

# 多径信道下 MIMO 系统发送天线数估计

李 浩, 彭 华

(解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450001)

**摘 要:** 为了解决认知无线电或信号截获中多径信道下 MIMO 系统发送天线数估计问题, 首先分析了现有模型在多径信道下失效的原因, 将 MIMO 多径信道模型等效变换出一种虚拟信道矩阵, 从而建立多径信道下 MIMO 系统发送天线数估计模型; 然后, 利用随机矩阵理论中协方差矩阵最小特征值分布的相关研究结果, 证明了时不变瑞利信道的协方差矩阵最小特征值收敛于第二类 Tracy-Widom 分布, 分析了该特点对发送天线数估计的影响, 并提出一种改进的 RMT 估计算法来估计多径信道下 MIMO 系统发送天线数. 最后对改进算法进行了仿真验证, 结果表明在低信噪比和小数据条件下, 改进算法的估计性能相比 RMT 算法有较大提升.

**关键词:** 多输入多输出; 发送天线数估计; 多径信道; 随机矩阵理论

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)07-1539-09

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.07.003

## Detecting the Number of Transmit Antennas in MIMO System with Multi-Path Channel

LI Hao, PENG Hua

(Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

**Abstract:** Under the condition of unauthorized receivers and cognitive radios, the problem of detecting the number of transmit antennas in MIMO system with multi-path channel is to be solved. To achieve this goal, we analyze the invalidation of presenting model and transform the MIMO multi-path channel model into virtual channel matrix to create the model of detecting the number of transmit antennas in MIMO system with multi-path channel. Then, the result of least eigen-value of covariance in random matrix theory is applied to the proof, which shows that the least eigen-value of channel covariance whose element obeys the Rayleigh distribution, converges in distribution to the Tracy-Widom law TW2. The effect on detecting the number of transmit antennas of this property is analyzed and an improved algorithm based on RMT, which could detect the number of transmit antennas in MIMO system with multi-path channel, is proposed. At last, the simulation shows that compared with the RMT algorithm the improved algorithm has better performance, in the condition of low SNR and small data size.

**Key words:** multiple input multiple output; detecting the number of transmit antennas; multiple-path channel; random matrix theory

### 1 引言

近年来,多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)系统在无线通信领域得到了广泛的应用, MIMO 中新技术的发展给认知无线电或信号截获中等特殊的应用背景带来了新的挑战. 对于 MIMO 信号, 获知发送天线数是能够正确解调 MIMO 信号的必要条件, 因此, 对发送天线数的估计成为 MIMO 信号盲接收技术中一个值得研究的关键问题. 本文要解决的就是在多

径信道条件下 MIMO 信号发送天线数估计的问题.

对于 MIMO 系统中发射天线数目的估计, 与信源个数估计有着紧密的联系, 需要解决两个重要问题: 一是信号子空间特征值的获取; 二是根据特征值估计出信源个数. 对于第一个问题, 一般的解决方法是利用信号子空间的相关理论, 通过信号观测样本估计出协方差矩阵中信号子空间的特征值.

对于第二个问题, 最常见的是基于信息论的模式选择方法, 该方法用最小描述长度(Minimum Description

Length, MDL) 和 Akaike 信息论准则 (Akaike Information Criterion, AIC) 构造目标函数, 利用目标函数估计信号个数, 这些方法早在上世纪 80 年代就应用到了阵列信号个数估计的问题中<sup>[1-4]</sup>. 之后, Xu 等<sup>[5]</sup>对 AIC 和 MDL 方法进行了性能分析和对比, 并证明 MDL 方法是一种一致估计方法, 但在小数据和低信噪比条件下性能不如 AIC 方法. 2010 年 Boaz Nadler<sup>[6]</sup>在总结前人工作的基础上, 更加深刻的揭示了 AIC 和 MDL 方法的关系, 并对 AIC 的方法进行了改进, 改进后的方法不仅是一致估计, 并且在小数据和低信噪比方面相比 MDL 仍有较大优势. 除了信息论的方法, 文献<sup>[7]</sup>提出了特征值门限预测 (PET; Predicted Eigen-value Threshold) 的方法, 通过一步预测简化算法, 并对数据样本协方差矩阵的特征值对噪声方差的上限进行估计, 利用该预测上限值判断发射天线数目, 该方法无法在数学上给出严谨的性能分析, 但仿真结果来看该方法同改进的 AIC 算法性能相近. 1995 年 Wu 等人<sup>[8]</sup>提出一种基于盖尔圆盘的信号个数估计算法, 该方法能够在色噪声的条件下实现信号个数估计, 缺点是计算复杂度较高, 需要进行多次矩阵分解计算. 最近十年, 随机矩阵理论 (Random Matrix Theory, RMT) 得到了快速发展, 相关文献<sup>[9-12]</sup>给出了 Wishart 矩阵最大 (或最小) 特征值的分布情况, 文献<sup>[13]</sup>则利用噪声协方差矩阵是 Wishart 矩阵这一性质, 根据最大特征值分布设定虚警概率给出判决门限, 估计噪声子空间和信号子空间的维数, 并给出了渐进一致性估计的证明. 由于该算法利用的统计量最为精确, 因此在白噪声条件下, 该算法相比其他几种一致估计的方法拥有最佳的估计性能.

在上述理论的基础上, 近年来针对不同的应用背景, 上述几种典型算法又得到了改进和进一步分析. 文献<sup>[14, 15]</sup>对 MDL 算法进行了改进, 降低了计算复杂度. 一些文献<sup>[16-18]</sup>则针对空域相关的情况, 对信源个数估计问题进行了分析. 文献<sup>[19]</sup>则利用延迟相关预处理的方法, 解决了色噪声条件下信源个数估计的问题.

另外针对 MIMO 天线数估计问题, 2007 年 Somekh<sup>[20]</sup>等人将信息论的方法用于 MIMO 系统发送天线数估计中, 针对信道时变的特点提出用多次测量相结合的方法提高估计性能. Shi 等人<sup>[21]</sup>提出了一种 Schur 补检验信号矩阵秩增减的方法, 这种方法适用于发送天线数可变的情况, 可以利用较小的数据量跟踪发送天线数的变化, 缺点是信噪比性能较差. 2011 年 K. Hassan 等人<sup>[22]</sup>通过仿真对比指出 PET 算法在 MIMO 天线具有相关性的情况下, 相比于信息论的算法仍具有较好的性能.

