻转模糊检测中的CTP方法原理

这时我们可以得到如图 3(b) 所示的平面  $n_2$ , 此时平面  $n_2$  与球 A 和球 B 均相切, 而且与集合 S 中除了球 A 和球 B 以外的其余球都相交. 我们再将平面  $n_2$  围绕球 A 和球 B 的两个球心的连线旋转 (保证在旋转的过程中平面与球 A、球 B 一直相切), 当首先出现某一个球 (假设为球 C) 与平面的交线所包围区域的面积最先等于 0 时, 停止旋转, 这时我们可以得到如图 3(c) 所示的平面  $n_3$ . 平面  $n_3$  就是球 A、球 B 和球 C 的一个公切面, 而且与集合 S 中除了球 A、球 B 和球 C 以外的其余球都相交. 定理 1 的充分性得到了证明.

根据定理 1, 我们提出了一种 CTP 方法求解 EIP 问题. CTP 方法的流程图如图 4 所示. 从图 4 中可以看出, CTP 方法对集合 S 中任意三个球组成的一个子集, 都需要求出其公切面, 然后再判断这些公切面与其余球的相交性. 求解公切面的计算复杂度为  $O(k^3)$ , 判断公切面与球相交性的计算复杂度为  $O(k)$ . 因此, CTP 方法总的计算复杂度为  $O(k^4)$ , 其计算复杂度非常高.

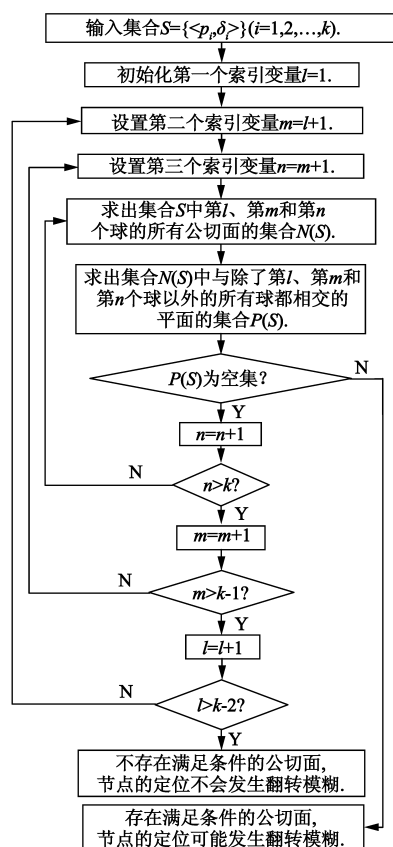


图 4 三维定位翻转模糊检测的 CTP 方法流程图

### 3.2 三维定位中检测翻转模糊的 OP 方法

由于 CTP 方法的计算复杂度太高, 为了降低求解 EIP 问题的计算复杂度, 我们下面提出了一种计算复杂度较低的 OP 方法.

#### 3.2.1 基本定义及基本定理

在详细介绍 OP 方法之前, 我们需要给出和证明如下一个基本定义和两个基本定理.

下面给出的基本定义是有关三维空间中球到直线的正交投影的概念.

**定义** 假设三维空间中存在一个球和一条直线, 那么这个球有一条直径必然和该直线平行. 从这条直径的两个端点分别向该直线做垂线. 两个垂足之间的线段称为球在该直线上的正交投影线段.

如图 5 所示, 根据上面的定义, 线段 AB 就是球 O 在直线 l 上的正交投影线段, 且其长度等于该球的直径.

根据上面的定义, 我们给出如下基本定理及其证明.

**定理 2** 假设在三维空间中存在一条直线和经过该直线的任意一个平面, 那么可得到球在该平面上的正交投影圆, 这个正交投影圆在该直线上的正交投影线段与球在该直线上的正交投影线段是等价的.

**证明** 如图 6 所示, 三维空间中有一个球 O 和一条直线 l, 直线 l 在平面 p 内. 线段 AB 是球 O 的直径, 且  $AB \parallel l$ . 圆 O' 是球 O 在平面 p 上正交投影所得到的圆. 线段 CD 是线段 AB 在平面 p 上的正交投影线段.

若线段 MN 为圆 O' 在直线 l 上的正交投影线段. 那么  $MN \perp CM$ . 因为线段 CD 是线段 AB 在平面 p 上的正交投影线段, 所以线段 AC 垂直于平面 p, 即  $MN \perp AC$ . 因此, MN 垂直于平面 ACM. 由此可以得出  $MN \perp AM$ . 同理, 可得出  $MN \perp BN$ , 即线段 MN 是球 O 在直线 l 上的正交投影线段.

若线段 MN 为球 O 在直线 l 上的正交投影线段. 那么  $MN \perp AM$ . 因为线段 CD 是线段 AB 在平面 p 上的正交投影线段, 所以线段 AC 垂直于平面 p, 即  $MN \perp AC$ . 因此, MN 垂直于平面 ACM. 由此可以得出  $MN \perp CM$ . 同理, 可得出  $MN \perp DN$ , 即线段 MN 是圆 O' 在直线 l 上的正交投影线段.

下面的基本定理是文献 [24] 中给出的一条定理, 该定理给出了二维空间中存在与所有圆都相交的直线的充要条件.

**定理 3** 在二维空间中给定一个圆的集合  $Q = \{ \langle p_i, \delta_i \rangle \}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ . 其中  $p_i$  表示圆心,  $\delta_i$  表示圆的半径,  $k$  表示圆的个数. 二维空间中存在一条直线与集合 Q 中所有的圆都相交的充要条件是空间中存在一条直线, 使集合 Q 中的任意两个圆在该直线上的正交投影线段有重叠部分.

#### 3.2.2 OP 方法的理论基础

OP 方法的理论基础来自于下面提出并证明的定理 4. 该定理巧妙地给出了 EIP 问题的一个充要条件.

