

# 两跳中继 OFDMA 蜂窝网络下行链路 呼叫阻塞率分析

鲁蔚锋<sup>1,2,3</sup>, 杨绿溪<sup>1</sup>, 吴 蒙<sup>3</sup>

(1. 东南大学信息与工程学院, 江苏南京 210096; 2. 南京邮电大学计算机学院, 江苏南京 210023;  
3. 南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室, 江苏南京 210023)

**摘 要:** 本文首先提出了一种分析 OFDMA 蜂窝网络下行链路呼叫阻塞率的方法, 在此基础上进一步分析了加入两跳中继的 OFDMA 蜂窝网络呼叫阻塞率. OFDMA 蜂窝网络的每个呼叫接入都需要随机数量的子载波来满足用户传输速率的需求, 传统 GSM 及 CDMA 网络的容量分析方法不能应用到 OFDMA 网络系统中. 本文根据用户对子载波的需求量, 把接入用户分成不同的服务类型, 以多维马尔可夫链为数学模型分别分析传统和两跳中继 OFDMA 蜂窝网络下行链路呼叫阻塞率, 最终通过数值计算分析各种参数对系统性能的影响, 数值分析结果表明加入中继后的两跳中继 OFDMA 蜂窝网络下行链路容量比传统网络有显著的提升.

**关键词:** 正交频分多址接入; 两跳中继; 下行链路; 呼叫阻塞率; 马尔可夫链

**中图分类号:** TN929.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)02-0340-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.02.014

## Analysis of Call Blocking Probability in Downlink of Two-Hop-Relay OFDMA Cellular Networks

LU Wei-feng<sup>1,2,3</sup>, YANG Lü-xi<sup>1</sup>, WU Meng<sup>3</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;

2. College of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210023, China;

3. Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Ministry of Education, Nanjing, Jiangsu 210023, China)

**Abstract:** In this paper, a novel approach is presented to evaluate the call blocking probability in downlink of cellular Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) networks. Based on this analysis, call blocking probability in downlink of two-hop-relay OFDMA cellular networks is evaluated. Capacity analysis of traditional cellular networks like GSM and CDMA cellular networks cannot be applied to OFDMA cellular networks because for the latter every incoming call requires a random number of sub-carriers. In this paper, incoming calls are divided into classes according to their requirement for sub-carrier. Then, the traditional and relay OFDMA cellular network are modeled as the multi-dimensional Markov chain and their call blocking probability in downlink are evaluated. Finally, through numerical calculation, the impact of the various parameters on the performance is analyzed. This analysis shows that the capacity of OFDMA cellular networks which added relays has been greatly improved.

**Key words:** orthogonal frequency-division multiple access (OFDMA); two-hop-relay; downlink; call blocking probability; Markov chains

### 1 引言

近几年, OFDMA 技术已经成为下一代移动通信网

络主要的无线接入技术<sup>[1,2]</sup>. OFDMA 用多载波调制来对抗频率选择性衰落, 每个基站都有相互正交的子载波分配给小区中的用户使用. 呼叫阻塞率相当于小区

收稿日期: 2014-09-16; 修回日期: 2014-11-11; 责任编辑: 蓝红杰

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61372101, No. 61201176, No. 61271018, No. 61201160); 国家科技重大专项 (No. 2012ZX03004-005-003); 教育部博士点基金 (No. 20100092110010); 江苏省科技计划 (No. BK20131377); 江苏省高校优秀中青年骨干教师和校长境外研修计划

的业务负载能力,它是一个非常重要的参数,用作接入控制算法的性能指标并能够确定小区的容量. 在传统 GSM 网络,呼叫阻塞率是被广泛研究的话题<sup>[3]</sup>, CDMA 网络也有对呼叫阻塞率的研究<sup>[4,5]</sup>. 在 GSM 网络中,当基站的时间或频率信道被全部占用时,接入用户将阻塞. 在 CDMA 网络中,干扰增大将会导致现有用户通信中断而发生呼叫阻塞. 在 OFDMA 蜂窝网络中,每个用户需要一定数量的子载波以满足它所需要的传输速率,否则接入用户就会阻塞,无法实现通信. 目前只有少量文献对 OFDMA 网络的容量问题进行了研究<sup>[6-7]</sup>,文献[6]首先得出了 OFDMA 网络下行链路容量的表达式,分析了基站密度、传输功率以及信号干扰比阈值等参数对呼叫阻塞率的影响. 文献[7]研究了多小区 OFDMA 网络系统中联合子信道分配和传输功率控制的最优化方法,通过资源分配的方式对系统容量进行优化. 为了满足下一代蜂窝网络的吞吐量和覆盖需求<sup>[8]</sup>,第三代合作伙伴计划长期演进(3GPP-LTE-Advanced)为移动宽带接入提出了不同的方案. 部署中继站来增加覆盖区域或提升容量是 LTE-A 中所提出的一种技术<sup>[9]</sup>. 文献[10]分析了中继协助网络的上行链路系统容量,作者提出了一种计算小区基站与中继之间带宽分布的算法,继而推导出小区的呼叫阻塞率. 分析结果表明与传统单跳系统相比较,中继系统可以获得更多的容量增益. 文献[11]在文献[10]基础上进行了进一步分析. 为了减少多跳通信带来的容量损失,作者将多输入多输出技术应用到中继链路上. 文献[12]对多跳中继 OFDMA 网络的容量进行了研究,作者首先得出了多跳中继 OFDMA 网络下行链路容量的表达式,然后分析了基站密度、传输功率以及信号干扰比阈值等参数对多跳中继网络容量的影响. 文献[13]将随机几何理论应用于特定的基于中继的 OFDM 系统中,通过理论分析和推导得到用户随机均匀分布环境下的系统容量模型. 为了研究集成蜂窝与自组织中继系统 iCAR(Integrated Cellular Ad hoc Relaying)的性能,文献[14]建立了基于马尔科夫链的解析模型,并分析了具有呼叫接入控制功能的系统呼叫阻塞和中断率. 仿真结果证明具有呼叫接入控制功能的 iCAR 系统具有更低的呼叫阻塞率. 文献[15]提出了一种基于负载均衡的协作用户蜂窝中继系统,系统通过在轻负载小区选择一个合适的用户作为中继进行小区间负载均衡. 仿真结果显示所提出的策略可以有效平衡小区间负载并降低系统呼叫阻塞率. 但是,这些文献在计算系统容量的过程中都没有考虑用户对子载波的需求量问题. 本文提出一种用于计算无中继 OFDMA 蜂窝网络的下行链路呼叫阻塞率的方法,该方法首先根据呼叫接入用户对子载波的需求量,将接入用户分成不同的服务类型. 然后确