但上述文献全都没能在多径信道条件下分析解决 MIMO 天线数估计的问题, 其中最大的问题就是多径信

道使 MIMO 信号在时域上具有相关性, 导致原信号模型失效. 本文致力于解决多径信道条件下 MIMO 系统发送天线数估计的问题.

## 2 MIMO 系统发送天线数估计模型

通常来说, 天线数估计问题与信号源数量估计问题十分相似, 解决该问题不需要已知星座映射和调制方式, 一般只需假设各发送天线的信号独立, 但本文需要解决多径信道下的天线数估计问题, 而离散多径信道的阶数与信号采样率有关, 因此, 在本文中假设接收信号没有定时偏差. 下面来分析平坦信道和多径信道下, MIMO 信号发送天线数估计模型.

### 2.1 MIMO 系统发送天线数估计模型

一个 MIMO 系统, 有个发送天线和  $N_r$  个接收天线, 且有  $N_r > N_t$ . 在一段时间内, 可以认为 MIMO 信道为时不变信道, 并且不考虑空域相关性, 则  $n$  时刻  $N_r$  个接收天线接收到的信号矢量为:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_{N_r}(n)]^T$  是  $N_r$  个接收天线在时刻  $n$  接收到的信号矢量;  $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_{N_t}(n)]^T$  是  $N_t$  个发送天线在时刻  $n$  发送的信号矢量, 并假设不同发送天线上的信源符号相互独立;  $\mathbf{v}(n) = [v_1(n), \dots, v_{N_r}(n)]^T$  表示  $N_r$  个接收天线在时刻  $k$  接收到的的噪声矢量, 且服从分布  $\mathbf{v}(n) \sim CN(0, \sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_r})$ ,  $\mathbf{I}_{N_r}$  表示单位阵,  $\mathbf{v}_i(n)$  即方差为  $\sigma_v^2$  的零均值复高斯白噪声;  $\mathbf{H}$  表示维数为  $N_r \times N_t$  的时不变 MIMO 复平坦衰落信道.

根据信号子空间的理论, 定义接收信号总体协方差矩阵:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{y}(n)(\mathbf{y}(n))^H\} \quad (2)$$

若各发送天线的信号功率相同且均为  $\sigma_x^2$ , 进一步分析可知该协方差矩阵有对角阵的形式:

$$\mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} = \sigma_x^2 \mathbf{eig}(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (3)$$

如果信道矩阵  $\mathbf{H}$  列满秩,  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  为 Hermite 矩阵, 那么易得  $\sigma_x^2 \mathbf{eig}(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)$  的秩为  $N_t$ , 对接收信号总体协方差矩阵  $\mathbf{R}$  进行特征值分解, 可以得到  $N_r$  个特征值, 且有  $\lambda_1 > \dots > \lambda_{N_t} > \lambda_{N_t+1} = \dots = \lambda_{N_r} = \sigma_v^2$ . 对矩阵  $\mathbf{R}$  的估计可以用时间平均代替统计平均, 得到样本协方差矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N_{\text{samp}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{samp}}-1} \mathbf{y}(n)(\mathbf{y}(n))^H \quad (4)$$

其中,  $N_{\text{samp}}$  为接收到的信号长度. 当  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$  时, 样本特征值以概率一趋于总体特征值. 定义  $l_m$  表示样本特征值, 同样有  $l_1 > \dots > l_{N_t} > l_{N_t+1} \approx \dots \approx l_{N_r} \approx \sigma_v^2$ , 并且可利用该性质来估计 MIMO 系统的发送天线数.

### 2.2 多径信道 MIMO 发送天线数估计模型

上述模型在时不变信道下能够取得较好的效果, 但在多径信道条件下无法实现天线数的估计, 下面来

分析其无法应用的原因. 首先对信号模型进行分析, 多径信道 MIMO 系统的信号模型与 2.1 中给出的信号模型略有不同, 假设离散多径信道的最大阶数为  $L$ , 则信号可以建模为:

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}(l)\mathbf{x}(n-l) + \mathbf{v}(n) \quad (5)$$

称其为 MIMO 多径信道模型, 同样在一段时间内, 可以认为是时不变的多径信道, 与 2.1 中的 MIMO 信号模型不同的是  $\mathbf{H}(l)$  表示第  $l$  阶 ( $N_r \times N_t$ ) 复信道矩阵. 对式 (5) 进行等效, 令:  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}(0), \dots, \mathbf{H}(L-1)]$ ,  $\bar{\mathbf{x}}(n) = [\mathbf{x}^T(n), \dots, \mathbf{x}^T(n-L+1)]^T$ , 则可以写作:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (6)$$

式中  $\mathbf{H}$  的维数为  $N_r \times N_t L$ ,  $\bar{\mathbf{x}}(k)$  是  $N_t L \times 1$  的矢量, 则该接收信号的协方差矩阵可表示为:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{y}(n)(\mathbf{y}(n))^H\} \quad (7)$$

进一步有:

$$\mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} = \mathbf{H} E\{\bar{\mathbf{x}}(n)(\bar{\mathbf{x}}(n))^H\} \mathbf{H}^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (8)$$

由于  $\bar{\mathbf{x}}(k)$  是  $N_t L \times 1$  的矢量, 由  $\bar{\mathbf{x}}(k)$  独立同分布的特点可知  $E\{\bar{\mathbf{x}}(n)(\bar{\mathbf{x}}(n))^H\}$  为秩为  $N_t L$  的对角阵  $\sigma_x^2 \mathbf{I}_{N_t L}$ , 且易知  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  的秩也为  $N_t L$ , 因此, 即使满足条件  $N_r > N_t L$  且信道矩阵  $\mathbf{H}$  列满秩, 对协方差矩阵进行特征值分解仅可以估计出  $N_t L$  的值, 无法满足天线数估计的要求, 因此需对上述模型进行改进.