**定理 4** 给定一个球的集合  $S = \{ \langle p_i, \delta_i \rangle \}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ . EIP 问题的充要条件是三维空间中存在一条直

线,集合  $S$  中任意两个球在该直线上的正交投影线段有重叠部分.

**证明**

(1) 必要性证明

如图 7 所示,假设三维空间中存在  $k$  个球  $G_1, G_2, \dots, G_k$  和一条直线  $l$ ,其中任意两个球在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分.

任取一个经过直线  $l$  的平面  $P$ ,从而可以得到这  $k$  个球在平面  $P$  上的正交投影圆  $O_1, O_2, \dots, O_k$ . 由于任意两个球在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分,根据定理 2 的等价原理,平面  $P$  上的这  $k$  个圆中的任意两个圆在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分. 由定理 3 可知,在平面  $P$  上必然有一条直线  $m$  和这  $k$  个圆都相交.

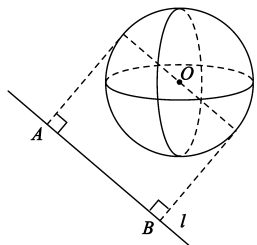


图5 球在直线上的投影示意图

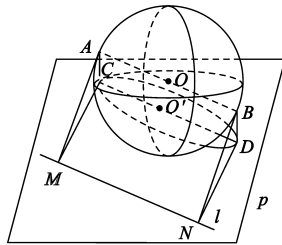


图6 定理2证明的示意图

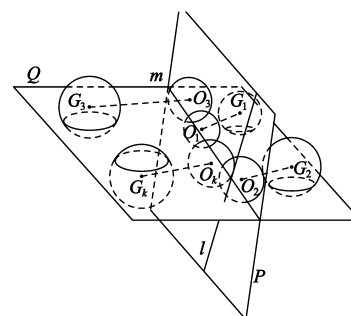


图7 OP方法原理图

### 3.2.3 OP 方法的计算过程

根据定理 4,我们提出了一种求解 EIP 问题的 OP 方法. OP 方法的核心就是在三维空间中寻找满足条件的直线. 根据正交投影的性质,对于一系列相互平行的直线来说,EIP 问题中的  $k$  个球在这些直线上的正交投影线段的相交性是完全一致的. 因此 OP 方法实际是寻找直线的方向向量. 不失一般性,我们假设寻找的直线经过坐标原点. 我们提出的 OP 方法把寻找直线方向向量的问题转化为了角度计算问题,转化的理论根据是如下提出和证明的定理 5.

**定理 5** 对于三维空间中一条过坐标原点的直线,可以得到其到两个坐标平面的两条正交投影直线,已知这两条正交投影直线与这两个坐标平面的共同坐标轴正方向之间的两个夹角,就能够确定这条直线.

**证明** 如图 8 所示,直线  $l$  经过坐标原点,直线  $l_1$  和  $l_2$  分别是直线  $l$  到坐标平面  $xOy$  和  $xOz$  上的正交投影,它们与  $x$  轴正方向的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ .

由于直线  $l$  经过坐标原点,所以它到两个坐标平面的正交投影  $l_1$  和  $l_2$  也经过坐标原点. 已知直线  $l_1$  和  $l_2$  与  $x$  轴正方向的夹角  $\alpha$  和  $\beta$ ,就可以确定这两条直线  $l_1$  和  $l_2$ . 我们过直线  $l_1$  作坐标平面  $xOy$  的一个垂直平面  $P$ ,那么直线  $l$  在平面  $P$  内. 同理,我们过直线  $l_2$  做坐标平面

过直线  $m$  作一个平面  $Q$ ,使  $Q \perp P$ . 那么,平面  $Q$  必然和这  $k$  个球都相交.

(2) 充分性证明

从另一个角度看图 7,假设三维空间中存在  $k$  个球  $G_1, G_2, \dots, G_k$  和一个平面  $Q$ ,平面  $Q$  和这  $k$  个球都相交.

作平面  $Q$  的任意一个垂直平面  $P$ ,从而得到  $k$  个球在平面  $P$  上的正交投影圆  $O_1, O_2, \dots, O_k$  和平面  $Q$  在平面  $P$  上的正交投影直线  $m$ . 由于平面  $Q$  和  $k$  个球都相交,所以在平面  $P$  上,直线  $m$  必然和  $k$  个正交投影圆均相交. 根据定理 3,在平面  $P$  上必然有一条直线  $l$ ,使得这  $k$  个圆中的任意两个圆在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分. 由定理 2 的等价原理可知, $k$  个球中的任意两个球在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分.

$xOz$  的一个垂直平面  $Q$ ,那么直线  $l$  也在平面  $Q$  内. 所以平面  $P$  和平面  $Q$  的交线就是直线  $l$ .

根据定理 5,OP 方法可以转化为寻找满足条件的两个夹角的问题. 在 EIP 问题中,假设各球的球心坐标为  $(x_i, y_i, z_i)$ ,半径为  $r_i, i = 1, 2, \dots, k$ . 若我们所寻找的直线  $l$  在坐标平面  $xOy$  和  $xOz$  上的正交投影  $l_1$  和  $l_2$  与  $x$  轴正方向的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta (0 \leq \alpha, \beta < \pi)$ . 为了简便计算,本文采用坐标变换的方式求出各球在直线  $l$  上的正交投影线段. 坐标变换的目的是使新坐标系的横坐标轴与直线  $l$  重合,需要两步变换.

在如图 9(a) 所示的原始坐标系中,直线  $l_1$  和  $l_2$  分别是直线  $l$  在坐标平面  $xOy$  和  $xOz$  上的正交投影,它们与  $x$  轴正方向的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ . 第 1 步坐标变换将原始坐标系  $Oxyz$  围绕  $z$  轴旋转角度  $\alpha$ ,得到如图 9(b) 所示的坐标系  $O'x'y'z'$ ,此时,直线  $l$  位于坐标平面  $x'O'z'$  内,而直线  $l$  到坐标平面  $x'O'y'$  的正交投影  $l_1'$  与  $x'$  轴重合. 第 2 步坐标变换将坐标系  $O'x'y'z'$  围绕  $y'$  轴旋转角度  $\beta$ ,得到如图 9(c) 所示的坐标系  $O''x''y''z''$ ,此时,直线  $l$  与  $x''$  轴重合.