定每类服务的到达率,获得每个呼叫接入用户所需子载波数量的概率分布. 最后用多维马尔可夫链对系统建立数学模型,并计算系统呼叫阻塞率. 在以上工作的基础上,本文进一步分析加入两跳中继的 OFDMA 蜂窝网络的下行链路呼叫阻塞率,并与传统无中继网络进行性能比较.

## 2 无中继 OFDMA 蜂窝网络的呼叫阻塞率

### 2.1 系统模型

在图 1 中小区 0 是本文研究的参考小区,小区半径为  $R$ ,且假定小区的覆盖范围为正六边形,小区 1 ~ 6 是小区 0 的 6 个邻居小区. 假设小区中用户的呼叫到达率符合泊松分布,均值为  $\lambda$ ,每个呼叫持续时间符合指数分布,均值为  $\frac{1}{\mu}$ . 每个呼叫接入用户都有一个传输速率需求  $R_{req}$  bits/sec,不同类型的接入用户对  $R_{req}$  的需求不同.

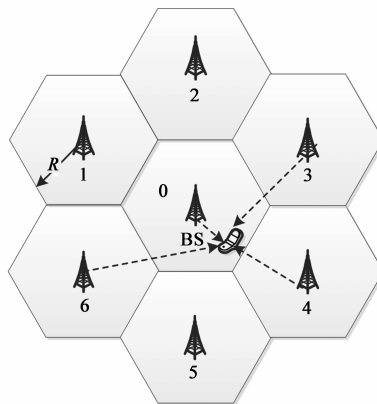


图1 无中继OFDMA蜂窝网络的系统模型

### 2.2 呼叫阻塞率计算

假设小区基站总共有  $N$  个子载波可以分配给移动节点进行下行链路的数据传输,每个子载波的传输功率为  $P_{tx}$  dBm,其中子载波的下行链路信噪比由以下三个方面决定:MS(Mobile Station)在小区中的位置、信道衰落和相邻小区之间干扰. 在本文中假设忽略快衰落和小区内部干扰对呼叫阻塞率的影响,第  $i$  个子载波的下行链路信噪比  $SINR_i$  如下:

$$SINR_i = \frac{P_{tx} D^{-\eta} 10^{\frac{\xi}{10}}}{I_i + N_0} \quad (1)$$

公式(1)中的符号  $D$  为 MS 和 BS(Base Station)之间的距离; $\eta$  为路径损耗指数; $\xi$  模拟 BS 与 MS 链路上的阴影效应,符合高斯分布; $N_0$  为热噪声; $I_i$  是子载波所受到的总的干扰值,假设定义  $I_{i,j}$  为第  $i$  个子载波所受到的来自第  $j$  个相邻小区的干扰, $D_j$  为 MS 与相邻小区 1-6 的 BS 之间的距离, $\xi_j$  模拟相邻小区 1-6 的 BS 与 MS 链路上的阴影效应. 根据参考文献[6],我们可以得到  $I_i$ :

$$I_i = \sum_{j=1}^6 I_{i,j} 1_A(i,j) = \sum_{j=1}^6 P_{ix} D_j^{-\eta} 10^{\frac{\xi}{10}} 1_A(i,j) \quad (2)$$

在公式(2)中,如果第  $j$  个相邻小区中的第  $i$  个子载波已经被分配,  $1_A(i,j) = 1$  否则  $1_A(i,j) = 0$ . 如果每个子载波的带宽是 1HZ,则第  $i$  个子载波为用户所提供的数据传输速率为  $\log_2(1 + SINR_i)$ ,假设某个呼叫接入用户所需的下行链路传输速率为  $R_{req}$ ,并且  $n_{req}$  是位于小区 0 中的 BS 分配给它的总子载波数,那么可以得到:

$$\sum_{i=1}^{n_{req}} \log_2(1 + SINR_i) \geq R_{req} \quad (3)$$

根据公式(3),如果 BS 给该用户提供的可用子载波数小于  $n_{req}$ ,这个呼叫接入就会阻塞. 假设呼叫接入可以分成  $K$  种类型,当某个用户需要  $n_i$  个子载波满足自己的速率需求时,称之为类型  $i$ ,如果呼叫接入用户在小区 0 中能够成功获得  $n_i$  个子载波的概率分布函数为  $f(n_i)$ ,则类型  $i$  服务在小区中成功通信的概率为  $\lambda * f(n_i)$ .

图 2 为基于二维马尔科夫链的无中继 OFDMA 蜂窝网络下行链路容量模型,其中  $N = 4, K = 2$ ,即小区中总共有 4 个子载波和 2 类服务类型,假设  $n_1 = 1$  的概率为  $f(1) = 0.6, n_2 = 2$  的概率为  $f(2) = 0.4$ ,则类型 1 和类型 2 的状态转移条件分别为  $\lambda_1 = 0.6\lambda$  和  $\lambda_2 = 0.4\lambda$ .

