

螺旋波纹波导中的返波

王峨锋, 李宏福, 李 浩, 喻 胜, 牛新建, 刘迎辉

(成都电子科技大学高能电子研究所, 四川成都 610054)

摘 要: 从螺旋波纹波导的一般性耦合波传输方程出发, 根据螺旋波纹波导的模式耦合规则给出该波导内返波的耦合波方程和色散方程并分析其色散特性, 由此分析螺旋波纹波导返波管的工作机理, 并通过耦合波理论计算出本征模式中场的分布情况.

关键词: 螺旋波纹波导; 耦合波方程; 返波; 色散特性; 本征模

中图分类号: TN12 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2006) 09-1717-04

The Backward-Wave in the Wave-Guide with Helical Corrugation

WANG E-feng LI Hong-fu LI Hao YU Sheng NIU Xin-jian LU Ying-hui

(Research Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract According to the general coupled-wave equations of wave-guide with helical corrugation, Based on rules of mode coupling in helical wave-guide, the coupled equation of the helical wave-guide for backward-wave and the formulae for dispersion are obtained. The dispersion characteristics and the working principles for the gyrotron backward-wave oscillator are analyzed. Based on coupled-wave equations, the field distributions for wave-guide with helical corrugation in eigenmode are also given.

Key words the wave-guide with helical corrugation; coupled equations; backward-wave; dispersion characteristics; eigenmode

1 引言

回旋返波管是利用电子回旋脉塞机理制成的回旋器件, 在这种器件中电磁波传播方向(群速度方向)和电子沿轴向运动的方向相反, 这一点与普通返波管是一致的, 但与微波管中要求电子速度与波的相速同步不同, 在回旋返波管中电子速度并不要求与波的相速同步, 而只要它满足回旋谐振条件:

$$\omega + |k_z| v_e \approx s \Omega \quad (1)$$

式(1)中 ω 为电磁波的频率, k_z 为电磁波传播常数, v_e 是电子轴向速度, s 谐波次数, Ω 电子回旋频率.

相对于普通返波管来说, 回旋返波管在毫米、亚毫米波段, 回旋返波管可以得到更大的输出功率, 相对于其它回旋器件^[1-4]来说对电子注速度零散的敏感性不是很大^[5,6], 但是轴向波数为零的区域对器件的正常工作影响仍然很大, 同时也限制了带宽, 一种由俄罗斯人 G. Denisov 等提出的螺旋波纹波导^[7-9]结构如图 1 克服了这一缺点, 这种波导是一种在传输方向上表现出非对称的不规则

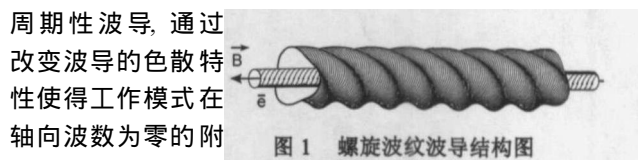


图 1 螺旋波纹波导结构图

周期性波导, 通过改变波导的色散特性使得工作模式在轴向波数为零的附近一个很宽的频带范围内具有负的群速度, 并且接近于常数, 这样当和电子注作用时不仅克服了在轴向波数为零的区域对器件正常工作的影响, 也拓宽了工作频带, 对于回旋返管内研究的很少, 在文献[12]中, 对螺旋波纹波导的一般性传输耦合波方程、前向波模式耦合规则、及色散特性进行了分析, 因此本文引用文[12]的结论结合这种高频结构对其中的返波传输特性进行研究, 为以后的工作提供依据.

2 螺旋波纹波导中返波的色散特性

2.1 螺旋波纹波导中返波的耦合波方程

在柱坐标系下螺旋波纹波导的边界有如下的关系:

$$h(\varphi, z) = a + a_1 \cos(m_B \varphi + k_B z) \quad (2)$$

式(2)中 a 为波导平均的直径, a_1 为波纹的幅度, m_B 为波

导螺纹的角向变化次数, $k_b = 2p/d$, d 为波纹周期.