对上述模型做进一步等效, 仍旧假设多径离散信道最大阶数为  $L$ , 观测第  $i$  个接收天线接收到的最近  $K$  ( $K \geq 1$ ) 个数据:

$$\mathbf{y}_K^i(n) = \mathbf{H}_K^i \mathbf{x}_K(n) + \mathbf{v}(n) \quad (9)$$

上式中  $\mathbf{y}_K^i(n) = [y^i(n), \dots, y^i(n-K+1)]^T$ ,  $\mathbf{x}_K(n)$  表示  $N_t$  个天线发送的  $K+L-1$  个数据, 并有  $\mathbf{x}_K(n) = [x^0(n), \dots, x^0(n-K-L+1), \dots, x^{N_t}(n), \dots]^T$ , 对于第  $i$  个接收天线信道矩阵  $\mathbf{H}_K^i = [\mathbf{H}_K^{i1}, \dots, \mathbf{H}_K^{iN_t}]$ , 且维数为  $K \times N_t(K+L-1)$ , 其中  $\mathbf{H}_K^{i1}$  维数为  $K \times (K+L-1)$ , 并有如下定义:

$$\mathbf{H}_K^{i1} \triangleq \begin{bmatrix} h_0^{i1} & \dots & \dots & h_{L-1}^{i1} \\ \vdots & & & \vdots \\ h_0^{i1} & \dots & \dots & h_{L-1}^{i1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

进一步定义信道矩阵:

$$\mathbf{H}_K \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_K^0 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_K^{N_t} \end{bmatrix} \quad (11)$$

该信道矩阵是对 MIMO 多径信道模型以一种数学矩阵方式的变换和扩展, 并不是真实的信道矩阵, 因而称之为虚拟信道. 根据该虚拟信道矩阵, 对于  $N_r$  个接收天线接收到的最近  $K$  ( $K \geq 1$ ) 个数据组成的维数为  $N_r K \times 1$  的矢量, 有:

$$\mathbf{y}_K(n) = \mathbf{H}_K \mathbf{x}_K(n) + \mathbf{v}(n) \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{y}_K(n) = [y^0(n), \dots, y^0(n-K+1), \dots, y^{N_t}(n), \dots]^T$ .

下面分析信号  $\mathbf{y}_K(n)$  的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{y_K}$ , 其维数为  $N_r K \times N_r K$ , 可知  $\mathbf{W}^H \mathbf{R}_{y_K} \mathbf{W} = \sigma_x^2 \mathbf{H}_K \mathbf{H}_K^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_r K}$ . 如果满足条件  $N_r K > N_t(K+L-1)$ , 且  $\mathbf{H}_K$  列满秩, 则有  $\text{Rank}(\mathbf{H}_K \mathbf{H}_K^H) = N_t(K+L-1)$ , 改变  $K$  的取值能够估计出不同的  $N_t(K+L-1)$ , 因此, 利用该模型能够解决多径信道条件下 MIMO 系统发送天线数估计的问题.

### 3 多径信道 MIMO 发送天线数估计

由第 2 节中的分析可知, 从每个接收天线选取长度为  $K$  的信号组成矢量  $\mathbf{y}_K(n)$ , 该矢量维数为  $N_r K \times 1$ , 用该数据构造样本协方差矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N_{\text{samp}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{samp}}-1} \mathbf{y}_K(n)(\mathbf{y}_K(n))^H \quad (13)$$

对该相关矩阵做特征值分解, 每改变一次  $K$  的取值, 就可以通过 AIC、RMT 等算法得到一次信号协方差矩阵秩  $N_t(K+L-1)$  的估计值, 改变  $K$  的取值, 能够联合估计出天线数与信道阶数. 实现该过程, 最重要的是要选取合适的  $N_t(K+L-1)$  估计方法, 在白噪声条件下, 基于 RMT 的信号个数估计算法利用的统计量最为精确, 相比其他几种一致估计的方法拥有最佳的估计性能, 因此, 本文在该算法的基础上, 根据 MIMO 信道协方差矩阵的分布特性, 提出了一种改进的 RMT 方法.

#### 3.1 基于 RMT 的信号个数估计

随机矩阵理论的发展为分析信号个数估计问题带来了新的思路, 并且由于随机矩阵理论中给出的统计量最为精确, 因此在白噪声条件下, 该算法相比其他几种一致估计的方法拥有最佳的估计性能. 下面简要介绍一下基于 RMT 的信号个数估计算法.

由于在信号个数估计问题中, 协方差矩阵  $N_r$  个最大特征值对应  $N_t$  个发送信号, 其余的特征值则对应噪声, 因而首先分析在没有信号的情况下噪声样本协方差矩阵特征值的特点. 噪声的样本协方差矩阵符合参数为观测维数  $N_r$  和信号长度  $N_{\text{samp}}$  的 Wishart 矩阵的分布特点. 定义  $l_1$  为噪声样本协方差矩阵  $\mathbf{R}_n$  的最大特征值, 当观测参数  $N_r, N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ , 且有  $\frac{N_r}{N_{\text{samp}}} \rightarrow c \geq 0$  时,  $l_1$  的分布收敛于 Tracy-Widom 分布:

$$P\left\{\frac{l_1}{\sigma_v^2} - \mu_{N_{\text{samp}}, N_r} < s\right\} \rightarrow F_{\text{TW}\beta}(s) \quad (14)$$

其中  $\mu_{N_{\text{samp}}, N_r}$  和  $\xi_{N_{\text{samp}}, N_r}$  则是观测参数  $N_r$  和  $N_{\text{samp}}$  的函数, 对于实信号有  $\beta = 1$  称为第一类 Tracy-Widom 分布; 对于复信号有  $\beta = 2$ , 此时  $F_{\text{TW}2}(s)$  表示第二类 Tracy-Widom

分布,此时有:

$$\begin{cases} \mu_{N_{\text{samp}}, N_i} = \frac{1}{N_{\text{samp}}} (\sqrt{N_{\text{samp}} + 1/2} + \sqrt{N_i + 1/2})^2 \\ \xi_{N_{\text{samp}}, N_i} = \sqrt{\frac{\mu_{N_{\text{samp}}, N_i}}{N_{\text{samp}}}} \left( \frac{1}{\sqrt{N_{\text{samp}} + 1/2}} + \frac{1}{\sqrt{N_i + 1/2}} \right)^{1/3} \end{cases} \quad (15)$$

在文献[11]中给出了  $\mu_{N_{\text{samp}}, N_i}$  和  $\xi_{N_{\text{samp}}, N_i}$  更为精确表达式, 本文不再赘述. 由上述分析可知, 假设噪声功率  $\sigma_n^2$  已知, 判断是否有信号存在的一种最简便的方法就是检测最大特征值的显著性检验:

$$l_1 / \sigma_n^2 > \mu_{N_{\text{samp}}, N_i} + s(\alpha) \xi_{N_{\text{samp}}, N_i} \quad (16)$$