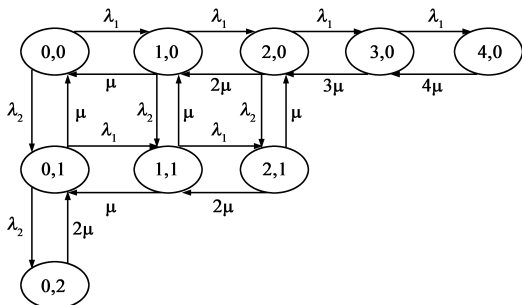


图2 基于二维马尔科夫链的无中继OFDMA蜂窝网络下行链路容量模型(N=4,K=2)

系统稳定状态有  $x = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ ,每一种稳定状态概率表示为  $\pi(x) = P(X = x)$ ,当  $X = x$  时,系统中已经被使用的子载波数为:

$$N_{used} = \sum_{i=1}^K n_i x_i = n \cdot x, \quad n = n_1, n_2, \dots, n_K \quad (4)$$

系统中可能的状态为  $S := \{x \in S : n \cdot x \leq N\}$ ,如果  $N_{used} > N - n_i$ ,类型  $i$  服务就会阻塞,用  $S_i$  代表  $i$  类型服务被阻塞的状态集合:

$$S_i := \{x \in S : N_{used} > N - n_i\} \quad (5)$$

从图 2 中可以看出,在状态 (4,0), (2,1) 和 (0,2) 时,类型 1 服务的呼叫接入会阻塞,这些状态概率的总和与类型 1 在小区中的呼叫阻塞率相同,即  $P_{B_i} = \sum_{x \in S_i} \pi(x)$ .  $P_{B_i}$  是  $i$  类型服务呼叫接入的呼叫阻塞率,系统的平均呼叫阻塞率为:

$$P_B = \sum_{i=1}^K P_{B_i} f_n(n_i), 1 \leq i \leq K \quad (6)$$

在公式(6)中,  $f_n(n_i)$  代表一个呼叫接入用户属于  $i$  类型服务的概率,  $n_i$  表示  $i$  类型服务所需子载波个数.

### 3 两跳中继 OFDMA 蜂窝网络的呼叫阻塞率

#### 3.1 系统模型

图 3 中有  $M$  个 RSs (Relay Stations) 环绕在 BS 周围. 假设小区中总的子载波数为  $N_{cell}$ ,把子载波分成  $M + 1$  个子集用于下行数据传输,  $N_{RS}$  个子载波分配给 RS 用于 RS-MS 数据包传输,  $N_{BS}$  个子载波用于 BS-RS 或 BS-MS 之间的数据包传输. 假设 BS 和 RS 的传输功率分别为  $P_B$  dBm 和  $P_R$  dBm,一个用户离 BS 的距离为  $d_b$ ,离 RS 的距离为  $d_r$ ,如果  $(P_B - 10\eta \log d_b) > (P_R - 10\eta \log d_r) + \Delta P$ ,这个用户直接由 BS 提供服务,否则,它先通过 RS 再由 BS 提供服务,  $\Delta P$  是 MS 的协商功率,即如果一个用户从 BS 收到的信号强度比从 RS 收到的信号强度高出  $\Delta P$ ,那么这个用户直接由 BS 提供服务. 系统模型的其它参数与无中继 OFDMA 蜂窝网络的参数相同.

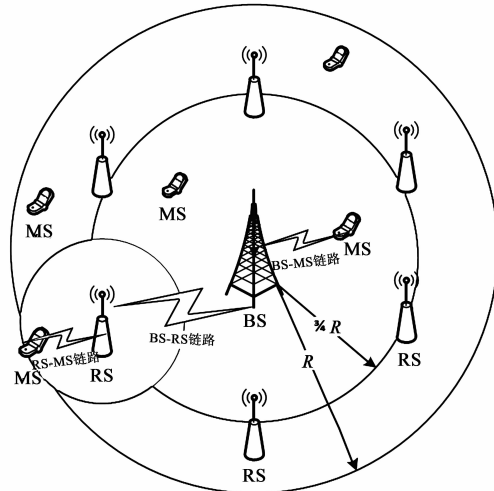


图3 两跳中继OFDMA蜂窝网络的系统模型

#### 3.2 子载波的分配

在无中继 OFDMA 蜂窝网络中,子载波只分配在 BS-MS 的下行链路上用于数据传输,当系统加入两跳中继之后,出现了 BS-MS,BS-RS 和 RS-MS 三种类型的数据传输链路,这里把呼叫接入用户分成两种类型:Type I 和 Type II,其中 Type I 表示为 BS 直接为用户呼叫提供的服务,Type II 为通过 RS 为用户呼叫提供的服务. 在 Type II 的类型中,需要在 BS-RS 和 RS-MS 链路上有足够的子载波数量满足用户的速率需求  $R_{req}$ ,可以将 BS-RS 和 RS-MS 数据传输作为两个分开的呼叫,分别称为 Type II A 和 Type II B,其中 Type II A 为 BS-RS 链路上的数据传输过程,Type II B 为 RS-MS 链路上的数据传输过程.  $N_{BS}$  个子载波由 Type I

和 TypeIIA 类型的呼叫共享,而在 RS 端  $N_{RS}$  个子载波分配给 TypeIIB 的呼叫接入. 假设 BS-MS, BS-RS 和 RS-MS 数据传输链路上用户所需子载波数量的概率分布函数分别为  $f_1(n_i)$ ,  $f_{2a}(n_i)$  和  $f_{2b}(n_i)$ .