由坐标变换的公式,可以得出各球的球心在坐标系  $O''x''y''z''$  上的坐标为:

$$\begin{bmatrix} x_i'' \\ y_i'' \\ z_i'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \cos\alpha \cos\beta + y_i \sin\alpha \cos\beta - z_i \sin\beta \\ -x_i \sin\alpha + y_i \cos\alpha \\ x_i \cos\alpha \sin\beta + y_i \sin\alpha \sin\beta + z_i \cos\beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

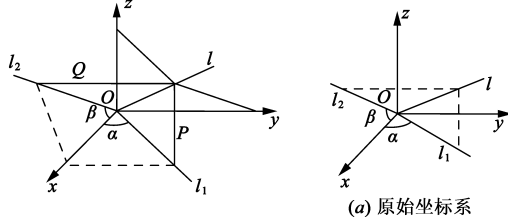


图8 定理5证明的示意图

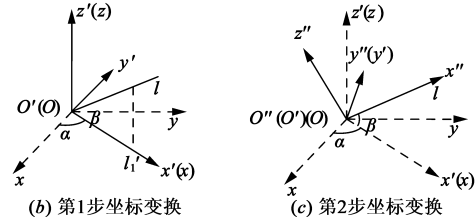


图9 坐标变换过程

而各球心到直线  $l$  上的正交投影点在坐标系  $O''x''y''z''$  上的坐标为:

$(x_i \cos\alpha \cos\beta + y_i \sin\alpha \cos\beta - z_i \sin\beta, 0, 0)$ ,  $(i = 1, 2, \dots, k)$ . 因此若任意两个球在直线  $l$  上的正交投影线段有重叠部分,则必须满足:

$$|a_j \cos\alpha \cos\beta + b_j \sin\alpha \cos\beta - c_j \sin\beta| \leq r_j \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_j &= x_m - x_n; b_j = y_m - y_n; c_j = z_m - z_n; r_j = r_m + r_n; \\ m &= 1, 2, \dots, k; n = 1, 2, \dots, k; m \neq n; j = 1, 2, \dots, g; \\ g &= k(k-1)/2 \end{aligned}$$

式(2)表示的是一个二元非线性不等式组. 目前一般采用最优化的方法对多元非线性不等式组进行求解<sup>[25-27]</sup>. 采用最优化方法求解需要对式(2)作一个变换,可以得到:

$$\begin{cases} -a_j \cos\alpha \cos\beta - b_j \sin\alpha \cos\beta + c_j \sin\beta - r_j \leq 0 \\ a_j \cos\alpha \cos\beta + b_j \sin\alpha \cos\beta - c_j \sin\beta - r_j \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

假设:

$$\begin{aligned} f_{2j-1}(\alpha, \beta) &= -a_j \cos\alpha \cos\beta - b_j \sin\alpha \cos\beta + c_j \sin\beta - r_j \\ f_{2j}(\alpha, \beta) &= a_j \cos\alpha \cos\beta + b_j \sin\alpha \cos\beta - c_j \sin\beta - r_j \end{aligned}$$

式(3)可以用式(4)来表示.

$$f_l(\mathbf{X}) \leq 0 \quad \mathbf{X} = [\alpha, \beta]^T, l = 1, 2, \dots, 2g \quad (4)$$

我们令  $\varphi_l(\mathbf{X}) = \max(0, f_l(\mathbf{X}))$ , 那么:

$$\begin{cases} \varphi_l(\mathbf{X}) = 0, & f_l(\mathbf{X}) \leq 0 \\ \varphi_l(\mathbf{X}) = f_l(\mathbf{X}), & f_l(\mathbf{X}) > 0 \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可知  $\varphi_l(\mathbf{X}) \geq 0$ , 因此最优化方法求解该不等式组的目标函数可以作如下的设置:

$$\phi(\mathbf{X}) = \varphi_1(\mathbf{X}) + \varphi_2(\mathbf{X}) + \dots + \varphi_{2g}(\mathbf{X}) \quad (6)$$

由式(6)可以看出,当最优化方法得到的  $\phi(\mathbf{X})$  最小值为0时,式(4)所表示的不等式组有解,此时存在满足条件的直线,也就是说,未知节点的定位可能会发生翻转模糊,否则,不等式组无解,未知节点的定位不会发生翻转模糊.

粒子群优化方法<sup>[28]</sup> (Particle Swarm Optimization, PSO)是一种搜索性能较好的优化方法,它具有收敛速

度快、可调参数少、易于实现等优点. 本文采用 PSO 方法对式(2)中不等式组进行求解,其求解步骤如下:

①初始化各参数,包括加速常数  $c_1$  和  $c_2$ , 最大迭代次数  $T_{\max}$ , 粒子的速度范围  $[v_{\min}, v_{\max}]$ , 粒子的数目  $s$  和惯性权重的范围  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ .

②将迭代次数设置为  $t = 1$ , 随机产生初始粒子的位置  $x_i^t = [x_{i1}^t, x_{i2}^t]^T$  和粒子的初始速度  $v_i^t = [v_{i1}^t, v_{i2}^t]$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$ . 其中,  $x_{id}^t \in [0, \pi]$ ,  $v_{id}^t \in [v_{\min}, v_{\max}]$ ,  $d = 1, 2$ .

③将  $x_{id}^t$  作为每个粒子的最佳位置  $p_{id}$ , 并根据式(6)得到每个粒子的最佳适应度值  $H_i$ , 如某个  $H_i$  为0, 转入步骤⑦; 否则, 将  $H_i$  中的最小值作为全局最佳适应度值  $G$ , 并记录下具有  $G$  的粒子的位置  $g_d$ .