由阻抗微扰法^[10 11] 可以得出螺旋波纹波导的驻波耦合方程^[12]:

$$\frac{dV_i}{dz} = -j\omega\mu I_i + \frac{j\mu_1}{a} k_b m_i m_k \chi_i^{-1} \chi_k^{-1} V_k \begin{cases} e^{j\beta z}, & m_i - m_k = +m_B \\ -e^{-j\beta z}, & m_i - m_k = -m_B \end{cases}$$

$$\frac{dI_i}{dz} = -j\kappa_{zi} V_i + \frac{k_{zi}}{\omega\mu} - \frac{j\mu a_1 (k_{ck} k_{ci})^2}{\omega\mu\chi_i\chi_k} V_k \begin{cases} \frac{(ak_{ck})^2 - m_i m_k}{(ak_k)^2} \\ \frac{(ak_{ck})^2 - m_i m_k}{(ak_k)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{j\beta z}, & m_i - m_k = +m_B \\ e^{-j\beta z}, & m_i - m_k = -m_B \end{cases} \quad (3)$$

$$\chi_i = \sqrt{\mu_{ci}^2 - m_i^2}, \quad \chi_k = \sqrt{\mu_{ck}^2 - m_k^2}$$

$$k_{ci} = \frac{\mu_{ci}}{a}, \quad k_{ck} = \frac{\mu_{ck}}{a}$$

式(3)中, V_i, I_i 为第 i 个传输波的驻波电压、电流幅值, k_{zi} 为第 i 个传输波的轴向波数, μ_{ci} 为第 m_i 阶函数的导数的第 n 个非零根, k_{ci} 为第 i 个传输波的截止波数, $m_i = 0, \pm 1, \pm 2$ 取正值和负值分别代表右旋波和左旋波.

由式(3)可得出螺旋波纹波导中模式之间的耦合要满足模式间角向变化数的差值为螺纹角向变化次数的关系^[12]:

$$m_i - m_k = \pm m_B \quad (4)$$

条件式(4)中 m_B 前面的正负号和式(3)中 $e^{\pm j\beta z}$ 的正负号对应.

为了进一步的描述螺旋波纹波导的传输特点, 把方程组(3)转化成行波幅值方程.

$$\frac{dA_i^+}{dz} = -j\kappa_{zi} A_i^+ - j\kappa^{i+k} A_k^+ e^{j\beta z} - j\kappa^{i-k} A_k^- e^{j\beta z}$$

$$\frac{dA_i^-}{dz} = j\kappa_{zi} A_i^- + j\kappa^{i-k} A_k^+ e^{-j\beta z} + j\kappa^{i+k} A_k^- e^{-j\beta z} \quad (5)$$

$$\frac{dA_k^+}{dz} = -j\kappa_{zk} A_k^+ - j\kappa^{k+i} A_i^+ e^{-j\beta z} - j\kappa^{k-i} A_i^- e^{-j\beta z}$$

$$\frac{dA_k^-}{dz} = j\kappa_{zk} A_k^- + j\kappa^{k+i} A_i^+ e^{-j\beta z} + j\kappa^{k-i} A_i^- e^{-j\beta z}$$

式中 k^{i+k} 表示第 k 个正向波和第 i 个正向波的耦合系数, k^{i-k} 表示第 k 个反向波和第 i 个正向波的耦合系数, 如此类推, 它们为:

$$k^{i+k} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_{ci}^2 \mu_{ck}^2 + a_0^2 m_i m_k (k_{ci}^2 \pm k_b k_{zi})}{\sqrt{k_{zi} k_{zk}} \sqrt{\mu_{ci}^2 - m_i^2} \sqrt{\mu_{ck}^2 - m_k^2}} \right] \cdot \frac{a_1}{a_0^3} \quad (6)$$

$$k^{i-k} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_{ci}^2 \mu_{ck}^2 + a_0^2 m_i m_k (k_{ck}^2 \pm k_b k_{zi})}{\sqrt{k_{zi} k_{zk}} \sqrt{\mu_{ci}^2 - m_i^2} \sqrt{\mu_{ck}^2 - m_k^2}} \right] \cdot \frac{a_1}{a_0^3}$$

行波耦合方程组(5)、(6)描述了螺旋波纹波导内各模式的传输情况, 不仅考虑了波场的左右旋转方向, 也考虑波场的前向和反向等因素.