其中  $\alpha$  表示误警概率, 能够用于控制该假设模型的过估计概率, 并有:

$$F_{\text{TW}\beta}(s(\alpha)) = 1 - \alpha \quad (17)$$

在给定  $\alpha$  的条件下对阈值  $s(\alpha)$  的选取需要计算 Tracy-Widom 分布的逆函数, 但分布没有闭合表达式, 文献[13]提供了两种方法, 一种是用文章中给出的工具包通过数值仿真的方法计算, 另一种是在  $\alpha \ll 1$  的条件下, 用 Tracy-Widom 分布逆函数的近似计算表达式:

$$s(\alpha) \approx \begin{cases} (-3/2 \ln 4 \sqrt{\pi \alpha})^{2/3}, & \beta = 1 \\ (-3/4 \ln 16 \pi \alpha)^{2/3}, & \beta = 2 \end{cases} \quad (18)$$

针对信号个数估计问题, 可以证明, 如果存在  $N_i$  个发送信号只要信号功率足够大, 那么观测信号样本协方差矩阵  $\mathbf{R}_y$  的特征值  $l_{N_i+1}$  的分布情况也服从 Tracy-Widom 分布. 因而上述假设检验可以拓展到多个信号的检测, 对第  $m$  个样本特征值  $l_m$  的显著性进行检验, 判断是否满足以下条件:

$$l_m > \hat{\sigma}_v^2 (\mu_{N_{\text{samp}}, N_i} + s(\alpha) \xi_{N_{\text{samp}}, N_i}) \quad (19)$$

如果满足条件则认为  $l_m$  过大, 对第  $m+1$  个样本特征值进行显著性检验; 如果不满足则停止检测, 认为信号个数为  $m-1$ . 式中  $\hat{\sigma}_v^2$  表示估计的噪声方差, 文献[23]提出了一种迭代的方法用于精确估计  $\hat{\sigma}_v^2$ , 本文不再讨论. 综上可得基于 RMT 的信号个数估计:

$$\hat{N}_i = \arg \min_m \{ l_m < \hat{\sigma}_v^2 (\mu_{N_{\text{samp}}, N_i - m} + s(\alpha) \xi_{N_{\text{samp}}, N_i - m}) \} - 1 \quad (20)$$

文献[13]详细论证了如何选取误警概率  $\alpha$  能够保证算法的渐进一致估计, 还分析了算法的检测性能并给出了仿真验证.

### 3.2 基于 RMT 的 MIMO 发送天线数估计

为了讨论检测性能和信号的检测边界, 必须使信号协方差矩阵的特征值可控, 文献[13]给出一个特殊的  $\mathbf{H}$  矩阵:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{N_i} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} \quad (21)$$

不失一般性, 假设各发送信号功率为 1, 就可以使信号协方差矩阵特征值分解满足:

$$\mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_i} + \text{diag}(\rho_1, \cdots, \rho_{N_i}, 0, \cdots, 0) \quad (22)$$

这种特殊的信道能够使信号协方差矩阵最小特征值近似等于  $\rho_{N_i} + \sigma_v^2$ , 是一种理想的信道模型, 能够用于分析基于 RMT 算法的检测性能, 在该模型基础上文献[13]给出了基于 RMT 的信号个数估计算法具有检测门限:

$$\rho_{N_i} > \rho_{\text{DET}} = \sigma_v^2 \sqrt{N_i / N_{\text{samp}}} \quad (23)$$

显然该模型与 MIMO 系统的信道模型不符, 并且由于信道矩阵  $\mathbf{H}$  为随机矩阵, 难以保证  $\rho_{N_i} > \rho_{\text{DET}}$ , 因此, 下面对 MIMO 信道矩阵进行分析, 讨论信道对于 MIMO 系统天线数估计的影响. 一般来说, 无论是时不变平坦衰落还是时不变多径信道, 都认为 MIMO 系统的信道矩阵  $\mathbf{H}$  的元素是幅度服从瑞利分布, 相位服从均匀分布的复随机变量, 因此, MIMO 信道矩阵也可以用随机矩阵理论来分析.

文献[12]指出, 如果随机变量  $r$  满足下面条件:

(A1): 随机变量  $r$  的分布满足对称性, 即  $r$  和  $-r$  的概率密度相同;

(A2): 存在常数  $C_0$  使  $E|r|^{2k} \leq (C_0 k)^k$ , 即随机变量  $r$  具有亚高斯拖尾;

(A3<sub>1</sub>):  $E[r^2] = E[rr^*] = 1$ ;

(A3<sub>2</sub>):  $E[r^2] = 0$  且  $E[rr^*] = 1$ ;

其中 (A3<sub>1</sub>) 或 (A3<sub>2</sub>) 满足一条即可. 那么, 有以下结论:

对于固定的  $\beta \in \{1, 2\}$ , 令  $\lambda_1$  表示随机矩阵  $\mathbf{X}$  的协方差矩阵  $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$  的最小特征值,  $\mathbf{X}$  的维数为  $M \times N$  ( $M \leq N$ )、各元素独立且满足 (A1)、(A2) 或 (A3 <sub>$\beta$</sub> ), 当  $M, N \rightarrow \infty$  时, 随机变量

$$\frac{\lambda_1 - (M^{1/2} - N^{1/2})^2}{(M^{1/2} - N^{1/2})(M'^{-1/2} - N^{-1/2})^{1/3}} \quad (24)$$

的分布收敛于第  $\beta$  类 Tracy-Widom 分布.

对于幅度服从瑞利分布, 相位服从均匀分布的复随机变量可以证明满足条件 (A1)、(A2) 和 (A3<sub>2</sub>), 证明见附录. 式(11)定义了多径信道 MIMO 系统的虚拟信道矩阵  $\mathbf{H}_k$ , 其维数为  $N_i K \times N_i (K+L-1)$ , 因为发送天线数估计的要求有  $N_i K > N_i (K+L-1)$ , 与上述结论略有不同, 但可以证明,  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H$  的协方差矩阵秩为  $N_i (K+$

$L-1$ ), 其  $N_i(K+L-1)$  个特征值与  $\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k$  的协方差矩阵的特征值相等, 因此, 结合附录的证明可知,  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H$  的协方差矩阵的第  $N_i(K+L-1)$  个特征值分布收敛于第 2 类 Tracy-Widom 分布:

$$P\left\{\frac{\rho_{N_i(K+L-1)}/2b^2 - \mu_{N_i(K+L-1), N_i K}}{\xi_{N_i(K+L-1), N_i K}} < s\right\} \rightarrow F_{TW2}(s) \quad (25)$$