④根据式(6), 评价每一个粒子, 计算每个粒子的适应度值  $H_i'$ . 如某个  $H_i'$  为0, 转入步骤⑦; 否则对  $H_i' < H_i$  的粒子, 令  $H_i = H_i'$ , 并将具有  $H_i'$  的粒子位置作为  $p_{id}$  的位置. 再求出  $H_i'$  的最小值  $G'$ , 如果  $G' < G$ , 令  $G = G'$ , 并将具有  $G'$  的粒子位置作为  $g_d$  的位置.

⑤分别根据式(7)、式(8)和式(9)更新惯性权重、粒子的速度和粒子的位置.

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{T_{\max}} \times t \quad (7)$$

$$v_{id}^{t+1} = \omega v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}^t) + c_2 r_2 (g_d - x_{id}^t) \quad (8)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (9)$$

式(8)中,  $r_1$  和  $r_2$  为均匀分布在  $[0, 1]$  区间的随机数. 在更新过程中, 如果  $v_{id}^{t+1} < v_{\min}$  将其置为  $v_{\min}$ , 如果  $v_{id}^{t+1} > v_{\max}$  将其置为  $v_{\max}$ ; 如果  $x_{id}^{t+1} \notin [0, \pi]$ , 则在  $[0, \pi]$  内随机生成  $x_{id}^{t+1}$ .

⑥让迭代次数  $t = t + 1$ , 然后检验  $t$  是否小于  $T_{\max}$ , 若条件满足转入步骤④, 否则, 说明不等式组无解, 未知节点的定位不会发生翻转模糊.

⑦目标函数  $\phi(\mathbf{X})$  的值可以为0, 不等式组有解, 未知节点的定位可能会发生翻转模糊.

最优化方法的一个缺点就是在搜索过程中不可避

免地会陷入到局部最优值,无法找到全局最优.因此对于本身有解的不等式组,用最优化方法求解可能会出现不等式组无解的情况.这样会导致把有可能发生翻转模糊的未知节点误判为不会发生翻转模糊.为了降低误判率,对于检测出在定位过程中不会发生翻转模糊的未知节点,可以使用 $q$  ( $q \geq 1$ )次 PSO 方法搜索不等式组的解,只有当这 $q$ 次都搜索不到解时,才认为未知节点的定位不会发生翻转模糊.

OP 方法的流程图如图 10 所示.从图 10 中可以看出,对集合 $S$ 中的每一对球,OP 方法都要按照式(2)列出一个不等式,并将这些不等式合成一个不等式组,再用 PSO 方法进行求解.因此,OP 方法总的计算复杂度仅为 $O(k^2)$ .而 CTP 方法的计算复杂度为 $O(k^4)$ ,相比之下,其计算复杂度远小于 CTP 方法.

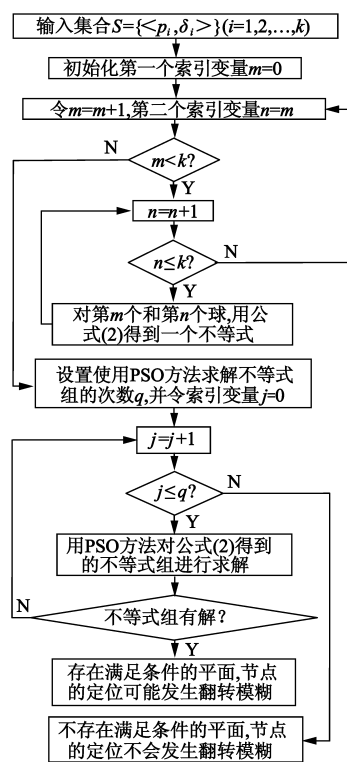


图10 OP方法的流程图

## 4 仿真分析

为了验证 CTP 和 OP 方法的性能,我们在一台 CPU 为 Intel Core i7-3770 (3.40GHz),内存为 16GB 的计算机上,用 Matlab R2013a 软件对其进行了仿真分析.采用的测距方法是 RSSI (Received Signal Strength Indication),其测距误差<sup>[29]</sup>可以表示为 $e = d \times 10^{\sigma/10n}$ ,其中 $e$ 表示测距误差, $d$ 表示节点间的真实距离, $n$ 为路径损耗指数(文中设定为 4), $\sigma$ 表示高斯白噪声(文中均值为 0,标准差为 4).仿真时 PSO 方法各参数的取值如下:

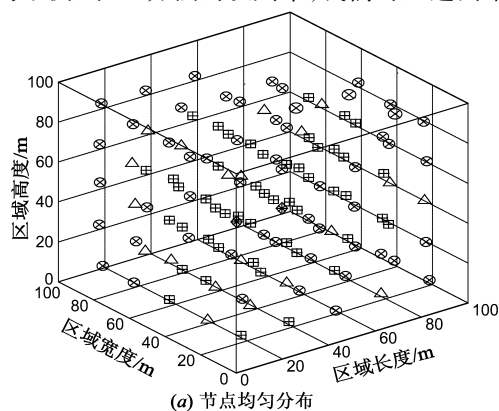
最大迭代次数: $T_{\max} = 20$ ;粒子的数目: $s = 50$ ;粒子的速度: $v_{\min} = -1, v_{\max} = 1$ ;惯性权重: $\omega_{\min} = 0.4, \omega_{\max} = 0.9$ ;加速常数: $c_1 = c_2 = 2$ .

### 4.1 检测结果的对比分析

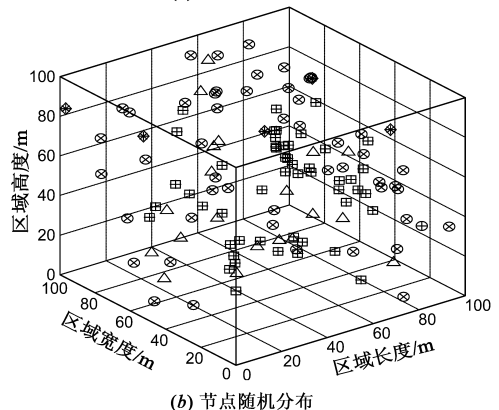
我们在边长为 100m 的正方体网络区域中放置了 125 个节点,其中 20 个为锚节点.仿真的节点分布分别为均匀分布和随机分布两种类型,通信半径结合节点间距确定为 50m.均匀分布时,节点间距离是 20m(存在 0~2m 的随机误差).