回旋返波管中电子的旋转方向与回旋行波管相反, 可以在波导中激励起与之旋转方向相应的波, 通过选取适当的波导尺寸和工作频率, 使得电子注激励出 TE_{21} 模式的

波, 同时取波导螺纹在角向变化次数 m_B 为 3 旋转方向为右旋, 当满足条件(3), 和条件:

$$k_{zi} \approx k_b \quad (7)$$

为布拉格条件^[13 14] 时在波导内有如下耦合关系:

$$TE_{11} \text{右旋反向波} \begin{cases} TE_{21} \text{左旋反向波} \\ TE_{21} \text{左旋前向波} \end{cases}$$

值得一提的是, 满足耦合条件(4)、(7)还有其它一些模式, 但在我们本文所研究的工作范围内是截止的, 不参与作用.

用下标 k 表示模式 TE_{21} , 下标 i 表示模式 TE_{11} , 结合方程组(5)可以写出行波幅值耦合方程:

$$\frac{d}{dz} A_i^- = j\kappa_{zi} A_i^- + j\kappa^{(i)\pm(k)} (A_k^+ e^{-j\beta z} + A_k^- e^{-j\beta z})$$

$$\frac{d}{dz} A_i^+ = j\kappa_{zk} A_i^+ + j\kappa^{(k)\pm(i)} (A_k^- e^{-j\beta z}) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dz} A_k^+ = -j\kappa_{zk} A_k^+ - j\kappa^{(i)\pm(k)} (A_i^- e^{j\beta z})$$

2.2 螺旋波纹波导中返波的色散方程

引入一个新的变量:

$$A_i^- = B_i^- e^{-j\beta z}$$

可将方程(8)化成如下形式:

$$\frac{d}{dz} B_i^- = j(k_b + k_{zi}) B_i^- + j\kappa^{(i)\pm(k)} (A_k^+ + A_k^-)$$

$$\frac{d}{dz} A_k^- = j\kappa_{zk} A_k^- + j\kappa^{(k)\pm(i)} B_i^- \quad (9)$$

$$\frac{d}{dz} A_k^+ = -j\kappa_{zk} A_k^+ - j\kappa^{(i)\pm(k)} B_i^-$$

从方程组(9)考虑到条件(7), 可得到:

$$(k_b + k_{zi} + \beta_z) (k_{zk}^2 - \beta_z^2) = 2\kappa^{(i)\pm(k)} k^{(k)\pm(i)} k_{zk} \quad (10)$$

式(10)是关于螺旋波纹波导中返波的色散方程, 它是耦合波传播常数 β_z 的三次方程, 有三个根 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 分别表征了在螺旋波纹波导中的三个本征模式的传播特性.

2.3 螺旋波纹波导中返波色散方程的计算及色散特性分析

选取如下参数对色散方程(10)数值计算得到图2所示的波导色散特性图. 波导的直径 $\alpha = 1.5\text{mm}$, 波纹的幅度 $a_1 = 0.15\text{mm}$, $k_b = 1.5\text{mm}^{-1}$

图2是螺旋波纹波导返波的色散特性图, 图中纵坐标为频率 f , 横坐标为本征波的传播常数 β_z .