根据文献[13]的结论只有满足条件  $\rho_{N_i(K+L-1)} > \rho_{\text{DET}} = \sigma_v^2 \sqrt{N_r - KN_{\text{samp}}}$  才能使发送天线数的估计有效, 也是在该条件的基础上才能保证随着  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ , 算法欠估计概率为 0, 显然, 当发送天线数估计满足式(20)后, 因为 MIMO 信道的特性, 信道协方差矩阵的最小特征值可能会小于 RMT 算法的检测门限, 即  $\rho_{N_i(K+L-1)} < \rho_{\text{DET}}$ , 因而 RMT 算法会存在欠估计的可能. 结合信道协方差矩阵最小特征值的分布情况, 由于  $\xi_{N_i(K+L-1), N_i K} < 0$ , 故信号最小特征值小于检测门限的概率为:

$$P\left\{\frac{\rho_{N_i(K+L-1)}/2b^2 - \mu_{N_i(K+L-1), N_i K}}{\xi_{N_i(K+L-1), N_i K}} > \frac{\rho_{\text{DET}}/2b^2 - \mu_{N_i(K+L-1), N_i K}}{\xi_{N_i(K+L-1), N_i K}}\right\} \quad (26)$$

且由 RMT 算法的性能分析可知, 该概率近似等于 MIMO 天线数估计中 RMT 算法的欠估计概率. 由于 Tracy-Widom 分布没有闭合表达式, 因此, 上述概率  $P$  可以利用文献[13]提供的软件包通过数值计算进行分析, 令上式中各参数为  $b^2 = 0.5$ ,  $N_i = 4$ ,  $N_r = 30$ ,  $K = 1$ ,  $L = 5$ , 图 1、图 2 分别给出了概率  $P$  随  $\sigma_v^2$  和  $N_{\text{samp}}$  的变化曲线示意图.

可见信号最小特征值小于检测门限的概率随噪声功率率变小、数据长度增加, 但其在小数据和低信噪比条件下较大, 因此为了降低这种欠估计概率需要对 RMT 算法的估计结果进行进一步检测, 令  $\hat{N}_{\text{RMT}}$  表示 RMT 算法的估计结果, 对第  $m (m > \hat{N}_{\text{RMT}})$  个特征值  $l_m$  做如下二元假设:

$H_0$ : 至多  $m-1$  个信号

$H_1$ : 至少  $m$  个信号

即判断变量  $\frac{\hat{\rho}_m}{2b^2}$  是否服从 Tracy-Widom 分布, 令显

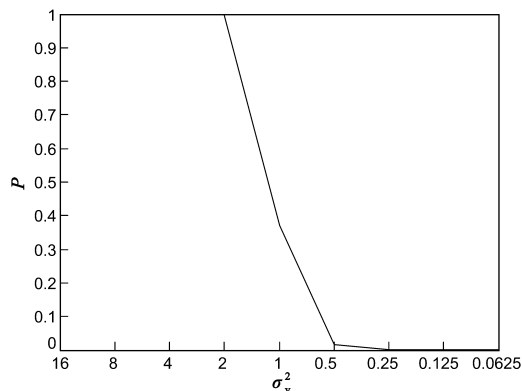


图1 欠估计概率与噪声功率关系示意图

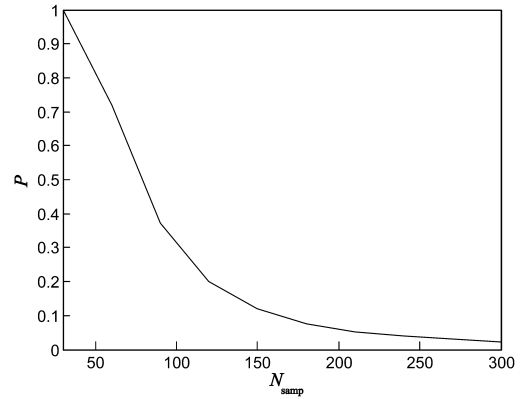


图2 欠估计概率与数据长度关系示意图

著性检验水平为  $\alpha_H$ , 当满足下面条件时, 表示  $\hat{\rho}_m/2b^2$  服从分布, 则拒绝假设  $H_0$ , 接受假设  $H_1$ :

$$\frac{\hat{\rho}_m/2b^2 - \mu_{m, N_i K}}{\xi_{m, N_i K}} < s(\alpha_H) \quad (27)$$

其中:

$$\begin{cases} \hat{\rho}_m = l_m - \hat{\sigma}_v^2 \\ 2b^2 = \frac{1}{N_r(m-1)} \sum_{i=1}^{m-1} (l_m - \hat{\sigma}_v^2) \end{cases} \quad (28)$$

但仅有上述条件是不够的, 因为此时  $l_m$  满足噪声协方差矩阵的最大特征值分布, 而  $\hat{\rho}_m$  满足信道协方差矩阵的最小特征值分布, 那么需要进一步判断两个变量此时的概率:

$$P\left\{\frac{\hat{\rho}_m/2b^2 - \mu_{m, N_i K}}{\xi_{m, N_i K}} > P\left\{\frac{l_m/\hat{\sigma}_v^2 - \mu_{N_{\text{samp}}, N_i - m}}{\xi_{N_{\text{samp}}, N_i - m}}\right\}\right\} \quad (29)$$

如果满足上式, 那么表示接受假设  $H_1$ , 令  $m = m + 1$ , 继续进行检测, 直至假设  $H_0$  被接受, 停止检测估计信号个数为  $m-1$ .

### 3.3 算法步骤

为了降低基于 RMT 算法的欠估计概率, 根据 MIMO 信道协方差矩阵的分布特性, 提出了一种改进的 RMT 方法, 根据上述分析, 总结多径信道 MIMO 系统天线数估计算法步骤如下:

(1) 对  $K=1, K=2$  分别作如下估计:

(2) 根据 RMT 算法粗估计  $N_i(K+L-1)$ , 记为  $\hat{N}_{\text{RMT}}^K$ ;

(3) 设定显著性检验水平  $\alpha_H$ , 对第  $m = \hat{N}_{\text{RMT}}^K + 1$  个特征值进行假设检验: 如果满足条件(27)和(29),  $m = m + 1$ ; 否则接受  $H_0$ , 停止检测并令  $\hat{N}_{\text{RMT}, H}^K = m - 1$ ;

(4) 当  $\hat{N}_{\text{RMT}}^K < 0.2 \times N_r K$  时, 则  $\hat{N}_{\text{RMT}, H}^K = \hat{N}_{\text{RMT}}^K$ ;

(5) 计算  $\hat{N}_i = \hat{N}_{\text{RMT}, H}^2 - \hat{N}_{\text{RMT}, H}^1$ .