图 11 是 CTP 方法和 OP 方法( $q=1$ )对上述网络检测结果的对比.从图中可以看出,除了在节点随机分布时,有一个节点的检测结果不同(CTP 方法检测可能发生翻转模糊,OP 方法检测不会发生翻转模糊)以外,其余的节点检测结果是完全相同的.导致 OP 方法与 CTP 方法检测结果出现不同的原因是 OP 方法在用 PSO 方法求解不等式组时,PSO 方法在搜索过程中陷入到局部最优值,从而错误得出了不等式组无解的结论.实际上从第 3 节可以看出,OP 方法和 CTP 方法的基本原理是一致的,而且从图 11 中可以看出,两种检测方法检测结果不一致的比例(OP 方法的误判率)非常的小.

为了测试 OP 方法的误判率,我们对上述网络进行



(a) 节点均匀分布



(b) 节点随机分布

△ 锚节点  
+ OP检测不会发生翻转模糊的节点 □ CTP检测不会发生翻转模糊的节点  
× OP检测可能发生翻转模糊的节点 ○ CTP检测可能发生翻转模糊的节点  
\* OP检测无法定位的节点 ◇ CTP检测无法定位的节点

图11 OP方法和CTP方法检测结果的对比

了 100 次的仿真. 表 1 和表 2 分别是节点均匀分布和随机分布时 TCP 方法和 OP 方法对网络进行 100 次检测结果的对比情况. 对于未知节点的检测, 我们用 0 表示可能发生翻转模糊, 用 1 表示不会发生翻转模糊. 表 1 和表 2 中  $q$  表示 OP 方法中求解不等式组时使用 PSO 方法的次数;  $N_1$  表示 CTP 方法和 OP 方法检测结果均为 0 的未知节点的数目;  $N_2$  表示 CTP 方法检测结果为 0, OP 方法检测结果为 1 的未知节点的数目;  $N_3$  表示 CTP 方法检测结果为 1, OP 方法检测结果为 0 的未知节点的数目;  $N_4$  表示 CTP 方法和 OP 方法检测结果均为 1 的未知节点的数目;  $N_5$  表示由于参考节点小于 4 个, 而无法定位的未知节点的数目;  $P$  表示 OP 方法的误判率, 即:

$$P = \frac{N_2 + N_3}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4} \times 1000\% \quad (10)$$

表 1 节点均匀分布检测结果对比

	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$P$
$q = 1$	5744	119	0	4319	318	11.69‰
$q = 2$	5815	48	0	4319	318	4.71‰
$q = 3$	5836	27	0	4319	318	2.65‰
$q = 4$	5846	17	0	4319	318	1.67‰
$q = 5$	5847	16	0	4319	318	1.57‰

表 2 节点随机分布检测结果对比

	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$P$
$q = 1$	5713	105	0	4256	426	10.42‰
$q = 2$	5785	33	0	4256	426	3.28‰
$q = 3$	5800	18	0	4256	426	1.79‰
$q = 4$	5805	13	0	4256	426	1.29‰
$q = 5$	5805	13	0	4256	426	1.29‰

从表 1 和表 2 中可以看出, 在所有情况下,  $N_3$  均为 0, 因此 CTP 方法和 OP 方法检测结果的不同仅体现在  $N_2$  上, 即 CTP 方法检测结果为未知节点可能会发生翻转模糊, 而 OP 方法的检测结果为未知节点不会发生翻转模糊. 这和我们上面的理论分析是一致的. 另外, 从表中还可以看出, 适当地增加使用 PSO 方法的次数  $q$ , 可以降低误判率. 不过随着  $q$  的增加, 所需要的检测时间也增加, 当  $q$  等于 4 时, 误判率已经很低了, 而且  $q$  大于 4 时, 误判率的降低已经不明显了, 因此, 在实际应用中我们可以选择  $q$  的值为 4.

#### 4.2 平均定位误差的对比分析

下面, 我们在节点定位的过程中加入翻转模糊检测, 对节点分别经过 CTP 方法和 OP 方法定位后得到的平均定位误差进行仿真对比分析. 本文我们主要是对 TCP 方法和 OP 方法的检测结果进行对比, 所以在仿真

中对检测出的可能发生翻转模糊节点的处理采用相对简单的悲观处理方式.

球的数量和各球的半径是 EIP 问题中的两个主要的变量. 由于在本文的仿真环境中, 节点的密度保持不变, 所以此仿真环境下它们在无线传感器网络三维节点定位问题中分别等价于节点的通信半径和单位检测误差. 因此, 为了研究这两个变量对 CTP 方法和 OP 方法检测结果的影响, 我们分别采用不同节点通信半径和不同的单位检测误差, 仿真分析网络的平均定位误差的变化. 文中的平均定位误差采用如下公式计算:

$$e = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\sum_{i \in V_n} \sqrt{(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2 + (z_i - \hat{z}_i)^2}}{|V_n| R} \times 100\% \quad (11)$$

式(11)中,  $e$  表示平均定位误差,  $N$  表示仿真的网络数目(本文为 100 个),  $(x_i, y_i, z_i)$  和  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$  分别表示节点  $i$  的真实坐标和估计坐标,  $V_n$  表示在第  $n$  个网络中能够定位的节点的集合,  $|V_n|$  表示集合  $V_n$  中节点的数量,  $R$  表示通信半径. 本次仿真网络的各参数与 4.1 节相同.