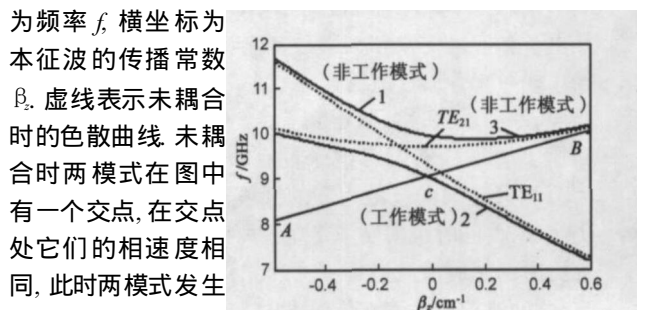


图2 两模式未耦合时(虚线)的色散曲线、耦合后(实线)返波的色散曲线及电子注模式色散曲线 AB

曲线(图中虚线),耦合后本征波的色散曲线(图中实线)发生明显改变,本征波之间出现分离,对于本征模 2 的工作模式来说,在轴向波数等于零的附近有一个很宽的频带范围,在这个频带范围内其群速度为负,并且接近于常数.当它和电子注作用时,产生了反波的放大,见图 2 中电子注模式的色散线 AB 和本征模 2 的交点 C,当改变外加直流磁场时,AB 的位置也改变了,交点随之改变,如果连续改变外加直流磁场,即可得到频率可调的回旋返波振荡,如果适当的控制磁场和工作电压,使回旋返波管的工作频带范围位于非工作模 1、3 以下,这样电子回旋模式 AB 就不会和非工作模式发生作用,而得到宽带返波振荡.

3 螺旋波纹波导中本征模的场分布

进行注波相互作用计算时,需要知道本征模式 2(工作模式)的场分布情况和初值量,下面将对本征模 2 的场分布情况进行分析.由于方程组(9)在考虑了 TE₁₁ 反向波和 TE₂₁ 模式反向波发生强耦合的同时,也考虑了和 TE₂₁ 前向波发生的弱耦合,使得在计算时反向波的初值不能事先给定,因此我们用‘迭代法’来进行计算,经过计算后可以知道 TE₂₁ 模式前向波在整个过程中所占的比率是很小的,因此在下面的计算中将不考虑和前向波的耦合,这样式(9)简化成:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_{21}^- &= \beta_{21} A_{21}^- + \beta^{(k)+ (i)} \cdot (A_{11}^- e^{i\beta z}) \\ \frac{d}{dz} A_{11}^- &= \beta_{11} A_{11}^- + \beta^{(i)+ (k)} \cdot (A_{21}^- e^{-i\beta z}) \end{aligned} \quad (11)$$

在求解本征模的场分布时从耦合方程组(11)的解析式出发,当忽略前向波时从式(11)得到的两个本征值和式(10)中的 β_1, β_2 相对应,这样式(11)的解析解为:

$$\begin{aligned} A_{21}^- &= D_1 e^{\beta_1 z} + D_2 e^{\beta_2 z} \\ A_{11}^- &= D_3 e^{\beta_1 z} + D_4 e^{\beta_2 z} \end{aligned} \quad (12)$$

β_1, β_2 及系数 D_1, D_2, D_3, D_4 的表达式可参看文献[10]的 8.4 节及文献[15]的 7.10 节.式(12)说明当忽略正向波时两反向波 A_{21}^-, A_{11}^- 耦合后出现了相位常数分别为 β_1, β_2 的新波型, A_{21}^-, A_{11}^- 两波均为两个新波型的线性组合.此时螺旋波纹波导波导内的横向场为:

$$E_t = V_{21} e_{21} + V_{11} e_{11} \quad (13)$$

式中 e_{21} 为波型 TE₂₁ 的波矢量函数, V_{21} 为波型 TE₂₁ 的电压幅值,利用文献[10]的 2-139 式代入式(12)入式(13),后有:

$$\begin{aligned} E_t &= \sqrt{Z_{11}} A_{11} e_{11} + \sqrt{Z_{21}} A_{21} e_{21} \\ &= (\sqrt{Z_{11}} D_3 e_{11} + \sqrt{Z_{21}} D_1 e_{21}) e^{\beta_1 z} + \\ &\quad (\sqrt{Z_{11}} D_4 e_{11} + \sqrt{Z_{21}} D_2 e_{21}) e^{\beta_2 z} \end{aligned} \quad (14)$$