### 3.4 渐进一致性分析

上述算法针对 RMT 算法在小数据和低信噪比条件下欠估计概率较大的问题, 利用了 MIMO 信道协方差矩

阵的最小特征值分布的性质,从而提升发送天线数估计的检测概率.那么这种性质的利用是否会影响信噪比较高或者大数据条件下估计的性能,下面给出具体分析.

文献[13]定理五指出,满足条件  $\rho_{N_i(K+L-1)} > \rho_{\text{DET}}$  时,随着置信度水平  $\alpha \rightarrow 0$ ,RMT 算法随  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$  时误估计概率为 0.由多径信道下 MIMO 系统信号最小特征值的分析可知,随  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ 、 $\sigma_v^2 \rightarrow 0$  时信号最小特征值大于 RMT 算法检测门限的概率为 1:

$$\lim_{N_{\text{samp}} \rightarrow \infty, \sigma_v^2 \rightarrow 0} P\{\rho_{N_i(K+L-1)} > \rho_{\text{DET}}\} = 1 \quad (30)$$

因此有:

$$\lim_{N_{\text{samp}} \rightarrow \infty, \sigma_v^2 \rightarrow 0} P\{\hat{N}_{\text{RMT}} = N_i(K+L-1)\} = 1 \quad (31)$$

即算法随  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ 、 $\sigma_v^2 \rightarrow 0$  满足一致估计.在该条件下,对本文提出的改进算法进行分析,已知噪声样本协方差的最大特征值有以概率 1 收敛于变量:

$$l_{N_i(K+L-1)+1} \rightarrow \sigma_v^2 \left(1 + \sqrt{N_i(K+L-1) + 1/N_{\text{samp}}}\right) \quad (32)$$

则:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{N_i(K+L-1)+1} &\rightarrow l_{N_i(K+L-1)+1} - \sigma_v^2 \\ &= \sigma_v^2 \sqrt{N_i(K+L-1) + 1/N_{\text{samp}}} \end{aligned} \quad (33)$$

为保证使改进算法同样随  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ 、 $\sigma_v^2 \rightarrow 0$  满足一致估计,将上述极限值带入式(27),可得满足下式时不出现过估计:

$$\begin{aligned} &\frac{\sigma_v^2 \sqrt{N_i(K+L-1) + 1/N_{\text{samp}}}/2b^2 - \mu_{N_i(K+L-1)+1, N, K}}{\xi_{N_i(K+L-1)+1, N, K}} \\ &> s(\alpha_H) \end{aligned} \quad (34)$$

当  $\alpha_H$  能够满足上式时,改进算法随  $N_{\text{samp}} \rightarrow \infty$ 、 $\sigma_v^2 \rightarrow 0$  满足一致估计.上式中  $\sigma_v^2/2b^2$  可以表示接收信号的信噪比的倒数,  $\sqrt{N_i(K+L-1) + 1/N_{\text{samp}}}$  是与符号数  $N_{\text{samp}}$  有关的变量,其他变量则与  $N_i(K+L-1)$  和  $N_i K$  有关,不难得知  $\alpha_H$  可以随信噪比和符号数的增加而变小.  $\alpha_H$  的选取受上述各变量的影响较为复杂,通过数值分析,当  $0.01 < \alpha_H < 0.05$  时,能够满足式(34),保证算法的一致估计.

### 4 算法仿真

以下蒙特卡洛仿真实验均采用发送功率为 1 的复调制信号(QPSK),即  $\sigma_x^2 = 1$ ;噪声为加性高斯白噪声,并定义信噪比  $\frac{E_s}{N_0} = 10 \log\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_v^2}\right)$  作为比对性能的标准;信道分布的显著性检验水平  $\alpha_H = 0.01$ .仿真进行 10000 次蒙特卡洛实验,每次实验中多径信道的信道系数随机产生,令信道系数的幅度  $A$  为服从参数为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  的瑞利分布,相位  $\theta$  服从均匀分布  $f(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \theta \in [-\pi, \pi]$ .

首先对比本文提出的算法(RMT-H)和 RMT 算法,在给定  $K=1, N_i=4, L=5$ ,得到对  $N_i(K+L-1)$  的误估计概率的情况,图 3 给出了  $N_{\text{samp}} = 90$  时两种算法的误估计概率  $P_e$  随信噪比  $\frac{E_s}{N_0}$  的变化曲线,图 4 给出了  $\frac{E_s}{N_0} = 0\text{dB}$  时两种算法的估计概率  $P_e$  随数据量  $N_{\text{samp}}$  的变化曲线:

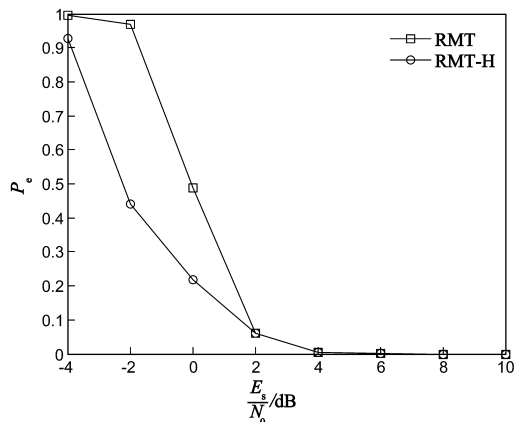


图3 误估计概率随信噪比变化曲线

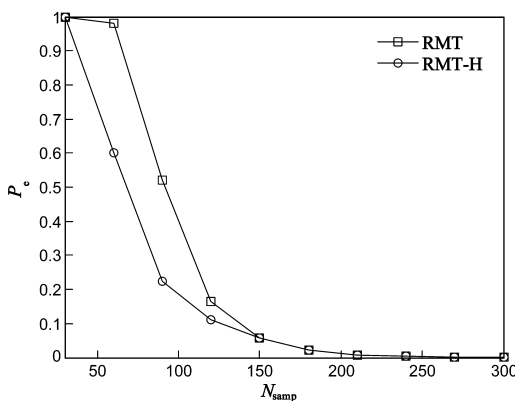


图4 误估计概率随数据量变化曲线

另外,还可以从均方差角度比较两种算法的性能,定义均方差:

$$MSE = E[(\hat{N} - N_i(K+L-1))^2]$$

该值表示对  $N_i(K+L-1)$  的估计结果和真实值的平均误差,图 5 给出了  $N_{\text{samp}} = 90$  时两种算法的均方差随信噪比变化的曲线,图 6 给出了  $\frac{E_s}{N_0} = 0\text{dB}$  时两种算法的均方差随符号个数变化的曲线.