### 3.3 呼叫阻塞率计算

假设由 BS 直接服务的呼叫占总呼叫的比例为  $x$ , 那么 Type I 类型服务呼叫到达的概率为  $\lambda_1 = x * \lambda$ , Type II 类型服务到达的概率为  $\lambda_2 = (1 - x) * \lambda$ , Type II 类型服务均匀分布在  $M$  个 RS 周围, 每个 RS 覆盖范围内 Type II 类型服务的呼叫到达概率为  $\frac{\lambda_2}{M}$ . 假设 TypeI 和 Type II 的阻塞率分别为  $p_B^I$  和  $p_B^{II}$ , 参考小区整体的呼叫阻塞率为:

$$p_B = xp_B^I + (1 - x)p_B^{II} \quad (7)$$

Type II 类型服务阻塞的条件是 BS-RS 和 RS-MS 链路中有一条被阻塞, 整个服务就会阻塞, 因此, Type II 类型服务的呼叫阻塞率为:

$$p_B^{II} = 1 - (1 - p_B^{IIA})(1 - p_B^{IIB}) = p_B^{IIA} + p_B^{IIB} - p_B^{IIA} p_B^{IIB} \quad (8)$$

TypeIIB 类型服务阻塞的条件同第 2 节无中继 OFDMA 蜂窝网络的情况, 可参考公式 (1) ~ (6) 计算 TypeII B 类型服务的呼叫阻塞率  $p_B^{IIB}$ . TypeI 和 TypeIIA 类型服务共享 BS 的  $N_{BS}$  个子载波, TypeI 类型服务有  $K_1$  种, TypeIIA 类型服务有  $K_{2a}$  种, 可以将呼叫接入分成  $K_1 + K_{2a}$  种类型, 类型  $i$  服务需要  $n_i$  个子载波,  $i \in [1, K_1 + K_{2a}]$ .

图 4(a) ~ (c) 为一个基于四维马尔科夫链的两跳中继 OFDMA 蜂窝网络容量模型的状态转移图, 其中  $N = 4, K_1 = 2, K_{2a} = 2$ . 由于在图 4(a) 中无法展示出所有系统状态, 所以分解为图子图 (b) 和 (c) 进行辅助. 其中假设 Type I 的服务  $n_1 = 1, n_2 = 2$ , Type II A 的服务  $n_3 = 1, n_4 = 2$ . 假设  $f_1(1) = 0.6, f_1(2) = 0.4, f_{2a}(1) = 0.6, f_{2a}(2) = 0.4$ , 状态转移条件可根据第 2 节得到. 状态  $(i, j, m, n)$  表示系统中各类服务的数量, 即  $i$  代表  $n_1 = 1$  服务类型数量,  $j$  代表  $n_2 = 2$  服务类型数量,  $m$  代表  $n_3 = 1$  服务类型数量,  $n$  代表  $n_4 = 2$  服务类型数量.  $N_{BS}$  表示子载波数, 状态空间可以表示为:

$$S = \left\{ i, j, m, n \mid 0 \leq n_1 i + n_2 j + n_3 m + n_4 n \leq N_{BS}, \right. \\ \left. 0 \leq i \leq A, 0 \leq j \leq B, 0 \leq m \leq C, 0 \leq n \leq D \right\}, \\ A = \left\lfloor \frac{N_{BS}}{n_1} \right\rfloor, B = \left\lfloor \frac{N_{BS}}{n_2} \right\rfloor, C = \left\lfloor \frac{N_{BS}}{n_3} \right\rfloor, D = \left\lfloor \frac{N_{BS}}{n_4} \right\rfloor \quad (9)$$

假设  $Q(i, j, m, n)$  是状态  $(i, j, m, n)$  的稳定概率, 如果  $(i, j, m, n) \notin S$ , 那么  $Q(i, j, m, n) = 0$ , 根据列出的系统状态等式, 可以得到各个状态的稳态概率.

为了便于对状态转移过程进行分类, 定义条件 1 满足:

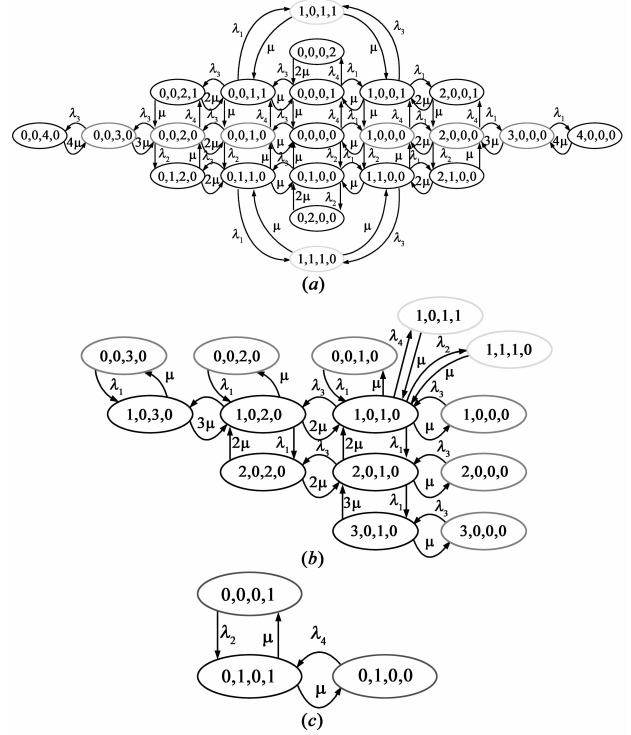


图4 基于四维马尔科夫链的两跳中继OFDMA蜂窝网络下行链路容量模型

$$\begin{aligned} (i+1) + 2j + m + 2n &\leq N_{BS}, \\ i + 2(j+1) + m + 2n &\leq N_{BS}, \\ i + 2j + (m+1) + 2n &\leq N_{BS}, \\ i + 2j + m + 2(n+1) &\leq N_{BS} \end{aligned}$$

定义条件 2 满足:

$$\begin{aligned} (i+1) + 2j + m + 2n &\leq N_{BS}, \\ i + 2(j+1) + m + n &> N_{BS}, \\ i + 2j + (m+1) + n &\leq N_{BS}, \\ i + 2j + m + 2(n+1) &> N_{BS} \end{aligned}$$

定义条件 3 满足:

$$\begin{aligned} (i+1) + 2j + m + 2n &> N_{BS}, \\ i + 2(j+1) + m + n &> N_{BS}, \\ i + 2j + (m+1) + n &> N_{BS}, \\ i + 2j + m + 2(n+1) &> N_{BS} \end{aligned}$$