图 12 和图 13 分别表示在不同通信半径和不同单位检测误差的情况下, 对节点分别经过无翻转模糊检测、CTP 方法检测和 OP 方法检测( $q$  分别为 1 和 4)以后得到的平均定位误差曲线. 其中, 图 12(a) 和图 13(a) 为节点均匀分布, 图 12(b) 和图 13(b) 为节点随机分布. 图 12 中单位检测误差为 0.5m, 图 13 中通信半径为 50m. 从图 12 和图 13 中可以看出, 与不进行任何翻转模糊检测相比, 加入翻转模糊检测后, 由于去除了有可能发生翻转模糊的节点引入的高定位误差, 而且避免了翻转模糊节点对其它未知节点定位的影响, 所以得到的平均定位误差明显更小, 也就是相对提高了整体网络节点的定位精度. 另外, 还可以看出, 由于 CTP 方法和 OP 方法( $q$  分别为 1 和 4)的检测结果差别不大, 导致其得到的三条平均定位误差曲线几乎重合在一起.

为了更加清晰地展现 CTP 方法和 OP 方法( $q$  分别为 1 和 4)检测结果的差别, 下面我们把图 12 和图 13 中无翻转模糊检测的曲线去除, 可以得到图 14 和图 15 所示的结果. 从图 14 和图 15 中可以看出在两种节点分布下, 当  $q = 4$  时, OP 方法和 CTP 方法进行翻转模糊检测后得到的平均定位误差曲线几乎是完全重合的, 而当  $q = 1$  时, OP 方法和 CTP 方法检测得到的平均定位误差也非常接近. 这就进一步说明了 OP 方法和 CTP 方法对翻转模糊的检测结果相差不大, 当  $q = 4$  时, 两者几乎能够取得相同的检测结果.

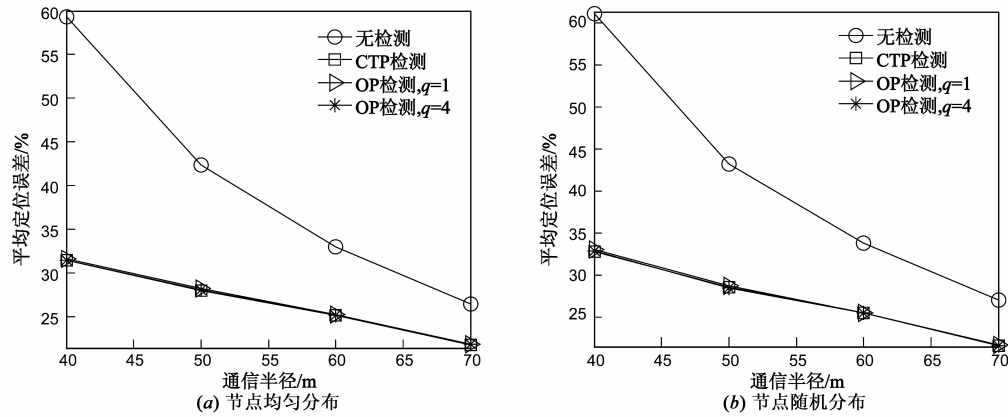


图12 通信半径与平均定位误差的关系(附带无翻转模糊检测曲线)

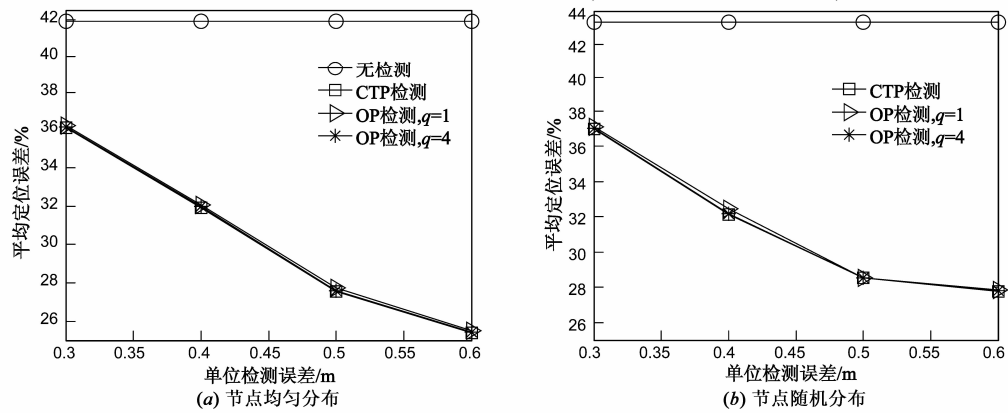


图13 单位检测误差与平均定位误差的关系(附带无翻转模糊检测曲线)

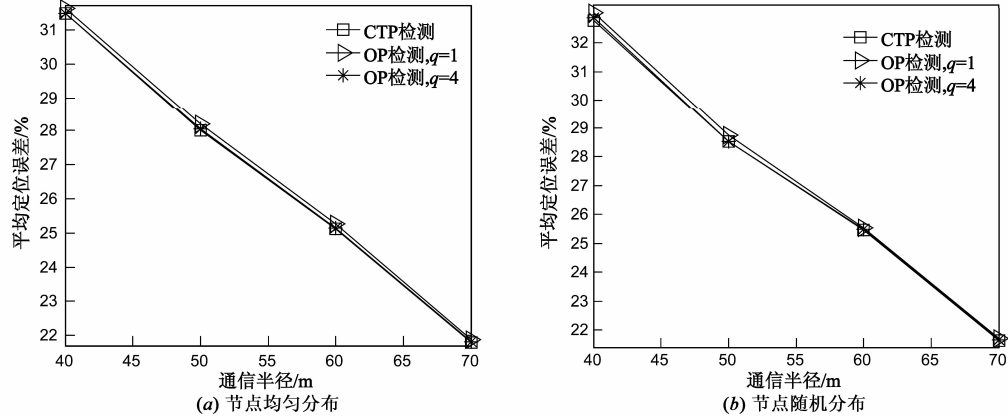


图14 通信半径与平均定位误差的关系(不附带无翻转模糊检测曲线)