对于波导内的场 E_t , 从式(14)可看成是由传播常数为 β_1 和 β_2 的本征模式 1 和本征模式 2 的组合,这样由式(14)可以确定 TE₁₁ 模与 TE₂₁ 模在传播因子为 $e^{\beta z}$ 的工作模式本征模 2 中所占的量,本文用它们的幅值模比例来表示:

$$V_{21}/V_{11} = \left| \frac{\sqrt{Z_{21}} D_1}{\sqrt{Z_{11}} D_3} \right| \quad (15)$$

由色散图 2

知,在 7.5~9.2GHz 频段是螺旋波纹波导回旋返波管的主要工作段,把相应的参数代入式(15)得到工作模式本征模 2 内的场分布关系,如图 3 由比例关系可以看出在这个频段内波导内的场是以 TE₂₁ 模式为主的, V_{21}/V_{11} 的确定为注波相互作用的计算提供了基础.同理由式(15)可以知道 TE₁₁ 模与 TE₂₁ 模在传播因子为

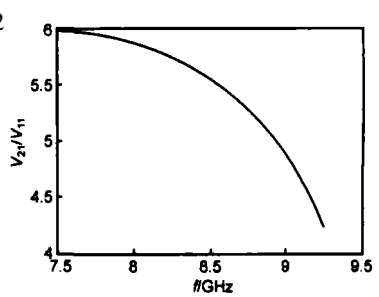


图 3 本征模 2 中 TE₁₁ 和 TE₁₃ 模幅值比率与频率的关系

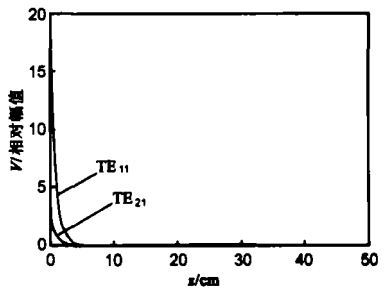


图 4 频率在 8.0GHz 时非工作模中 TE₁₁ 和 TE₂₁ 模沿 z 轴幅值的分布

$e^{\beta z}$ 的非工作模式中所占的量,非工作模式在 7.5~9.2GHz 频段内是截止的,不是所需工作模式,因此这里只给出其中的 TE₁₁ 和 TE₂₁ 幅值沿 z 的分布情况见图 4

4 结论

本文从螺旋波纹波导的传输方程出发,通过具体的物理参数给出了返波耦合方程的形式,推导出返波的色散方程并对其色散特性进行分析,根据分析结果知道本征模 2 和电子注作用可以于提高回旋返波管的带宽和相互作用效率.同时,结合耦合波理论根据返波的耦合方程计算出了工作模式本征模 2 的场分布特性在工作频段内以 TE₂₁ 模式为主.

参考文献:

[1] 张宏斌,李宏福.开槽波导 3 次谐波回旋行波放大管非线性理论与数值模拟[J].电子学报,1999,27(12):135-138
Zhang H B, Li H F. Self-consistent non linear theory and simulation of a slotted third-harmonic gyro-TWT amplifier[J]. Acta Electronica Sinica 1999, 27(12): 135-138 (in Chinese)
[2] 罗勇,李宏福.回旋速调管群聚腔研究[J].电子学报.2003,31(6):19-22
Luo Y, Li H F. Study of buncher cavity in gyrokystron[J]. Acta Electronica Sinica 2003, 31(6): 19-22 (in Chinese)
[3] 李宏福,杜品忠,等.突变复合腔回旋管自洽场理论与模