根据所定义的状态转移条件, 可以得到:

$$\begin{aligned} (1) \text{ 当 } i=0, j=0, m=0, n=0 \text{ 且满足条件 1 时,} \\ Q(0,0,0,0)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) = Q(1,0,0,0)\mu \\ + Q(0,1,0,0)\mu + Q(0,0,1,0)\mu + Q(0,0,0,1)\mu \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 当 } i \neq 0, j=0, m=0, n=0 \text{ 且满足条件 1 时,} \\ Q(i,0,0,0)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu) \\ = Q(i-1,0,0,0)\lambda_1 + Q(i,1,0,0)\mu + Q(i,0,1,0)\mu \\ + Q(i,0,0,1)\mu + Q(i+1,0,0,0)(i+1)\mu \quad (11) \end{aligned}$$

(3) 当  $i \neq 0, j=0, m=0, n=0$  且满足条件 2 时,

$$Q(i,0,0,0)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu) = Q(i-1,0,0,0)\lambda_1 + Q(i,0,1,0)\mu + Q(i+1,0,0,0)(i+1)\mu \quad (12)$$

(4) 当  $i \neq 0, j=0, m=0, n=0$  且满足条件 3 时,

$$Q(i,0,0,0)(i\mu) = Q(i-1,0,0,0)\lambda_1 \quad (13)$$

(5) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n=0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,0)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + j\mu) \\ &= Q(i-1,j,0,0)\lambda_1 + Q(i,j-1,0,0)\lambda_2 + Q(i,j,1,0)\mu \\ &+ Q(i,j,0,1)\mu + Q(i+1,j,0,0)(i+1)\mu \\ &+ Q(i,j+1,0,0)(j+1)\mu \end{aligned} \quad (14)$$

(6) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n=0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,0)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + j\mu) \\ &= Q(i-1,j,0,0)\lambda_1 + Q(i,j-1,0,0)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,1,0)\mu + Q(i+1,j,0,0)(i+1)\mu \end{aligned} \quad (15)$$

(7) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n=0$  且满足条件 3 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,0)(i\mu + j\mu) \\ &= Q(i-1,j,0,0)\lambda_1 + Q(i,j-1,0,0)\lambda_2 \end{aligned} \quad (16)$$

(8) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n=0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,0)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + j\mu + m\mu) \\ &= Q(i-1,j,m,0)\lambda_1 + Q(i,j-1,m,0)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,m-1,0)\lambda_3 + Q(i,j,m,1)\mu \\ &+ Q(i+1,j,m,0)(i+1)\mu + Q(i,j+1,m,0)(j+1)\mu \\ &+ Q(i,j,m+1,0)(m+1)\mu \end{aligned} \quad (17)$$

(9) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n=0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,0)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + j\mu + m\mu) \\ &= Q(i-1,j,m,0)\lambda_1 + Q(i,j-1,m,0)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,m-1,0)\lambda_3 + Q(i+1,j,m,0)(i+1)\mu \\ &+ Q(i,j,m+1,0)(m+1)\mu \end{aligned} \quad (18)$$

(10) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n=0$  且满足条件 3 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,0)(i\mu + j\mu + m\mu) = Q(i-1,j,m,0)\lambda_1 \\ &+ Q(i,j-1,m,0)\lambda_2 + Q(i,j,m-1,0)\lambda_3 \end{aligned} \quad (19)$$

(11) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,n)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + j\mu + m\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,j,m,n)\lambda_1 + Q(i,j-1,m,n)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,m-1,n)\lambda_3 + Q(i,j,m,n-1)\lambda_4 \\ &+ Q(i,j,m,n+1)(n+1)\mu + Q(i+1,j,m,n)(i+1)\mu \\ &+ Q(i,j+1,m,n)(j+1)\mu + Q(i,j,m+1,n)(m+1)\mu \end{aligned} \quad (20)$$

(12) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,n)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + j\mu + m\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,j,m,n)\lambda_1 + Q(i,j-1,m,n)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,m-1,n)\lambda_3 + Q(i,j,m,n-1)\lambda_4 \\ &+ Q(i+1,j,m,n)(i+1)\mu + Q(i,j,m+1,n)(m+1)\mu \end{aligned} \quad (21)$$

(13) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 3 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,m,n)(i\mu + j\mu + m\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,j,m,n)\lambda_1 + Q(i,j-1,m,n)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,m-1,n)\lambda_3 + Q(i,j,m,n-1)\lambda_4 \end{aligned} \quad (22)$$

(14) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n \neq 0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,n)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + j\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,j,0,n)\lambda_1 + Q(i,j-1,0,n)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,0,n-1)\lambda_4 + Q(i,j,1,n)\mu \\ &+ Q(i+1,j,m,0)(i+1)\mu + Q(i,j+1,0,n)(j+1)\mu \\ &+ Q(i,j,1,n)\mu \end{aligned} \quad (23)$$

(15) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n \neq 0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,n)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + j\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,j,0,n)\lambda_1 + Q(i,j-1,0,n)\lambda_2 \\ &+ Q(i,j,0,n-1)\lambda_4 + Q(i,j,1,n)\mu \\ &+ Q(i+1,j,m,0)(i+1)\mu \end{aligned} \quad (24)$$

(16) 当  $i \neq 0, j \neq 0, m=0, n \neq 0$  且满足条件 3 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,j,0,n)(i\mu + j\mu + n\mu) = Q(i-1,j,0,n)\lambda_1 \\ &+ Q(i,j-1,0,n)\lambda_2 + Q(i,j,0,n-1)\lambda_4 \end{aligned} \quad (25)$$

(17) 当  $i \neq 0, j=0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,0,m,n)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + m\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,0,m,n)\lambda_1 + Q(i,0,m-1,n)\lambda_3 \\ &+ Q(i,0,m,n-1)\lambda_4 + Q(i,1,m,n)\mu \\ &+ Q(i+1,0,m,n)(i+1)\mu + Q(i,0,m+1,n)(m+1)\mu \\ &+ Q(i,0,m,n)(n+1)\mu \end{aligned} \quad (26)$$