由四组的仿真结果可以看出本文的改进算法比 RMT 算法在小数据量、低信噪比的条件下误估计概率更低、均方差更小,这是因为改进算法利用了信道系数特征值分布的特点,使其对发送天线数的估计更为精准.同时也可以看出,随着信噪比的升高、数据量的增加,噪声特征值分布的特点起主导作用,式(29)越来越难以满足,所以两种算法在中高信噪比(大于 2dB)和较

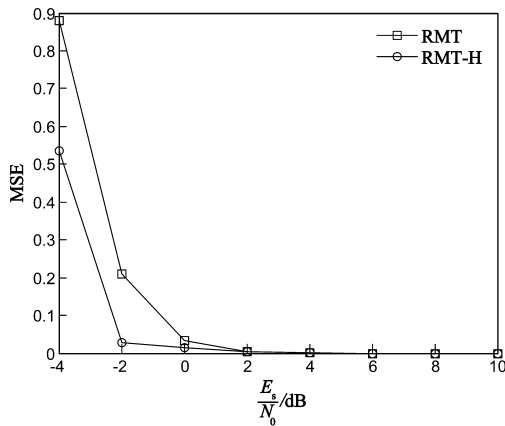


图5 均方误差随信噪比变化曲线

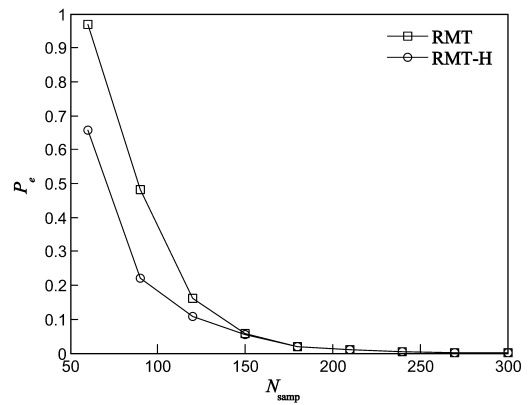


图8 误估计概率随数据量变化曲线

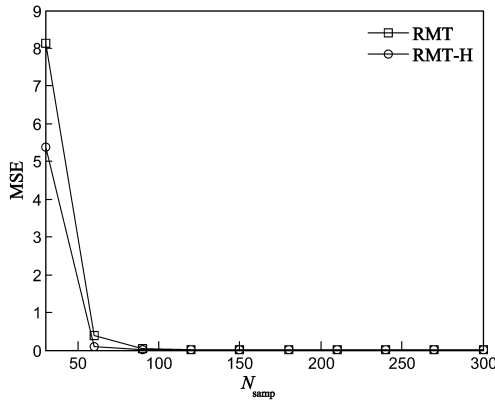


图6 均方误差随符号个数变化曲线

大数据量(大于 150 个符号)时估计性能几乎相同. 另外, 仿真结果还验证了上一节中对算法性能的分析, 在信噪比较高和数据量较大的情况下算法误估计概率趋于 0, 验证了算法的渐进一致性.

最后对用两种算法取  $K=1$  和  $K=2$  估计  $\hat{N}_t$  做仿真对比, 图 7 给出了  $N_{\text{samp}}=90$  时两种算法的误估计概率  $P_e$  随信噪比  $\frac{E_s}{N_0}$  的变化曲线, 图 8 给出了  $\frac{E_s}{N_0}=0\text{dB}$  时两种算法的估计概率  $P_e$  随数据量  $N_{\text{samp}}$  的变化曲线仿真结

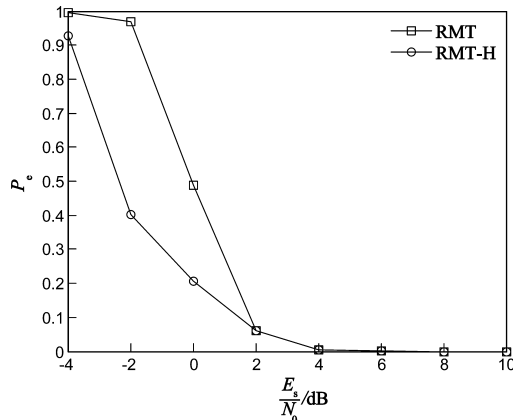


图7 误估计概率随信噪比变化曲线

果表明, 改进算法能够更精确的估计多径信道下 MIMO 系统发送天线数, 并且随信噪比和数据量的提升能够获得一致估计.

### 5 总结

针对 MIMO 发送天线数估计问题, 本文主要做出了两点贡献: 一、分析了现有模型在多径信道下失效的原因, 建立了一种虚拟信道矩阵来解决多径信道下 MIMO 信号子空间特征值获取的问题; 二、根据多径信道下发送天线数估计问题的特点, 利用随机矩阵理论中最小特征值分布的相关研究结果, 证明了时不变瑞利信道的协方差矩阵最小特征值分布服从第二类 Tracy-Widom 分布, 分析了该特点对发送天线数估计的影响, 并提出一种改进的 RMT 估计算法来估计多径信道下 MIMO 系统发送天线数和信道阶数. 最后对改进算法进行了仿真实验, 结果表明在低信噪比和小数据条件下, 改进算法的估计性能相比 RMT 算法有较大提升.

本文假设信道模型为信道系数服从瑞利分布的时不变多径信道, 而实际的无线通信环境, 尤其是移动通信中 MIMO 信道常常会具有时变特性或者发送(接收)天线之间具有相关性, 因此, 如何分析这些特性给发送天线数估计带来的影响, 并克服这些影响将是极具挑战性和实际意义的工作.

### 附录

证明对于幅度服从瑞利分布, 相位服从均匀分布的复随机变量满足文献 [12] 条件, 即 3.2 中给出的 (A1)、(A2)、(A3).