- 拟 [J]. 物理学报, 2000 49(2): 312– 317
Li H F, Du P Z, et al A self-consistent field theory and simulation for complex cavity gyrotron with abrupt transition [J]. Acta Physica Sinica 2000 49(2): 312– 317 (in Chinese)
- [4] 喻胜, 李宏福. 渐变复合腔回旋管高次谐波注波相互作用非线性模拟 [J]. 物理学报, 2001 50(10): 1979.
Yu S, Li H F A nonlinear analysis on 8mm band third-harmonic complex cavity gyrotron with gradual transition [J]. Acta Physica Sinica 2001 50(10): 1979
- [5] Thomas A Spencer, E Davis, et al Results from gyrotron backward wave oscillator experiment utilizing a high-current high-voltage annular electron beam [J]. IEEE Trans Plasma Sci 1996 24(3): 630– 635
- [6] Mark T Walter, Ronald M Gilgenbach, et al Effects of tapering on gyrotron backward wave oscillators [J]. IEEE Trans Plasma Sci 1996 24(3): 636– 647
- [7] Sergey V Samsonov, Gregory G Denisov, et al Frequency-tunable CW Gyro-BWO with a helically rippled operating waveguide [J]. IEEE Trans Plasma Sci 2004 32(3): 884– 888
- [8] Gregory G Denisov, Vladimir L Bratman, et al Gyro-IWT with a helical operating waveguide: New possibilities to enhance efficiency and frequency bandwidth [J]. IEEE Trans Plasma Sci 1998 26(3): 508– 518
- [9] Simon J Cooke, Gregory G Denisov. Linear theory of a wide-band Gyro-IWT amplifier using spiral waveguide [J]. IEEE Trans Plasma Sci 1998 26(3): 519– 531.
- [10] 黄宏嘉. 微波原理 (卷 I) [M]. 北京: 科学出版社, 1963.
Huang H J Principle of Microwave (I) [M]. Beijing Science Press 1963 (in Chinese)
- [11] 钱景仁, 来芒, 黄宏嘉. 阻抗微扰概念在计算中继圆波导不规则性中应用 [J]. 电子学报, 1967 1(1): 67– 22
Qian J R, Lai M, Huang H J The concept of impedance-perturbation as applied to geometrical imperfections in circular waveguides in radio relay system [J]. Acta Electronica Sinica 1967 1(1): 67– 72 (in Chinese)
- [12] 王峨锋, 李宏福, 等. 螺旋波纹波导研究 [J]. 物理学报, 2005 54(11): 5339– 5343
Wang E F, Li H F, et al Study of the helical waveguide [J]. Acta Physica Sinica 2005, 54(11): 5339 – 5343 (in Chinese)
- [13] 墙棘, 李宏福. 布拉格谐振腔的分析与计算 [J]. 电子学报, 1995 23(6): 46– 49.
Qiang J, Li H F, Yang S W. Analysis and calculation of Bragg resonator [J]. Acta Electronica Sinica 1995 23(6): 46– 49 (in Chinese)
- [14] 杨仕文, 李宏福. 高功率微波高频系统的研究 [D]. 成都: 电子科技大学高能物理研究所, 1997
Yang S W, Li H F. Studies of the High-Power Microwave RF Systems [D]. Chengdu Research Institute of High Energy Electronics University of Electronic Science and Technology of China 1997 (in Chinese)
- [15] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002, 448
Zhang K Q, Li D J Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics [M]. Beijing Electronics Industry Press 2002 448

作者简介:

王峨锋 男, 1968年8月生于云南昆明, 电子科技大学高能电子研究所博士生, 主要从事相对论电子学、高功率微波回旋器件的研究工作。E-mail: zhuwang9428@sina.com

李宏福 男, 1936年11月生于四川开县, 教授, 博导, 国务院政府特殊津贴专家, 获国家、部、省级奖十余项, 发表论文100余篇, 主要从事相对论电子学、微波电子学、高功率微波等领域的研究工作。

李浩 男, 1977年7月生于江西鹰潭, 电子科技大学高能电子研究所在职博士, 讲师, 主要从事高功率微波传输与发射、强电磁脉冲效应的研究工作。