(18) 当  $i \neq 0, j=0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,0,m,n)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + m\mu + n\mu) \\ &= Q(i-1,0,m,n)\lambda_1 + Q(i,0,m,n-1)\lambda_4 \\ &+ Q(i,0,m-1,n)\lambda_3 + Q(i,0,m+1,n)(m+1)\mu \\ &+ Q(i+1,j,m,0)(i+1)\mu \end{aligned} \quad (27)$$

(19) 当  $i \neq 0, j=0, m \neq 0, n \neq 0$  且满足条件 3 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,0,m,n)(i\mu + m\mu + n\mu) = Q(i-1,0,m,n)\lambda_1 \\ &+ Q(i,0,m-1,n)\lambda_3 + Q(i,0,m,n-1)\lambda_4 \end{aligned} \quad (28)$$

(20) 当  $i \neq 0, j=0, m \neq 0, n=0$  且满足条件 1 时,

$$\begin{aligned} & Q(i,0,m,0)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + m\mu) \\ &= Q(i-1,0,m,0)\lambda_1 + Q(i,0,m-1,0)\lambda_3 \\ &+ Q(i,1,m,0)\mu + Q(i,0,m,1)\mu \\ &+ Q(i+1,0,m,0)(i+1)\mu + Q(i,0,m+1,0)(m+1)\mu \end{aligned} \quad (29)$$

(21) 当  $i \neq 0, j=0, m \neq 0, n=0$  且满足条件 2 时,

$$\begin{aligned}
& Q(i,0,m,0)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + n\mu) \\
& = Q(i-1,0,m,0)\lambda_1 + Q(i,0,m-1,0)\lambda_3 \\
& \quad + Q(i,0,m+1,0)(m+1)\mu + Q(i+1,0,m,0)(i+1)\mu
\end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
(22) \text{ 当 } i \neq 0, j=0, m \neq 0, n=0 \text{ 且满足条件 3 时,} \\
& Q(i,0,m,0)(i\mu + m\mu) \\
& = Q(i-1,0,m,0)\lambda_1 + Q(i,0,m-1,0)\lambda_3
\end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned}
(23) \text{ 当 } i \neq 0, j=0, m=0, n \neq 0 \text{ 且满足条件 1 时,} \\
& Q(i,0,0,n)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + i\mu + n\mu) \\
& = Q(i-1,0,0,n)\lambda_1 + Q(i,0,0,n-1)\lambda_4 + Q(i,1,0,n)\mu \\
& \quad + Q(i,0,1,n)\mu + Q(i+1,0,0,n)(i+1)\mu \\
& \quad + Q(i,0,0,n+1)(n+1)\mu
\end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
(24) \text{ 当 } i \neq 0, j=0, m=0, n \neq 0 \text{ 且满足条件 2 时,} \\
& Q(i,0,0,n)(\lambda_1 + \lambda_3 + i\mu + n\mu) \\
& = Q(i-1,0,0,n)\lambda_1 + Q(i,0,0,n-1)\lambda_4 \\
& \quad + Q(i,0,1,n)\mu + Q(i+1,0,0,n)(i+1)\mu
\end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
(25) \text{ 当 } i \neq 0, j=0, m=0, n \neq 0 \text{ 且满足条件 3 时,} \\
& Q(i,0,0,n)(i\mu + n\mu) \\
& = Q(i-1,0,0,n)\lambda_1 + Q(i,0,0,n-1)\lambda_4
\end{aligned} \quad (34)$$

同理,可以得到  $i=0$  时系统其他的状态转移方程等式,且所有的状态满足:

$$\sum_{i=0}^A \sum_{j=0}^B \sum_{m=0}^C \sum_{n=0}^D Q(i,j,m,n) = 1 \quad (35)$$

根据公式(9)~(35)解方程组,可以得到任何一种状态的稳态概率,继而获得每一类服务的呼叫阻塞率.最后通过以下公式分别计算 Type I 和 Type II A 服务类型呼叫阻塞率:

$$P_B^I = \sum_{i=1}^{K_1} p_B f_1[n_i] \quad (36)$$

$$P_B^{IIA} = \sum_{i=K_1+1}^{K_1+K_2} p_B f_{2a}[n_i] \quad (37)$$

根据公式(7),(8),最终可以计算出参考小区整体的呼叫阻塞率  $P_B$ .

#### 4 仿真和性能分析

本节将考虑在图 3 两跳中继 OFDMA 蜂窝网络模型基础上,通过数值计算方法对两跳中继 OFDMA 网络下行链路呼叫阻塞率进行分析.数值计算只考虑计算小区呼叫阻塞率有关的参数,假设用户需要传输数据的速率  $R_{req} = 2 \text{ bits/sec}$ ,  $f_1(1) = 0.6$ ,  $f_1(2) = 0.4$ ,  $f_{2a}(1) = 0.6$ ,  $f_{2a}(2) = 0.4$ ,小区总的子载波数  $N_{cell} = 28$ ,中继

位置在  $\frac{3}{4}R$  处,RS 的数量  $M = 6$ ,每个中继占用的子载波数  $N_{RS} = 4$ ,小区的负载  $\rho = 5$ ,小区中 BS 直接服务的用户数量占总用户的 60%.

图 5 显示了两跳中继系统下参考小区的呼叫阻塞率  $p_B$  在不同负载  $\rho$  下的理论和仿真曲线图.图中理论值是通过数值计算得到的,而系统仿真值是通过具体的仿真参数,利用蒙特卡罗静态仿真方法模拟整个小区系统而得到的.从图中可以看出理论值与系统仿真结果相比较,曲线的变化规律基本一致.呼叫阻塞率  $p_B$  都随着负载  $\rho$  的增加而逐渐增加,说明当小区中负载增大时,系统容量将会下降.并且两者曲线变化之间相差不大,这就验证了通过数值计算获得的呼叫阻塞率理论值可以有效分析系统的容量.