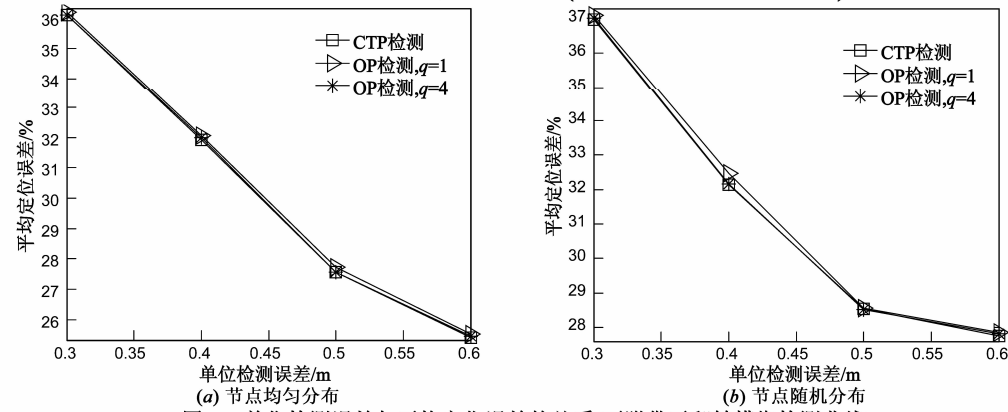


图15 单位检测误差与平均定位误差的关系(不附带无翻转模糊检测曲线)

### 4.3 检测时间的对比分析

为了比较 CTP 方法和 OP 方法的计算复杂度,我们对它们的检测时间进行了仿真,仿真采用 4.2 节中不同通信半径的网络及其参数。

表 3 和表 4 分别是节点均匀分布和随机分布时,100 个不同网络仿真的计算时间平均值。在表中, $R$  和  $N$  分别表示节点的通信半径和参考节点的平均数, $T_{CTP}$  表示 CTP 方法检测一次所需的平均时间, $T_{OP1}$  表示  $q=1$  时,OP 方法检测一次所需的平均时间, $T_{OP4}$  表示  $q=4$  时,OP 方法检测一次所需的平均时间, $\beta_1$  表示  $q=1$  时,OP 方法与 TCP 方法所需时间的比值,即  $\beta_1 = T_{CTP}/T_{OP1}$ , $\beta_4$  表示  $q=4$  时,OP 方法与 TCP 方法所需时间的比值,即  $\beta_4 = T_{CTP}/T_{OP4}$ 。从表 3 和表 4 中可以看出,在两种节点分布的情况下,随着参考节点数目  $N$  的增加,CTP 方法检测的平均时间  $T_{CTP}$  增加的非常快,而 OP 方法检测的平均时间  $T_{OP1}$  和  $T_{OP4}$  则增加比较缓慢。另外除了通信半径为 40m 时, $T_{OP4}$  大于  $T_{CTP}$  之外,其余情况下, $T_{OP1}$  和  $T_{OP4}$  均小于  $T_{CTP}$ ,而且随着参考节点数量的增加, $\beta_1$  和  $\beta_4$  的值越来越大,因此,当参考节点数量较多时,OP 方法明显地更适用。这就说明了与 CTP 检测方法相比,OP 方法在取得了几乎相同判断结果的同时,大大降低了计算复杂度。

表 3 节点均匀分布时间对比

$R$ (m)	40	50	60	70
$N$	5.237	7.123	9.308	11.700
$T_{CTP}$ (ms)	2.580	11.291	34.727	80.219
$T_{OP1}$ (ms)	1.165	2.462	4.186	5.919
$T_{OP4}$ (ms)	3.976	8.973	15.667	22.666
$\beta_1$	2.215	4.586	8.297	13.553
$\beta_4$	0.649	1.258	2.216	3.539

表 4 节点随机分布时间对比

$R$ (m)	40	50	60	70
$N$	5.311	7.089	9.212	11.686
$T_{CTP}$ (ms)	2.679	11.134	33.416	80.156
$T_{OP1}$ (ms)	1.182	2.402	4.091	5.844
$T_{OP4}$ (ms)	3.997	8.742	15.386	22.294
$\beta_1$	2.267	4.636	8.167	13.716
$\beta_4$	0.670	1.276	2.172	3.595

## 5 结论

节点的翻转模糊是基于测距的无线传感器网络节点定位过程中需要解决的一个关键问题。针对目前对节点翻转模糊检测方法的研究都是集中在二维空间,缺乏对三维空间检测方法研究的现状。本文将无线传感器网络节点的三维定位翻转模糊检测问题等价于 EIP 问题,并提出了 CTP 和 OP 两种检测方法。CTP 方法有较好的检测效果,不过其计算复杂度太大。OP 方法

的检测效果虽然不如 CTP 方法,但是其具有计算复杂度较低的优点,并且 OP 方法的检测结果与 CTP 方法的检测结果相差很小,通过增加 OP 方法中使用 PSO 方法的次数  $q$ ,两者的差别越来越小,当  $q=4$  时,OP 方法和 CTP 方法几乎能取得相同的检测结果。

对于乐观的定位方法来说,检测出有可能发生翻转模糊的节点之后,需要采用一些方法对其进行处理。而目前对节点翻转模糊处理方法的研究都是集中在二维空间,缺乏对三维空间处理方法的研究。由于计算复杂度等原因,如将目前大多数二维定位中处理翻转模糊的方法简单地扩展到三维是不合适的,因此,下一步我们将对无线传感器网络节点三维定位的翻转模糊处理方法进行研究。