令复随机变量  $r = A \cdot e^{j\theta}$ , 其中  $A$  为服从参数为  $b$  的瑞利分布:

$$f(A) = \begin{cases} \frac{A}{b^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right), & 0 \leq A < \infty \\ 0, & A < 0 \end{cases}$$

$\theta$  为  $[-\pi, \pi)$  的均匀分布:

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \theta \in [-\pi, \pi)$$

由于  $r = A \cdot e^{j\theta}$ , 令  $\varphi = \theta - \text{sign}(\theta)\pi$ , 则  $-r = A \cdot e^{j\varphi}$   
由于  $\theta$  为均匀分布, 可得:

$$f(\theta) = f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \varphi \in [-\pi, \pi)$$

则  $f(r) = f(-r)$ , 满足条件(A1);

亚高斯拖尾指具有类似于亚高斯分布的拖尾, 即随着随机变量增大概率密度趋于 0, 但比高斯分布更厚的统计拖尾, 瑞利拖尾就具有这一性质, 下面给出证明, 易知  $E[|r|^{2k}] = E[A^{2k}]$ ,  $k \geq 1$  有:

$$\begin{aligned} E[A^{2k}] &= \int_0^{\infty} A^{2k} \frac{A}{b^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) dA \\ &= - \int_0^{\infty} A^{2k} d \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) \\ &= \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) dA^{2k} \\ &\quad + A^{2k} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) \Big|_0^{\infty} \\ &= 2kb^2 \int_0^{\infty} A^{2(k-1)} \frac{A}{b^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) dA \end{aligned}$$

令  $g(k) = \int_0^{\infty} A^{2k} \frac{A}{b^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2b^2}\right) dA$ , 则可得递推式  $g(k) = 2kb^2 \cdot g(k-1) = k! (2b^2)^k \leq (2b^2k)^k$ , 得证  $E[|r|^{2k}] \leq (2b^2k)^k$ , 即满足条件(A2);

易得  $E[r^2] = E[A^2] \cdot E[e^{2j\theta}] = 0$ , 由条件(A2)的证明过程可知:  $E[rr^*] = E[A^2] = 2b^2$ , 若瑞利分布的参数  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则随机变量  $r$  的分布满足条件(A3<sub>2</sub>).

#### 参考文献

- [1] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process, 1985, 33(2): 387-392.
- [2] Wax M, Ziskind I. Detection of the number of coherent signals by the MDL principle [J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process, 1989, 37(8): 1190-1196.
- [3] Richard Roy, Thomas Kailath. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process, 1989, 37(8): 984-995.
- [4] Zhang Q T, Wong K M, Yip P C, Reilly J P. Statistical analysis of the performance of information theoretic criteria in the detection of the number of signals in array processing [J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process, 1989, 37(10): 1157-1167.
- [5] Wenyuan Xu, Mostafa Kaveh. Analysis of the performance and sensitivity of eigen-decomposition-based detectors [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(6): 1413-1426.
- [6] Boaz Nadler. Nonparametric detection of signals by information theoretic criteria; performance analysis and an improved estimator [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(5): 2746-2756.
- [7] Chen W O, Wong K M, Reilly J P. Detection of the number of signals; a predicted eigen-threshold approach [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(5): 1088-1098.
- [8] Hsien-Tsai Wu, Jar-Ferr Yang, Fwu-Kuen Chen. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(6): 1325-1333.
- [9] Johnstone I M. On the distribution of the largest eigenvalue in principal component analysis [J]. Ann Stat 2001, 29: 295-327.
- [10] Momar Dieng. Distribution functions for edge eigenvalues in orthogonal and symplectic ensembles; Painlevé Representations [D]. University of California, Berkeley, 2005.
- [11] Karoui N El. A rate of convergence result for the largest eigenvalue of complex white Wishart matrices [D]. University of California, Berkeley, 2006.
- [12] Ohad N Feldheim, Sasha Sodin. A universality result for the smallest eigenvalues of certain sample covariance matrices [J]. Geometric and Functional Analysis, 2010, 20(1): 88-123.
- [13] Shira Kritchman, Boaz Nadler. Non-parametric detection of the number of signals; hypothesis testing and random matrix theory [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(10): 3930-3941.
- [14] Huang Lei, Long Teng, Wu Shunjun. Source enumeration for high-resolution array processing using improved Gerschgorin radii without eigen-decomposition [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(12): 5916-5925.
- [15] Haddadi F, Malek-Mohamaddi M, Nayeibi M M, Aref M M. Statistical performance analysis of MDL source enumeration in array processing [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(1): 452-457.
- [16] Vincent Choqueuse, Koffi Clément Yao, Ludovic Collin. Blind detection of the number of communication signals under spatially correlated noise by ICA and K-S tests [A]. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing [C]. Las Vegas, USA, 2008. 2397-2400.
- [17] Chen Ke, Xin Jingmin, Tao Hao, Zheng Nanning, Akira Sano. Detection of the number of noncoherent and coherent signals with a simple planar array [A]. 15th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications [C]. Toronto, Canada; IEEE, 2014.

- 204 – 208.
- [18] 吴娜, 司伟建, 焦淑红, 吴迪. 基于去特征处理的信源数估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 509 – 514.  
WU Na, SI Wei-jian, JIAO Shu-hong, WU Di. New source number estimation method based on feature eliminated process[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(3): 509 – 514. (in Chinese)
- [19] 司伟建, 林晴晴, 彭杰. 利用延时相关预处理的信源数估计[J]. 应用科学学报, 2013, 31(1): 65 – 71.  
SI Wei-jian, LIN Qing-qing, PENG Jie. Source number estimation by delay correlation preprocessing[J]. Journal of Applied Sciences-Electronics and Information Engineering, 2013, 31(1): 65 – 71. (in Chinese)
- [20] Oren Somekh, Osvaldo Simeone, Yeheskel Bar-Ness, Wei Su. Detecting the number of transmit antennas with unauthorized or cognitive receivers in MIMO systems [A]. Military Communications Conference 2007 [C]. Orlando, FL, USA, 2007. 1 – 5.
- [21] Miao Shi, Yeheskel Bar-Ness, Wei Su. Adaptive estimation of the number of transmit antennas [A]. Military Communications Conference 2007 [C]. Orlando, FL, USA, 2007. 18 – 22.
- [22] Hassan K, C Nsiala Nzeza. Blind detection the number of the transmitting antennas for spatially-correlated MIMO systems [A]. ITS Telecommunications [C]. 2011. 458 – 462.
- [23] Kritchman S, Nadler B. Determining the number components in a factor model from limited noisy data [J]. Chem Int Lab Syst, 2008, 94: 19 – 32.

#### 作者简介



李 浩 男, 1986 年 12 月出生, 河北衡水人. 2009 年和 2012 年在解放军信息工程大学分获工学学士、工学硕士学位. 现为解放军信息工程大学信息与通信工程专业博士研究生, 主要研究方向通信信号处理、盲信号处理.  
E-mail: leo. lihao@163. com.



彭 华 男, 1973 年出生, 江西萍乡人. 教授、博士生导师. 1995 年, 1998 年和 2002 年在解放军信息工程大学分别获得工学学士, 工学硕士和工学博士学位. 现为解放军信息工程大学教授, 主要从事通信信号处理、软件无线电、盲信号处理等方面的研究工作.