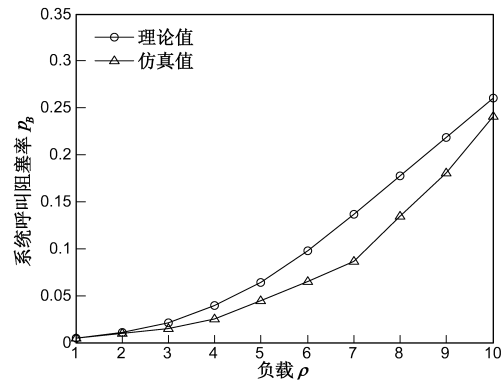
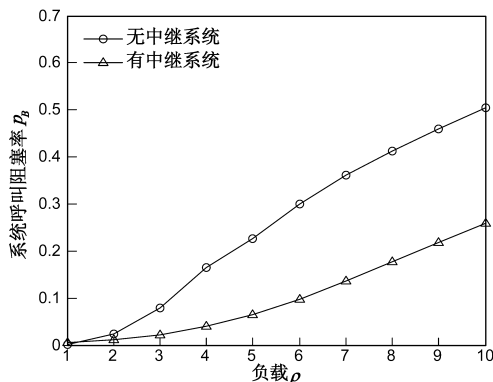


图5 呼叫阻塞率  $p_B$  理论值与仿真值比较

图 6 中有中继系统的呼叫阻塞率变化与图 5 中的实验值一致,这里无中继系统与有中继系统的实验参数一致,但由于系统中去掉了中继,用户所需子载波概率分布会发生变化.假设无中继系统中  $f_1(1) = 0.6$ ,  $f_1(2) = 0.4$ .从图中可以看出,有中继系统的呼叫阻塞率要比无中继系统的呼叫阻塞率低很多.当负载较小时,如:  $\rho = 1, \rho = 2$ ,两者呼叫阻塞率差距不大,但当负载增大,从  $\rho = 4$  开始,差距变得比较大,这说明,小区系统加入中继后,系统的容量增大很多,比无中继系统能容纳更多的用户.在无中继小区系统中,由于系统存在盲区,有些用户距离基站远,路径损耗大等原因,系统为了满足用户速率的需求为其分配了足够多的子载波,而系统中总的子载波数是一定的,这样系统容量必然会很低,系统中加入中继后,用户可以通过中继与基站进行通信,很多用户会接入中继而不需要直接接入距离很远的基站,这样,用户接入时,路径损耗降低,用户需要子载波数量减少,系统能容纳更多的用户,进而降低了系统的呼叫阻塞率,有效的增加了系统容量.

图 7 给出了在两跳中继系统中,分配给中继 RS 不同的子载波数量  $N_{RS}$  时对系统呼叫阻塞率的影响.已知

图6 有中继与无中继系统呼叫阻塞率 $P_b$ 比较

$N_{cell} = 28, M = 6$ , 当  $N_{RS} = 1$ , 则  $N_{BS} = 28 - 6 * 1 = 22$ , 利用第3节的内容计算系统整体的呼叫阻塞率. 同理, 可以计算出  $N_{RS} = 2, 3, 4, 5$  时的系统呼叫阻塞率, 随着  $N_{RS}$  的增加, 系统呼叫阻塞率逐渐下降, 直到达到最小值. 随后, 由于  $N_{BS}$  的减少, 呼叫阻塞率会上升, 这是由于 BS 的子载波太少, 使 Type II A 类型服务阻塞, 继而使 Type II 类型服务阻塞, 系统整体呼叫阻塞率就会上升, 当  $N_{RS} = 5$  时,  $N_{BS} = 28 - 6 * 5 = -2$ , 即 BS 已经没有子载波用于数据包传输, 所以系统呼叫阻塞率为 1, 表示系统无法实现通信, 100% 阻塞. 从图中可以看出, 子载波分配有一个最佳值使系统呼叫阻塞率最小, 该系统子载波分配最佳值是  $N_{RS} = 3, N_{BS} = 10$ , 这表明, 在进行子载波分配的过程中要考虑 BS 和 RS 的分配比例, 已达到最佳的系统容量的目的. 图 7 中三条折线代表不同的用户所需子载波概率分布的情况, 从三条曲线可以看出, 随着  $f_1(1)$  增加, 系统整体的呼叫阻塞率下降, 这就验证了系统中用户为了满足自己的速率需求所需子载波越少, 系统的容量越大. 最后, 图中三条折线都是在  $N_{RS} = 3$  时, 系统的呼叫阻塞率达到最小值, 即系统容量到达最大.

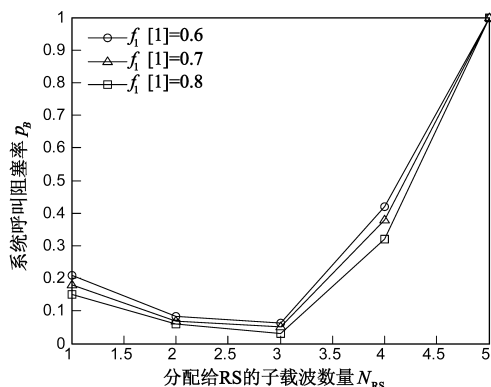
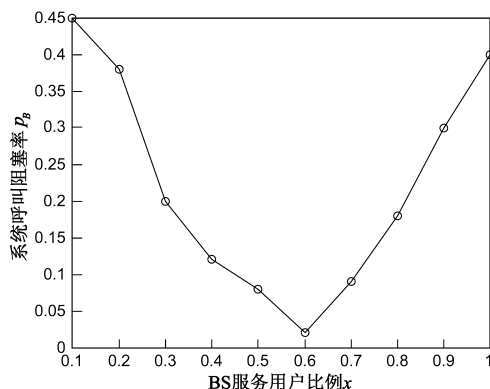