### 参考文献

- [1] H J Shao, X P Zhang, et al. Efficient closed-form algorithms for AOA based self-localization of sensor nodes using auxiliary variables [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(10): 2580 - 2594.
- [2] J A Jiang, X Y Zheng, et al. A distributed RSS-based localization using a dynamic circle expanding mechanism [J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 13(10): 3754 - 3766.
- [3] N Deshpande, E Grant, et al. Target Localization and autonomous navigation using wireless sensor networks-a pseudo-gradient algorithm approach [J]. IEEE Systems Journal, 2014, 8(1): 93 - 103.
- [4] Y Z Chai, E Q Dong. A three-dimensional localization algorithm for wireless sensor networks based on the BFGS optimization [A]. Proceedings of the 17th European Wireless Conference [C]. Vienna: VDE, 2011. 676 - 680.
- [5] E Q Dong, Y Z Chai, et al. A novel three-dimensional localization algorithm for Wireless Sensor Networks based on Particle Swarm Optimization [A]. Proceedings of the 18th International Conference on Telecommunications [C]. Ayia Napa: IEEE, 2011. 55 - 60.
- [6] N Salman, M Ghogho, et al. Optimized low complexity sensor node positioning in wireless sensor networks [J]. IEEE Sensors Journal, 2014, 14(1): 39 - 46.
- [7] T Eren, O K Goldenberg, et al. Rigidity, computation, and randomization in network localization [A]. Proceedings of the 23rd Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies [C]. Hong Kong: IEEE, 2004. 2673 - 2684.
- [8] J Aspnes, T Eren, et al. A theory of network localization [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2006, 5(12): 1663 - 1678.
- [9] R Connelly. Generic global rigidity [J]. Discrete and Computational Geometry, 2005, 33(4): 549 - 563.

- [10] A Kannan, B Fidan, et al. Use of flip ambiguity probabilities in robust sensor network localization [J]. *Wireless Networks*, 2011, 17(5): 1157 – 1171.
- [11] A Kannan, B Fidan, et al. Derivation of flip ambiguity probabilities to facilitate robust sensor network localization [A]. *Proceedings of Wireless Communications and Networking Conference* [C]. Budapest: IEEE, 2009. 1 – 6.
- [12] A Kannan, B Fidan, et al. Robust distributed sensor network localization based on analysis of flip ambiguities [A]. *Proceedings of Global Telecommunications Conference* [C]. New Orleans: IEEE, 2008. 1 – 6.
- [13] Q J Shi, C. He, et al. Distributed wireless sensor network localization via sequential greedy optimization algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3328 – 3340.
- [14] D Moore, J Leonard, et al. Robust distributed network localization with noisy range measurements [A]. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Embedded Networked Sensor Systems* [C]. Baltimore: ACM, 2004. 50 – 61.
- [15] F Sittile, M Spirito. Robust localization for wireless sensor networks [A]. *Proceedings of the 5th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks* [C]. San Francisco: IEEE, 2008. 46 – 54.
- [16] A Kannan, B Fidan, et al. Analysis of flip ambiguities in distributed network localization [A]. *Proceedings of Information, Decision and Control* [C]. Adelaide: IEEE, 2007. 193 – 198.
- [17] A Kannan, B Fidan, et al. Analysis of flip ambiguities for robust sensor network localization [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(4): 2057 – 2070.
- [18] D S Chen, X Y Li, et al. An improved quadrilateral localization algorithm for wireless sensor networks [A]. *Proceedings of IEEE/ICME International Conference on Complex Medical Engineering* [C]. Harbin: IEEE, 2011. 268 – 273.
- [19] X Wang, Z Yang, et al. Beyond rigidity: obtain localizability with noisy ranging measurement [J]. *International Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing: special issue on Wireless Network Algorithm and Theory*, 2011, 8(1): 114 – 124.
- [20] S Severi, G Abreu, et al. Understanding and solving flip-ambiguity in network localization via semidefinite programming [A]. *Proceedings of Global Telecommunications Conference* [C]. Honolulu: IEEE, 2009. 1 – 6.
- [21] A Kannan, G Q Mao, et al. Simulated annealing based wireless sensor network localization with flip ambiguity mitigation [A]. *Proceedings of the 63rd IEEE Vehicular Technology Conference* [C]. Melbourne: IEEE, 2006. 1022 – 1026.
- [22] X P Wang, Y H Yang, et al. OFA: An optimistic approach to conquer flip ambiguity in network localization [J]. *Computer Networks*, 2013, 57(6): 1529 – 1544.
- [23] Q J Xiao, B Xiao, et al. Iterative localization of wireless sensor networks: an accurate and robust approach [J]. *Computer Communications*, 2012, 35(13): 608 – 621.
- [24] W Liu, E Q Dong, et al. An improved flip ambiguity detection algorithm in wireless sensor networks node localization [A]. *Proceedings of the 21st International Conference on Telecommunications* [C]. Lisbon: IEEE, 2014. 206 – 212.
- [25] J B Jian, X L Zhang, et al. A new finitely convergent algorithm for systems of nonlinear inequalities [J]. *Applied Mathematics Letters*, 2007, 20(4): 405 – 411.
- [26] C He, C F Ma. A smoothing self-adaptive Levenberg-Marquardt algorithm for solving system of nonlinear inequalities [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(10): 3056 – 3063.
- [27] M Sahba. On the solution of nonlinear inequalities in a finite number of iterations [J]. *Numerische Mathematik*, 1985, 46(2): 229 – 236.
- [28] R V Kulkarni, G K Venayagamoorthy. Particle swarm optimization in wireless-sensor networks: a brief survey [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2011, 41(2): 262 – 267.
- [29] M Rahman, L Kleeman. Paired measurement localization: a robust approach for wireless localization [J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2009, 8(8): 1087 – 1102.

#### 作者简介



刘伟男, 1979年出生于山东兖州。2009年于昆明理工大学获得硕士学位, 2010年起于山东大学攻读博士学位, 主要研究方向为无线传感器网络节点定位技术。

E-mail: lwsdjnyz@163.com



董恩清(通信作者)男, 1965年出生于辽宁营口, 博士, 山东大学(威海)教授、博士生导师。2002年于西安交通大学获信息与通信工程专业博士学位。2006年~2007年在美国哈佛大学做访问学者。主要研究方向包括无线通信技术、无线传感器网络、医学图像处理等。

E-mail: enqdong@sdu.edu.cn