图7 子载波数量NRS对系统容量影响

图 8 给出了由 BS 直接服务的用户比例  $x$  对系统容量的影响. 在第 3 节中提到用户比例可以通过公式 ( $P_B$

$-10\eta\log d_b$ )  $> (P_R - 10\eta\log d_r) + \Delta P$  确定, 即设置不同的  $\Delta P$  可以得到不同的 BS 直接服务用户比例. 从图中可以看出, 比例从  $x = 0.1$  开始, 呼叫阻塞率逐渐下降, 直到比例为  $x = 0.6$  时, 达到最小值, 接着随着比例增加, 系统呼叫阻塞率逐渐上升, 当达到比例为  $x = 1$  时, 系统就变成无中继小区, 呼叫阻塞率较大. 通过分析 BS 直接服务的用户比例对系统容量的影响, 可知系统用户的 60% 由 BS 直接提供服务时, 系统的呼叫阻塞率可以获得最低. 继而说明在系统中, 考虑适当的用户比例可以对系统下行链路容量进行优化.

图8 由BS直接服务用户比例 $x$ 对系统容量影响

## 5 结束语

本文利用一种基于多维马尔科夫链的方法分析 OFDMA 网络下行链路系统容量. 首先分析如何计算无中继 OFDMA 网络的呼叫阻塞率, 继而分析加入两跳中继的 OFDMA 网络的呼叫阻塞率. 在 OFDMA 小区网络中, 根据用户对子载波需求量把它们分成不同的服务类型, 然后用多维马尔科夫链数学模型对小区系统进行模拟, 计算系统呼叫阻塞率. 通过数值计算分析和仿真可知, 加入中继能够有效的降低系统呼叫阻塞率, 使 OFDMA 网络下行链路系统容量得到很大的提升. 在本文中系统模型假设每个节点采用单个天线, 且中继站使用单向传输协议. 在今后的工作中将进一步研究采用多天线传输技术以及中继站的双向传输协议时系统的容量, 并研究如何通过中继进行负载均衡, 使系统容量得到改善.

## 参考文献

- [1] Zhu H, Wang J. Chunk-based resource allocation in OFDMA systems—part II: Joint chunk, power and bit allocation [J]. Communications, IEEE Transactions on, 2012, 60(2): 499–509.
- [2] Saquib N, Hossain E, Le L B, et al. Interference management in OFDMA femtocell networks: Issues and approaches [J]. Wireless Communications, IEEE, 2012, 19(3): 86

- 95.
- [3] Wigard J, Mogensen P, Johansen J, et al. Capacity of a GSM network with fractional loading and random frequency hopping [A]. Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1996. PIMRC '96 [C]. IEEE, 1996. 2: 723 - 727.
- [4] Arshedogad M J, Ghorbani M. A new survey for capacity of CDMA systems [A]. Information Science and Technology (ICIST), 2012 International Conference on [C]. IEEE, 2012. 889 - 892.
- [5] Elechi P, Biebuma J J, Elagauma P. Estimating CDMA capacity and performance in mobile network [J]. International Journal of Engineering and Technology, 2013, 3(1).
- [6] Joshi G, Maral H, Karandikar A. Downlink Erlang capacity of cellular OFDMA [A]. 2011 National Conference on Communications (NCC) [C]. Bangalore, India: IEEE Computer Society, 2011. 1 - 5.
- [7] Sung-Yeon Kim, Jeong-Ahn Kwon, Jang-Won Lee. Resource allocation for the multi-cell OFDMA system and its capacity bounds [A]. Modeling & Optimization in Mobile, Ad Hoc & Wireless Networks (WiOpt) [C]. Tsukuba Science City, Japan: IEEE Computer Society, 2013. 326 - 332.
- [8] Cheng-Xiang Wang, Haider F, et al. Cellular architecture and key technologies for 5G wireless communication networks [J]. Communications Magazine, IEEE, 2014, 52 (2): 122 - 130.
- [9] Wen J, Sheng M, Wang X, Jiandong L, Sun H. On the capacity of downlink multi-hop heterogeneous cellular networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014(99): 1 - 7.
- [10] Wang H, Xiong C, Iversen V B. Uplink capacity of multi-class IEEE 802. 16j relay networks with adaptive modulation and coding [A]. Communications, 2009 [C]. IEEE, 2009: 1 - 6.
- [11] Wang H, Andrews J G, Iversen V B. Uplink Capacity of 802. 16j Mobile Multihop Relay Networks with Transparent Relays [A]. Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009 [C]. IEEE, 2009. 1 - 6.
- [12] 付雅茹, 朱琦. 基于随机几何理论的中继 OFDM 系统容量分析 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35 (10): 2854 - 2358.  
Fu Ya-ru, Zhu Qi. Energy efficient adaptive power allocation in OFDM-based decode-and-forward relay link [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35 (10): 2854 - 2358. (in Chinese)
- [13] Zhang B, Iyer R, Kiasaleh K. Reverse link Erlang capacity of OFDMA wireless systems with adaptive resource allocation [A]. Wireless Communications and Networking Conference [C]. IEEE, 2006. 4: 2106 - 2109.
- [14] Zhaoji Xu; Nan Hu; Zhiqiang He. Call dropping and blocking probability of the integrated cellular Ad Hoc relaying system [A]. Global Telecommunications Conference, 2008 [C]. IEEE, 2008. 4: 1 - 6.
- [15] Dantong Liu; Yue Chen; Kok Keong Chai. Cooperative user relaying assisted load balancing scheme for OFDMA based cellular networks [A]. Network Infrastructure and Digital Content (IC-NIDC), 2012 [C]. IEEE, 2012. 128 - 133.

#### 作者简介



**鲁蔚锋** 男, 1979 年生于安徽马鞍山. 东南大学信息与工程学院博士后, 南京邮电大学计算机学院副教授, 研究方向为无线通信与信息安全.

E-mail: luwf@njupt.edu.cn



**杨绿溪** 男, 1964 年生安徽桐城, 东南大学信息与工程学院教授, 研究方向为通信信号处理、MIMO 通信系统设计、协作通信与分集处理.